F. KOHLRAUSCH

PRAKTISCHE PHYSIK

BAND 2

LEIPZIG / B.G. TEUBNER / BERLIN

F. KOHLRAUSCH

PRAKTISCHE PHYSIK

ZUM GEBRAUCH FÜR UNTERRICHT
FORSCHUNG UND TECHNIK

BAND 2

UNTER MITARBEIT VON

H. FRÄNZ · E. JUSTI · H. NITKA · A. SCHEIBE
W. STEINHAUS · H. v. STEINWEHR · H. VERLEGER
R. VIEWEG · C. WEISS · G. ZICKNER

HERAUSGEGEBEN VON

F. HENNING
DIREKTOR BEI DER PHYSIKALISCH-TECHNISCHEN
REICHSANSTALT

ACHTZEHNTE NEUBEARBEITETE AUFLAGE

MIT 328 ABBILDUNGEN

1943
LEIPZIG UND BERLIN
VERLAG UND DRUCK VON B. G. TEUBNER

COPYRIGHT 1943 BY B. G. TEUBNER IN LEIPZIG

PRINTED IN GERMANY

Inhaltsverzeichnis

Elektrizität und Magnetismus

Seite

I. Spannung, Strom, Widerstand ... 1
1. Allgemeines (v. Steinwehr) ... 1
2. Strommeßgeräte (v. Steinwehr) ... 11
3. Spannungsmessung (v. Steinwehr) ... 31
4. Strommessung (v. Steinwehr) ... 41
5. Widerstandsmessung (v. Steinwehr) ... 45
6. Leitvermögen von Elektrolyten (Vieweg) ... 61
7. Leistungsmessung (v. Steinwehr) ... 71

II. Magnetismus (Steinhaus) ... 72
1. Bestimmung der magnetischen Feldgrößen mit dem Magnetometer ... 72
2. Bestimmung der magnetischen Feldgrößen mit dem ballistischen Galvanometer ... 83
3. Bestimmung der magnetischen Feldgrößen mit anderen Methoden ... 91
4. Messungen an ferromagnetischen Stoffen ... 96
5. Messungen an schwachmagnetischen Stoffen ... 113
6. Messung der Größen des erdmagnetischen Feldes ... 116

III. Elektrostatik (Fränz) ... 123
1. Allgemeines ... 123
2. Absolute elektrostatische Messung von Potentialen ... 126
3. Elektrometer ... 127
4. Elektrometrische Meßmethoden ... 139

IV. Niederfrequenter Wechselstrom (Vieweg) ... 146
1. Allgemeines ... 146
2. Erzeugung von Wechselströmen ... 153
3. Messungen bei Wechselstrom ... 157

V. Kapazität (Zickner) ... 174
1. Allgemeines ... 174
2. Berechnung ... 176
3. Ausführungsformen ... 178
4. Messung von Kapazitäten ... 183
5. Ermittlung der kritischen Geschwindigkeit aus Berechnung und Messung einer Kapazität ... 201

VI. Induktivität (Zickner) ... 202
1. Selbstinduktion ... 202
2. Gegeninduktion ... 219
3. Zeitkonstante von Widerständen ... 225

VII. Mittel- und hochfrequenter Wechselstrom (Scheibe) ... 228
1. Erzeugung mittel- und hochfrequenter Wechselströme ... 228
2. Frequenztransformation ... 246
3. Eigenschaften von Schwingungskreisen ... 249
4. Spannungs- und Strommessung ... 277

VIII. Elektronenröhren (Scheibe) ... 288
1. Allgemeines ... 288
2. Die Elektronenröhre als Verstärker ... 298
3. Die Elektronenröhre als Gleichrichter ... 309
4. Die Elektronenröhre in Sonderschaltungen ... 312
5. Gasgefüllte Röhren ... 317

Seite

IX. Dielektrika (Vieweg) 321
1. Isolationswiderstand 321
2. Dielektrische Verluste 323
3. Dielektrische Festigkeit 328
4. Dielektrizitäts-Konstante (DK) 331

Korpuskeln und Energiequanten

I. Ionen in Gasen (Weiß) 339
1. Grundbegriffe und Definitionen 339
2. Messung der Ionenkonstanten 341
3. Unselbständige Entladung 344

II. Selbständige Entladung (Verleger) 347
1. Allgemeine Eigenschaften 347
2. Entladungen in Luft bei atmosphärischem Druck 349
3. Glimmentladungen 350
4. Bogenentladungen 354

III. Elektronen- und Ionenstrahlen 357
1. Erzeugung der Strahlen (Fränz) 357
2. Einwirkung elektrischer und magnetischer Felder (Fränz) 369
3. Messung der Geschwindigkeit (Fränz) 372
4. Materiewellen (bis B b Fränz, ab B c Justi/Nitka) 375

IV. Korpuskular- und Quantenkonstanten 378
1. Bestimmung von Atomkonstanten durch Elektronenstoß (Weiß) 378
2. Elementarladung und Loschmidtsche Zahl (Fränz) 382
3. Spezifische Ladung des Elektrons (Fränz) 384
4. Spezifische Ladung und Masse von Ionen (Fränz) 386
5. Plancksches Wirkungsquantum (Justi/Nitka) 389

V. Der lichtelektrische Effekt (Verleger) 391
1. Geschichtliches 391
2. Der äußere lichtelektrische Effekt 392
3. Der innere lichtelektrische Effekt 403
4. Der Sperrschicht-Photoeffekt 405

VI. Röntgenstrahlen (Justi/Nitka) 408
1. Allgemeines und Geräte 408
2. Röntgenspektroskopie 418
3. Kristallstruktur-Bestimmung 425
4. Anwendungsgebiete der Röntgenstrahlen 439

VII. Strahlungen der Atomkerne (Fränz) 445
1. Kernprozesse und ihre Strahlungen 445
2. Strahlenquellen 451
3. Nachweis, Messung von Intensität und Energie der Strahlen 457
4. Gehaltsbestimmung radioaktiver Präparate durch Messung der γ-Strahlen 485
5. Gehaltsbestimmung durch Emanationsmessung 488

VIII. Die Höhenstrahlung (Weiß) 492
1. Phänomen der Höhenstrahlung 492
2. Messung der Ionisierungsstärke 493
3. Beobachtung und Anwendungen von Zählrohr-Koinzidenzen 496
4. Untersuchung der Einzelteilchen in der Strahlung 499

Tabellen 503

Sachverzeichnis 571

Übersicht über die Tabellen

Seite

1. Reduktion einer mit Messinggewichten in Luft ausgeführten Wägung auf den leeren Raum (Lenk) ... 503
2. Dichte fester und flüssiger Stoffe in g/cm³ (Henning) ... 503
3. Dichte des Wassers in g/cm³ (Henning) ... 504
4. Volum von 1 g Wasser in cm³ (Henning) ... 504
5. Dichte wäßriger Lösungen von 18° in g/cm³ (Henning) ... 505
6. Ausdehnungskoeffizient wäßriger Lösungen von 18° (Henning) ... 506
7. Löslichkeit in Wasser (Henning) ... 506
8. Dichte und elektrisches Leitvermögen wäßriger Normallösungen (Vieweg) . 507
9. Dichte der trockenen Luft in g/cm³ (Otto) ... 508
10. Reduktion eines Gasvolums auf 0° und 760 mm Hg (Otto) ... 509
11. Reduktion der Barometerablesung auf 0° (Ebert) ... 510
12. Dichte des Quecksilbers in g/cm³ (Otto) ... 511
13. Kapillardepression des Quecksilbers in mm Hg (Moser) ... 511
14. Zur Reduktion einer Schwingungsdauer auf unendlich kleine Bogen (Henning) 512
15. Reduktion des an einer Skala beobachteten Ausschlages (Henning) ... 512
16. Zur Berechnung gedämpfter Schwingungen (Henning) ... 513
17. Schwere $g(\varphi)$ unter der geographischen Breite φ im Meeresniveau nach der international angenommenen Formel (Meisser) ... 514
18. Ortstabelle für die Schwere g (Meisser) ... 515
19. Internationale Höhenskala (Ebert) ... 516
20. Zähigkeit η des Wassers in Zentipoise (Erk †) ... 517
21. Zusammendrückbarkeit $\varkappa$ von Flüssigkeiten in Atm^{-1} (Ebert) ... 517
22. Zusammendrückbarkeit $\varkappa$ von Wasser und Äther in Atm^{-1} (Ebert) ... 517
23. Dehnungsmodul E, Drillingsmodul F, Poissonsche Zahl μ, Zusammendrückbarkeit $\varkappa$, Tragkraft C, Schallgeschwindigkeit u bei 18° (Justi) ... 518
24. Schwingungszahl der Töne gleichschwebender Stimmung (Grützmacher) ... 519
25. Lineare Ausdehnung fester Körper zwischen 0° und t° in mm/m (Ebert) ... 519
26. Ausdehnungskoeffizient α und Spannungskoeffizient β für Helium, Wasserstoff und Stickstoff (Henning) ... 519
27. Korrektion der Angaben von Gasthermometern konstanten Volums (t_v) und konstanten Druckes (t_p) (Henning) ... 520
28. Druck p und Dichte ϱ des gesättigten Wasserdampfes (Henning) ... 520
29. Sättigungsdruck p des Wasserdampfes (Henning) ... 521
30. Siedetemperatur t des Wassers bei p mm Hg (Henning) ... 521
31. Siedetemperaturen t von Sauerstoff und Schwefel in Abhängigkeit vom Druck p mm Hg (Henning) ... 522
32. Zusammensetzung der Flüssigkeit und des Dampfes siedender Gemische aus Stickstoff und Sauerstoff am Siedepunkte t bei 1 Atm. (Otto) ... 522
33. Sättigungsdrucke p in mm Quecksilber im Gebiet sehr tiefer Temperaturen (Henning) ... 522
34. Sättigungsdrucke p in mm Quecksilber unterhalb einer Atmosphäre (Henning) 523
35. Sättigungsdrucke p in kp/cm² oberhalb einer Atmosphäre (Henning) ... 524
36. Lichtwellenlängen in trockener Luft von 15° und 760 mm Quecksilberdruck in Å (= 10^{-8} cm) (Schönrock) ... 525
37. Brechungszahlen einiger Stoffe bei 20°. Natürliche Drehung des Quarzes für 1 mm Dicke (Schönrock) ... 527
38. Brechungszahl n von Quarz, Flußspat, Steinsalz und Sylvin bei 20° (Schönrock) ... 528
39. Ultrarote Absorptionsbanden, die als Eichwellenlängen geeignet sind (Ritschl) ... 530
40. Absorptionsbanden von CO_2- und H_2O-Dampf (Schönrock) ... 530

Seite

41. Absorption ultraroter Strahlen von der Wellenlänge λ in einigen Stoffen (Schönrock) ... 531
42. Filterstoffe für ultrarote Strahlung (Ritschl) ... 531
43. Durchlässigkeit von Glas in Prozenten für Violett und Ultraviolett von der Wellenlänge λ bei 1 cm Schichtdicke (Schönrock) ... 532
44. Reflexionsvermögen von Metallen (Schönrock) ... 532
45. Relative Hellempfindlichkeit V_λ des Auges für monochromatisches Licht gleicher Energie (Korte) ... 532
46. Anregungsenergie A der metastabilen Terme und Ionisierungsenergie J der Edelgase in eV (Ritschl) ... 533
47. Der normale Kathodenfall in Volt (Verleger) ... 533
48. Elektronenstrahlen und Erregung von Röntgenstrahlen (Fränz) ... 534
49. Erzeugung homogener Röntgenstrahlung für Feinstrukturuntersuchung (Justi/Nitka) ... 535
50. Wellenlängen der K-Serie und Schwächungskoeffizienten (Justi/Nitka) ... 535
51. Terme der Röntgenspektren in optischer und röntgenspektroskopischer Bezeichnung (Ritschl) ... 535
52. Bestimmungsstücke der Kristallsysteme (Justi/Nitka) ... 536
53. Lichtelektrischer Effekt (Verleger) ... 537
54. Magnetisierbarkeit einiger ferromagnetischer Stoffe (Steinhaus) ... 538
55a. Die erdmagnetischen Elemente für 1944,0 (Burmeister) ... 540
55b. Mittlere jährliche Änderung der erdmagnetischen Elemente H, D und J (Burmeister) ... 541
56. Spezifischer elektrischer Widerstand ϱ reiner Metalle und von Legierungen (v. Steinwehr) ... 541
57. Leitvermögen $\varkappa$ wäßriger Lösungen bei 18° (Vieweg) ... 542
58. Äquivalentleitvermögen wäßeriger Lösungen bei 18° (Vieweg) ... 543
59. Ionenbeweglichkeit l in Wasser und ihr Temperaturkoeffizient α bei 18° (Vieweg) ... 543
60. Elektrochemische Äquivalente (Vieweg) ... 543
61. Spannung der Metalle, bezogen auf die normale Wasserstoffelektrode (v. Steinwehr) ... 544
62. Thermoelektrische Kräfte in Millivolt verschiedener Metalle gegen Platin (Henning) ... 544
63. Elektromotorische Kräfte in Millivolt für einige gebräuchliche Thermoelemente (Henning) ... 544
64. Überschlagspannungen U von Kugelfunkenstrecken (Fränz) ... 545
65. Verschiedene Eigenschaften fester Stoffe (Sattler) ... 546
66. Verschiedene Eigenschaften von Flüssigkeiten (Sattler) ... 548
67. Verschiedene Eigenschaften von Gasen (Sattler) ... 550
68. Elektrische Eigenschaften fester Isolierstoffe (Vieweg) ... 552
69. Periodisches System der Elemente (Sattler) ... 553
70. Die natürlichen radioaktiven Elemente (Fränz) ... 554
71. Isotope (Fränz) ... 556
72. Dimensionen einiger physikalischer Größen (Henning) ... 560
73. Elektrische und magnetische Größen in verschiedenen Maßsystemen (Henning) ... 561
74. Umrechnungstabelle für Energiemaße (Henning) ... 562
75. Verschiedene Zahlen (Henning) ... 563
76. Exponentialfunktionen e^x und e^{-x} (Henning) ... 564
77. Gaußsches Fehlerintegral (Erk †) ... 565
78. Einfache mathematische Formeln (Henning) ... 565
79. 2. und 3. Potenzen; Reziproke, Quadrat- und Kubikwurzeln; Kreisbogen aus Bogengraden; Briggssche (log) und natürliche (ln) Logarithmen (Henning) 568
80. Trigonometrische Zahlen (Henning) ... 570

Berichtigungen

Band 1

S. 9 Z. 7 v. u. „0,8860“ statt „0,8856“

S. 39 Z. 15 v. u. „(S. 41)“ ist zu streichen

S. 86 Überschrift „Härte“ statt „Stärke“

S. 93 Z. 2 v. o. „(S. 136)“ statt „(S. 316)“

S. 113 Z. 4 v. o. „Chladni“ statt „Cladni“

S. 182 Z. 4 v. u. „$\sqrt{\overline{M}}$“ statt „$\sqrt{M}$“

S. 200 Unterschrift zu Abb. 113 „Durchführung“ statt „Durchsuchung“

S. 202 Z. 25 v. o. „Äthylentrichlorat“ statt „Äthylendichlorat“

S. 203 Z. 2 v. u. „(m kp s)“ statt „(m kg s)“

S. 259 Z. 6 v. u. in der Gleichung für c fehlt auf der rechten Seite das Minuszeichen

S. 269 Z. 15 v. u. „Abschn. C“ statt „Abschn. c“

S. 289 Z. 2 v. o. „$22{,}7 \cdot 10^{-6}$“ statt „22,7“ und „$9{,}5 \cdot 10^{-5}$“ statt „9,5“

S. 297 Z. 13 v. u. Hinter „Zelle“ fehlt „(s. S. 516)“

S. 315 Z. 11 v. o. „Scheitel-Brechungswert“ statt „Scheitelbrechwert“

S. 349 Z. 12 v. u. Hinter „Reststrahlen“ fehlt „(S. 424)“

S. 351 Z. 19 v. u. „leicht“ statt „leichter“

S. 430 Z. 15 v. u. „(S. 446)“ statt „(S. 445)“

Band 2

S. 416 Z. 19 v. u. „Energie = Dosis“ statt „Energie-Dosis“, also Gleichheitszeichen statt Bindestrich

Elektrizität und Magnetismus

I. Spannung, Strom, Widerstand

Über absolute und internationale elektrische Einheiten vgl. Bd. 1, S. 7 und Tab. 73. Über ältere Einheiten (Siemens-Einheiten = SE. 1860, BAU. 1863, Legales Ohm 1884) s. z. B. Tabellen von Landolt-Börnstein-Roth-Scheel.

Die in möglichst nahem Anschluß an die elektromagnetischen CGS-Einheiten definierten internationalen Grundeinheiten werden in den Staatsinstituten verschiedener Länder (in Deutschland in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt) hergestellt und mit ihrer Hilfe die bei den Messungen benutzten Gebrauchsnormale: Normalwiderstände (S. 8) und Normalelemente (S. 2), sowie alle Arten von Widerstandskombinationen geeicht.

Jaeger, Entstehung der internationalen Maße der Elektrotechnik. Bd. IV der Einzeldarstellungen aus der Elektrotechnik. Berlin 1932.

1. Allgemeines

A. Gesetze der Stromleitung

a) Ohmsches Gesetz. Widerstand. Der Widerstand R wird für Gleichstrom (und auch für die Momentanwerte eines veränderlichen Stromes) definiert durch das Ohmsche Gesetz (1826): $R = E/J$ (E Spannung, J Stromstärke). $1/R$ heißt der Leitwert. Bei einem körperlichen Leiter sind zur Bestimmung seines Widerstandes vier Zuleitungen erforderlich, von denen zwei zur Stromzuführung dienen, während an den beiden anderen die Spannung abgenommen wird. Diese Zuleitungen können nach einem allgemein gültigen Satz von H. v. Helmholtz paarweise vertauscht werden, ohne daß der Wert des Widerstandes sich ändert.

Der Widerstand eines homogenen Leiters ist proportional dem spezifischen Widerstand ϱ bzw. umgekehrt proportional dem Leitvermögen $\varkappa$ des Leitermaterials. Der spezifische Widerstand ϱ ist definiert als der Widerstand eines cm-Würfels: $R = \varrho C = C/\varkappa$. Der Faktor C hängt nur von der geometrischen Form des Leiters ab und ist für einen Leiter von durchweg gleichem Querschnitt q und der Länge l gleich l/q. C heißt Widerstandskapazität.

b) Stromverzweigungen. Kirchhoffsche Regeln. An jedem Verzweigungspunkte mehrerer Leiter ist die Summe der zu- und abfließenden Ströme mit entgegengesetztem Vorzeichen genommen gleich Null ($\Sigma J = 0$).

In einem beliebigen in sich geschlossenen Stromkreis ist die Summe der Produkte aus den einzelnen Widerständen und den sie durchfließenden Strömen gleich der Summe der in diesem Kreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte (EMK). Demnach ist $\Sigma(E - JR) = 0$.

Hieraus ergeben sich u. a. die Folgerungen:

Für parallel geschaltete Widerstände $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots$, d. h. der Gesamtleitwert parallel geschalteter Widerstände ist gleich der Summe der Leitwerte der Einzelwiderstände.

In einem Stromkreise, der ein Element, dessen EMK E und dessen innerer Widerstand R_0 ist, und einen Widerstand R_1 enthält, fließt ein Strom $J = E/(R_0 + R_1)$; die Klemmenspannung dieses Elements ist gleich $ER_0/(R_0 + R_1)$. Der Spannungsverlust in einem Leiter vom Widerstand R, der von dem Strom J durchflossen wird, ist gleich JR.

Die Berechnung von Stromverzweigungen kann auch mit Hilfe der Maxwellzyklen oder des aus der Theorie der Vierpole abgebildeten Superpositionsverfahrens bzw. der Netztransformationen ausgeführt werden.

Jaeger, Elektrische Meßtechnik. Leipzig 1928; Maxwell, Lehrb. d. Elektrizität u. d. Magnetismus **1**, 347b, 497ff. Berlin 1883; Fraenkel, Theorie d. Wechselströme, 3. Aufl. Berlin 1930; Herzog u. Feldmann, Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze in Theorie u. Praxis, 3. Aufl. Berlin 1921; Hague, Alternating Current Bridge Methods, 3. Aufl. London 1932; Ogawa, Res. Electr. Lab. Tokyo, Nr. 254, 1929.

B. Galvanische Elemente und andere Gleichstromquellen

a) Normalelemente werden solche Elemente genannt, deren EMK einen konstanten, von der Temperatur gar nicht oder in genau bekannter Weise abhängigen Wert besitzt. Sie dienen als Spannungsnormale und werden als solche von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geprüft bzw. beglaubigt.

Normalelemente dürfen wegen der durch Polarisation verursachten Änderung der EMK weder in der Richtung der Ladung noch in der der Entladung mit Strom belastet werden. Sie dienen nur zur Messung des Spannungsabfalls an von Strom durchflossenen Widerständen oder der EMK von Stromquellen in kompensiertem Zustand. Die in Normalelementen in beiden Stromrichtungen verlaufenden Vorgänge müssen reversibel sein, d. h. bei Umkehrung der Stromrichtung müssen die während des Stromflusses in der ursprünglichen Richtung verlaufenden Reaktionen vollkommen wieder rückgängig gemacht werden. Die Zahl der das Element zusammensetzenden Phasen muß so groß sein, daß sie durch die elektrochemischen Reaktionen nicht geändert wird.

Jaeger, Die Normalelemente usw. Halle 1901.

Diese Bedingungen werden am besten durch das sog. internationale Weston-Element erfüllt, das auf der Konferenz in London im Jahre 1908 als internationales Spannungsnormal angenommen wurde und seitdem als einziges für diesen Zweck Verwendung findet.

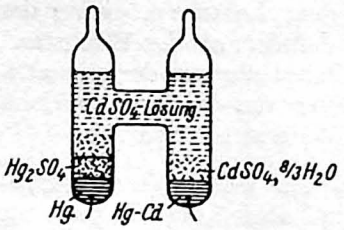


Abb. 1. Normalelement

Am zweckmäßigsten haben sich für dieses Element H-förmige Elementgefäße (Abb. 1) erwiesen, die aus einer Glassorte gefertigt sein müssen, die kein Alkali abgibt. Als Zuleitungen werden dünne Platindrähte verwendet, die ohne Zuhilfenahme von Einschmelzglas in die unteren Enden des Gefäßes eingeführt werden. Die oberen offenen Enden des Gefäßes werden nach Fertigstellung des Elements zugeschmolzen. Als positiver Pol des Elements dient reinstes Quecksilber, als negativer Pol ein aus einer flüssigen und einer festen Phase bestehendes Amalgam, das 10 bis 13% Kadmium enthält und in vollständig geschmolzenem Zustand in das Gefäß eingebracht wird. Der positive Pol ist mit einer als Depolarisator wirkenden Schicht

bedeckt, die aus einem Gemisch von Merkurosulfat (Hg_2SO_4) und Kadmiumsulfathydrat-Kristallen ($CdSO_4 8/3 H_2O$) besteht. Das Hg_2SO_4 muß nach bestimmten Vorschriften — in der Reichsanstalt wird es durch langsames Einlaufenlassen einer verdünnten sauren Lösung von $HgNO_3$ in warme verdünnte H_2SO_4 ausgefällt; der Niederschlag wird von der Mutterlauge durch Auswaschen mit destilliertem H_2O und zum Schluß mit konzentrierter $CdSO_4$-Lösung getrennt — dargestellt sein und darf, da es unter gewissen Umständen sehr unbeständig ist, nur in einer konzentrierten Lösung von $CdSO_4$ aufbewahrt werden. Der negative Pol ist mit einer Schicht von $CdSO_4 8/3 H_2O$-Kristallen bedeckt. Als Elektrolyt dient eine vollkommen alkalifreie gesättigte Lösung desselben Salzes. Um die Bedingung der Alkalifreiheit mit Sicherheit zu erfüllen, wird der Lösung in manchen Laboratorien eine kleine Menge H_2SO_4 zugesetzt.

Die für die Abhängigkeit der EMK dieses Elements von der Temperatur international (Washington 1910) angenommene Formel, die zwischen 0 und 40° C gilt, lautet:

$$E = 1{,}018\,300 - 4{,}06 \cdot 10^{-5}(t-20) - 0{,}95 \cdot 10^{-6}(t-20)^2 + 1 \cdot 10^{-8}(t-20)^3 \text{ int. V.}$$

Hieraus berechnen sich für eine Anzahl von Temperaturen folgende Werte:

Temp.		0°	5°	10°	15°	16°	17°	18°	19°	20°	25°
int. V.	1,01	87	87	86	84_8	84_5	84_1	83_8	83_4	83_0	80_7

Neben diesem Normalelement wird vielfach noch das von der Weston-Gesellschaft herausgebrachte Standard-Westonelement benutzt, das sich von dem ersteren nur dadurch unterscheidet, daß die Konzentration des Elektrolyten unabhängig von der Temperatur ist, da es eine bei 4° C gesättigte Lösung, also keine Kristalle des Kadmiumsulfathydrats enthält. Seine EMK entspricht der des internationalen Westonelements bei 4°, ist also gleich 1,0187 V und ist als unabhängig von der Temperatur anzusehen. Durch Selbstentladung wächst jedoch mit der Zeit die Konzentration bis zur Sättigung oder sogar darüber hinaus, und damit sinkt die EMK auf den Wert des gesättigten Elements bzw. noch tiefer.

b) Akkumulatoren (Sekundärelemente). α) Der Bleisammler. Die Wirkung der Bleiakkumulatoren beruht auf der Umwandlung des auf den Platten befindlichen Bleisulfats ($PbSO_4$) durch den ladenden Strom, einerseits (negativer Pol) in metallisches Blei, andererseits (positiver Pol) in Bleisuperoxyd (PbO_2), wobei Schwefelsäure abgegeben wird. Bei der Entladung wird beiderseitig $PbSO_3$ zurückgebildet nach der Formel

$$Pb + PbO_2 + 2H_2SO_4 \rightleftarrows 2PbSO_4 + 2H_2O.$$

Man darf nur reine (nicht in Platin eingedampfte) Säure anwenden, die von den Akkumulatorenfabriken bezogen werden kann. Das spezifische Gewicht soll im geladenen Zustande je nach Vorschrift etwa 1,16—1,25, im ungeladenen 0,03 bis 0,05 weniger betragen. Zum Nachfüllen wird im allgemeinen 5%ige Säure geeignet sein. Die Säure soll die Platten stets reichlich 1 cm überdecken. Die Ladung ist bis zur Gasbildung fortzusetzen. Stehen die Elemente ungebraucht, so soll man zur Vermeidung der Sulfatisierung alle 14 Tage wieder bis zur Gasentwicklung (2,6 V) aufladen. Sehr rasche Entladung sowie der Verbrauch der Ladung bis zu einer Abnahme der EMK unter 1,7 V sind schädlich. Stark beanspruchte Elemente sind jedenfalls alsbald wieder aufzuladen. Die EMK beträgt bei einer Säuredichte des Elektrolyten von 1,15 und einer im Verhältnis zur normalen Entladungsstromstärke kleinen Stromstärke 2,00 bis 2,02 V. Bei der gleichen Säuredichte ist der Temperaturkoeffizient der EMK + 4‰. Der innere Widerstand ist um so kleiner, je größer die Anzahl der Platten ist. —

Elemente mit innerem Kurzschluß (welche durch die Ladung z. B. warm werden und diese rasch verlieren) sind zu entleeren. Abnorm große Spannung eines Elementes während des Ladens weist auf einen Fehler hin, der den inneren Widerstand vergrößert hat, meist durch Bildung einer inaktiven Bleisulfatschicht. Die Kapazität kann bei einer Flächengröße von f dm² des positiven Pols bis $4 \times f$ Amperestunden betragen. Beim Parallelschalten ist Vorsicht wegen ungleicher Beanspruchung geboten, deswegen sind die Widerstände der Leitungen zu den Sammelschienen nahe auszugleichen. Akkumulatorenwiderstände verschwinden meist gegen den Widerstand der übrigen Leitung.

β) Der alkalische Sammler. Die eine Elektrode besteht im geladenen Zustand aus $Ni_2O_3 x H_2O$, die andere aus Fe, an dessen Stelle auch Cd treten kann; der Elektrolyt ist eine etwa 21%ige Lösung von Kalilauge. Die stromliefernde Reaktion ist: $Fe + Ni_2O_3 x H_2O + (3-x)\,H_2O \rightleftarrows Fe(OH)_2 + 2\,Ni(OH)_2$, wo $x = 1{,}2$ zu setzen ist. Die EMK des frisch geladenen Sammlers 1,4 V sinkt rasch auf 1,3 V und dann weiter langsam auf 1,0 V. Sein innerer Widerstand ist etwa fünfmal so groß wie der des Bleisammlers gleicher Kapazität. Wegen Selbstentladung darf man die Fe-Zelle nicht in geladenem Zustand stehen lassen, da sich sonst die negative Platte oxydiert, was bei der Cd-Zelle nur in geringem Umfange geschieht.

Bermbach, Die Akkumulatoren, 4. Aufl. Berlin 1929.

c) Primärelemente. Von diesen ist praktisch zur Zeit nur noch das nach dem Typus des Leclanché-Elements aufgebaute Element, und zwar in Form der in großem Umfange benutzten Trockenelemente in Gebrauch. Die eine Elektrode besteht aus einem Gemisch von MnO_2 und Kohlepulver, die andere aus Zn; als Elektrolyt dient eine Lösung von NH_4Cl, die in der Regel noch Zusätze anderer Salze enthält. Die stromliefernde Reaktion wird durch die Gleichung $2\,MnO_2 + Zn + 2\,NH_4Cl + H_2O \rightarrow Mn_2O_3 + ZnCl_2 + 2NH_4OH \rightarrow Mn_2O_3 + Zn(NH_3)_2Cl_2 + 2H_2O$ dargestellt. Seine EMK beträgt im offenen Zustande 1,5 bis 1,6 V; sie sinkt bei dauernder Entladung zunächst ziemlich rasch um einige zehntel Volt, weiterhin langsam proportional der Zeit. Der innere Widerstand steigt bei allen Entladungsarten auf das 10- bis 15fache des anfänglichen Wertes.

Drucker u. Finkelstein, Galvanische Elemente und Akkumulatoren. Leipzig 1932; Drotschmann, Entladungskurven von Natur- und Kunstbraunstein, Z. Elektroch. 35, 195, 1929 u. Die Depolarisation im Leclanché-Element. Ohlau in Schlesien 1940.

d) Schwache EMK. α) Elemente. Schwache EMK liefert z. B. ein Thermoelement oder eine Kette aus blankem gegen amalgamiertes Zink in Zinksulfatlösung. Kadmium gegen 5—13% Kadmiumamalgam in konzentrierter Sulfatlösung hat (nach Hulett) bei 20° 0,051 75 V.

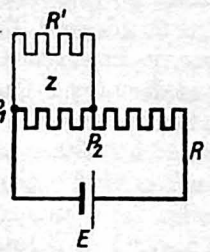


Abb. 2. Herstellung einer kleinen EMK

β) Durch Abzweigen (Abb. 2). Man schließt ein Element konstant durch einen Stufenwiderstand oder blanken Draht und zweigt an zwei Punkten P_1 und P_2 dieses Kreises ab. Ist E die EMK des Elementes, R der Gesamtwiderstand des Kreises (einschließlich Element) und z der Widerstand zwischen den Abzweigepunkten, so gilt als EMK der Verzweigung der Ausdruck $E \cdot z/R$ und als ihr Widerstand $z(1 - z/R)$.

So läßt sich z. B. auch der städtischen Lichtleitung eine beliebig kleine EMK entnehmen. Man schließt durch einen Starkstromwiderstand (oder durch eine oder mehrere Glühlampen und einen gewöhnlichen Drahtwiderstand) und zweigt von letzterem ab.

e) Thermosäulen. Z. B. Gülchersche Thermosäulen; 66 Elemente liefern bei $\frac{2}{3}$ Ohm innerem Widerstande etwa 4 V.

Gülcher, Z. Instrkde. **9**, 115, 1889. Über Thermoelemente vgl. Bd. 1, S. 163.

f) Dynamomaschine. Maschinenströme sind häufig wegen Schwankungen der Umlaufzahl inkonstant; Vergrößerung des Trägheitsmomentes durch eine Schwungscheibe ist nützlich. Sehr konstant kann der Strom werden, wenn man Akkumulatoren, in passender Anzahl gleichgerichtet, als Pufferbatterie neben die Maschine schaltet. Für physikalische Zwecke eignen sich Verbundmaschinen am meisten. Man soll diese Maschinen so wählen, daß Akkumulatoren mit reiner Nebenschlußmaschine, also ohne direkte Windungen geladen werden können.

g) Große Spannungen. α) Batterien. Akkumulatorenbatterien sind bis über 40 000 V gebaut worden. Zu berücksichtigen ist, daß hierfür die gewöhnlichen Isolationsmittel nicht genügen. Man montiert z. B. auf Glasplatten.

Modelle für geringe Stromstärken s. u. a. bei Zehnder, Wied. Ann. **60**, 47, 1897; Feußner, ETZ **41**, 632, 1899. Über Batterien, die lediglich zu statischen Ladungen dienen sollen, vgl. noch S. 125.

β) Elektrostatische Generatoren. Große Spannungen bei geringer Stromstärke werden von Influenzmaschinen und neuerdings von Reibungselektrisiermaschinen, die auf dem Prinzip des von Walkiers aufgebaut sind, erzeugt. Es können auf diese Weise Spannungen bis zu einigen Millionen Volt und Ströme bis etwa 1 mA erzeugt werden. Vgl. ATM, Z 43—2.

Holtz-Wimshurst-Wommelsdorf, ETZ **35**, 61, 1914; **41**, 727, 1920; van de Graaf u. Mitarbeiter, Phys. Rev. (2) **38**, 1919, 1931; **43**, 149, 1933; **44**, 316, 1933; **49**, 761, 1936; Tuve, Hafstad u. Dahl, Phys. Rev. (2) **48**, 315, 1935; Bramhall, Rev sci. instr. **5**, 18, 1934; ETZ **55**, 911, 1934; Bothe u. Gentner, Z. Phys. **104**, 685, 1937; Joliot u. Lazard, Rév. gen. Elektr. **42**, 407, 1937; Gén. civ. **111**, 301, 1937; Herb, Parkinson, Kerst, Phys. Rev. (2) **51**, 75, 1937; **53**, 642, 1938; Panthenier u. Moreau-Hanot, J. Phys. Rad. (7) **8**, 193, 1937; Baumhauer u. Kunze, Z. Phys. **114**, 197, 1939; Walkiers, Brüssel 1784.

γ) Gleichstrommaschinen geben Spannungen bis 20 000 V.

C. Umformung von Wechselstrom in Gleichstrom, Gleichrichter

Zusammenfassendes über alle Arten von Gleichrichtern, auch Literatur: Güntherschulze, Elektrolytische Gleichrichter u. Ventile. Berlin 1929.

Auch Wechselstromquellen kann man zur Erzeugung von Gleichstrom benutzen, indem man mit einer als Motor laufenden Wechselstrommaschine auf derselben Welle eine Gleichstrommaschine koppelt (Umformer), wobei man eine konstante Spannung erhält, wenn zum Antrieb ein Synchronmotor verwendet wird, der von einer Zentrale mit konstant gehaltener Frequenz gespeist wird, oder indem man an die Wechselstromquelle einen Gleichrichter anschließt, der nur oder vorwiegend die Ströme der einen Richtung durchläßt. Besonders zur Erzeugung höchster Gleichspannung (bis zu mehreren 100 000 V) ist die Gleichrichtung eines mittels Transformators oder Induktoriums erzeugten

hochgespannten Wechselstroms das beste Mittel. Zum Ausgleich der Spannungsschwankungen dienen Kondensatoren und Drosselspulen (Anordnung s. S. 414).

a) Funkenstrecke als Gleichrichter. Eine kurze Luftstrecke im Entladungskreise eines Induktoriums mit Unterbrecher läßt nur den Öffnungsstrom durch, da die beim Öffnen des Primärstromes induzierte Sekundärspannung hoch ist gegen die beim Schließen in der Gegenrichtung induzierte. Die Wirkung wird verbessert, wenn der Funke zwischen Platte als Kathode und Spitze als Anode entsteht.

Wollcott u. Erikson, Phys. Rev. (2) **9**, 480, 1917.

b) Elektrolytische Gleichrichter. Manche Metalle äußern als Elektroden namentlich in alkalischer Lösung eine Ventilwirkung der Art, daß sie wesentlich nur die Stromrichtung durchlassen, für welche sie Kathode sind, indem sie sich als Anode mit einer teilweise gasförmigen Haut überziehen, die einen starken Spannungsverlust bedingt. Am längsten bekannt ist Aluminium, bis etwa 600 V, ebenso Sb oder Bi. Noch wirksamer Ta, Nb, bis etwa 1000 V. Als zweite Elektrode wählt man Blei oder Platin.

Schaltungen, um beide Stromrichtungen auszunutzen, z. B. bei Graetz, Wied. Ann. **62**, 323, 1897.

Über Aluminium und andere Metalle Güntherschulze, Ann. Phys. **21**, 929, 1906; **65**, 223, 1921 u. Z. Phys. **9**, 225, 1922; **40**, 876, 1926.

Viel benutzt werden jetzt (elektrolytische) Trockengleichrichter.

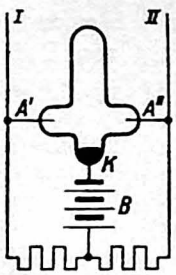


Abb. 3. Quecksilbergleichrichter

c) Quecksilberlichtbogen. Dieser arbeitet sicherer und ist für hohe Spannungen brauchbar. Zwischen Quecksilber und einer festen Elektrode im Vakuum kommt ebenfalls ein Strom wesentlich nur dann zustande, wenn ersteres die Kathode bildet. Abb. 3 zeigt eine Schaltung für Akkumulatorenladung. Die Leitungen I und II, die den Wechselstrom zuleiten, führen zu zwei Eisenanoden A', A''; die Nutzleitung B (Akkumulatorenbatterie) ist einerseits mit dem Quecksilber K, andererseits mit I und II durch zwei induktive Widerstände verbunden, deren Extraströme beim Verschwinden einer Wechselstromkomponente den Lichtbogen unterhalten.

Vgl. Polak, Ann. Phys. **19**, 217, 1906; ETZ **28**, 733, 1907; Güntherschulze, ebd. **30**, 295 u. 373, 1909. Diese Gleichrichter werden auch für sehr große Leistungen hergestellt; Schäfer, ETZ **33**, 1164, 1912; Kleeberg, ebd. **41**, 145, 171, 193, 1920; Krämer, ebd. **43**, 107, 1922; W. E. Müller, Der Quecksilberdampf-Gleichrichter, Bd. I, Theoretische Grundlagen, 1925; Bd. II, Konstruktive Grundlagen. Berlin 1929.

d) Glühkathodengleichrichter oder Ventilröhren. Die Wirkung beruht auf der Eigenschaft der Metalle und Metalloxyde, in Glühtemperaturen um so mehr Elektronen abzugeben, je höher die Temperatur ist. Erhitzt man in einem hochevakuierten Entladungsrohr durch eine Nebenbatterie die mit dem Oxyd eines Erdalkalimetalls überzogene Platin- oder besser Iridiumkathode zu schwacher Glut oder eine blanke Kathode aus sehr hoch schmelzendem Metall (Wolfram) zur Weißglut, so können nur solche Ströme durch das Rohr fließen, für welche die Glühelektrode Kathode ist (S. 309).

Wehnelt, Phys. **19**, 138, 1906; Hull, J. Amer. Inst. Electr. Eng. **42**, 1013, 1923; Simon, Z. techn. Phys. **8**, 434, 1927; Gehrts, Helios **33**, 471, 1927; Reimers, ebd. **34**, 385, 1928.

e) Schwingkontaktgleichrichter sind die vollkommensten mechanischen Gleichrichter. Ihre Anwendbarkeit ist auf kleine Wechselspannungen und -ströme sowie auf Frequenzen bis zu 1000 Hz beschränkt. Zwischen den Polen eines Elektromagneten, der von der gleichen Wechselstromquelle, deren Ströme gleichgerichtet werden sollen, gespeist wird, schwingt eine Feder, die im Ruhezustande und während der einen Halbwelle einen Kontakt berührt, während der Kontakt bei der anderen Halbwelle geöffnet ist, so daß nur die eine Komponente des Wechselstromes das an den Kontakt angeschlossene Gleichstrommeßgerät durchfließen kann. Durch einen Phasenschieber, der in den Stromkreis des Elektromagneten eingeschaltet ist, kann die Phase dieses Stromes so einreguliert werden, daß die Betätigung des Kontakts genau beim Zeichenwechsel der Stromrichtung erfolgt.

Pfannenmüller, Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **13**, 1, 1934 u. ATM Z 540—1, —2, —3, —4, —5.

f) Hochspannungsgleichrichter. Hochspannungswechselstrom von Transformatoren wird durch eine Schaltung von Gleichrichtern und Kondensatoren in Hochspannungsgleichstrom (bis über 500 kV, z. B. für den Betrieb von Röntgenröhren) umgewandelt.

Anordnungen hierfür von Villard, Graetz, Greinacher, Witka, Hull (vgl. S. 414).

D. Meß- und Regelwiderstände

a) Quecksilberwiderstände. Nach dem Deutschen Gesetz über die elektrischen Maßeinheiten (1898) und entsprechend internationalen Vereinbarungen wird die Einheit des elektrischen Widerstandes, das internationale Ohm, durch den Widerstand einer Quecksilbersäule von bestimmten Abmessungen bei 0° C dargestellt.

Mit Hilfe dieser Quecksilberwiderstände wird die Konstanz des Widerstandes der aus Manganindraht bestehenden Gebrauchsnormalen von Zeit zu Zeit nachgeprüft. Dem gleichen Zweck dienen auch die sog. Quarzquecksilberkopien, das sind mit Quecksilber gefüllte dickwandige Quarzkapillaren, die ebenfalls bei 0° C gemessen werden. Nach Einführung der absoluten Einheiten (S. 45f.) wird diese Nachprüfung durch Wiederholung der absoluten Ohmbestimmung ausgeführt werden.

Wiss. Abh. PTR. **2**, 379, 1895; **3**, 95, 1900 usw. (Jaeger u. Kahle u. Diesselhorst u. v. Steinwehr) sowie v. Steinwehr u. Schulze, ebd. u. Ann. Phys. **87**, 769, 1928; ferner F. E. Smith, Phil. Trans. Lond. **104**, 57, 1905; Wolff, Shoemaker u. Briggs, Bull. Bur. Stand. **12**, 375, 1915.

b) Präzisionswiderstände (Drahtnormale usw.). Widerstände, die als Präzisionswiderstände brauchbar sein sollen, müssen aus einem Widerstandswerkstoff gefertigt sein, der einen hohen spezifischen Widerstand (mindestens $3 \cdot 10^{-5}$ Ohm · cm) einen kleinen Temperaturkoeffizienten des Widerstandes bei Raumtemperatur (höchstens $2{,}5 \cdot 10^{-5}$) und geringe Thermokraft gegen Kupfer (höchstens $1 \cdot 10^{-6}$ V/Grad hat. Der Wert ihres Widerstandes muß zeitlich unveränderlich sein. Der einzige Werkstoff, der bisher allen diesen Anforderungen genügte, ist Manganin (86 Cu, 12 Mn, 2 Ni). Nach neueren Untersuchungen scheinen sich jedoch auch andere Legierungen (Au-Cr, Isabellin und Novokonstant) hierfür zu eignen, besonders, wenn sie ebenso wie Manganin einer längeren thermischen Vorbehandlung unterzogen werden, die für Manganin bei mit Seide umsponnenen und schellackierten bzw. emaillierten Drähten bei etwa 140°, bei blanken Drähten bei etwa 400° C vorgenommen wird. Alle

anderen Widerstandswerkstoffe kommen für Präzisionswiderstände nicht in Frage. Die Widerstandsdrähte müssen mit den aus Kupfer bestehenden Zuleitungen durch Hartlötung verbunden sein.

α) Normalwiderstände sind Einzelwiderstände, deren Zuleitungen in der Regel als Drahtbügel ausgebildet sind; sie sind häufig zum Einhängen in Quecksilbernäpfe eingerichtet, zu welchem Zweck ihre Endflächen amalgamiert sein müssen, und mit Klemmen zur Herstellung von Verbindungen versehen sind. Sie werden für den Bereich von 10^{-5} bis 10^5 Ohm, und zwar für die kleineren und kleinsten Werte aus Blech bzw. Gußblöcken, für alle übrigen aus Draht hergestellt.

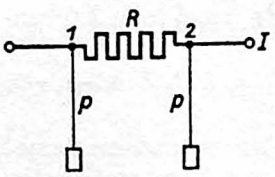


Abb. 4. Normalwiderstand kleinen Betrages

Man unterscheidet zwei Arten von Widerständen: solche, die nur bei schwacher Belastung (meist unter 1 Watt) in Petroleumbädern gemessen werden und hauptsächlich zur Messung von Widerständen und kleinen Spannungen bzw. Stromstärken dienen, und solche, die zur Messung stärkerer Ströme (Abschn. B, S. 42), meist in Luft, gebraucht werden und dann durch Angabe einer Höchststromstärke gekennzeichnet sind. Für Widerstände von 1 Ω an aufwärts empfiehlt sich die Anbringung von Klemmen an den Bügeln, bei Widerständen von 0,1 Ω abwärts müssen besondere an den eigentlichen Widerstand R hart angelötete Potentialleitungen p vorgesehen sein (Abb. 4).

Zur Beseitigung des von den Spulen ausgehenden Magnetfeldes und damit der Selbstinduktion wird der Draht bifilar aufgewickelt, wodurch aber nicht die Kapazität beseitigt wird. Über kapazitäts- und induktionsfreie Widerstände (Chaperonwicklung usw.) vgl. S. 225.

Der Wert des Widerstandes von Spulen, die mit Seide umsponnen und mit Schellack getränkt sind, hängt in reversibler Form von der Luftfeuchtigkeit ab, und zwar in um so stärkerem Maße, je größer die Widerstände sind. Widerstände, die bei genauen Messungen gebraucht werden, müssen, wenn ihr Wert 100 Ω überschreitet, in Räumen konstanter Feuchtigkeit (50%) aufbewahrt werden oder sich in hermetisch abgeschlossenen Büchsen befinden. Bei emaillierten Drähten ist der Einfluß der Feuchtigkeit sehr viel kleiner. Die durch Feuchtigkeitsschwankungen verursachten Änderungen machen sich bei Messungen höchster Genauigkeit sogar schon bei 1-Ω-Widerständen bemerklich, wenn der Feuchtigkeitsgehalt der Luft sehr großen Änderungen unterworfen ist.

Vgl. Rosa u. Babcock, Bull. Bur. Stand. **4**, 121, 1907; Lindeck, Z. Instrkde. **28**, 229, 1908.

β) Sehr große Widerstände. Für Präzisionszwecke, z. B. Messung sehr hoher Spannungen durch Unterteilung, stellt man den Widerstand am besten aus frei ausgespanntem dünnem Manganindraht her, für Wechselstrom so, daß der Einfluß von Induktivität und Kapazität möglichst verschwindet. Künstliche Kühlung erlaubt stärkere Belastung.

Über konstante Flüssigkeitswiderstände von der Ordnung 10^{11} Ω vgl. z. B. Behnken, Z. Phys. **3**, 48, 1920. — Auf Porzellan eingebrannte und dann unterteilte dünne Platinschichten (Kundt) bis 10^6 Ω. Erheblich höhere Widerstände (etwa 10^{10} Ω) erzielt man durch Bestäubung von Bernsteinstäben mit einer dünnen Platinschicht (Krüger). — Siliziumkarbidstäbchen, käuflich als Silitwiderstände; Widerstand sinkt bei hoher Spannung; z. B. Gewecke, ETZ **35**, 386, 1914. Die „Dralowidwiderstände" besitzen eine gute Konstanz.

Vgl. Skaupy u. Ewest, Z. techn. Phys. **1**, 167, 1920; Hofmann, ebd. **1**, 256, 1920; Lilienfeld u. Hofmann, ETZ **41**, 870, 1920.

Karbowidwiderstände bestehen aus dünnen ($1 \cdot 10^{-4}$ mm) Schichten von Glanzkohle, die auf Porzellanzylindern niedergeschlagen sind. Sie sind vollkommen spannungsunabhängig, und ihre Werte bleiben auch bei längerer starker Belastung unveränderlich. Ihr Temperaturkoeffizient beträgt $3\,^0/_{00}$/Grad. Die spezifische Belastbarkeit ist 0,2 bis 0,3 W/cm². Die Widerstände werden in Größen von 20 Ω bis über 100 MΩ und für Belastungen von 0,5 bis 200 W hergestellt.

Hartmann u. Dossmann, Z. techn. Phys. **9**, 434, 1928; Nottebrock, Ver. Geb. d. Nachrichtentechnik **2**, 143, 1932; Siemens-Druckschr. S. H. 4784; ATM Z 117—2.

Urdoxwiderstände bestehen aus Halbleitern (reinen Elektronenleitern) (bis 1934 Urandioxyd, von dann an Mg-Ti-Spinell), deren Widerstand von der Temperatur entsprechend der Formel $R = a \cdot e^{-b/T}$ abhängt. Dementsprechend gilt für den Temperaturkoeffizienten die Gleichung $\alpha = -b/T^2$; er sinkt von etwa 1 bis 2% bei 0° auf 0,2 bis 0,4% bei 400° C, der höchstzulässigen Verwendungstemperatur. Zum Schutze gegen Oxydation befinden sich die Widerstände in einem evakuierten oder mit einem indifferenten oder reduzierenden Gase gefüllten Glaskolben. Urdoxwiderstände werden hauptsächlich zur Unterdrückung von Einschaltüberströmen, zur zeitlichen Verzögerung von Schaltvorgängen und als Schutzwiderstand für Kondensatoren verwendet.

W. Meyer, Z. Phys. **85**, 278, 1933; Z. techn. Phys. **14**, 126, 1933; **16**, 355, 1935; ATM Z 117—3.

γ) Kleine Widerstände stellt man oft zweckmäßig durch Nebeneinanderschaltung größerer her. — 10 gleiche Widerstände R, die man beliebig neben- und hintereinander schalten kann, geben eine Auswahl von 94 verschiedenen Widerständen zwischen $10R$ und $R/10$.

S. auch einen Satz von Leitwerten bei Hausrath, Z. Instrkde. **27**, 305, 1907. (Aber nur möglich bei Büchsen ohne Potentialdrähte, s. oben.)

Kleine Abänderungen eines Widerstandes R werden am einfachsten durch Nebenschalten eines großen Widerstandes R' bewirkt. Dadurch entsteht der Gesamtwiderstand $\frac{RR'}{(R+R')}$ oder nahe $R\left(1-\frac{R}{R'}\right)$.

δ) Stöpselwiderstände. Die Widerstände sind hintereinander geschaltet, und zwar am besten so, daß zu jedem Messingklotz des Deckels von den nebeneinanderliegenden Widerständen getrennte Zuleitungen führen. Durch Stecken des Stöpsels wird der betreffende Widerstand kurz geschlossen. Die Stöpsel sind nur am Griffe anzufassen und vor Verletzung ihres Konus zu hüten. Sie werden mit etwas Drehung mäßig fest eingesetzt, häufig mit Leinwand und etwas Petroleum abgewischt und nur im äußersten Notfalle mit feinstem Schmirgelpapier abgerieben. Der Widerstand eines guten Stöpsels bleibt bei richtiger Behandlung unter $\frac{1}{10\,000}$ Ω und läßt sich durch Sorgfalt auf $\frac{1}{20\,000}$ Ω vermindern. Bei längerem Nichtgebrauch lockere man die Stöpsel. Bei genauen Messungen ist der Stöpselwiderstand zu berücksichtigen.

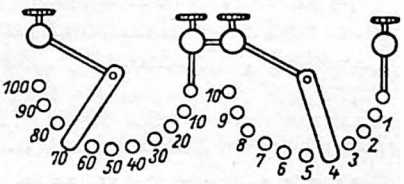


Abb. 5.
Schaltung von Kurbelwiderständen

ε) Kurbelwiderstände (Abb. 5) haben je zehn gleiche Stücke zwischen Knöpfen, auf denen Kurbelkontakte gleiten. Der Strom tritt am Knopfe Null ein und durch die Kurbel aus. Die Gleitkontakte sind mit ein wenig feinem Öl zu versehen. Die Kurbelwiderstände haben den Vorteil, daß man den Widerstand bei kontinuierlicher

Veränderung rasch einstellen kann und daß die Zahl der Kontaktwiderstände konstant ist.

ζ) Abzweigungen. Die Aufgabe, Ströme zu verzweigen, läßt sich häufig mit einem einzigen Widerstandssatz erfüllen, indem man die verschiedenen Leitungen an die geeigneten Metallklötze anlegt. Sehr zu empfehlen ist es, die Metallklötze mit Bohrungen zu versehen, in welche besondere Abzweigstöpsel eingesteckt werden können, die mit Klemmschrauben versehen sind.

η) Regelwiderstände. Ballastwiderstände zur Regelung der Stromstärke werden mittels Kurbel oder Gleitkontakt eingestellt. Als große Widerstände dienen auch Flüssigkeiten (z. B. Zinksulfatlösung) mit verstellbaren Elektroden. Bei Mannit-Borsäure-Lösungen mit KCl-Zusatz ist der Temperatureinfluß gering. — Bei starker Spannung eignen sich für grobe Regelung Glühlampen, zum Neben- und Hintereinanderschalten mit Stöpseln geordnet. — Von einer H_2-Hülle umgebene Eisenwiderstände regeln wegen ihres in hoher Temperatur großen Temperaturkoeffizienten bei passender Abgleichung auf eine Stromstärke, die jene Temperatur erzeugt, auch bei kleinen Spannungsschwankungen auf ziemlich konstanten Strom.

ϑ) Stromwärme. In $R\Omega$ entwickeln IA $0{,}24\,RI^2$ cal/s. Drähte von d mm Durchmesser würden ohne Wärmeabgabe sich durch IA etwa erwärmen um $0{,}4 \cdot \varrho'/(c\varrho) \cdot I^2/d^4$ Grad/s (ϱ' spez. Widerstand; c spez. Wärme; ϱ Dichte); also Kupfer um $0{,}008\,I^2/d^4$, Eisen um $0{,}06\,I^2/d^4$, Konstantan, Manganin, gutes Neusilber etwa um $0{,}15\,I^2/d^4$ Grad/s.

ι) Starkstromwiderstände. Wellbleche und netz- oder siebförmige Leiter sind wegen rascher Wärmeabgabe bei kleinen Dimensionen zweckmäßig, nötigenfalls mit Flüssigkeits- oder Luftkühlung. — Die Erwärmung (τ^0) freigespannter blanker Drähte oder Bleche vom Querschnitt q mm² und dem Umfang u mm durch den Dauerstrom IA läßt sich schätzen nach der Formel $\tau = I^2 \cdot C/(qu)$, wenn man für C einsetzt: bei Cu 0,35, Fe 2, Neusilber 6, Konstantan oder Manganin 10.

Ausführlicheres bei Teichmüller, Die Erwärmung elektrischer Leitungen. Stuttgart 1905; vgl. z. B. auch Ebeling, Ann. Phys. **27**, 391, 1908.

E. Herstellung leitender Verbindungen

a) Feste Verbindungen werden hergestellt α) durch Klemmschrauben. Die Sicherheit des Kontakts wird erhöht, wenn die Enden der Zuleitungen mit Kabelschuhen versehen sind,

β) durch Verlötung oder Verschweißung der Leitungen. Für das Hartlöten und Schweißen von Aluminium und seinen Legierungen werden empfohlen „Autogal", „Hydrogal", „Ferinit", „Lumiwold" und „Cupral".

Näheres darüber sowie über Weichlöten siehe Aluminium-Taschenbuch, Aluminiumzentrale. Berlin 1937: Schweißen S. 174ff., Löten S. 188f. u. Kammerer, Hauszeitschr. „Aluminium" S. 28, 1930, April u. S. 262, 1931, Juli/August.

b) Leicht lösbare Verbindungen werden hergestellt durch Kurbelkontakte, die ohne Schleiffedern nicht zuverlässig sind, durch federnde Stecker (Bananenstecker) oder durch Quecksilberkontakte. In diesem Falle müssen die beiden einander berührenden Metalle gut amalgamiert sein. Die Metallteile werden nach Abschmirgeln und Eintauchen in verdünnte Salpetersäure in Quecksilber

oder in eine angesäuerte Lösung von Merkuronitrat eingetaucht, mit Quecksilber eingerieben und dann mit Wasser abgespült. Eisen wird vor dem Amalgamieren heiß verzinnt. Frisch gereinigtes Platin wird durch Eintauchen in Quecksilber oder Natriumamalgam amalgamiert, sicherer durch kathodische Polarisation in Merkuronitratlösung.

c) Kommutator (Stromwender). Abb. 6 zeigt drei Vorrichtungen zur Umkehr der Stromrichtung in einem Stromkreise. Sie bestehen aus Quecksilbernäpfen (bei hohen Ansprüchen an Isolation in Paraffinplatten gebettet, sonst in Ebonit u. dgl.) in Verbindung mit Kupferbügeln (Enden gut amalgamiert, s. oben). Die Art der Stromzuführung und des Anschlusses des Stromkreises ist aus den Abbildungen ersichtlich. Bequem ist mitunter die Möglichkeit einer Stromunterbrechung mittels einer geeigneten Stellfeder. Neuerdings werden metallische Stromwender in vollkommenerer Ausführung hergestellt, die den Quecksilberstromwendern vorzuziehen sind.

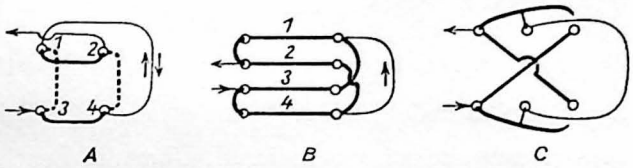


Abb. 6. Quecksilberstromwender

d) Umschalter. Um einen Strom auf verschiedene Zweige schalten zu können, gibt es verschiedene metallische Umschalter, bei denen aber Vorsicht wegen der Kontakte geboten ist. Aus der Pohlschen Wippe (Abb. 6C) erhält man einen Quecksilberumschalter für zwei Zweige, indem man die kreuzweisen Bügel herausnimmt, an den mittleren Näpfen den Strom, an den äußeren die beiden Zweige anschließt.

2. Strommeßgeräte

A. Galvanometer

a) Allgemeine Angaben. Galvanometer sind Instrumente zur Messung schwacher Ströme, meist wird die durch den Strom hervorgerufene Ablenkung eines beweglichen Systems mit Hilfe eines daran angebrachten Spiegels beobachtet (Spiegelgalvanometer).

Über Spiegelablesung (subjektiv und objektiv) und Reduktion der Skalenteile auf Bogen vgl. Bd. 1, S. 46, über Dämpfung und log. Dekrement siehe die Abschn. b, S. 12f. u. Bd. 1, S. 69.

Zur Vermeidung der Induktion durch Schwankungen des Erdfeldes und der Störfelder müssen bei der Führung der Zuleitungen zum Galvanometer Schleifen vermieden werden, die Zuleitungen sind daher möglichst nahe beieinander, wenn möglich verdrillt zu verlegen.

α) Galvanometerkonstante. Für Galvanometer mit beweglichem System (Nadel- und Drehspulgalvanometer) hängt der durch den Strom hervorgerufene Winkelausschlag φ in einfacher Weise mit den Konstanten des Instruments zusammen. Bei kleinem Winkel φ und konstantem Strom I ist

$$D\varphi = I \cdot q.$$

D ist die Direktionskraft (Bd. 1, S. 71), q die dynamische Galvanometerkonstante, d. h. das Drehmoment, das durch einen Strom von der Stärke 1 hervorgerufen wird (alle Größen sind in CGS-Einheiten auszudrücken), und φ der in absolutem Maß gemessene Winkel (Winkel $1 = 57{,}30^0$).

β) Reduktionsfaktor. Empfindlichkeit. Die Größe

$$C = \frac{D}{q} = \frac{I}{\varphi}$$

wird als Reduktionsfaktor des Galvanometers bezeichnet (Stromstärke für den Winkel 1). Bis zu Ausschlägen von einigen Graden pflegt der Strom nahe dem in Skalenteilen gemessenen Ausschlage e oder dem absolut gemessenen Ablenkungswinkel $\varphi = \frac{e}{2A}$ proportional zu sein (A = Skalenabstand), also

$$I = \mathfrak{C} \cdot e = C \cdot \varphi.$$

Der Reduktionsfehler $\mathfrak{C} = \frac{C}{2A}$ ändert sich also bei wechselndem Skalenabstande A diesem umgekehrt proportional. Über die Bestimmung von $\mathfrak{C}$ s. S. 44.

Für größere, der Stromstärke nicht mehr proportionale Ausschläge zeichnet man eine die Abhängigkeit des Ausschlags von derselben darstellende Kurve, der man die Korrektion entnimmt.

Der besseren Anschaulichkeit wegen wird die (konventionelle) Stromempfindlichkeit $E_S = \frac{1}{C}$ als der in auf Bogen reduzierten Skalenteilen (z. B. mm) gemessene Ausschlag bezeichnet, der bei einem Skalenabstand von 1000 Skalenteilen durch einen Strom von 1 μA (10^{-6} A) hervorgerufen wird. Ein Skalenteil entspricht dann 0,0286°. Über Spannungs- und ballistische Empfindlichkeit s. S. 15 u. 19.

Die durch den Winkelausschlag ausgedrückte Empfindlichkeit ist aber nicht allein maßgebend für die mit dem Galvanometer erreichbare Genauigkeit. Diese hängt vielmehr noch wesentlich ab von der Sicherheit des Nullpunkts bei nicht abgelenktem System (Abschn. c, S. 16). Man verwendet deshalb besser weniger empfindliche Instrumente und vergrößert den Ausschlag durch besondere Mittel (S. 17).

b) Bewegungsvorgänge gedämpft schwingender Systeme. Die Schwingungen werden als so klein vorausgesetzt, daß das rücktreibende Drehmoment dem Ausschlage und das dämpfende Drehmoment der Winkelgeschwindigkeit $u = \frac{d\varphi}{dt}$ proportional gesetzt werden kann.

Es sei:

J das Trägheitsmoment des schwingenden Systems.

D die Richtkraft, d. h. das Drehmoment für den Winkel 1.

p die Dämpfungskonstante, d. h. der Faktor, dessen Produkt mit der Winkelgeschwindigkeit das die Bewegung hemmende Drehmoment ergibt.

α Dämpfungsgrad $= \frac{p}{2\sqrt{J \cdot D}}$.

u_0 die Winkelgeschwindigkeit in der Ruhelage zur Zeit $t = 0$.

u_1 desgl. zur Zeit $t = \frac{\tau}{2}$ nach dem ersten Ausschlag.

α der Ausschlag, der ohne Dämpfung darauf erfolgen würde.

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots$ Ausschläge, die mit Dämpfung im einen und anderen Sinn erfolgen zur Zeit $t_1, t_2 \ldots$

$k = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} = \frac{\alpha_2}{\alpha_4}$ das Dämpfungsverhältnis.

$\lambda = \log k$ das Briggssche logarithmische Dekrement, also $k = 10^{\lambda}$.

$\Lambda = \ln k = 2{,}3026\,\lambda$ (Tab. 16) das natürliche logarithmische Dekrement (für schwache Dämpfung $= k - 1$); also $k = e^{\Lambda}$.

T die (ganze) Schwingungsdauer ohne Dämpfung (Gl. 5).

τ die Schwingungsdauer mit Dämpfung.

t_1 der Zeitpunkt der ersten Umkehr $\left(\frac{d\varphi}{dt} = 0\right)$.

Nach den Gesetzen der Mechanik ist, wenn kein Strom durch das Galvanometer fließt,

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = p\frac{d\varphi}{dt} + D\varphi = 0. \tag{1}$$

Ist Strom vorhanden, so kommt zu den Drehmomenten der Reibung und der Richtkraft noch dasjenige des Stromes I hinzu, so daß dann auf der rechten Seite von (1) Iq statt 0 zu setzen ist, wo $q = HF$ (Feldstärke · Spulenfläche) ist.

Wird zur Abkürzung gesetzt

$$\sqrt{4JD - p^2} = \gamma, \tag{2}$$

so ergeben sich aus (1) folgende zusammengehörigen Werte, bei denen noch die Gleichungen

$$\sin \operatorname{arc\,tg} x = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad \text{und} \quad \mathfrak{Arc\,Tg}\, x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$$

zu beachten sind:

1	2	3	4	5
$\frac{p}{2\sqrt{JD}}$	φ	t_1	α_1	Schwingungen
0	$u_0\sqrt{\frac{J}{D}}\sin\sqrt{\frac{D}{J}}\cdot t$	$T/4$	$\alpha = \frac{u_0 T}{2\pi}$	ungedämpft
<1	$\frac{2Ju_0}{\gamma}\cdot e^{\frac{-pt}{2J}}\cdot\sin\frac{\gamma t}{2J}$	$\frac{\tau}{2\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{2\pi}{\Lambda}$	$\alpha e^{-\frac{\Lambda}{2\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{2\pi}{\Lambda}}$	gedämpft
$=1$	$u_0 t e^{-\sqrt{\frac{D}{J}}t}$	$\frac{T}{2\pi}$	αe^{-1}	Grenzfall
>1	$\frac{2Ju_0}{i\gamma}e^{-\frac{pt}{2J}}\operatorname{Sin}\frac{\gamma t i}{2J}$	$\frac{2J}{\gamma i}\mathfrak{Arc\,Tg}\frac{\gamma i}{p}$	$\alpha e^{-\frac{p}{i\gamma}\mathfrak{Arc\,Tg}\frac{i\gamma}{p}}$	aperiodisch

ferner $$k = e^{2\pi p/\gamma} \text{ und } \Lambda = \ln k = \frac{2\pi p}{\gamma} = \frac{p\tau}{2J} \tag{3}$$

und $$u_1 = u_0 e^{-\frac{\pi p}{\gamma}} = \frac{u_0}{\sqrt{k}} \tag{4}$$

und $$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}};\quad \tau = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{p^2}{4JD}}} = T\sqrt{1+\left(\frac{\Lambda}{2\pi}\right)^2}. \tag{5}$$

Für schwache Dämpfung kann man schreiben, da π^2 nahe $= 10$ und $\Lambda = k - 1$ ist,

$$\tau = T\left[1 + \tfrac{1}{80}(k-1)^2\right]. \tag{6}$$

Die vorstehenden Gleichungen gelten nur, solange das Drehmoment der Richtkraft D dem Ablenkungswinkel φ proportional, also $= D\varphi$ ist. Dies ist bei ballistischem Ausschlag, außer für kleine Winkel, erfüllt für reine Torsionskraft (Drehspulgalvanometer), während allgemein das Drehmoment $= D \sin \varphi$, wenn die Richtkraft durch ein magnetisches Feld oder durch bifilare Aufhängung gegeben ist. Dann gilt also im ungedämpften Zustand, $p = 0$, Gl. (1): $J \frac{du}{dt} = -D \sin \varphi$. Aus dieser Gleichung folgt $\frac{u_0^2}{2} = \frac{2D}{J} \cdot \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2}\right)$.

Wegen der Bestimmung der Ruhelage und des Dämpfungsverhältnisses k vgl. Bd. 1, S. 69 u. 70. In Tab. 16 ist der Kehrwert des in Tab. S. 13, Spalte 4 angegebenen Faktors von α, bei dem aber $e^{\frac{\Lambda}{2\pi}}$ durch $k^{\frac{1}{2\pi}}$ ersetzt ist, sowie der Faktor von T in Gl. (5) für verschiedene Werte von k bzw. Λ oder λ angegeben. Über die Bestimmung von τ s. Bd. 1, S. 70, daraus T mittels Gl. (5).

Man kann also aus dem ballistischen Ausschlag, wenn das Dämpfungsverhältnis bekannt ist, nach Tab. S. 13, Spalte 4 die Anfangsgeschwindigkeit u_0, die z. B. durch einen Stromstoß hervorgerufen wird, bestimmen (S. 83, Abschn. I).

Der zu $\frac{2\pi}{\Lambda}$ als arc tg $\left(\frac{2\pi}{\Lambda}\right)$ in Bogengeraden entnommene Winkel ist durch $\frac{180}{\pi} = 57{,}30$ dividiert in die Formel einzusetzen (absoluter Winkel Bd. 1, S. 3). Der Reziprokwert des in Tab. S. 13, Spalte 4 stehenden Faktors (siehe α_1 für $a < 1$) ist für schwache Dämpfung $k^{\frac{1}{4}} = e^{\frac{\Lambda}{4}}$; bis $k = 4$, d. h. bis $\lambda = 0{,}6$ oder $\Lambda = 1{,}4$ ist er hinreichend genau $= 1 + 0{,}580\,\lambda$; für sehr starke Dämpfung, wo $\operatorname{arctg}\left(\frac{2\pi}{\Lambda}\right) = \frac{2\pi}{\Lambda}$ wird, nähert er sich der Zahl $e = 2{,}718$, vgl. Tab. S. 13, Spalte 3 für $a = 1$.

Für den Grenzzustand ($a = 1$ bzw. $p = 2\sqrt{J\,D}$) kann durch Einführung von T in Tab. S. 13, Spalte 2 geschrieben werden $\varphi = u_0 t e^{-2\pi \frac{t}{T}}$. Indem man $\vartheta = t - \frac{T}{2\pi}$ setzt, erhält man als Bruchteil des ballistischen Ausschlags α_1 nach der Zeit ϑ:

$$\frac{\varphi}{\alpha_1} = \left(1 + 2\pi \frac{\vartheta}{T}\right) e^{-2\pi \frac{\vartheta}{T}}.$$

Beispielsweise ist für

$$\frac{\vartheta}{T} = 1{,}05 \quad 1{,}45 \quad 1{,}85$$

$$\frac{\varphi}{\alpha_1} = \frac{1}{100} \quad \frac{1}{1000} \quad \frac{1}{10000}.$$

Dem Grenzzustand entspricht die möglichst rasche Beruhigung.

Diesselhorst, Ann. Phys. **9**, 458, 1902.

Für den Fall der aperiodischen Bewegung erhält man den Ausschlag φ als Bruchteil des ballistischen (α_1). Führt man noch $b = \frac{p}{2J}$, $\eta = \frac{\sqrt{p^2 - 4JD}}{2J}$ und $\vartheta = t - t_1$ ein, wo $t_1 = \frac{1}{2\eta} \ln \frac{b+\eta}{b-\eta}$ ist, so ergibt sich

$$\frac{\varphi}{\alpha_1} = \frac{1}{\eta} e^{-b\vartheta} \{ b \operatorname{Sin} \eta\vartheta + \eta \operatorname{Cos} \eta\vartheta \}. \tag{9}$$

Für sehr starke Dämpfung wird b sehr nahe $= \eta$ und $b - \eta = \frac{D}{p}$, somit

$$\frac{\varphi}{\alpha_1} = e^{-(b-\eta)\vartheta} = e^{-\frac{D\vartheta}{p}}. \tag{10}$$

Je kleiner der Faktor von ϑ, desto träger kriecht das Instrument. Anwendung auf Drehspulen s. Abschn. g, S. 21.

Der ballistische Ausschlag wird für sehr große Dämpfung aus Tab. S. 13, Spalte 4 $\alpha_1 = \frac{u_0 T}{2\pi} \sqrt{\frac{JD}{p^2}}$ oder, wenn T aus Gl. (5) eingesetzt wird,

$$\alpha_1 = \frac{u_0 J}{p}. \tag{11}$$

Andere Arten von Bewegungsvorgängen auch bei Stromdurchgang vgl. Zöllich, Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **1**, 24, 1922; **2**, 378, 1922 u. Jaeger, Elektrische Meßtechnik. Leipzig 1928.

Dämpfung. Die Dämpfungskonstante p setzt sich zusammen aus der durch die Luft-, Rahmendämpfung (vgl. auch Abschn. ε 2, S. 20) u. dgl. bewirkten (p') und der elektrodynamischen Dämpfung infolge des durch die Drehung induzierten Stroms. Nach dem Induktionsgesetz ist qu die durch die Winkelgeschwindigkeit u erzeugte EMK und $\frac{qu}{R}$ der Strom, wenn R den Widerstand des Schließungskreises bedeutet (in absolutem Maß). Von diesem stammt das dämpfende Drehmoment, das somit die Größe $q \cdot \frac{qu}{R} = u \cdot \frac{q^2}{R}$ hat. Demnach ist (s. Gl. (3))

$$p = p' + \frac{q^2}{R} = \frac{2J\Lambda}{\tau}. \tag{12}$$

Bei den Nadelgalvanometern ist im allgemeinen die elektrodynamische Dämpfung sehr klein, während sie bei den Drehspulgalvanometern überwiegt.

Dämpfung für verschiedene Widerstände. Nach Gl. (3) ist Λ und somit auch λ proportional p, also auch $\Lambda - \Lambda'$ proportional $p - p'$ oder umgekehrt proportional R (Gl. 12), wenn Λ' die Dämpfung im offenen Kreis bedeutet. Hat das Galvanometer den Widerstand R_g, so ist

$$(\Lambda_0 - \Lambda') : (\Lambda_1 - \Lambda') : (\Lambda_2 - \Lambda') = \frac{1}{R_g} : \frac{1}{R_g + R_1} : \frac{1}{R_g + R_2}, \tag{13}$$

wenn Λ_0 das Dekrement bei kurzgeschlossenem Galvanometer bedeutet, Λ_1 bei einem äußeren Widerstand R_1, Λ_2 bei dem Widerstand R_2. Hiernach kann man das für einen Widerstand berechnete Dekrement auf einen anderen Widerstand umrechnen. Die Gleichungen gelten ebenso für λ. Wenn λ beträchtlich ist, so hat man eine Korrektion anzubringen, nämlich von jedem beobachteten λ abzuziehen $\frac{1}{4}\lambda^3$.

Kohlrausch, Pogg. Ann. **142**, 430, 1871; Hofmann, ATM 1932, J 014—1.

Grenzen der Empfindlichkeit und des Leistungsverbrauchs spannungsempfindlicher Meßgeräte. Die zur Erzeugung des Ausschlags erforderliche Arbeit, die vom Meßkreise geleistet werden muß, ist proportional dem Einstellmoment D in gcm und dem Quadrate des Ausschlags φ im Bogenmaß. Die elektrische Arbeit, die hierbei verbraucht wird, ist proportional dem Quadrat des das Gerät durchfließenden Stromes i_g, der Summe der Widerstände des Meßkreises R_a und des Geräts R_g und der Einstellzeit t_b. Diese Arbeit kann nie ganz auf die Einstellung verwendet werden. Es ist deshalb $i^2(R_g + R_a)t_b \geqq 0{,}1962 \cdot 10^{-3} D\varphi^2$ Wattsekunden (allgemeiner Fall). Bei gegebenen Werten von i_g, $(R_g + R_a)$, D und φ kann der hieraus folgende Wert von t_b nie unterschritten werden. Eine andere Grenze für t_b ist durch die Beziehung $t_b \geqq 3{,}8\sqrt{J/D}$ gegeben. Beide Beziehungen bestehen gleichzeitig und verschärfen einander.

Merz, VDE-Fachberichte 11, 57, 1939.

c) Natürliche Grenze der Leistungsfähigkeit eines Galvanometers. Für die Brauchbarkeit eines Galvanometers ist auch die Ruhe des beweglichen Systems maßgebend (Abschn. a, β, S. 12). Wenn auch die mechanischen Erschütterungen in weitgehendem Maße beseitigt werden können (s. unten), so bleibt bei sehr empfindlichen Instrumenten doch noch eine gewisse Unruhe des Systems zurück, welche auf der Brownschen Molekularbewegung der umgebenden Luft beruht und auch im evakuierten Zustand noch vorhanden ist. Ebenso wird auch die nicht völlig konstante Gleichgewichtslage des Aufhängefadens für die Unruhe verantwortlich gemacht. Ferner entstehen Störungen von der gleichen Größenordnung durch restliche spontane Stromschwankungen, welche rein statistischen Charakter haben.

Für ein aperiodisch gedämpftes Galvanometer von der Direktionskraft D, der Schwingungsdauer τ und dem Widerstand R im Stromkreis ist bei 18° C die mittlere Schwankung des Ausschlags mindestens

$$\sqrt{\overline{e^2}} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{D}} \text{ mm auf 1 mm Skalenabstand,}$$

die mittlere Stromschwankung

$$\sqrt{\overline{I^2}} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{R\tau}} \text{A.}$$

Hier liegt also auch die natürliche Grenze für die Ablesbarkeit eines Ausschlags oder einer Stromstärke. Bei Nadelgalvanometern mit sehr kleiner Direktionskraft wird man daher durch gute Optik, Thermorelais u. dgl. viel weniger die Leistungsfähigkeit steigern können, als bei Systemen größerer Direktionskraft.

Einthoven, Physica 5, 538, 1925; Ising, Phil. Mag. 1, 827, 1926; Zernike, Z. Phys. 40, 628, 1926; Gans, Schrift. d. Königsb. Gelehrten Ges., Naturw. Kl. 7, 177, 1930.

d) Erschütterungsfreie Aufstellung. Für die Beseitigung der mechanischen Erschütterungen sind verschiedene Vorrichtungen im Gebrauch, von denen einige im wesentlichen die horizontalen, andere auch die vertikalen Schwankungen beseitigen. In manchen Fällen (Vibrationsgalvanometer) genügt es, das Instrument auf Tennisbälle oder einen aufgepumpten Luftschlauch zu stellen, eventuell in Verbindung mit Luftpolstern. Vollkommener ist die Juliussche Aufhängung, ein Trägerstativ, das an drei gleichen Stahldrähten oder Federn hängt. In die Mitte zwischen den Aufhängepunkten soll vermöge einer

verstellbaren Bodenplatte die besonders zu schützende Stelle und mittels Laufgewichte der Schwerpunkt des Ganzen gebracht werden. Schwingungen werden durch Flüssigkeitsdämpfer (S. 20) oder lose Watte beruhigt.

Über Modifikationen, Einzelheiten und Gesichtspunkte, welche die Zentrierung betreffen, vgl. Julius, Wied. Ann. **56**, 151, 1895; Z. Instrkde. **16**, 267, 1896; Ann. Phys. **18**, 206, 1905; White, ebd. **22**, 195, 1907; Johnsrud, J. opt. Soc. Am. **10**, 609, 1925; Carman, ebd. **6**, 694, 1922. Eine Abart der Juliusschen Anordnung, bei der das Trägerstativ nicht aufgehängt, sondern mittels dreier Stabstützen aufgestellt wird, bei R. Müller, Ann. Phys. **1**, 614, 1929.

Auch die Aufstellung auf einem Quecksilberbad ist zur Vermeidung von Erschütterungen vorgeschlagen worden. Einthoven, Wied. Ann. **65**, 161, 1895; Michelson u. Morley, Am. J. Sci. (3) **34**, 333, 1887.

Für die gleichzeitige Beseitigung der horizontalen und vertikalen Erschütterungen (z. B. für Flüssigkeitsspiegel) sind von Gehrcke u. Voigt verschiedene Anordnungen angegeben worden, die aus einer Vereinigung von Luftpolstern und Schlingertanks bestehen: Z. techn. Phys. **12**, 684, 1931; **13**, 387, 1932; daselbst auch Literatur; Gorton, Bull. Lab. Rec. **17**, 195, 1939.

e) Vergrößerung des Ausschlags. Wenn das bewegliche System keine Schwankungen durch Erschütterungen usw. zeigt, so kann bei Ausschlaginstrumenten die Empfindlichkeit durch optische und andere Methoden vergrößert werden. Man bringt die Ableseskala in möglichst große Entfernung und verwendet starke Vergrößerung (bei subjektiver Ablesung) oder benutzt mehrmalige Spiegelung des abgelenkten Lichtstrahls (Autokollimation). Zu dem gleichen Zweck dient das Thermorelais von Moll und Burger. Dies ist ein Vakuumthermoelement Konstantan-Manganin-Konstantan. Auf die Mitte des Manganins fällt in der Ruhelage der vom Spiegel reflektierte Lichtstrahl, so daß sich die Thermokräfte aufheben. Seitliche Verschiebung des Strahls gibt eine Thermokraft im einen oder anderen Sinn, die mit einem zweiten Galvanometer beobachtet wird.

Moll u. Burger, Z. Phys. **34**, 109, 1925; Zernike, ebd. **40**, 628, 1926. Vergrößerung des Ausschlags durch Photozelle: Bergmann, Z. techn. Phys. **13**, 668, 1934; Barnes u. Matossi, Z. Phys. **76**, 24, 1932; durch Bolometer: v. Steinwehr Z. Instrkde. **28**, 208, 1928; durch Luftstromrelais: Sell, Z. techn. Phys. **13**, 320, 1932; durch Elektrolytverstärker: Sewig u. Appuhn, ebd. **15**, 668, 1934.

Alle Verfahren zur Verstärkung eines Galvanometerausschlags können nach Schützler auch in Verbindung mit der Lindeck-Rothe-Schaltung wie bei der in Abb. 7 dargestellten Anordnung für den Bolometerverstärker zur Konstruktion selbstkompensierender Spannungsverstärker benutzt werden, bei der die Abkühlung eines oder zweier Brückenzweige mit Hilfe des Galvanometers G so lange verändert wird, bis der durch dasselbe fließende Strom verschwunden und damit die Spannung am Widerstande R_n gleich der zu messenden Spannung u_x geworden ist. Der am Strommesser A abgelesene Strom I multipliziert mit R_n ist dann gleich $u_x : I = u_x/R_n$. Dieses Verfahren bietet außerdem den Vorteil einer praktisch leistungslosen Spannungsmessung. Abb. 8 zeigt die Abänderung

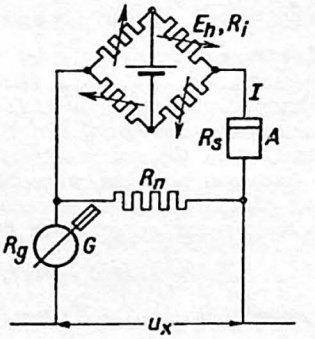


Abb. 7.
Selbstkompensierender Spannungsverstärker

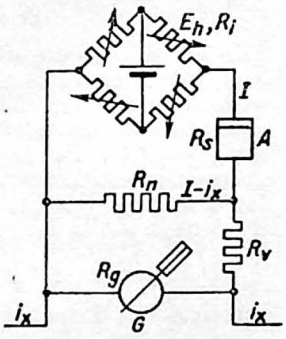


Abb. 8.
Selbstkompensierender Stromverstärker

der Schaltung zur Messung von Stromstärken. In diesem Falle ist die Kompensation dann erreicht, wenn $(I - i_x) R_n = i_x R_v$ geworden ist, weil dann kein Strom mehr im Galvanometer fließt.

$$I = \frac{i_x (R_v + R_n)}{R_n}.$$

Verstärker mit Kompensationsschaltung: Schützler, Meßtechn. 5, 275, 1929; Sell, Z. techn. Phys. 15, 112, 1934. Sechsspulenverstärker: Geyger, Arch. Elektrot. 30, 33, 1936. Audionverstärker: Brandenburger, Siemens-Z. 15, 467, 1935. Photoelektr. Verstärker: Gilbert, J. sci. Instr. 7, 41, 1936. Theorie der selbstkompensierenden Gleichstromverstärker mit direkt wirkender mechanischer Steuerung: Merz, Arch. Elektrot. 31, 1, 1937.

f) Nadelgalvanometer. α) Allgemeine Angaben. Die früher ausschließlich benutzten Nadelgalvanometer sind jetzt infolge der starken Störfelder durch elektrische Bahnen usw., besonders in Großstädten, fast völlig durch die Spulengalvanometer verdrängt worden, welche von äußeren Feldern so gut wie unabhängig sind. Indessen sind die Nadelgalvanometer auch jetzt noch wegen ihrer großen Empfindlichkeit sowie für ballistische Messungen usw. nicht ganz zu entbehren. Auch besitzt man jetzt Nadelgalvanometer, die in weitgehendem Maße gegen äußere Einflüsse geschützt sind.

In Galvanometerteilen, die einer Magnetnadel sehr nahe liegen, kann schon ein geringerer Eisengehalt erheblich dadurch stören, daß die Ruhelage inkonstant oder der Ausschlag nach beiden Seiten ungleich wird. Äußerliche Spuren von Eisen werden durch Behandeln mit heißer Schwefelsäure beseitigt, die man nachher mit heißem Wasser abspült. Auch Lacke sowie Hartkautschuk und selbst Pigmente von Umspinnungen können durch Magnetismus stören.

Die dynamische Galvanometerkonstante (S. 11, Abschn. α) ist beim Nadelgalvanometer $q = GM$, wenn M das magnetische Moment der Nadeln, G die sog. „Galvanometerfunktion" bedeutet, d. h. dasjenige Drehmoment, das auf eine Nadel vom Moment 1 wirkt, wenn die Spule vom Strom 1 (= 10 A) durchflossen wird, bzw. das magnetische Feld (Horizontalkomponente) der Spule für den Strom 1 am Ort des Magnets. Die dem Reduktionsfaktor C (S. 12, Abschn. a, β) reziproke Stromempfindlichkeit ist daher

$$\frac{1}{C} = \frac{GM}{D} = \frac{r^2}{4\pi^2} \cdot \frac{GM}{J}. \tag{14}$$

Die Dauer der ungedämpften Schwingung ist umgekehrt proportional der Wurzel aus der Richtkraft D [S. 13, Gl. (5)], und für nicht astasierte Galvanometer mit verschwindendem Fadeneinfluß ist $D = MH$, wenn H die Horizontalintensität des ohne Strom vorhandenen magnetischen Richtfeldes bedeutet. In diesem Fall ist $C = H/G$. Bei astasierten Galvanometern ist das die Richtkraft bedingende magnetische Moment dagegen von M verschieden (s. unten). Die Feldstärke H ist diejenige des Erdmagnetismus oder eines magnetischen Richtfeldes. Wenn die Fadentorsion in Betracht kommt, so ist statt D zu setzen

$$D(1 + \Theta), \tag{15}$$

worin Θ das Torsionsverhältnis des Fadens bezeichnet (S. 74).

Um zur Erreichung großer Empfindlichkeit den Wert von G möglichst groß zu machen, müssen die Windungen nahe an die Nadel herangebracht werden, wodurch kleine Nadelsysteme bedingt sind. Mit der Anzahl der Windungen wächst G ebenfalls, aber auch der Widerstand, so daß dann die Spannungsempfindlichkeit verringert wird. In den meisten Anwendungsgebieten der Galvanometer ist aber eine große Spannungsempfindlichkeit erwünscht, zum Teil auch ein kleiner Widerstand. Wie Gl. (14) zeigt, steigt die Empfindlichkeit für dasselbe Galvanometer mit dem

Quadrat der Schwingungsdauer τ, die man durch Astasierung und Verkleinerung der Feldstärke H erhöhen kann. Doch soll die Schwingungsdauer im Interesse einer kurzen Einstellungsdauer des Ausschlags nicht zu groß sein.

β) Normalempfindlichkeit. Wenn der Wicklungsraum einer Spule durch dünneren Draht ausgefüllt wird, so wächst der Widerstand mit dem Quadrat der Windungszahl, da die Drahtlänge größer und der Querschnitt im selben Maße kleiner wird (nur angenähert wegen des von der Bespinnung beanspruchten Raums); G aber wächst proportional der Windungszahl. Bezeichnet also g die Galvanometerfunktion für 1 Ω Widerstand bei gleichem Wicklungsraum, so ist $G = g\sqrt{R}$ für den Widerstand R. Als Normalempfindlichkeit gilt nun der Ausschlag e_0 in Skalenteilen bei 1000 Skt. Abstand der Skala vom Spiegel für 1 μA (= 10^{-7} elektromagnetische CGS), wenn der Spulenwiderstand 1 Ω und die Schwingungsdauer $\tau = 10$ s beträgt. Hat nun ein Nadelgalvanometer den Widerstand R, die Schwingungsdauer τ, den Skalenabstand A bei einer Stromempfindlichkeit e Skt./10^{-6}A, so ist

$$e_0 = \frac{e}{\sqrt{R}} \cdot \frac{100}{\tau^2} \cdot \frac{1000}{A}. \tag{16}$$

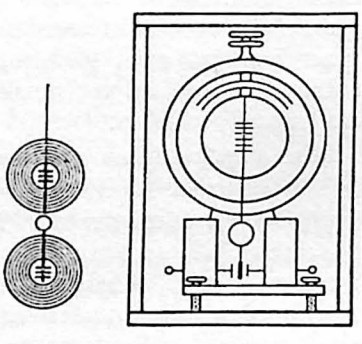
du Bois u. Rubens, Ann. Phys. **2**, 91, 1900.

Die Spannungsempfindlichkeit ist analog der Stromempfindlichkeit definiert; an Stelle des Mikroampere ist das Mikrovolt zu setzen, wobei die an den Klemmen der Galvanometer liegende Spannung maßgebend ist.

γ) Günstigster Widerstand. Die größte Empfindlichkeit für ein gegebenes Nadelgalvanometer erhält man, wenn der Spulenwiderstand dem Widerstand der Meßanordnung (z. B. Wheatstonesche Brücke) gleich gemacht wird.

δ) Verschiedene Formen von Nadelgalvanometern (Abb. 9). Die Forderung, M/I und also die Stromempfindlichkeit möglichst groß zu machen, wird durch lange Magnete schlecht erfüllt. Sehr wesentlich vergrößert wird das Verhältnis M/I durch Anwendung mehrerer kleiner Magnete (Thomson, Abb. 9 A und B). Bei Unterteilung eines Magneten in n kurze Magnete, also gleiche Masse und gleiches M, wächst M/I um das n^2-fache, also bei Abb. 9 B um das 36fache.

Die Magnete werden am besten aus Magnetstahl (Wolfram-, Kobaltstahl) gefertigt, der sich durch eine große Koerzitivkraft auszeichnet (Tab. 54).



A B

Abb. 9.
Formen von Nadelgalvanometern

ε) Aufhängung der beweglichen Systeme und Dämpfung. 1. Aufhängung. Hierzu können Seidenfäden benutzt werden, die von einem in heißem Wasser aufgeweichten Kokon abgespult werden. Zur Aufhängung leichter Systeme verwendet man mit Schellack axial angekittete Quarzfäden, die bei großer Tragfähigkeit (etwa wie Stahl) keine elastische Nachwirkung zeigen. Sie werden nach Boys hergestellt, indem ein Quarzstäbchen, das mittels Kitt oder einer Klammer an einen mit einer Nadelspitze versehenen Pfeil befestigt ist, in seiner Mitte im Knallgasgebläse geschmolzen wird, und dann der Pfeil von einer Armbrust aus größerer Entfernung in ein Brett abgeschossen wird, wobei die hintere Hälfte des Stäbchens festgehalten wird. Die sehr gut isolierenden nicht hygroskopischen Fäden werden durch Versilberung (Himstedt) oder Anfeuchtung mit einer nicht trocknenden Lösung (Dolezalek) leitend gemacht.

Boys, Phil. Mag. (5) **45**, 489, 1887.

Die Tragkraft der Fäden wächst proportional dem Querschnitt, die Richtkraft proportional dem Quadrat desselben.

2. Dämpfung. Bei den Nadelgalvanometern ist die Dämpfung durch den Schließungskreis (S. 15) meist gering; es wird dann Luft- oder Wirbelstrombremsung benutzt. Schwingungen um eine Achse dämpft man durch einen Flügel, bestehend aus dünnem Blech oder aus einem mit Seidenpapier bespannten Rähmchen o. dgl., in einem Gefäß mit Flüssigkeit oder Luft. Die Wirksamkeit wird vermehrt, wenn man (Abb. 10) das für Luftdämpfung mit Deckel versehene Gefäß durch feste Flügel, die von den Wänden bis in die Nähe der Achse gehen, in Kammern abteilt. Genügen kleine Ausschläge, so nähert man einer mit der Achse verbundenen vertikalen Scheibe eine oder zwei feste Flächen (Abb. 9 *B*).

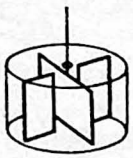


Abb. 10. Luftdämpfung bei Nadelgalvanometern

Elektromagnetische oder Wirbelstromdämpfung liefert eine Stück Kupfer (oder Kreisscheibe) an der Achse, dem man einen Magnet unterlegt oder noch besser die Pole eines Hufeisenmagnets von zwei Seiten nähert. Durch Verschiebung des Magnets bzw. bei Anwendung eines Elektromagnets durch Änderung der Erregerstromstärke kann die Bremsung reguliert werden.

ζ) Astatische Nadelsysteme. Wenn man einen drehbaren Magneten von außen astasiert, d. h. das Erdfeld durch einen festen Magneten schwächt, so wird die Schwingungsdauer und damit die Empfindlichkeit vergrößert [s. Gl. (14)]. Dies Verfahren kann nur dann angewendet werden, wenn keine Störungen durch elektrische Bahnen u. dgl. vorhanden sind, weil deren Wirkungen dabei gleichfalls verstärkt werden. Man wendet dann die innere Astasierung an, d. h. man benutzt zwei gleiche, entgegengesetzt gerichtete Magnete, die an demselben Träger fest verbunden sind. Dabei kann die Anordnung gemäß Abb. 9 *A* angewandt werden.

Ein empfindliches astatisches Galvanometer (Thomsonsches genannt) ist von du Bois u. Rubens eingehend beschrieben worden (Wied. Ann. **48**, 236, 1893).

η) Galvanometer mit Beseitigung der äußeren Störfelder. 1. Astatisches Galvanometer von Nernst-Jaeger. Die bei den astatischen Nadelsystemen noch übrigbleibenden Störungen rühren daher, daß die Momente der beiden entgegengesetzt gerichteten Systeme nicht völlig gleich sind und daß die beiden Systeme noch einen kleinen Winkel miteinander bilden, so daß als Resultante ein kleiner Magnet übrigbleibt, der irgendeinen Winkel zur Richtung der astatischen Systeme bildet und von dem Erdfeld wie auch von den Störfeldern beeinflußt wird. Die Wirkung dieses Restmagneten kann mittels zweier kleiner Hilfsmagnetchen beseitigt werden, die in zwei zueinander senkrechten vertikalen Ebenen drehbar angeordnet sind. Dieses Prinzip ist bei einem Galvanometer nach Abb. 9 *A* angewandt worden.

Nernst u. Jaeger, Z. Instrkde. **44**, 80, 1924; **45**, 19, 1925. Störend ist mitunter die Inhomogenität der Störfelder in der Vertikalen.

2. Kugelpanzergalvanometer. Bei dem Kugelpanzergalvanometer von Du Bois und Rubens (Abb. 9 *B*) wird ein nicht astatisches System kleiner Magnete in mehrere Panzer (zwei kugelförmige und einen zylindrischen) aus weichem Eisen (von möglichst kleiner Anfangspermeabilität, z. B. Permalloy) eingeschlossen, so daß das äußere Feld, also auch das Störfeld, auf einen sehr

kleinen Teil (etwa $\frac{1}{1000}$) geschwächt wird. Das System ist an einem kurzen, sehr feinen Quarzfaden möglichst zentral befestigt und mit Luftdämpfung (Abb. 9 *B*) versehen. Zwischen dem inneren und äußeren Panzer befindet sich der Richtmagnet (Doppelmagnet, dessen Moment durch Verdrehen der Einzelmagnete verändert werden kann), durch den ein künstliches Richtfeld erzeugt wird, gegen welches das äußere Feld sehr zurücktritt. Man muß sich sehr hüten, die Panzer mit einem Magnet zu berühren. Über Entmagnetisierung s. S. 96. Die Normalempfindlichkeit beträgt beim schweren Gehänge (300 mg) 160, beim leichten (16 mg), schwerer zu handhabenden, etwa 1000.

du Bois u. Rubens, Ann. Phys. **2**, 84, 1900; Z. Instrkde. **20**, 65, 1900.

g) Drehspulgalvanometer. Eine Stromspule hängt, die Windungsebene parallel zu den Kraftlinien, zwischen den Polen eines Stahl- oder Elektromagnets (Abb. 11). Die Aufhängung und eine untere Leitung (meist Spirale) dienen als Stromzuführung.

Die Schwingungen werden gedämpft durch die in der Spule oder zugleich in einem Metallrahmen bei der Bewegung induzierten Ströme. Von äußeren magnetischen Störungen sind die Instrumente fast unabhängig, auch wenn sie von Strom durchflossen sind. Aber auch hier müssen die Zuleitungen zum Galvanometer bei vorhandenen Störfeldern nahe aneinandergelegt oder verdrillt sein. Von der Vertikalstellung wird der Ausschlag beeinflußt.

Fehler können aus einer nicht zuverlässigen Klemmung und aus elastischer Nachwirkung des Aufhängedrahtes entstehen. Die bisher verfügbaren nachwirkungsfreien Drähte leiden unter dem Nachteil geringerer Leitfähigkeit. Da die untere Zuleitung wenig zur Direktionskraft beiträgt, kann für sie besser leitendes Material verwendet werden. Für Nullmethoden ist die Nachwirkung nur von geringem Einfluß.

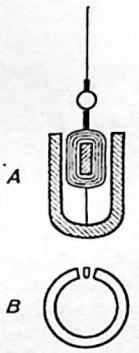


Abb. 11. Drehspulgalvanometer

Die dynamische Galvanometerkonstante (Abschn. a, α, S. 11) ist $q = fH$, wenn f die Spulenfläche, H die als konstant angesehene Feldstärke des Magnets bedeutet. Ist ferner D die Richtkraft, die abgesehen von der Richtkraft der Spiralfeder mit der vierten Potenz der Dicke der Aufhängung wächst, so entspricht einem kleinen Ausschlag φ wegen $D\varphi = Iq$ (Abschn. a, α, S. 11)

$$I = \frac{D}{fH}\varphi. \tag{17}$$

Die Empfindlichkeit kann durch ein starkes Feld und feindrähtige Aufhängung sehr weit gesteigert werden; doch wird eine Grenze gesetzt durch die gleichzeitig wachsende Dämpfung. Wenn keine Rücksicht auf die Einstellzeit des Galvanometers genommen wird, so ist es zweckmäßig, die Dämpfung so zu wählen, daß der aperiodische Grenzzustand erreicht wird, für welchen $p = 2\sqrt{JD}$ ist ($a = 1$, vgl. S. 13). Der Gesamtwiderstand des Schließungskreises für diesen Fall heißt Grenzwiderstand. Wird jedoch Wert darauf gelegt, den Leistungsverbrauch des spannungsempfindlichen Drehspulgalvanometers einzuschränken, so ergibt die Rechnung, daß, wenn als Einstellzeit t_b die Zeit angenommen wird, innerhalb der der Ausschlag φ seinen Sollwert bis auf 1,5% erreicht, der günstigste Dämpfungsgrad $a = 0{,}8$ ist. Die Ungleichung (S. 16) wird dann für Drehspulinstrumente

$i_g^2(R+R_g)t_b = 0{,}236 \cdot 10^{-3} \cdot D \cdot \varphi^2$, es wird also die bestmögliche Ausnutzung der elektrischen Energie fast erreicht.

Merz, VDE-Fachberichte **11**, 58, 1939. Regeln für Meßgeräte, VDE 0410, ETZ **59**, 1209, 1938; Ising, Ann. Phys. **8**, 905, 1931.

Ist der äußere Widerstand kleiner als der Grenzwiderstand, so kriecht das Galvanometer. Wenn man diesen Übelstand durch Zufügen eines Ballastwiderstandes vermeiden will, wird die Empfindlichkeit verringert. Man verwendet daher zweckmäßig Instrumente mit mehreren Einsätzen für die verschiedenen Meßbereiche. Der Klemmenwiderstand (= Spulenwiderstand + Widerstand der Zuleitungen) des Galvanometers muß also im Verhältnis zum Grenzwiderstand möglichst gering und der äußere Widerstand derjenige der Meßanordnung sein, wenn die maximale Empfindlichkeit erreicht werden soll.

Vernachlässigt man die Luftdämpfung, so folgt für die Stromempfindlichkeit in absolutem Maß

$$\frac{1}{C} = \sqrt{\frac{RT}{\pi D}}, \tag{18}$$

worin T die Schwingungsdauer in völlig ungedämpftem Zustand ist (S. 13). Unter R ist der äußere Widerstand der Meßanodnung zu verstehen, wenn durch ihn der aperiodische Grenzzustand hergestellt rund der Klemmenwiderstand gegen diesen klein ist. Die Empfindlichkeit wächst also wie beim Nadelgalvanometer mit $\sqrt{R}$, wobei aber R eine andere Bedeutung hat als bei jenem, und mit $\sqrt{T}$ statt mit T^2 beim Nadelgalvanometer. Wenn der Klemmenwiderstand und die Dämpfung im offenen Zustand nicht zu vernachlässigen sind, wird die Stromempfindlichkeit herabgesetzt, aber meist in geringem Maße. Für die Spannungsempfindlichkeit darf man nicht die an den Klemmen des Galvanometers liegende Spannung in Betracht ziehen, da man dann einen viel zu großen Wert erhalten würde, sondern die Spannung, welche für den gesamten Grenzwiderstand maßgebend und durch die Meßanordnung gegeben ist.

Näheres s. Jaeger, El. Meßtechnik, Leipzig 1928 u. Z. Instrkde. **28**, 206, 1908; Dibbern, ebd. **31**, 105, 1911; Zahn, ebd. **31**, 145, 1911; Diesselhorst, ebd. **31**, 247 u. 276, 1911; Bäckström (Differentialgalvanometer), ebd. **38**, 173, 1918.

Jaeger a. a. O. hat ein Galvanometer von etwa 15 Ω äußerem Widerstand bei 15 s ungedämpfter Schwingungsdauer angegeben, Diesselhorst (a. a. O.) ein Instrument von 200 Ω bei 5 s. Moll-Holland (Proc. Phys. Soc. London **35**, 253, 1923 u. Phys. Ber. 5, 530, 1924) spannt eine lange Spule (Mather, Phil. Mag. (5) **29**, 434, 1890) zwischen zwei Drähte aus Siliziumbronze, Einstellungsdauer 2 s; Zernike (Z. Phys. **40**, 628, 1926) hängt bei seinem sehr empfindlichen Galvanometer die Spule an einem feinen Quarzfaden auf, während die Stromzuleitung durch Kupferbänder von 0,4 μ erfolgt, die nur 10% der Richtkraft ausmachen; van Dyck (Z. Instrkde. **46**, 378, 1926) läßt die Spule in eine halbe Windung entarten, indem ein rechteckig gebogener Kupferbügel (15 μ) innerhalb des Magnetfeldes einen exzentrischen Nebenschluß zu einem durchlaufend gespannten Siliziumbronzedraht (11 μ) bildet; Schwingungsdauer nur $\frac{1}{100}$ s, 10 Ω.

Manche Instrumente sind mit einem Nebenschluß aus weichem Eisen zu dem Magnet versehen, wodurch das Magnetfeld und damit der Grenzwiderstand geändert und der Meßanordnung angepaßt werden kann. Es werden auch Drehspulgalvanometer mit Elektromagneten hergestellt. Wenn das Eisen lamelliert ist, kann das Instrument auch für Wechselstrom gebraucht werden.

Vorschläge zur Vergrößerung der Empfindlichkeit sind gemacht worden von Reinganum (Phys. Z. **10**, 91, 1909) und von Rohmann (ebd. **14**, 203, 1913; ETZ **35**, 187, 1914).

Bestimmung des Drehmoments eines Drehspulgalvanometers aus dem periodischen Einschwingungsvorgang. Bezeichnet man mit D_{90} das auf einen Ausschlag von 90° bezogene Drehmoment der Systemaufhängung, so gilt

$$D_{90} = C^2(R_g + R_a)\, a \cdot T \cdot 20{,}4 \cdot 10^9.$$

Die Messung des Dämpfungsgrades a erfolgt am genauesten durch Bestimmung des Betrages der ersten Überschwingung $\ddot{u}$ bei Rückkehr vom Ausschlage φ in die Ruhelage des periodisch schwingenden Systems nach der Formel

$$a = \frac{\ln \varphi/\ddot{u}}{\sqrt{\pi^2 + (\ln \varphi/\ddot{u})^2}}.$$

Da auch das offene System nicht ganz ungedämpft ist, so muß a sowohl für das geschlossene wie für das offene Galvanometer bestimmt werden. Die Differenz beider Werte ergibt den in die Gleichung einzusetzenden Wert von a. T berechnet sich aus der Formel $T = \tau\sqrt{1 - a^2}$. Die größte Genauigkeit (etwa 1%) wird erreicht, wenn die Überschwingung 20 bis 30% der primären Schwingung beträgt. Der auf diese Weise ermittelte Wert von D kann auch mit Hilfe der Gleichung $J = T^2 \cdot D/2\pi$ zur Berechnung des Trägheitsmoments des schwingenden Systems dienen.

Merz, Z. Instrkde. **58**, 324, 1938; Werner, Empfindliche Galvanometer. Berlin u. Leipzig 1928.

h) Differentialgalvanometer. Als Differentialgalvanometer bezeichnet man Galvanometer, deren Spulen mit zwei Wicklungen versehen sind. Der Zweck der doppelten Bewicklung ist, daß sich die Wirkung entgegengesetzt fließender Ströme aufhebt. Dieses Prinzip kann sowohl für Nadel- wie Spulengalvanometer angewendet werden; beim letzteren bereiten dann die vier erforderlichen Stromzuleitungen gewisse Schwierigkeiten. Das Vorhandensein zweier Windungen auf einer Spule bringt auch den Vorteil mit sich, daß man die Isolation der Windungen leicht prüfen und daß man, wenn das Galvanometer als einfaches Galvanometer benutzt wird, außerdem seinen Widerstand durch Parallel- und Hintereinanderschaltung verändern kann. Die Differentialgalvanometer werden hauptsächlich zur Vergleichung nahe gleicher Widerstände gebraucht, wobei Ungleichheiten im Widerstand und der Wirkung durch Kombination verschiedener Ausschläge eliminiert werden können (S. 55).

ATM, J 726—1, T 103, 1932; ferner Benedicks, C. R. **162**, 976, 1916; Bäckström, Z. Instrkde. **38**, 173, 1918; Linker, Elektrotechn. Meßkunde, 4. Aufl. Berlin, 1932, S. 14.

i) Saiten- und Schleifengalvanometer. Beide Galvanometer stellen eine Abart des Spulengalvanometers dar, indem die stromdurchflossene Saite bzw. Schleife in dem Feld von permanenten Magneten eine Ausbiegung erfährt, die mittels eines Mikroskops abgelesen oder auch projiziert wird.

Das Saitengalvanometer besteht aus einem dünnen leitenden Faden (z. B. Streifchen von Blattaluminium; Platin- oder Phosphorbronzedraht; versilberter Quarzfaden, vgl. Abschn. f, ε, S. 19), Dicke 1 bis mehrere μ, der quer durch ein starkes magnetisches Feld gespannt ist. Die Ausbiegung des Fadens ist, wenn klein gegen die Länge des Fadens, dem Strome unmittelbar, der

Spannung des Fadens umgekehrt proportional und hängt außerdem von seiner Dicke ab. Bei schwacher Anspannung eines Fadens, der freilich 10 000 Ω Widerstand hat, wird angegeben, daß 10^{-12} A noch wahrnehmbar sind.

Einthoven, Ann. Phys. **12**, 1059, 1903; **21**, 483 u. 665, 1906. Über Dämpfung mittels eines nebengeschalteten Kondensators Einthoven, ebd. **16**, 20, 1905. Das Saitengalvanometer wird bei physiologischen Untersuchungen viel benutzt.

Über das mit dem vorigen verwandte Schleifengalvanometer mit 6—10 Ω Widerstand, $3 \cdot 10^{-7}$ bis $7 \cdot 10^{-9}$ A Empfindlichkeit, 0,6 s Einstelldauer s. Mechau, Phys. Z. **24**, 242, 1923.

B. Elektrodynamometer, Stromwaagen

a) Allgemeines. Beide Instrumente beruhen auf der Wirkung einer stromdurchflossenen festen Spule auf eine ebensolche bewegliche. Das dadurch entstehende Drehmoment wird beim Dynamometer kompensiert durch dasjenige einer Torsion oder bifilaren Aufhängung, bei der Stromwaage durch das der Schwerkraft. Die Instrumente sind brauchbar für absolute Strommessungen. Außerdem können sie sowohl für Gleich- wie für Wechselstrom Verwendung finden, da der Strom seine Richtung gleichzeitig in beiden Spulen ändert. Besonders als Zeigerinstrumente finden die Dynamometer bei Wechselstrom (als Strom-, Spannungs- und Leistungsmesser, die mit Gleichstrom geeicht werden können) Anwendung.

Die Kraft, welche ein Leiter mit dem Strome I_1 von einem Leiter mit dem Strome I_2 nach einer bestimmten Richtung erfährt, ist $I_1 I_2 \cdot F$; sie wechselt das Vorzeichen mit der Richtungsänderung von I_1 oder I_2. Der Faktor F ist der Gradient der Gegeninduktivität L beider Stromkreise.

b) Elektrodynamometer. α) Dynamometer mit Ausschlägen (Abb. 12). Der Strom durchfließt eine feste und eine drehbare, zur festen konzentrische, aber senkrecht zu ihr stehende Drahtrolle. Das Drehmoment, welches die Ströme in den Rollen parallel zu stellen sucht, ist also proportional I^2; seine Richtung ist von der Stromrichtung unabhängig. Die Direktionskraft liefert eine bifilare oder unifilare Aufhängung. Ob die innere oder die äußere Rolle die drehbare ist, macht im Prinzip keinen Unterschied.

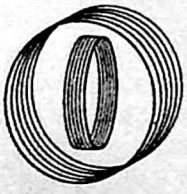


Abb. 12. Elektrodynamometer

Einem kleinen Ausschlagswinkel φ entspricht eine Stromstärke

$$I = C \cdot \sqrt{\varphi},$$

wo C, der Reduktionsfaktor des Instruments, der Schwingungsdauer umgekehrt proportional ist. Stromwechsel im ganzen Instrument ändert die Richtung des Ausschlages nicht. Mit einem Stromwender verbindet man daher nur die eine der Rollen. Für schwache Ströme wird das Dynamometer, wie alle Strommesser, deren α proportional I^2 ist, unempfindlich. Genaue Messungen verlangen Vorsichtsmaßregeln wegen des Erdmagnetismus und der elastischen Nachwirkung.

Senkrechtstellung. Wenn die beiden Rollen nicht genau senkrecht aufeinanderstehen, so üben veränderliche Ströme in der einen eine Induktion auf die andere aus. Um die senkrechte Stellung zu prüfen, leite man also Wechselströme nur durch die feste Rolle, während die bewegliche in sich geschlossen ist; diese darf dann nicht abgelenkt werden. Die bewegliche Spule muß im Meridian stehen und darf, wenn sie allein Strom führt, nicht abgelenkt werden.

Absolutes Dynamometer: Gray, Absol. Measur. **2**, 276, 1893; Carhart u. Guthe, Phys. Rev. **7**, 257, 1898; **9**, 288, 1899.

Ferner ein Spiegelinstrument bei Palm, Z. Instrkde. **33**, 268, 1913.

β) Torsionsdynamometer (Siemens). Durch eine Torsionsfeder wird die drehbare Spule in die Nullstellung zurückgeführt, der Torsionswinkel φ an einer Teilung abgelesen. Ein Vorzug liegt in dem größeren Meßbereich.

Die Achse der beweglichen Spule soll nordsüdlich stehen, damit der Erdmagnetismus nicht einwirkt.

c) Stromwaagen. Wenn durch die feste und bewegliche Spule derselbe Strom fließt, ist auch hier die Kraft dem Quadrat der Stromstärke proportional.

α) Waage von Rayleigh. Eine flache, an einer Waage aufgehängte Spule vom Halbmesser r befindet sich mitten zwischen zwei größeren, einander gleichen, flachen Spulen vom Halbmesser R (Abb. 13). Die Ströme in den beiden äußeren Spulen fließen einander entgegengesetzt, so daß die auf die bewegliche Spule ausgeübten Kräfte sich addieren. Man wählt für absolute Messungen r/R etwa $= \frac{1}{2}$.

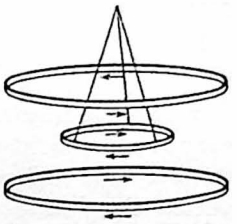


Abb. 13.
Rayleighsche Stromwaage

Der gegenseitige Abstand $2a$ der festen Spulen ist so gewählt, daß die Kraft ein Maximum wird; die Theorie fordert hierfür

$$a = \frac{1}{2}R\left[1 - \frac{9}{10}\left(\frac{r}{R}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{r}{R}\right)^4 \cdots\right],$$

also wenn die bewegliche Spule sehr klein wäre, $a = \frac{1}{2}R$, in Wirklichkeit kleiner. In dieser Maximumlage enthält nun die Kraft, außer dem Quadrate der Stromstärke und dem Produkte der Summe der Windungszahlen der festen in die Windungszahl der beweglichen Spule, bloß noch einen Faktor, zu dessen Ermittelung wesentlich nur das Verhältnis r/R bekannt sein muß, welches aus der Galvanometerwirkung der Spulen auf eine kurze Magnetnadel abgeleitet werden kann. Der Faktor beträgt in erster Annäherung etwa $17r^2/R^2$. — Die Stromzuleitung zur beweglichen Spule geschieht durch sehr dünne weiche Drähte oder Bänder. — Man mißt durch Wägung, indem auf derselben Seite des Waagebalkens Gewichte aufgelegt oder abgehoben werden. Mittels Stromwendung ohne Arretierung in der aufgehängten oder in den festen Spulen erhält man die doppelte Kraft.

Im Bureau of Standards ist diese Methode etwas abgeändert und zu einer sehr genauen absoluten Strommessung benutzt worden. Der Wicklungsraum der Spulen hat rechteckigen Querschnitt; nach einer Formel von Lyle wird der äquivalente Radius eines einfachen Kreisrings berechnet.

Näheres bei Rayleigh u. Sidgwick, Phil. Trans. A **175**, 411, 1884; Heydweiller, Wied. Ann. **44**, 533, 1891; Rosa, Dorsay u. Miller, Bull. Bur. Stand. **8**, 283, 1912; **10**, 477, 1913; Harvey L. Curtis u. Roger W. Curtis, Bur. Stand. J. Res. **12**, 665, 1934.

β) Waage von Kelvin. Sie unterscheidet sich von der vorstehenden Waage nur dadurch, daß sich auf beiden Seiten des Waagebalkens je zwei feste und eine bewegliche Spule befinden. Die Wägung geschieht durch Reiter. Sie wird auch als Wattwaage bezeichnet.

γ) Waage von Jones und Ayrton. Zwei vertikale, zylindrische, gleiche einlagige Spulen sind an einer Waage äquilibriert. Jede ist von einer festen, $1\frac{1}{2}$mal so langen Spule umgeben, die in ihrer oberen und unteren Hälfte in entgegengesetzter Richtung gewunden ist.

Ayrton, Mather u. Smith, Phil. Trans. A **207**, 463, 1908; Z. Instrkde. **28**, 278, 1908; andere Formen bei Janet, Laporte u. Jouaust, Bull. soc. int. El. **8**, 459, 1908; ferner bei Pellat, ebd. **8**, 573, 1908; Vigoureux, Coll. Res. NPL. **24**, 173, 1938.

δ) Waage von Helmholtz. Eine größere Spule mit horizontaler Achse wirkt drehend auf eine mit einem Waagebalken verbundene kleine Spule (mit vertikaler Achse), die an der unteren Fläche mit einem Halbzylinder versehen ist, welcher auf dünnen, den Strom zuführenden Silberbändern rollt. Das Drehmoment einer großen festen Spule mit rechteckiger Windung aus dünnem Blech auf die kleine Spule kann berechnet werden.

Kahle, Wied. Ann. **59**, 532, 1896; Z. Instrkde. **17**, 97, 1897.

Zur Berechnung der absoluten Stromstärke muß bei allen Stromwaagen die Schwerebeschleunigung am Ort der Waage genau bekannt sein (Bd. 1, S. 61). Die Waagen können aber zum Zweck der Strommessung auch durch bekannte Ströme geeicht werden.

C. Technische Strom- und Spannungsmesser

a) Allgemeine Angaben. Zwischen Strom- und Spannungsmessern, die empirisch geeicht werden müssen, besteht kein wesentlicher Unterschied. Während mit einem Strommesser die Stromstärke unmittelbar gemessen wird, wird mit einem Spannungsmesser die Stromstärke, welche die zu messende Spannung in einem bekannten Widerstand erzeugt, bestimmt. Bei Präzisionsinstrumenten muß Vorsorge zur Vermeidung der Parallaxe getroffen sein (Spiegel unterhalb des flach ausgebildeten Zeigerendes, Lichtzeiger). Eine Herabsetzung der Empfindlichkeit zum Zwecke der Erweiterung des Meßbereichs nach höheren Beträgen der Stromstärke oder Spannung erfolgt bei Strommessern durch Parallelschaltung, bei Spannungsmessern durch Hintereinanderschaltung von Widerständen, die in einem bestimmten Verhältnis zum Widerstande des Instruments stehen. Am einfachsten ist die Erweiterung des Meßbereichs in Potenzen von 10, die bei Strommessern durch Parallelschaltung vom $\frac{1}{9}$-, $\frac{1}{99}$- usw., bei Spannungsmessern vom 9-, 99- usw. -fachen des Instrumentwiderstandes bewirkt wird. Bei Strommessern müssen die vom Hauptstrom durchflossenen Zuleitungen am Nebenschluß, nicht aber am Instrument selbst angebracht sein. Spannungsmesser messen niemals die EMK, sondern nur die Klemmenspannung bei einer bestimmten, wenn auch kleinen Stromstärke. Alle Instrumente, deren Ausschläge dem Quadrat der Stromstärke proportional sind, besitzen bei kleinen Ausschlägen eine stark verminderte Empfindlichkeit.

α) Zeigergeräte. Mit den technischen Strom-, Spannungs- usw. Zeigern (Ampere, Volt-, Wattmeter usw.), die als Präzisionsinstrumente gebaut sind, kann man eine Genauigkeit bis zu einigen Promille erreichen. Gelegentliche Nachprüfung z. B. mittels des Kompensators ist empfehlenswert (S. 38).

Zur Vermeidung der Parallaxe ist bei Präzisionsinstrumenten der Zeiger sehr schmal, aber senkrecht zur Skala breit; man visiert dann so, daß man stets nur die schmale Seite des Zeigers sieht. Häufig ist auch noch parallel der Skala oder unterhalb derselben ein Spiegel angebracht; bei der Ablesung, gegebenenfalls mit Lupe, muß der Zeiger mit dem Spiegelbild zusammenfallen.

β) Änderung des Meßbereichs. 1. Strommesser. Hat derselbe einen Widerstand g für das kleinste Meßbereich, zu dem ein Nebenschluß r gelegt wird, so fließt durch das Amperemeter nur noch der Bruchteil $(r/r+g)$ des zu messenden Stroms (S. 2). Die Angaben des Instrumentes sind daher mit dem Faktor $n = 1 + \frac{g}{r}$ zu multiplizieren, um die Stromstärke zu erhalten. Gibt

man daher den Nebenschlüssen die Werte $r = \left(\frac{1}{9}\right)g, \left(\frac{1}{99}\right)g, \frac{g}{(n-1)}$, so sind die Angaben des Instruments mit 10, 100, n zu multiplizieren.

2. Spannungsmesser. Ist g der Widerstand des Instruments für das kleinste Meßbereich, so muß man die Widerstände $9g$, $99g$, $(n-1)g$ vorschalten, wenn die Angaben mit 10, 100, n multipliziert und der Meßbereich entsprechend erweitert werden soll.

Die Widerstände können in beiden Fällen auch aus Widerstandskästen entnommen werden, doch muß bei kleinen Nebenschlüssen ein guter Kontakt durch Verschraubung hergestellt werden. Auch ist zu beachten, daß das Verhältnis zwischen dem Apparat- und Zusatzwiderstand und damit die Angaben des Instruments nur dann von der Temperatur unabhängig sind, wenn die Temperaturkoeffizienten beider gleich sind. Bei genauen Messungen sind hierfür zutreffendenfalls Korrektionen anzubringen.

Die Beseitigung des Einflusses der Temperatur auf die Angaben von Meßinstrumenten gelingt nach Swinburne (Keinath, Technik d. elektr. Meßgeräte, Bd. I, S. 104) durch Kombination von temperaturempfindlichen und -unempfindlichen Widerständen.

γ) Strom- und Spannungsmesser. Zwischen beiden Instrumenten besteht kein grundsätzlicher Unterschied. Allgemein kann man sagen, daß ein Spannungsmesser als Strommesser mit großem Widerstand anzusehen ist. Doch trifft dies nicht allgemein zu; denn wenn eine Spannungsquelle mit kleinem innerem Widerstand zu messen ist (Akkumulatoren), so kann auch ein Spannungsmesser mit kleinem Widerstand verwendet werden.

Über die beim Gebrauch von Spannungsmessern wegen ihres endlichen Widerstandes anzubringenden Korrektionen vgl. S. 37.

Über die Daten, die zur Beurteilung elektrischer Meßgeräte erforderlich sind, s. Hausrath, ETZ **33**, 79, 1912 und besonders Keinath, Die Technik der elektrischen Meßgeräte. München u. Berlin 1928.

b) Verschiedene Formen von Strom- und Spannungsmessern. α) Nadelinstrumente. Diese werden zwar heute kaum mehr gebaut, sind aber noch vielfach in Laboratorien vorhanden und können gelegentlich noch Verwendung finden (Galvanoskope, Stromrichtungszeiger, Torsionsgalvanometer usw.).

β) Drehspulinstrumente. Bei diesen Instrumenten ist eine den zu messenden Strom führende, zwischen Spitzen in einem starken Magnetfeld drehbare Spule angeordnet. Der Strom wird der Spule über Spiralfedern zugeführt, welche dieselbe im stromlosen Zustand in einer Lage halten, in der sie nicht von Kraftlinien durchsetzt wird. Zwischen dem Drehmoment, das der die Spule durchfließende Strom erzeugt, und der Direktionskraft der Spiralfedern stellt sich ein Gleichgewicht ein. Die Pole des Magnets sind halbzylindrisch ausgebildet. Im Innern der Spule befindet sich getrennt davon ein feststehender Eisenzylinder, der die Kraftlinien in dem zwischen den Polen und dem Zylinder liegenden Luftraum fast genau radial richtet. Durch diese Anordnung wird nahezu Proportionalität zwischen Stromstärke und Ausschlag erzielt.

Die Empfindlichkeit ist unter sonst gleichen Bedingungen der Feldstärke proportional. Dämpfung liefern die in dem Metallrähmchen der Spule durch die Bewegung im Magnetfeld induzierten Ströme.

Das Instrument muß vor starken magnetischen Einflüssen von außen behütet werden; deshalb dürfen auch mehrere Instrumente nicht zu nahe beieinander aufgestellt werden oder sie müssen in dieser Stellung eingeregelt sein. Man beachte, ob die elastische Nachwirkung unmerklich ist, d. h. ob nach länger dauernden Ablenkungen der Nullpunkt sich wiederherstellt. Manche

Instrumente besitzen eine Einrichtung zur Einstellung des Nullpunktes. — Gute Instrumente von 1 Ω geben etwa 1 Skalenteil für 10^{-3} A, solche von 100 Ω etwa 1 Skalenteil für 10^{-4} A. Verzichtet man auf eine proportionale Skala (z. B. für Nullinstrumente), so kann bei 300 Ω etwa 1 Skalenteil für $3 \cdot 10^{-6}$ A erreicht werden. Noch größere Empfindlichkeit wird bei frei aufgehängter Spule erzielt, wie z. B. bei dem „Pyrometer" von Siemens & Halske, das zur Messung hoher Temperaturen mit Thermoelementen dient.

γ) Elektrodynamische Instrumente (S. 24). Diese sowohl für Gleich- wie für Wechselstrom brauchbaren Instrumente können auch als Leistungsmesser verwandt werden, wenn die eine Spule vom Strom durchflossen wird, während die andere an der Spannung liegt. Sie werden mit Gleichstrom geeicht, aber hauptsächlich für Wechselstrom benutzt. Näheres hierüber s. Wechselstrom.

δ) Weicheiseninstrumente. Ihre Angaben hängen von dem Quadrat der Stromstärke ab; sie sind daher ebenso wie die unter γ) bei kleinem Ausschlag unempfindlich. Der Strom wirkt auf das weiche Eisen zunächst magnetisierend und dann drehend oder ziehend. Der Ausschlag ist von der Stromrichtung unabhängig. Bei dem Multiplikator von Bellati bildet ein aufgehängter Draht aus weichem Eisen bei stromlosem Zustand einen Winkel von 45° mit der Spule.

Vgl. Giltay, Wied. Ann. **25**, 325, 1885; Wien, Ann. Phys. **4**, 445, 1901; Pfeiffer, ebd. **84**, 395, 1927; Bellati, Atti Reale Ist. Ven. (6) **1**, 563, 1883.

Die Weicheiseninstrumente sind sehr vervollkommnet worden und finden ihrer Billigkeit wegen vielfache Anwendung (z. B. in der Radiotechnik). Näheres über Instrumente s. S. 157 u. Keinath, a. a. O. (S. 27).

ε) Hitzdrahtinstrumente. Für Gleich- und Wechselstrom verwendbar; ihre Angaben hängen auch vom Quadrat der Stromstärke ab. Vgl. S. 162.

D. Voltameter oder Coulometer

a) Allgemeines. Bei dem Voltameter wird die elektrolytische Wirkung des Stromes zur Messung benutzt; gemessen wird das Stromintegral bzw. die Elektrizitätsmenge $Q = \int i dt$ (Einheit Coulomb). Wenn der Strom ausreichend konstant ist, erhält man durch gleichzeitige Messung der Dauer des Stromschlusses die Stromstärke.

Aus der Menge der mit dem Voltameter gemessenen chemischen Zersetzungsprodukte ergibt sich die Stromstärke nach folgenden beiden von Faraday ausgesprochenen Gesetzen:

Die durch die verschiedenen Ströme in derselben Zeit zersetzten Mengen sind der Stromstärke proportional, und die Zersetzungsprodukte eines und desselben Stromes in verschiedenen Elektrolyten sind einander chemisch äquivalent.

Die Amperesekunde oder das Coulomb ist durch das Deutsche elektrische Gesetz und durch internationale Vereinbarung so definiert, daß der Gleichstrom, der in 1 s 1,118 00 mg Silber aus einer wässerigen Lösung von Silbernitrat elektrolytisch ausscheidet, die Stärke eines Ampere besitzt. Hieraus und aus dem Atomgewicht des Silbers (107,880) berechnet sich die Valenzladung F zu 96 494 Coulomb. Das elektrochemische Äquivalent ϵ ist als die Menge eines Elements definiert, die durch ein Coulomb elektrolytisch abgeschieden wird. Es hat für die nachstehend genannten Elemente folgende Werte:

für	Silber	Kupfer	Wasserstoff	Sauerstoff	Wasser
Äqu.-Gew.	107,880	$31{,}78_5$	1,007 8	8,000	9,007 8
ϵ	1,118 00	$0{,}329\,4_0$	$0{,}010\,444_2$	$0{,}082\,90_7$	0,093 35

0,093 35 mg Wasser geben 0,1740 cm³ Knallgas von 0° und 760 mm Druck. Nach Einführung der absoluten elektromagnetischen Einheiten werden die Werte von ϵ kleine Änderungen erfahren, die zur Zeit noch nicht feststehen.

Man leitet den zu messenden Strom I während einer Zeit τ s durch den Elektrolyt; die dadurch zersetzte oder ausgeschiedene Menge sei m mg. Dann ist die Stromstärke in Ampere

$$I = \frac{1}{\epsilon} \frac{m}{\tau}.$$

Das Voltameter dient zumeist, besonders bei physiko-chemischen Arbeiten, zur Messung einer durchgeflossenen Gesamtmenge von Elektrizität, auch wohl zur Prüfung der Skala eines Stromzeigers.

b) Silbervoltameter. Das Silbervoltameter dient als gesetzliches Normal der Stromstärke (Bd. 1, S. 7). Elektrolysiert wird eine Lösung neutralen Silbernitrats; gewogen wird der Niederschlag auf der Kathode. In der Regel stellt man die Lösung aus 15—20 Teilen $AgNO_3$ in 100 Teilen (chlorfreien!) destillierten Wassers her (13–25%ige Lösung; Dichte 1,12–1,26; vgl. Tab. 5). Die Lösung soll nicht mit Papier oder anderen organischen Substanzen in Berührung kommen; sie wird gegebenenfalls durch Glaswolle filtriert und staubfrei dunkel aufbewahrt. Für starke Ströme kann eine konzentrierte Lösung vorteilhaft sein, für sehr schwache eine verdünntere genügen.

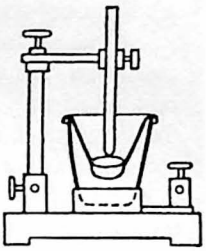


Abb. 14. Silbervoltameter

Gebräuchlich ist als Kathode ein Platintiegel; reines Silber bildet die Anode. Gegen Herabfallen von Teilen der Anode schützt am besten ein eingehängtes Glasschälchen (Abb. 14), vgl. auch die etwas abgeänderte „Smith-Form"); weniger empfehlenswert ist eine eingehängte poröse (gut gereinigte und ausgeglühte) Tonzelle. Die Umhüllung der Anode mit Filtrierpapier ist unter allen Umständen zu vermeiden; es ergeben sich dadurch erheblich zu große Niederschläge. Da sich der Widerstand des Voltameters während der Dauer des Stromschlusses ändert, muß die Stromstärke durch Feinregelung des Ballastwider standes auf einem konstanten Wert gehalten oder während der Elektrolyse in kleinen Zeitabständen gemessen werden.

Die Kathode mit dem Niederschlag wird zuerst mit chlorfreiem destilliertem Waser gewaschen, bis das Waschwasser bei dem Zusatz eines Tropfens Salzsäure keine Trübung zeigt, dann 10 min lang mit destilliertem Wasser von 70—90° ausgelaugt und schließlich mit solchem gespült. Das letzte Waschwasser darf kalt durch Salzsäure (noch empfindlicher mittels Zusatzes eines Tropfens Jodkaliumlösung) nicht getrübt werden. Etwa mit dem Waschwasser weggespülte Silberflitter sind am besten durch Filtrieren der gesamten Flüssigkeit durch ein Filter zu sammeln und dem Tiegel wieder zuzufügen. Die Kathode wird heiß im Trockenkasten von mindestens 150° unter Fernhaltung von Flammengasen (auch wohl rasch über einem Bunsenflämmchen, jedenfalls unterhalb der Schmelztemperatur des Silbers bleibend) getrocknet. Verstreicht ein größerer Zeitraum bis zur Wägung, so bewahrt man die Kathode im Exsikkator auf, sonst stellt man sie gleich nach dem Erkalten in den Waagekasten, wartet aber bis zur endgültigen Wägung mindestens noch 10 min. Hygroskopisch ist der Niederschlag unter normalen Verhältnissen nicht.

Die Stromdichte soll an der Kathode, um das Herauswachsen von Silberfäden zu vermeiden, unter $\frac{1}{50}$ A/cm², an der Anode unter $\frac{1}{5}$ A/cm² bleiben. Ferner darf,

um das Auswaschen zu erleichtern, die abgesetzte Silberschicht nicht zu dick werden, ist also, wenn sie etwa 0,1 g/cm² beträgt, mit Salpetersäure zu entfernen. Die Temperatur übt keinen merklichen Einfluß auf die Niederschlagsmenge aus.

Wenn man die Versuche häuft und bei jeder Messung mehrere Tiegel hintereinander schaltet, kann man eine Genauigkeit von einigen hundertstel Promille erreichen.

E. Kohlrausch, Ann. Phys. **26**, 580, 1908; F. E. Smith, Mather u. Lowry, Phil. Trans. A **207**, 545, 1908; Janet, Laporte u. de la Gorce, Bull. soc. int. El. **8**, 523, 1908; Jaeger u. v. Steinwehr, Z. Instrkde. **28**, 327, 353, 1908; v. Steinwehr, ebd. **33**, 321, 353, 1913; Rosa u. a., Bull. Bur. Stand. **8**, 269, 1912ff.; Haga u. Boerema, Arch. Néerl. **3**, 324, 1913; v. Steinwehr u. A. Schulze, Z. Instrkde. **42**, 221, 1922. Vorschriften für die staatlichen Laboratorien: Dtsch. Reichsgesetzblatt 1901, Nr. 16; internationaler Entwurf im Verbatim Report d. Intern. Konf. London 1908; Report d. intern. techn. Kom. über die in Washington 1910 ausgeführten Messungen (Washington).

c) Kupfervoltameter. Es wird besonders für stärkere Ströme gebraucht und ist ungenauer als das Silbervoltameter. Es kann wie die in Abschn. D, S. 28 genannten Voltameter in Ermangelung anderer Geräte zur Strommessung benutzt werden.

Man wendet eine nicht gesättigte Lösung von reinem Kupfersulfat in destilliertem Wasser an: etwa 10 g kristallisiertes $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ in 50 cm³ Wasser gelöst; Dichte ungefähr = 1,1. Empfohlen wird Ansäuern mit reiner Schwefelsäure bis zu etwa normalem Gehalt; auch Zusatz von einigen Prozent Alkohol. Die Anode besteht aus reinem Kupfer, die Kathode aus Kupfer oder Platin; sie wird ganz untergetaucht. Gemessen wird die Gewichtszunahme der Kathode, welche abgespült und rasch zwischen Fließpapier und dann am besten unter der Luftpumpe oder im Exsikkator getrocknet wird.

Damit der Niederschlag fest haftet, soll die Stromdichte an der Kathode nicht mehr als etwa 1 A auf 25 cm² betragen. Bei großer Stromdichte kann eine zu starke Lösung eine Salzabscheidung an der Anode und erhebliche Stromschwankungen veranlassen, die aber auch durch das Auftreten und periodische Abstoßen schlecht leitender Überzüge bewirkt werden können; eine zu schwache Lösung führt wohl vermöge der Verdünnung um die Kathode zu einem nicht zusammenhängenden, mit Gasausscheidung verbundenen Niederschlagen des Kupfers. Bei schwachem Strom können im Gegenteil große Elektroden Fehler veranlassen.

Vgl. u. a. Foerster, Z. Elektroch. **3**, 479, 493, 1899.

d) Wasservoltameter. Es kann das durch den Strom zersetzte Wasser mittels Wägung bestimmt werden, wobei aber die Verdampfung des Wassers zu berücksichtigen ist. Meist wird das Volum der entwickelten Gase bestimmt.

Die Genauigkeit beträgt, auch bei Berücksichtigung aller Korrektionen, nur einige Promille; doch ist bei den Gasvoltametern keine Wägung notwendig.

10- bis 20%ige reine Schwefelsäurelösung (Dichte = 1,07 bis 1,14) wird zwischen blanken Platinelektroden zersetzt. Da die Polarisation Wasserstoff-Sauerstoff mit Platin fast 2 V beträgt, so verlangt die Zersetzung mindestens 3 bis 4 V (z. B. zwei Akkumulatoren).

Bei starkem Strome mißt man das entwickelte Knallgas als Ganzes; Abb. 15*A*. Mit dicht aneinanderstehenden Elektroden von etwa je 15 cm² wirksamer Fläche können Ströme bis 40 A noch ohne lästige Erwärmungen gemessen

werden. Das Gerät (Abb. 15*A*) wird nach dem Gebrauch (währenddessen der kleine Stöpsel *S* zu entfernen ist) durch Umkehren wieder gefüllt. Die Elektroden sind in Wirklichkeit gegen die Stellung in der Abbildung um 90° zu drehen. Das Knallgas soll nicht so weit entwickelt werden, daß der Strom unterbrochen wird, weil sonst durch einen Unterbrechungsfunken Explosion erfolgen kann.

Bei schwachen Strömen ist, wegen der Bildung von Ozon, Wasserstoffsuperoxyd und Überschwefelsäure an der Anode, nur das Wasserstoffgas aufzufangen; Multiplikation mit $\frac{3}{2}$ gibt dann das Volum des Knallgases.

Bei dem Voltameter der Abb. 15*B* kann man den geteilten Schenkel durch Neigen wieder füllen. Man kann ihn mit einem kleinen, mittels Kautschukstopfens dicht übergeschobenen Wasserbade umgeben, welches, wenn es auch oben geschlossen ist, sich mit umkehren läßt.

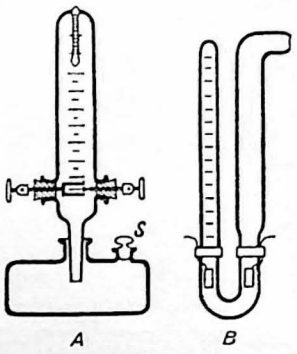


Abb. 15. Wasservoltameter

Als weniger Ozon usw. bildend wird auch Phosphorsäurelösung empfohlen; 40%ige Säure (Dichte 1,25; Tab. 5) leitet etwa wie 5%ige Schwefelsäure. — Auch Ätznatronlösung zwischen Nickelelektroden.

Berechnung. Das Gasvolum ist auf 0° und vom gemessenen Druck p auf 760 mm zu reduzieren. p ist der Barometerstand b vermindert um die in Quecksilber umgerechnete Höhe h der Schwefelsäure und um den Partialdruck ke des Wasserdampfes über der Schwefelsäure. Der für reines Wasser geltende Partialdruck p ist aus Tab. 28 zu entnehmen. Für 10- bis 20%ige Schwefelsäurelösung ist $k = 0{,}95$ bis 0,87. Angenähert ist $p = b - h/12 - 0{,}9\,e$.

Ist v_0 das reduzierte Gasvolum, so berechnet man die Stromstärke I in Ampere, wenn die Zersetzung τ s gedauert hatte, als

$$I = \frac{1}{0{,}1740}\,\frac{v_0}{\tau} - 5{,}75\,\frac{v_0}{\tau}.$$

Das von 1 A entwickelte Volum v Knallgas liegt bei gewöhnlicher Temperatur nicht weit von $\frac{1}{5}$ cm³/s.

c) Sonstige Voltameter. Über Jodvoltameter vgl. Kreider, Phys. Z. **6**, 582, 1905; Vinal u. Bates, Bull. Bur. Stand. **10**, 425, 1914.

In der Technik wird unter dem Namen „Stiazähler" ein Quecksilbervoltameter verwendet. Das durch den Strom ausgeschiedene Quecksilber sammelt sich in einer vertikal stehenden Glasröhre, an welcher der Stand der Quecksilberkuppe abgelesen werden kann. Der Apparat zählt auf diese Weise Amperestunden bzw. bei konstanter Spannung Kilowattstunden (ETZ **45**, 1385, 1924; **48**, 174, 1927. Ferner ist zu nennen der Wasserstoff-Elektrolytzähler, bei dem das Volum des elektrolytisch entwickelten H_2 gemessen wird. Keßler u. v. Krukowski ETZ **46**, 1299, 1925 u. v. Krukowski, Grundzüge der Zählertechnik. Berlin 1930, S. 207.

3. Spannungsmessung

Spannungen werden in letzter Linie auf die Angaben des Normalelements (S. 2f.) zurückgeführt, das seinerseits durch die staatliche Eichung auf den gesetzlichen Einheiten (Ohm und Ampere) beruht (Bd. 1, S. 7).

Von großer Bedeutung für die Genauigkeit der Messungen ist eine gute Isolation der Meßanordnung, die besser als durch Erdung eines Punktes derselben dadurch erreicht wird, daß an Stelle einer Isolierstrecke zwei getrennte

Isolierstrecken verwendet werden, zwischen denen sich eine leitende Schicht befindet, die auf das Potential der zu schützenden Leitung bzw. des zu schützenden Gerätes gebracht wird, so daß die von der leitenden Schicht zur Erde abfließenden Ströme nicht durch das Galvanometer fließen können.

v. Krukowski, Ann. l'Acad. Sci. Techn. Warschau **1**, 123, 1935.

A. Messung der Gleichspannung durch Kompensation

a) Das Grundsätzliche des Verfahrens ist aus Abb. 16 ersichtlich. An den Klemmen des Widerstandes R, der in dem einfachsten Falle durch einen Schleifdraht dargestellt wird, liegt eine Stromquelle, die in demselben einen Strom i erzeugt. Parallel zu einem Teile von R liegt die zu messende Spannung E und ein Galvanometer G. Dieser Nebenkreis ist an dem Punkte A mit R fest verbunden, der zweite Anschluß bei B kann verschoben werden. In der Stellung von B, bei der der Strom im Galvanometer verschwindet, ist die zwischen A und B abgegriffene Spannung gleich der zu messenden Spannung E, deren Betrag sich aus dem Produkt der Stärke des Stromes i und dem zwischen A und B liegenden Bruchteil von R ergibt.

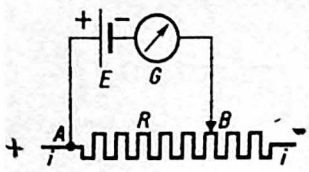


Abb. 16. Schema des Kompensationsverfahrens

Die Anordnung kann entweder so getroffen werden, daß der Strom konstant, meist auf einem runden Werte gehalten und nur die Einstellung der Widerstände zwischen den Abgriffspunkten verändert wird (alle im Handel befindlichen Kompensatoren, Verfahren nach Dubois-Reymond), oder daß der Abgriffswiderstand konstant gehalten und die Stromstärke meßbar veränderlich gemacht wird (Verfahren nach Poggendorf, Lindeck u. Rothe, Z. Instrkde. **20**, 293, 1900; Apparat für mehrere Meßbereiche Brooks u. Spinks, Bur. Stand. J. Res. **9**, 781, 1932).

Im folgenden werden nur die wichtigsten Ausführungsformen fabrikmäßig hergestellter Kompensatoren behandelt.

b) Kompensatoren (Kompensationsapparate, Potentiometer). Kompensatoren sind Meßgeräte, die aus einer Anzahl abgestufter Widerstände zusammengesetzt sind und einen Abgriff haben, der einen möglichst stetig veränderbaren Widerstandsbereich umfaßt. Fließt ein Strom durch diese Anordnung, so lassen sich an diesem Abgriff alle Spannungen herstellen, die zwischen dem Produkte aus Stromstärke und Maximalwiderstand und der Spannung Null liegen. An den Abgriff wird die zu messende Spannung gelegt. Ein Kompensator muß die Forderung erfüllen, daß sein Gesamtwiderstand unbeeinflußt von der Kompensationseinstellung ist, d. h. daß der ihn durchfließende Strom unverändert ist. Behelfsmäßig kann dies auch mit zwei hintereinander geschalteten Widerstandskästen erreicht werden, wenn der in dem einen Kasten, der zur Abnahme der Spannung Abzweigstöpsel trägt, gezogene Stöpsel in dem anderen Kasten an der gleichen Stelle gesteckt wird.

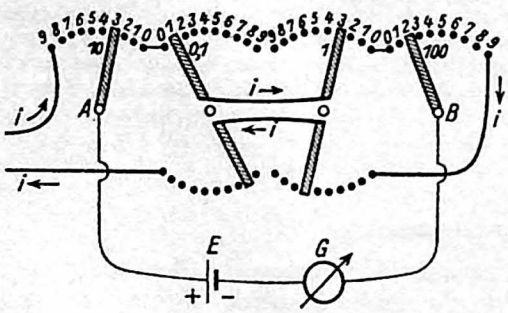


Abb. 17. Kompensator nach Feußner

α) Kompensator nach Feußner. An einem Widerstandssatz, der aus zusammen nahe 1000 Ω, nämlich aus je neun Zehnteln, Einern, Zehnern und Hundertern besteht, zeigt dies Abb. 17. Die Abzweigung mit dem Normalelement bzw. der zu messenden Spannung liegt an den Kurbeln A und B, zwischen denen durch passende Stellung der vier Kurbeln jeder Widerstand zwischen 0,1 und 999,9 eingeschaltet werden kann. Der zu messende Strom i fließt dabei

aber unverändert durch den Widerstand 999,9 Ω, denn der mittels der Doppelkurbel oben ausgeschaltete Betrag der Einer und Zehntel wird durch die unteren Kurbeln von selbst eingeschaltet. Die beiden Teile der mittleren Kurbeln sind zwar voneinander isoliert, aber mechanisch verbunden, so daß sie sich gemeinsam drehen. Der Kompensationswiderstand beträgt in Abb. 17 $R = 233{,}1\ \Omega$. Der Apparat hat meist 5 Kurbeln zu 10 bis 20 000 Ω.

Zusammenfassend s. Feußner, ETZ **32**, 187, 215, 1911.

β) Kompensator von Siemens & Halske. Bei diesem Gerät wird das häufig für den Bau von Kompensatoren verwendete Prinzip der Kaskadenschaltung (Varley-Schaltung) benutzt, bei dem zwar der Gesamtwiderstand unveränderlich, der Widerstand im Kompensationskreis jedoch von der Einstellung der Kurbeln

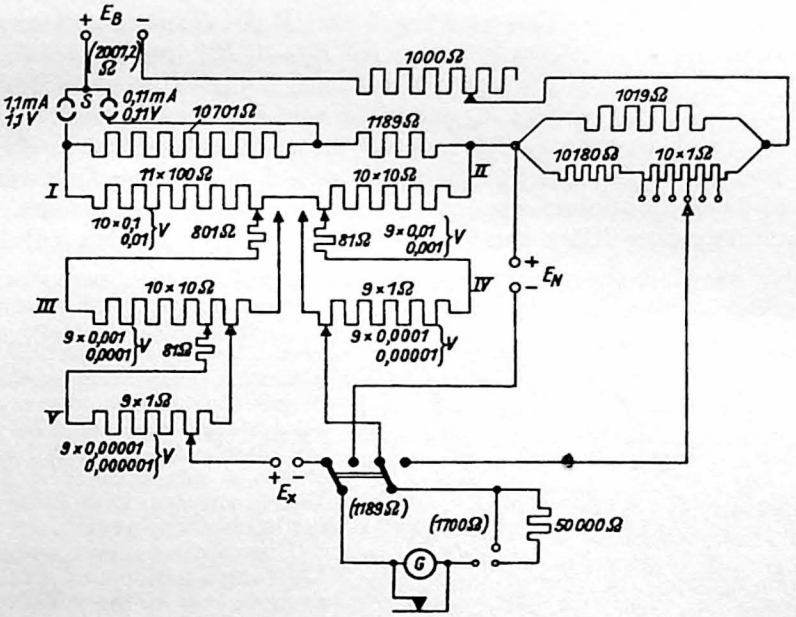


Abb. 18. Kompensator von Siemens & Halske

abhängig ist. Die beiden den höchsten Spannungen entsprechenden Dekaden (I und II) (Abb. 18) sind hintereinander geschaltet. Durch je einen Doppelkurbelkontakt wird einem der Widerstände dieser Dekaden ein zweiter Stromkreis parallel geschaltet, der je eine der beiden folgenden Dekaden (III und IV) enthält. Die fünfte Dekade steht mit der dritten Dekade in der gleichen Verbindung wie diese mit der ersten Dekade. Durch die in der Abb. 18 angedeuteten Kurbelkontakte kann jede beliebige Zahl von Widerständen aller Dekaden in den Kompensationskreis eingeschaltet werden. An dem Verzweigungspunkt S kann der das Gerät durchfließende Strom im Verhältnis 1 : 10 geändert werden. Auf der rechten Seite der Abbildung befindet sich die Einrichtung zur Einstellung einer runden Stromstärke mit Hilfe eines Normalelements. Bei genauen Messungen empfiehlt es sich, nach der Einstellung der Stromstärke das Element bei den Klemmen E_x anzuschließen und durch Messung seiner EMK im Kompensationskreis die den Apparat durchfließende Stromstärke nachzuprüfen.

γ) Kompensator mit kleinem Widerstand, thermokraftfrei und mit konstantem Kompensationswiderstand. Für Messungen von kleinen Spannungen mit kleinem innerem Widerstand (Platinthermometer, Thermoelemente) erhält man nach Hausrath bzw. Diesselhorst eine größere Empfindlichkeit, wenn ein Kompensator von ungefähr gleichem Widerstand (10 Ω) mit einem Galvanometer von kleinem Spulen- bzw. Grenzwiderstand (S. 21) ver-

wendet wird. In diesem Falle muß der Kompensator möglichst frei von Thermokräften sein. Daher sind bei diesen Geräten Kurbelkontakte im Meßzweige, wo sie bei kleinem Widerstand durch ihre Thermokräfte und Übergangswiderstände Fehler geben können, vermieden.

Das Wesen der Anordnung (Hausrath) besteht in folgendem (Abb. 19). Der Hauptstrom von konstanter Stärke i verzweigt sich in zwei ungleiche Teile von dekadischem Zahlenverhältnis, hier 10 : 1, also in $\frac{10}{11}i$ und $\frac{1}{11}i$.

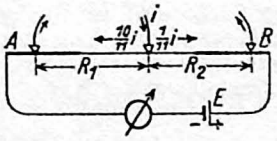


Abb. 19.
Schema des Kompensators mit kleinem Widerstand

Werden die Kontakte auf Stromlosigkeit des Galvanometers geschoben, so besteht zwischen den Endpunkten A und B des Galvanometerzweiges eine Spannung $= i(\frac{10}{11}R_1 - \frac{1}{11}R_2)$, welche der des kompensierenden Elementes E gleich ist. Die Regelung von $R_1 : R_2$ geschieht mit den drei Kontakten, die grobe (die Ganzen und 1. Dezimale) mit dem mittleren, die nächstfeinere (2. Dezimale) mit dem linken, die feinste (3. Dezimale) mit dem rechten Kontakt. Da der Widerstand des Galvanometerzweiges sich wenig ändert, so können schließlich die Galvanometerausschläge zur Interpolation (weiterer Dezimalen) dienen.

Das Gerät von Diesselhorst wird in zwei Ausführungen, und zwar entweder mit drei Dekaden (Abb. 20) oder für genauere Messungen mit fünf Dekaden ausgeführt. Kurbelkontakte liegen nur in dem zum Abzweigwiderstande (xyz) parallelen Nebenschluß ($ycdz$) und sind wegen der Größe von c und d unschädlich. Damit das Verzweigungsverhältnis sich nicht ändert, bestehen c und d aus derselben Drahtsorte. Der Kompensationswiderstand ist nahe konstant.

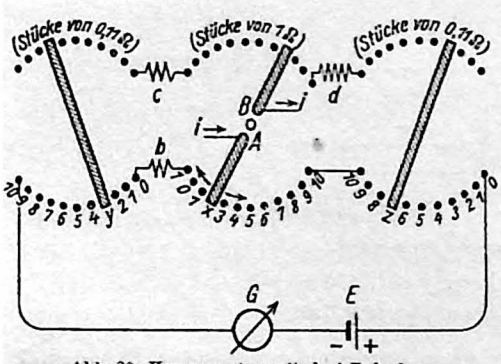


Abb. 20. Kompensator mit drei Dekaden nach Diesselhorst

Über einen neuen Kompensator zur Messung kleiner und größerer Spannungen von kleinem Widerstand mit mehreren Meßbereichen, der den Vorzug besitzt, daß die Stärke des Arbeitsstromes beim Wechsel der Meßbereiche unverändert bleibt, siehe v. Steinwehr, Z. Instrkde. **60**, 116, 1940.

δ) Vereinfachte Kompensatoren. Während die unter α bis γ beschriebenen Geräte meist fünf Kurbeln zur Ablesung der Spannung besitzen, werden auch Kompensatoren hergestellt mit einer oder zwei Kurbeln und einem Schleifdraht. Auch gibt es Kompensatoren, die an Stelle der Kurbeln Gleitkontakte besitzen, welche gleichzeitig Widerstände aus- und einschalten. Die Genauigkeit ist bei diesen Geräten geringer.

Kompensatoren jeder Art werden in der Phys.-Techn. Reichsanstalt auf Richtigkeit der Spannungsangabe geprüft.

c) Allgemeine Bemerkungen zu den Messungen mit Kompensatoren. *α*) Empfindlichkeit des Kompensators und passende Wahl des Galvanometers. Ist der Kompensationswiderstand R (Abb. 16), der Klemmenwiderstand des Galvanometers γ, der der Spannung E entsprechende Widerstand gleich r (z. B. bei Thermoelement oder Widerstandsthermometer), so entspricht einer kleinen Spannungsänderung δE ein Strom $\delta i = \frac{\delta E}{(R + r + \gamma)}$ im Galvanometer. Bei den in den Abschn. α und β, S. 32f. aufgeführten Kompensatoren ist R mit der Kurbelstellung veränderlich, bei dem Kompensator

des Abschnittes γ, S. 33f., konstant. Bei einem Drehspulgalvanometer soll im günstigsten Fall $R + r + \gamma$ gleich dem Grenzwert sein, beim Nadelgalvanometer $\gamma = R + r$. Um die Empfindlichkeit möglichst groß zu machen, darf der Kompensationswiderstand R nicht zu groß gegen r sein. Bei kleinem r ist also das Gerät im Abschn. γ, S. 33f. in Verbindung mit einem Galvanometer von kleinem Widerstand vorteilhaft. Man kann zwar auch an den Geräten in den Abschn. α und β, S. 32f. kleine Kompensationswiderstände einstellen, hat dann aber zur Abgleichung nur wenige Kurbeln zur Verfügung, so daß man mit großen Ausschlägen interpolieren muß. Da die Stromempfindlichkeit des Galvanometers mit der Wurzel aus seinem Widerstand ansteigt (S. 19 u. 22), ist die Meßempfindlichkeit umgekehrt proportional $\sqrt{R + r + \gamma}$ (vgl. die Angaben S. 47 über Meßempfindlichkeit).

Bei Vergleichung einer unbekannten mit einer bekannten Spannung wird die Messung um so genauer, je näher gleich die Einstellungen für beide Spannungen sind, wobei darauf zu achten ist, daß, besonders bei den höheren Dekaden, zwischen den beiden Messungen kein Übergang von einer Dekade zu einer anderen stattfindet. Die Fehler des Kompensators brauchen in diesem Falle nicht bekannt zu sein.

Nullpunktsfehler des Gerätes. Zeigt das ohne Element angelegte Galvanometer einen Ausschlag, obwohl alle Kontakte auf Null stehen, so ist dieser, in Einheiten der letzten Dezimale umgerechnet, von allen gemessenen Werten abzuziehen. Unsymmetrien schaltet man durch Kommutieren des Stromes aus.

Hausrath, Ann. Phys. **17**, 735, 1905; Z. Instrkde. **27**, 309, 1907; Dieselhorst, ebd. **26**, 297, 1906; **28**, 1, 1908. Hier auch über ein Gerät mit fünf Dekaden. White, ebd. **34**, 71, 1914.

Zuverlässigkeit der Kontakte. Da nur an den Abzweigpunkten, an denen die Kontakte stromlos sind, Übergangswiderstände außer Betracht bleiben, müssen alle übrigen Kontakte vor Staub geschützt und häufig mit Petroleum oder einem anderen Mineralöl abgewischt werden.

β) Herstellung einer runden Stromstärke im Kompensationsapparat. Diese wird zur Vereinfachung der Rechnung meist angewendet. Man legt ein Normalelement von der Spannung E_0 V an einen Widerstand $10^n E_0\,\Omega$ (z. B. $= 100\,E_0$, also 101,8 Ω für $E_0 = 1{,}018$), schließt eine konstante Batterie durch den Apparat und einen vorgeschalteten Hilfswiderstand mit guten Kontakten (keinen Schiebewiderstand!) und gleicht letzteren so ab, daß das Element stromlos wird. Dann ist die Stromstärke $I_0 = 10^{-n}$ A (z. B. = 0,01 A). Damit die Kontrolle von I_0 nicht ein jedesmaliges Wiederanlegen des Elements erfordert, sind den Geräten häufig für die Stromstärken 0,01, 0,001 und 0,0001 A besondere Widerstände (z. B. 101,8 usw. Ω) beigegeben, an denen man das Element liegen läßt. Ein Umschalter erlaubt, das Galvanometer jederzeit in diese Abzweigung zu schalten und die Konstanz von I_0 zu prüfen.

Ganz schwache Ströme (etwa 10^{-5} A) kann man durch Parallelschalten eines kleineren Widerstandes z zum Widerstande R des Geräts herstellen. Von der Stromstärke der unverzweigten Leitung erhält das Gerät dann (S. 26) den Bruchteil $\frac{z}{(R+z)}$ $\left(\text{z. B. durch } z = 10{,}1\,\Omega \text{ zu den } 999{,}9\,\Omega;\ \frac{10{,}1}{(999{,}9 + 10{,}1)} = \frac{1}{100}\right)$. Beim Einstellen der Stromstärke mit Hilfe des Normalelements ist darauf zu

achten, daß ein dasselbe durchfließender Strom unter 10^{-4} A bleibt, da sich das Element sonst polarisiert und infolgedessen vorübergehend seine EMK ändert. Bei der Einregelung des Kompensatorstroms muß daher dem Element zunächst ein genügend großer Widerstand vorgeschaltet werden. Außerdem soll der Elementkreis vor Erreichung der Kompensation möglichst kurze Zeit geschlossen werden. Dasselbe gilt auch für die Messung der EMK von galvanischen Elementen, die sich leicht polarisieren.

γ) Messung größerer Spannungen. Die Messung ist wegen der unmittelbaren Ablesbarkeit sehr bequem, wenn die zu messende Spannung noch innerhalb des Meßbereichs des Kompensators fällt. Wenn z. B. der Kompensator einen Kompensationswiderstand von 10 000 Ω besitzt und auf eine Stromstärke von 0,01 A eingestellt ist, so können noch 100 V gemessen werden. Noch größere Spannungen müssen dann unterteilt werden (Spannungsteiler aus Widerständen) oder die zu messende Spannung wird als Stromquelle für den Kompensator benutzt unter Vorschaltung eines so großen bekannten Ballastwiderstandes, daß man das Normalelement an den Kurbeln des Kompensators kompensieren kann. Wird hierbei auch auf eine runde Stromstärke eingestellt, so ergibt diese durch Multiplikation mit dem Gesamtwiderstand (Ballast + Kompensator) die zu messende Spannung, die aber in diesem Fall nicht kompensiert wird, sondern Strom liefert. Doch findet dieses Verfahren bei hohen Spannungen bald eine Grenze wegen Versagens der Spannungsteiler. Es müssen dann andere Verfahren für sehr hohe Spannungen Platz greifen (hauptsächlich Elektrometer und Funkenstrecke, S. 127f. u. 166).

Zur Spannungsteilung mittels Widerstand schließt man die Spannung durch einen Widerstand R und zweigt von einem Widerstand r dieses Kreises ab. $r/(R+\gamma)$ gibt den Bruchteil der Spannung, wenn γ der Widerstand der Stromquelle ist, der gegen R oft zu vernachlässigen ist.

δ) Messung kleiner Spannungen. Kleine Spannungen mißt man vorteilhaft mit dem Kompensator von kleinem Widerstand (S. 33f., Abschn. γ).

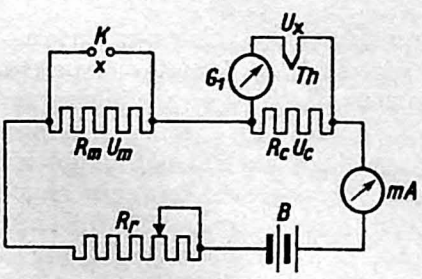


Abb. 21. Messung kleiner Spannungen

Wenn kein Kompensator mit kleinem Widerstand vorhanden ist, kann man auch sehr kleine Spannungen mit jedem anderen Kompensator in der folgenden Schaltung (Abb. 21) messen.

Die beiden Widerstände R_m und R_c werden mit der Batterie B und dem Regelwiderstand R_r in Reihe geschaltet und die Stromstärke so lange geändert, bis die an dem kleinen Widerstand R_c (etwa 10^{-2} Ohm) liegende Spannung U_c gerade gegen die zu messende Spannung U_x (z. B. eines Thermoelements) kompensiert ist. Dann wird die an dem Widerstande R_m (etwa 100 Ohm) liegende Spannung U_m mit dem Kompensator K eingestellt. Die Spannung U_x ergibt sich dann zu $U_m \cdot R_c/R_m$.

v. Krukowski, Ann. l'Acad. Sci. Techn. Warschau **1**, 123, 1935.

Die EMK zweier Elemente läßt sich vergleichen, indem man die Differenz der gegeneinander geschalteten Elemente mit dem Kompensator bestimmt. Das Verfahren eignet sich besonders für Elemente mit nahe gleicher EMK,

da die Messung um so weniger genau ausgeführt zu werden braucht, je kleiner der Unterschied der Elemente ist.

Über die Anwendung des Kapillarelektrometers und über besondere Widerstandsanordnungen zu den Messungen vgl. Ostwald-Luther, Physico-chemische Messungen 3. Aufl. Leipzig 1910, S. 396ff.

d) Sonstige Methoden der Spannungsmessung. Neben der Messung mit dem Elektrometer (vgl. S. 127) und mit der Funkenstrecke (S. 166) kommen noch die folgenden Verfahren in Betracht:

α) Messung durch Stromerzeugung. Man schließt die EMK E (Element, Thermoelement usw.) durch ein Galvanometer und einen Widerstand. Der Gesamtwiderstand des Kreises sei R, die abgelesene Stromstärke I, dann ist $E = IR$. R enthält auch den Widerstand des Galvanometers und der Stromquelle, die oft vernachlässigt werden können, oder deren Abschätzung genügt. (Vgl. auch S. 27.) Ist ein Element nicht konstant, so gilt E für die vorhandene Stromstärke und kann also durch Abänderung des Versuchs, insofern nicht etwa auch der Elementwiderstand von der Stromstärke abhängt, als Funktion der letzteren bestimmt werden.

Zur Vergleichung zweier EMK führt man die einfache Messung für E_1 und E_2 nacheinander aus. Sind I_1, I_2 die Stromstärken, R_1, R_2 die zugehörigen Gesamtwiderstände, so ist $E_1 : E_2 = I_1 R_1 : I_2 R_2$. Bleibt $R_1 = R_2$, so wird $E_1 : E_2 = I_1 : I_2$. Wird R_2 auf Gleichheit von I_1 und I_2 eingestellt, so wird $E_1 : E_2 = R_1 : R_2$. Die inneren Widerstände von E_1 und E_2 müssen den Widerständen R_1, R_2 zugefügt werden, wenn sie nicht zu vernachlässigen sind. Die Strommessung kann mit einem Amperemeter ausgeführt werden (S. 26). (Bei sehr hoher Spannung, z. B. Lichtleitung und Verwendung von Widerstandskästen, nur kurze Zeit schließen wegen Stromwärme.)

β) Messung mit Voltmeter. Vgl. hierzu S. 27 sowie wegen Unterteilung hoher Spannungen S. 36. Bleibt das Voltmeter nicht dauernd an den die zu messende Spannung führenden Widerstand geschaltet, so wird beim Anlegen des Voltmeters eine zu kleine Spannung gemessen, wenn der Widerstand des Voltmeters nicht groß gegenüber dem der Spannungsquelle ist. Anderenfalls ist an der abgelesenen Spannung eine Korrektion anzubringen, die aus dem Verhältnis der Widerstände zu berechnen ist.

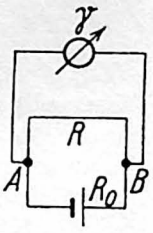


Abb. 22. Spannungsmessung mit Voltmeter

1. Korrektion. Hat die zu messende Spannung den inneren Widerstand R (Abb. 22) (z. B. Spannung zwischen zwei Punkten eines stromdurchflossenen Leiters) und ist γ der Widerstand des Voltmeters, so ist der Gesamtwiderstand $\frac{\gamma R}{(R+\gamma)}$ (S. 2). Wird durch das Anlegen des Voltmeters der Hauptstrom I des Leiters nicht geändert, so ist die gemessene Spannung $U' = \frac{IR}{(1+R/\gamma)}$, während ohne das Voltmeter die Spannung $U = IR$ sein würde. Der Spannungsmesser gibt die Spannung $U' = i\gamma$ unmittelbar an, wenn $i = \frac{IR}{(R+\gamma)}$ den im Spannungsmesser fließenden Strom bezeichnet; dasselbe gilt auch für ein beliebiges Galvanometer, dessen Widerstand + Vorschaltwiderstand gleich γ ist.

2. Klemmenspannung. Darunter versteht man die Potendialdifferenz an den Polen (Klemmen) der Stromquelle (Batterie, Dynamomaschine), während diese

Strom gibt. Die Messung geschieht so wie oben beschrieben; nur wählt man als Abzweigepunkte die Pole der Stromquelle. Die Bestimmung ist besonders bei Dynamomaschinen von Bedeutung, da deren EMK von der Stromstärke abhängt, bei Serienmaschinen überhaupt nur vorhanden ist, wenn sie geschlossen laufen. Nur bei großem äußerem Widerstande R ist die Klemmenspannung U mit der ganzen EMK E praktisch gleich. Bei Batterien und Serienmaschinen ist, wenn R_0 den inneren Widerstand (Abb. 22) und U die Klemmenspannung ohne Voltmeter bedeutet ($\gamma = \infty$), zu setzen

$$E = \frac{U(R + R_0)}{R}. \tag{4}$$

3. Kompensationsschaltung. Der hier nicht zum Messen, sondern nur zum Regeln bestimmte Draht oder Widerstandssatz wird von dem konstanten Strom einer Hilfsbatterie (Akkumulatoren) durchflossen. Das zu messende Element e (Abb. 23) bildet einen Stromkreis mit einem Spannungsmesser Sp und einem Galvanometer G, liegt aber zugleich an dem Hilfsstrom. Der Spannungsmesser zeigt, vorausgesetzt wieder, daß die Widerstände von e und G gegen seinen eigenen Widerstand zu vernachlässigen sind, die EMK von e in dem Zustande an, welcher dem durch e fließenden Strome entspricht, also im stromlosen Zustande, wenn der Kontakt auf Verschwinden des Stromes in G gestellt ist.

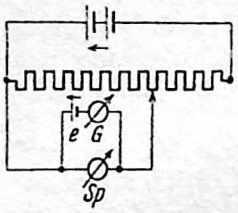


Abb. 23. Messung der offenen Spannung eines Elements

Die Prüfung eines Spannungsmessers kann mittels Strom- und Widerstandsmessung, mit einer Stromquelle von bekannter EMK oder mit dem Kompensator (S. 36) geschehen.

γ) Messung durch Kondensatorentladung. Lädt man einen Kondensator (möglichst verlustfrei) von der bekannten Kapazität C auf die zu messende Spannung U auf, so kann die Elektrizitätsmenge $Q = CU$ z. B. mittels des ballistischen Galvanometers gemessen und daraus U berechnet werden.

B. Polarität der Spannung

Ein stromführender Draht (bzw. eine Drahtschlinge) über einer Magnetnadel (Kompaß) ergibt nach der Ampereschen Schwimmregel die Stromrichtung und damit die Polarität (Stromrichtungszeiger). Ebenso kann jeder Strom- und Spannungszeiger, dessen Ausschlagsrichtung von der Polarität abhängt (also keine Weicheiseninstrumente), zur Feststellung der Polarität dienen; meist sind die Klemmen mit Polbezeichnung versehen, sonst läßt sie sich mit einem Akkumulator usw. leicht feststellen.

Ferner können die elektrolytischen Erscheinungen zur Feststellung der Polarität dienen. Am negativen Pol (Zink) werden die Metalle und Wasserstoff ausgeschieden, am positiven Säureradikale bzw. O_2 oder Halogene. Mit einer schwachen Salzlösung ist die Polarität leicht festzustellen, da doppelt soviel Wasserstoff als Sauerstoff frei wird. Ebenso können die Reagenzpapiere benutzt werden; blaues Lakmuspapier wird rot am positiven Pol, Phenolphthalein (farblos) rot am negativen, Kongorot blau am positiven Pol, Jodstärkepapier (KJ mit Stärkelösung) durch Ausscheidung von Jod blau am positiven Pol (Polreagenzpapiere). Auch durch Gleichrichter usw., die den Strom nur in einer Richtung durchlassen, läßt sich die Polarität bestimmen.

C. Beziehungen der Spannung zur Chemie der Lösungen

Vgl. auch Nernst, Theor. Chemie. Stuttgart 1921; Eucken, Lehrb. d. chem. Phys. Leipzig 1932; Le Blanc, Elektrochemie. Leipzig 1914; Ostwald-Luther, Phys.-chem. Messungen. Leipzig 1925; Roth, Phys.-chem. Übungen. Leipzig 1921; Freundlich, Kapillarchemie. Leipzig 1932.
S. auch S. 61f.

a) EMK von Konzentrationsketten mit Überführung. In der Lösung eines Elektrolyten aus einwertigen Ionen besteht bei der absoluten Temperatur T zwischen zwei Punkten I und II von den Ionenkonzentrationen α_1 und α_2 eine in der Lösung von I nach II gerichtete EMK (d. h. im stromlosen Zustande eine Potentialdifferenz $E_2 - E_1 = E$):

$$E = \left(\frac{R}{F}\right) \cdot T \left(\frac{l_K - l_A}{l_K + l_A}\right) \ln\left(\frac{\alpha_1}{\alpha}\right). \tag{1}$$

l_K und l_A bedeuten die Ionenbeweglichkeit des Kations und Anions, vgl. Tab. 59.

Im internationalen Maßsystem ist die Gaskonstante $R = 8{,}312$ int. Joule/Grad, die Valenzladung des Grammäquivalents $F = 96\,494$ int. C, somit die elektrolytische Gaskonstante $R/F = 0{,}8614 \times 10^{-4}$ int. Volt/Grad, so daß man E in int. Volt erhält. Bei mehrwertigen Ionen ist der Quotient R/F noch durch n, die Wertigkeit derselben zu dividieren.

b) Elektrodenpotentiale in Abhängigkeit von der Konzentration; Konzentrationsketten ohne Überführung. Aus der osmotischen Theorie der Stromerzeugung folgt das Gesetz, daß zwischen einer verdünnten Lösung, welche die freien Ionen eines chemisch n-wertigen Metalles in der Konzentration α enthält, und einer Elektrode aus demselben Metall bei der absoluten Temperatur T eine vom Metall zur Lösung gerichtete EMK E (d. h. eine Potentialdifferenz Lösung minus Metall) besteht:

$$E = \frac{RT}{nF} \ln \frac{A}{\alpha} \text{ int. Volt.} \tag{2}$$

A, eine Konstante des Metalles, heißt seine elektrolytische Lösungstension.

Stehen daher in überbrückten Lösungen von den Ionenkonzentrationen α_1 und α_2 zwei gleiche Elektroden I und II, so gilt für die Spannung E zwischen diesen, im Sinne $E_2 - E_1$ (von der Diffusionskette abgesehen; s. unten), dieselbe Gl. (2), nur ist statt $\ln(A/\alpha)$ zu setzen $\ln(\alpha_2/\alpha_1)$. Alle Formeln für die Abhängigkeit der EMK von der Konzentration gelten nur für sehr verdünnte Lösungen. Bei Lösungen mäßiger Konzentration ist wegen der dann nicht mehr zu vernachlässigenden elektrostatischen Kräfte zwischen den Ionen ein Korrektionsfaktor f, der sog. Aktivitätskoeffizient, anzubringen, mit dem die Konzentrationen multipliziert werden müssen.

Mißt man die Spannung E zwischen zwei gleichen Elektroden eines n-wertigen Metalls in zwei verschiedenen Lösungen des Metalls, so ergibt sich daraus umgekehrt das Konzentrationsverhältnis α_2/α_1 der Ionen des Metalls in den umgebenden Lösungen. Aus einer bekannten Ionenkonzentration α_1 läßt sich also eine unbekannte α_2 berechnen, falls es sich um ein Metall handelt, das als Elektrode brauchbar ist. Die im allgemeinen auftretende Korrektion wegen der entstehenden Diffusionskette kann man z. B. dadurch vermeiden, daß sämtlichen Lösungen gleichmäßig ein indifferenter Elektrolyt (KNO_3) in großem Überschuß zugesetzt wird.

Über andere Maßnahmen s. z. B. Abegg u. Cumming, Z. Elektroch. **13**, 17, 1907.

Eine Ionenkonzentration α steht zu der größeren Gesamtäquivalenzkonzentration η des Salzes in der Beziehung $\alpha/\eta = \Lambda/\Lambda_\infty$ (S. 62). Über die Löslichkeit schwer löslicher Salze vgl. die anfangs angegebene Literatur.

c) Normalelektroden. Da man niemals Einzelpotentiale, sondern immer nur die Differenz zweier Potentiale bestimmen kann, mißt man die Differenz des zu ermittelnden Elektrodenpotentials gegenüber dem einer Normalelektrode, deren Spannung entweder gleich 0 ist, wie das der Quecksilbertropfelektrode (da dieselbe nach dem Satze von Helmholtz, daß ein Quecksilberstrahl, der in eine Lösung einfließt, das Potential der Lösung annimmt), oder deren Spannung man einen bestimmten Wert zuschreibt, der z. B. bei der Normalwasserstoffelektrode (H_2 von Atmosphärendruck, $H^{\cdot}$-Ionenkonzentration [norm.] bei 25° C nach Nernst = 0 gesetzt wird. Die Potentialdifferenz der Kombination

$$Pt, H_2 \mid HCl\ 0{,}01\ norm. \mid KCl\ 1{,}0\ norm. \mid HgCl_2, Hg$$

ist $-0{,}4030$ V bei 25° C. Die vier im folgenden zuerst genannten Elektroden werden in Verbindung mit einer der zuletzt genannten Elektroden (z. B. der gesättigten Kalomelelektrode) auch zur Bestimmung des Gehalts einer Lösung an $H^{\cdot}$-Ionen, der in p_H-Werten ausgedrückt wird, benutzt, wobei p_H durch die Gleichung $p_H = -\log c_H$ mit der Konzentration verknüpft ist. Da in säure- und alkalifreiem Wasser die Konzentration der $H^{\cdot}$-Ionen $= 10^{-7}$ ist, bedeutet $p_H = 7$ den Logarithmus der $H^{\cdot}$-Ionenkonzentration des reinen Wassers. Bei p_H-Werten, die größer als 7 sind, ist die Lösung alkalisch, bei solchen, die kleiner als 7 sind, ist sie sauer.

α) Wasserstoffelektrode. Nach dem Vorgang von Ostwald taucht ein mit Wasserstoff von Atmosphärendruck beladenes platiniertes Platinblech zum Teil in eine Säurelösung, deren $H^{\cdot}$-Ionenkonzentration bekannt ist. Zur p_H-Bestimmung ist diese Elektrode im Bereich von $p_H = 1$ bis 14 brauchbar, abgesehen von Lösungen, die reduzierende oder oxydierende Substanzen, CO_2, Schwermetallsalze, sowie sog. „Elektrodengifte" wie Blausäure, Arsen und Schwefelwasserstoff, ferner Halogene oder verschiedene organische Stoffe wie Toluol, Alkaloide oder Eiweißstoffe enthalten.

Beans u. Hammet, J. Am. Chem. Soc. **47**, 1215, 1925; Popoff, Kunz u. Snow, J. Phys. Chem. **32**, 1056, 1928.

β) Chinhydronelektrode. An Stelle des gasförmigen H_2 enthält die Säurelösung ein Gemisch von Chinon und Hydrochinon, dessen H_2-Druck im Gleichgewicht einem bestimmten Wert entspricht. Zur p_H-Bestimmung ist diese Elektrode im Bereich von $p_H = 0$ bis 8 brauchbar, abgesehen von Lösungen, die stark reduzierende oder oxydierende Substanzen, Eiweißstoffe und Salze enthalten, sowie in der Nähe des Neutralpunktes in schlecht gepufferten Lösungen.

Biilmann, Bull. Soc. Chem. **41**, 147, 1927; Lammert u. Morgan, J. Am. Chem. Soc. **54**, 910, 1932; Rabinowitsch u. Kargin, Z. Elektroch. **33**, 11, 1927; Kordatzki, Chem. Ztg. **56**, 19, 1932 (Apparat).

γ) Metallelektrode. Zur p_H-Bestimmung können in Lösungen, die keinen Schwefelwasserstoff oder Chlor enthalten, im p_H-Bereich von 1 bis 12 auch Elektroden aus mit Sb_2O_3 bedecktem Antimon oder aus mit MnO_2 bedecktem Wolfram verwendet werden, die mit Hilfe einer Wasserstoffelektrode geeicht werden.

Britton u. Robinson, J. Chem. Soc. Lond. **149**, 458, 1931; Parks u. Beard, J. Am. Chem. Soc. **54**, 856, 1932; Perley, Ind. Eng. Chem. **11**, 316, 319, 1939.

δ) Glaselektrode. Diese Elektrode wird vorzugsweise zur p_H-Bestimmung benutzt, da sie auch in solchen Lösungen, bei denen die anderen Elektroden versagen, im Bereich von $p_H = 2$ bis 8 zuverlässige Werte gibt. In einem aus hydrolytisch hochwertigem Glas (Zusammensetzung 72% SiO_2, 22% Na_2O, 6% CaO) bestehenden Rohr, das in einer möglichst dünnwandig geblasenen Kugel endet oder durch eine möglichst dünnwandige Glasmembran verschlossen ist, befindet sich eine sog. Ableitungselektrode, wozu eine der drei zuerst genannten Elektroden dienen kann, die in eine Lösung bekannten $H^{\cdot}$-Ionengehalts eintaucht. Diese Kugel wird in die zu untersuchende Lösung eingetaucht und die EMK einer Kombination derselben mit einer Kalomelelektrode gemessen.

Haber u. Klemensiewicz, Z. phys. Chem. **67**, 385, 1909; F. Müller, Z. Elektroch. **36**, 923, 1930 (Röhrenvoltmeter); Innes u. Dole, J. Am. Chem. Soc. **51**, 1118, 1929; **52**, 29, 1931.

Brauchbare Anordnungen zur p_H-Bestimmung befinden sich im Handel.

ε) Kalomelelektrode. In den Boden eines röhrenförmigen Glasgefäßes ist nach Ostwald ein Platindraht eingeschmolzen, der mit Quecksilber bedeckt ist, das mit einem aus Merkurochlorid (Hg_2Cl_2) und einer KCl-Lösung der gewünschten Konzentration (gesättigt, 1 norm. bzw. 0,1 norm.) bestehenden Gemisch überschichtet ist. Der übrige Raum ist mit einer KCl Lösung der gleichen Konzentration ausgefüllt.

Michaelis u. Davidoff, Biochem. Z. **46**, 131, 1912; Sörensen u. Linderström-Lang, C. R. trav. lab. Carlsberg **15**, 40, 1924; Fales u. Mudge, J. Am. Chem. Soc. **42**, 2434, 1920. Ferner: Taschenbuch der praktischen p_H-Messung von Kordatzki, München 1938; Jörgensen, Wasserstoffionenkonzentration (p_H), Dresden u. Leipzig 1935.

ζ) Merkurosulfatelektrode. Bei dieser Elektrode, die analog der vorgenannten angeordnet ist, tritt an Stelle des Hg_2Cl_2 und des KCl Merkurosulfat (Hg_2SO_4) und $CdSO_4$ oder $ZnSO_4$ oder H_2SO_4.

Vgl. Abegg, Auerbach, Luther, Messungen von EM-Kräften. Halle 1911; Nachtrag dazu Auerbach 1915; Pfleiderer, Spannungsmessung in Stählers Handb. d. Arbeitsmethoden in d. anorganischen Chemie Bd. III, S. 856ff. Leipzig 1914.

d) Polarisation von Elektroden; Zersetzungsspannung. Man schaltet den Elektrolyt zwischen indifferenten Elektroden — meist Platin — mit einem empfindlichen Strommesser in einen Stromkreis, dessen Widerstand oder EMK regulierbar ist, und mißt die mit allmählich steigender Stromstärke anwachsende Spannung der Polarisation an den Elektroden. An dem Punkte, welchem die eintretende Zersetzung entspricht, soll das Anwachsen einen Knick zeigen.

Vgl. u. a. Krüger, Z. Elektroch. **16**, 522, 1910. Ein Gerät zur selbsttätigen Aufzeichnung von Zersetzungsspannungskurven (Polarograph) wurde von Heyrowski angegeben. Heyrowski u. Skihota, Rec. trav. chim. **46**, 496, 1925.

4. Strommessung

A. Absolute Messung

Die absolute Stromstärke (in absoluten Ampere), welche aber vorläufig noch nicht den gesetzlichen Bestimmungen entspricht (Bd. 1, S. 7), kann gemessen werden mit der Tangenten- bzw. Sinusbussole (S. 119), dem Elektrodynamometer und der Stromwaage (S. 24 u. 25). Man kann aber diese Geräte auch in internationalen Ampere eichen und dann als empirische Meßinstrumente für diese Größe benutzen. In diesem Fall sind die früher angegebenen, für die Berechnung

erforderlichen besonderen Einrichtungen überflüssig. Für solche Zwecke ist die Stromwaage vielfach benutzt worden. Über die Messung mit dem Bifilargalvanometer vgl. S. 93.

B. Aus Spannung und Widerstand

Bei den im folgenden erwähnten Verfahren wird die Messung des Stromes stets auf eine Spannungsmessung zurückgeführt.

a) Mit dem Kompensator. Diese Messung kann in zweierlei Weise ausgeführt werden. Erstens kann der zu messende Strom I den Kompensator durchfließen, wobei dann die Kurbelstellung so eingeregelt wird, daß an dem dadurch eingestellten Widerstand R das Normalelement von der EMK E kompensiert wird. Dann ist $I = E/R$, vgl. die Schaltung nach Abb. 16. Dies ist aber nur innerhalb gewisser Grenzen ausführbar, da sich ja auch der ganze Widerstand des Kompensators im Stromkreis befindet, so daß dieses Verfahren nur bei schwachen Strömen Anwendung finden kann.

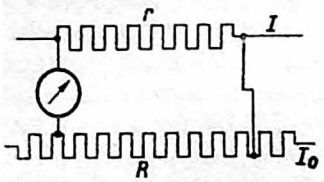


Abb. 24.
Strommessung mit dem Kompensator

Die zweite Methode ist dagegen in sehr weiten Grenzen anwendbar. Der Strom I durchfließt den bekannten Widerstand r (Abb. 24), während I_0 den im Kompensator fließenden Strom bezeichnet. Wird die Endspannung von r durch Anlegen an den auszuprobenden Widerstand R des Kompensators kompensiert, so ist $I = R \cdot I_0/r$. Da es Normalwiderstände von sehr kleinem Betrag (bis $10^{-5}\,\Omega$) gibt, deren Wert sehr genau bestimmt werden kann und die durch Wasserkühlung und Rührung zur Abführung der Stromwärme für große Strombelastung eingerichtet sind, so lassen sich auf diese Weise Ströme von mehreren tausend Ampere noch sehr genau messen, wenn die Korrektionen und Temperaturkoeffizienten der Widerstände und des Normalelementes berücksichtigt werden. Eine Temperaturmessung ist bei Widerständen, die so gebaut sind, daß ihr Wert sich über einen größeren Belastungsbereich nicht ändert, nicht erforderlich.

In Ermangelung eines Kompensators können auch folgende Verfahren angewendet werden.

b) Einfache Abzweigung. Das Verfahren besteht darin, daß man das Normalelement E (Abb. 16) nebst einem Stromzeiger G an den Enden A und B eines meßbar veränderlichen, von dem zu messenden Strome durchflossenen Widerstandes kompensiert. Ist R der Kompensationswiderstand, wozu gegebenenfalls ein Widerstandskasten verwendet werden kann, so gilt $i = E/R$. Bei geringeren Anforderungen an die Genauigkeit kann R auch aus einem kalibrierten blanken Draht mit Schleifkontakt bei B bestehen.

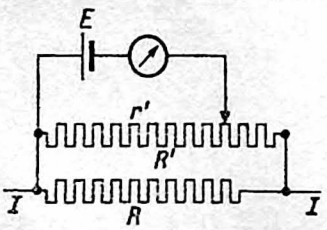


Abb. 25. Messung starker Ströme durch Kompensation

c) Abzweigung für starke Ströme. An einem bekanntenWiderstand R (Abb. 25) der Hauptleitung, welcher so groß sein muß, daß $RI > E$ (also wenn E ein Normalelement, für $I = 100$ A z. B. $R = 0{,}02\,\Omega$), wird eine Abzweigung zu einem Widerstandssatz gelegt; vom Übergangswiderstande wird nur verlangt,

daß er gegen den Gesamtwiderstand der Abzweigung verschwindet. Der letztere heiße R', während r' der Widerstand ist, an den man nun eine zweite Abzweigung mit Element und Galvanoskop anlegen muß, um hier den Strom Null zu erhalten. Dann ist

$$I = \frac{E(R + R')}{(Rr')}.$$

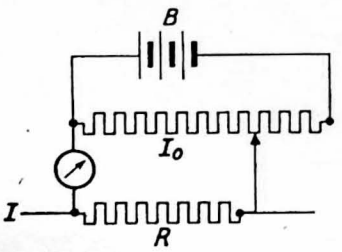


Abb. 26. Messung starker Ströme durch Kompensation

d) Kompensation durch einen zweiten Stromkreis. Bei geringeren Ansprüchen an die Genauigkeit kann man unter Benutzung eines blanken Drahtes mit Schleifkontakt zunächst im Stromkreise der Batterie B (Abb. 26) eine bestimmte Stromstärke I_0 etwa nach dem oben angegebenen Verfahren einstellen. Von einem bekannten Widerstand R in der Leitung des zu messenden Stromes zweigt man zu einem solchen Stück l des Widerstandsdrahtes ab, daß der Strom im Stromanzeiger verschwindet. Dann hat man

$$I = I_0 \frac{l}{R}.$$

C. Andere Methoden der Strommessung

Die Stromstärke kann auch durch Messung der Spannung an den Enden des bekannten Widerstandes R mit dem Elektrometer (S. 127) oder Voltmeter (Spannungszeiger S. 26) oder auch durch Kondensatorentladung (S. 38), ferner mit dem Voltameter (S. 28), den Hitzdrahtgeräten (S. 28) oder dem Röhrengalvanometer (S. 280) ermittelt werden. Am einfachsten verwendet man geeichte Stromzeiger. Die amtliche Eichung dieser Geräte wird von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt vorgenommen.

D. Messung von Elektrizitätsmengen und kurz dauernden Strömen

a) Mit ballistischem Galvanometer. Nach den Angaben auf S. 84 kann eine Elektrizitätsmenge Q oder ein kurz dauernder Stromstoß $\int I\,dt$ mittels des ballistischen Galvanometers gemessen werden.

b) Mit Dauerablenkung. Wird die Elektrizitätsmenge Q dauernd $n$mal in der Sekunde durch ein Galvanometer entladen, so entspricht dies einem mittleren konstanten Strom $I = nQ$, der durch eine Dauerablesung gemessen werden kann oder auch mit einem Voltameter (S. 28ff.).

c) Anwendungen. Wirkt eine EMK E während der Zeit t, so heißt $\int_0^t E\,dt$ das Zeitintegral oder kurz das Integral der EMK. Ist R der Widerstand des Kreises, in dem die EMK (Umlaufspannung) erzeugt wird, so ist die in der Zeit t hindurchgeflossene Elektrizitätsmenge

$$Q = \frac{ET}{R} \quad \text{oder} \quad Q = \frac{1}{R}\int_0^T E\,dt.$$

Eine Selbstinduktion im Kreise ändert an dieser Beziehung nichts, wenn der Anstieg und Abfall des Stromstoßes ungestört verläuft. Wird aber der Stromstoß

durch Schließen und Öffnen einer konstanten EMK erzeugt, so bewirkt der allmähliche Anstieg beim Stromschluß Fehler, die man durch Einschalten eines induktionsfreien Widerstandes, d. h. Verkleinerung der Zeitkonstante L/R (S. 225), vermindern kann.

Zur Messung kurzer Zeiten, z. B. von Schuß-, Fall- oder Stoßzeiten, wird der Strom einer konstanten EMK E zu Anfang der Zeit geschlossen, am Ende unterbrochen. Ist E und der Widerstand R des Stromkreises bekannt, so erhält man die Zeitdauer zu

$$t = \frac{QR}{E}.$$

Über eine auf sehr kleine Zeiten anwendbare Methode mit partieller Kondensatorentladung s. u. a. Klopsteg, Phys. Rev. **15**, 12, 1920 (Nullmethode).

Zur Herstellung von Zeitintegralen der EMK kann das Helmholtzsche Pendel verwendet werden, d. h. ein schweres Pendel, das elektromagnetisch festgehalten wird und beim Loslassen in kurzen Zeitintervallen zwei Kontakthebel bewegt, die verstellbar sind, um die berechenbare Zeitdauer zu ändern.

Helmholtz, Ges. Abh. **1**, 429, 1882. Formen des Pendelunterbrechers auch bei Edelmann, Ann. Phys. **3**, 274, 1900; Borelius u. Lind, ebd. **53**, 97, 1917.

Um die Stromempfindlichkeit bzw. den Reduktionsfaktor C (S. 12) eines empfindlichen Galvanometers zu bestimmen, wofür in der Regel nur angenäherte Werte erforderlich sind, kann man eine bekannte EMK E, z. B. einen Akkumulator, dessen Spannung mit einem Voltmeter gemessen wurde, durch einen großen Widerstand R und das Galvanometer (Widerstand γ) schließen und die Stromstärke als $I = \frac{E}{(R+\gamma)}$ berechnen.

Braucht man zu diesem Zweck sehr schwache Ströme, so legt man das Galvanometer an einen Nebenschluß z (Abb. 27). Ist R der Gesamtwiderstand der Leitung ohne den Galvanometerzweig, so ist dann $I = E \cdot \frac{z}{(R\gamma + Rz - z^2)}$. Wenn z sehr klein gegen R ist, kann z^2 vernachlässigt werden; ist z auch klein gegen γ, was häufig der Fall ist, so wird $I = \left(\frac{E}{R}\right) \cdot \left(\frac{z}{\gamma}\right)$. Am bequemsten ist für diese Methode ein Widerstandskasten mit Abzweigstöpseln.

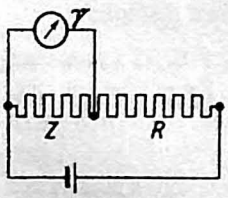


Abb. 27. Bestimmung der Empfindlichkeit eines Galvanometers

Vergleich zweier Windungslagen I und II desselben Galvanometers. Die Widerstände fallen heraus, wenn man denselben Strom gleichzeitig durch beide Lagen hintereinander schickt, und zwar erstens gleichsinnig, Ausschlag $= \varepsilon$, alsdann gegenläufig durch Kommutieren von II, Ausschlag $= \varepsilon'$; dieser ist negativ zu rechnen, wenn er entgegengesetzt zu ε ist, d. h. wenn $C_1 < C_2$. Dann gilt

$$C_1 : C_2 = (\varepsilon - \varepsilon') : (\varepsilon + \varepsilon').$$

Der Reduktionsfaktor beider Lagen zusammen ist $\frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)}$. Denn man hat

$$\frac{\varepsilon}{I} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{(C_1 + C_2)}{C_1 C_2} \quad \text{und} \quad \frac{\varepsilon'}{I} = \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} = \frac{(C_2 - C_1)}{C_1 C_2}.$$

Somit $\varepsilon : \varepsilon' = (C_1 + C_2) : (C_2 - C_1)$, woraus obiges folgt.

5. Widerstandsmessung

A. Absoluter Widerstand

Ursprünglich zur Ermittelung des Ohm im absoluten elektromagnetischen Maßsystem, dann aber auch zur Bestimmung des Verhältnisses des internationalen zum absoluten Ohm wurden verschiedene Methoden angegeben, die in den letzten Jahrzehnten sehr vervollkommnet worden sind. Nach den neuesten Messungen ist das internationale Ohm um nahe $0{,}5\,^0/_{00}$ größer als das absolute Ohm.

Smith, Phil. Trans. London **214**, 27, 1914 u. NPL. Coll. Res. **11**, 209, 1914; Grüneisen u. Giebe, Ann. Phys. **63**, 179, 1920 u. Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **5**, 1, 1921; Hartshorn u. Astbury, Phil. Trans. London **236**, 423, 1937; Jouaust, Picard u. Herou, Bull. Soc. franç. Electr. **8**, 586, 1938; Vigoureux, NPL. Coll. Res. **24**, 277, 1938; Curtis, Moon u. Sparks, J. Res. NBS. **16**, 1, 1936, RP. 857; **21**, 375, 1938, RP. 1137.

a) Ältere Verfahren. Die Verfahren zur Bestimmung des Ohm aus der Dämpfung eines schwingenden Magneten, durch Induktionsstöße mit dem Erdinduktor und mit dem rotierenden Erdinduktor kommen wegen der geringeren damit erreichbaren Genauigkeit praktisch nicht mehr in Betracht.

b) Aus der Induktivität von Stromleitern. Die Berechnung aus der geometrischen Form eines Stromleiters gibt die Induktivität L bzw. die Gegeninduktivität M in cm $= 10^{-9}$ absolute Henry (S. 203 u. 219). Die elektrische Messung von L bzw. M (nach einer der auf S. 210, Abschn. b und S. 213, Abschn. d, ferner S. 221, Abschn. b und S. 224, Abschn. d für Selbst- und Gegeninduktivitäten beschriebenen Methoden) gibt L in internationalen Henry; aus beiden Zahlen folgt das Verhältnis der internationalen zur absoluten Einheit der Induktivität und damit auch des Widerstandes, da dieser die Dimension Induktivität/Zeit hat.

Die Induktivitäten müssen so gestaltet sein, daß sich ihre geometrischen Bestimmungsstücke (Spulenlänge und -durchmesser, Drahtstärke, Spulenabstände usw.) genau ausmessen lassen, und daß genaue Formeln zur Berechnung von L zur Verfügung stehen. Ferner wird eine gewisse Größe der Induktivität gefordert, damit die Fehler der elektrischen Messung möglichst klein werden.

Kirchhoff, Pogg. Ann. **76**, 412, 1849. Über die Verwendung von Gegeninduktionen vgl. Himstedt, Wied. Ann. **54**, 305, 1895; Campbell, Proc. Roy. Soc. London **87**, 391, 1912; Dye, ebd. **101**, 315, 1922. Über Selbstinduktionen Grüneisen u. Giebe, a. a. O., Curtis, Moon u. Sparks, a. a. O.

c) Durch Kompensation der EMK einer Gegeninduktion. Ein Strom I durchfließt eine lange Drahtspule von n Windungen/cm. Im Magnetfeld der Spule, $\mathfrak{H} = 4\pi nI$ Oersted rotiert eine Metallscheibe vom Halbmesser a mit ν Umdrehungen/s, die Kraftlinien senkrecht schneidend. Die Spannung wird in der Mitte und am Rande der Scheibe durch Schleifkontakte abgenommen. Zwischen diesen Punkten wird dann, da ein Radius der Scheibe in der Sekunde eine Fläche von $\nu a^2\pi$ überstreicht, eine EMK von der Größe $4\pi^2 n\nu a^2 I$ induziert, Derselbe Strom I durchfließt den zu messenden Widerstand R, an dessen Enden die Spannung RI erzeugt wird. Die Umdrehungszahl ν wird so gewählt. daß beide Spannungen einander gleich werden, so daß der das Galvanometer G durchfließende Strom verschwindet. Dann ist

$$R = 4\pi^2 \nu n a^2.$$

Die Größe $4\pi^2 n a^2 = M$ ist im Prinzip die Gegeninduktion zwischen Spule und Scheibenwand (Gl. (7) und (8) S. 220). Für die endliche Länge der Spule ist eine erhebliche Korrektion anzubringen (S. 92).

Anordnung von Smith (Abb. 28). Auf einer langen Drehachse sitzen in großem Abstand voneinander zwei Scheiben, deren jede von den Kraftlinien zweier gleichsinnig durchströmter Spulen geschnitten wird. Der Scheibendurchmesser ist so groß gewählt, daß die Scheibenränder, an denen die Spannung bei A und B abgenommen wird, an Stellen verschwindend kleiner Feldstärke liegen, so daß geringe Unsicherheiten bzw. Änderungen in ihren geometrischen Dimensionen die Gegeninduktion nicht wesentlich beeinflussen. Die Magnetfelder beider Spulenpaare sind, um den Einfluß des Erdfeldes zu beseitigen, entgegengesetzt gerichtet und induzieren in einer die Scheibenränder verbindenden, innerhalb der Spulen beliebig verlegten und mitrotierenden Drahtleitung eine EMK von der Größe $\nu M I$, die, wie oben erläutert, kompensiert wird, so daß

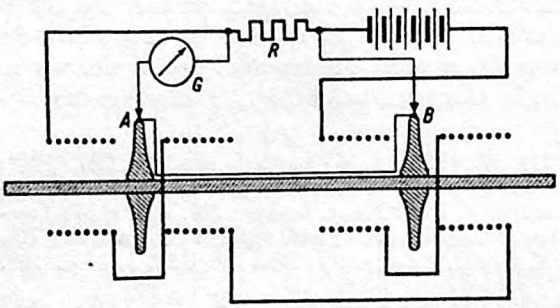


Abb. 28. Absolute Ohmbestimmung nach Smith

$$R = \nu M,$$

wobei M die gesamte Gegeninduktion zwischen den vier Spulen und den beiden Scheibenrändern bedeutet.

Diese ist genau berechenbar. Jones, Proc. Roy. Soc. London **63**, 198, 204, 1898.

Als thermokraftfreie Schleifkontakte dienen mit Petroleum geschmierte Drahtbündel aus Phosphorbronze, die ähnlich wie die Haare eines Violinbogens gespannt längs des aus gleichem Material bestehenden Scheibenrandes aufliegen. Jeder der beiden Scheibenränder ist in eine gerade Zahl (p) isolierter Segmente eingeteilt, die durch p Drähte AB verbunden sind. Die Anzahl der Schleifkontakte einer Scheibe ist $p/2$. Je nachdem die zusammengehörigen Bürstenpaare beider Scheiben parallel oder in Reihe geschaltet sind, steht auf der rechten Seite der Gleichung der Faktor 1 oder $p/2$.

Vgl. Smith, a. a. O.; Vigoureux, Coll. Res. NPL **24**, 277, 1938.

Über die internationale Widerstandseinheit, Präzisionswiderstände und Widerstandssätze vgl. S. 7ff., Stromverbindungen S. 10.

Die genauesten Widerstandsvergleichungen lassen sich ausführen mit den Brückenmethoden, besonders wenn die einzelnen Brückenzweige aus Präzisionswiderständen aufgebaut sind, sowie, allerdings in beschränkterem Umfang, mit dem Differentialgalvanometer, speziell nach der unter B angegebenen Methode.

B. Wheatstonesche Brücke

Diese Methode läßt sich immer dann anwenden, wenn es sich um den Widerstand zwischen den Enden eines gegebenen Leiters handelt. Ist der Widerstand eines durch Potentialdrähte bestimmten Leiterstückes zu bestimmen, so muß die unter b besprochene Thomson-Brücke oder ein Kompensationsverfahren benutzt werden.

a) Grundlagen der Methoden. Vier Widerstände, von denen einer der zu messende Widerstand ist, werden in der in Abb. 29 (vgl. auch Abb. 31) dargestellten Weise zu einem geschlossenen Stromkreise hintereinander verbunden. Die Spannung E wird an zwei einander gegenüberliegende Ecken des so entstandenen Vierecks gelegt, während die beiden anderen Ecken durch ein Galvanometer verbunden werden.

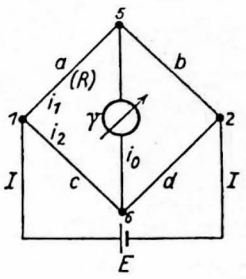


Abb. 29. Schema der Wheatstoneschen Brücke

Bezeichnet I den als konstant angenommenen Hauptstrom im unverzweigten Stromkreis und γ den Widerstand des Galvanometerzweigs (5—6), so ist (N Abkürzung für den Nenner) der im Galvanometer fließende Strom

$$i_0 = I\,\frac{ad-bc}{(a+c)(b+d)+\gamma(a+b+c+d)} = I\,\frac{ad-bc}{N}. \tag{1}$$

Im abgeglichenen Zustand ($i_0 = 0$) ist also

$$ad = bc, \tag{2}$$

d. h. es muß sein $a : c = b : d$ und $a : b = c : d$.

Zur Vereinfachung der Darstellung empfiehlt es sich, alle Brückenwiderstände auf den zu messenden Widerstand, z. B. a, der mit R bezeichnet sei, zurückzuführen, indem man (Abb. 29) setzt

$$a = R, \quad b = nR, \quad c = mR, \quad d = mnR. \tag{3}$$

Dann wird $ad = cb = R^2mn$ und $N = R^2(1+m)^2(1+\gamma/r_a)$, wenn r_a den Widerstand der parallelgeschalteten Zweige $(a+c)$ und $(b+d)$, d. h. den äußeren Schließungskreis des Galvanometers darstellt; dieser ist

$$r_a = \frac{R(1+m)}{\left(1+\frac{1}{n}\right)}. \tag{4}$$

Für das Galvanometer ergibt sich die Forderung, daß beim Nadelgalvanometer im günstigsten Fall der Spulenwiderstand $\gamma = r_a$ ist (S. 19), beim Drehspulengalvanometer soll γ/r_a klein und der Grenzwiderstand $= r_a$ sein (S. 21). Anderenfalls wird die Meßempfindlichkeit verkleinert. Die Zweigströme i_1 (Belastungsstrom des Meßwiderstandes R) und i_2 im unteren Zweig (c, d), deren Kenntnis wegen der Strombelastung der Widerstände wichtig ist, sind

$$i_1 = \frac{Im}{(1+m)}; \quad i_2 = \frac{I}{(1+m)}. \tag{5}$$

Zur Ermittlung dieser Ströme kann I mittels eines Stromzeigers gemessen oder als $I = \frac{E}{(R'+r_a)}$ berechnet werden, wenn R' den Widerstand im unverzweigten Teil und r_a den Widerstand der Verzweigung bezeichnet, Gl. (4).

b) Meßempfindlichkeit. Ändert man bei abgeglichener Brücke ($i_0 = 0$) irgendeinen der vier Brückenwiderstände um den kleinen Bruchteil ε, so ergibt sich nach Gl. (1) stets derselbe kleine Galvanometerstrom

$$\pm \Delta i_0 = IR^2mn\frac{\varepsilon}{N} + i_1\varepsilon \cdot \frac{n}{(1+m)\left(1+\frac{\gamma}{r_a}\right)},$$

der einen Ausschlag α hervorruft, aus dem sich die Meßempfindlichkeit (α/ε) ergibt, die durch Messung bestimmt werden kann. Die Empfindlichkeit ist der Belastungsstromstärke i_1 von R proportional (s. Gl. für Δi_0). Man kann aber auch eine obere Grenze der Empfindlichkeit für einen bestimmten Galvanometertyp angeben (S. 12 u. 22). Die Stromempfindlichkeit des Galvanometers steigt mit der Wurzel aus dem Widerstand (Spulenwiderstand beim Nadel-, Grenzwiderstand beim Drehspulgalvanometer). Bei der günstigsten Schaltung eines Galvanometers von der Normalempfindlichkeit c_0 für 1 Ω und 1 A ergibt sich für den Ausschlag (beim Drehspulgalvanometer)

$$\alpha = c_0 i_1 \sqrt{R} \cdot \frac{\varepsilon}{\sqrt{(1+m)\left(1+\frac{1}{n}\right)}} \tag{6}$$

und praktisch ein Maximum bei $m < 0{,}1$; $n > 10$.

Diese Maximalempfindlichkeit ist also proportional der Wurzel aus der Stromleistung $i_1^2 R$ im Meßwiderstand, so daß man bald an eine praktische obere Grenze kommt. Der Nenner hängt von den Widerstandsverhältnissen ab (im Minimum ist der Wert = 1, beim Nadelgalvanometer = 2).

c) **Thermoströme** im Galvanometer werden durch Kommutieren der Stromquelle und Mittelnehmen der Ausschläge oder durch Feststellung des Nullpunkts des Galvanometers nach Entfernung der Stromquelle vermieden.

d) **Momentaner Schluß. Doppelschlüssel.** Wegen der Stromwärme ist es bei der Brücke (oder Differentialgalvanometer) oft geboten, kurzdauernde Ströme anzuwenden. Dabei können Selbstinduktion oder Kapazität in aufgespulten längeren Widerständen oder gar bei der Anwesenheit von Eisenkernen Fehler bewirken. Man vermeidet sie, wenn man durch einen Doppelschlüssel *SA* (Abb. 30) das Galvanometer einen Augenblick später schließt als die Batterie.

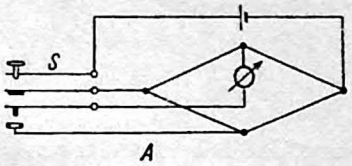


Abb. 30. Momentanschalter

Über die Wheatstonesche Brücke für Wechselstrom vgl. S. 212.

e) **Vergleichung im Verhältnis 1 : 1.** Wählt man $a = b$, so ist also $n = 1$, $r_a = \frac{a(1+m)}{2}$; $\frac{\alpha}{\varepsilon} = F = c_0 i_1 \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2(1+m)}}$; $c = d = ma$. Dies ist die meist benutzte Anordnung. Ebenso kann $a = c$ gemacht werden, also $m = 1$, $r_a = \frac{2a}{\left(1+\frac{1}{n}\right)}$ und $b = d = na$, oder schließlich $a = d$, also $mn = 1$, $b = na$, $c = \frac{a}{n}$, $r_a = a$. Im letzteren Fall kann man die Meßempfindlichkeit dadurch verdoppeln, daß man (z. B. bei Bolometern) a und d um den gleichen Bruchteil ε verändert, da dann ad um 2ε verändert wird. Sind alle vier Widerstände gleich, also $m = n = 1$, so ist $r_a = a$.

Die wirkliche Schaltungsweise bei der Wheatstone-Brücke geht aus Abb. 31 hervor, in der zwei Widerstandsbüchsen a und b (ohne besondere Potentialzuleitungen) mittels der bekannten größeren Widerstände d und c verglichen werden. Der Strom I muß an den Stellen 1, 2 (nicht bei 3, 4) zugeführt

werden, damit die Zuleitungen z_a und z_b zu den Widerständen c und d zu rechnen sind. Sie müssen entweder bekannt oder im Verhältnis $c : d$ abgeglichen sein, was leicht geschieht, wenn man sie aus gleichem Draht wählt. Sie können in der Brücke selbst gemessen und gegebenenfalls abgeglichen werden, indem man a und b entfernt und 1 sowie 2 mit 5 durch starke Kupferbügel verbindet (Messung nur annähernd mit kleiner Stromstärke). Vgl. auch S. 52, Abschn. b (Thomson-Brücke).

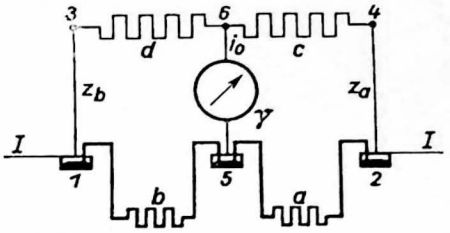


Abb. 31. Schaltung der Wheatstoneschen Brücke

f) Interpolation. Anstatt bei der Abgleichung der Brücke den Ausschlag des Galvanometers durch Abänderung eines der Widerstände auf Null zu bringen, wird man, besonders wenn größere Genauigkeit erforderlich ist, zwischen zwei bekannten Widerstandswerten interpolieren.

Wird der zu verändernde Brückenwiderstand aus einer oder mehreren Widerstandsbüchsen gebildet, so muß die Veränderung durch einen Nebenschluß N hervorgerufen werden, was auch im obigen Fall geschehen kann. Liegt N an einem Widerstand r und entspricht dem Nebenschluß N_1 der Ausschlag α_1, N_2 ebenso α_2, so lautet die strenge Interpolationsformel für den Widerstand $R = \frac{Nr}{(N+r)}$, der dem Ausschlag null entspricht,

$$\frac{1}{\frac{1}{r}+\frac{1}{N}} = \frac{1}{\frac{1}{r}+\frac{1}{N_1}} + \frac{\alpha_1}{\alpha_1-\alpha_2}\left(\frac{1}{\frac{1}{r}+\frac{1}{N_2}} + \frac{1}{\frac{1}{r}+\frac{1}{N_1}}\right). \tag{7}$$

Sind N_1 und N_2 groß gegen r, so daß die quadratischen Glieder von r/N usw. gegen 1 zu vernachlässigen sind, was meist der Fall sein wird, so erhält man angenähert eine Interpolation zwischen den Reziproken von N:

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_1-\alpha_2}\left(\frac{1}{N_2} - \frac{1}{N_1}\right). \tag{8}$$

Wenn außerdem $N_2 - N_1$ klein gegen N ist, so kann man zwischen beiden Werten geradlinig interpolieren.

Wenn der zu messende Widerstand sehr nahe gleich dem Vergleichswiderstand ist, so ist es bequem, an Stelle der Widerstände c und d eine Verzweigungsbüchse zu setzen, die aus zwei gleichen hintereinander geschalteten Widerständen von 10, 100 usw. Ω besteht und die zum Zweck der Interpolation noch beiderseits vorschaltbare Widerstände von $\frac{1}{2}\,^0/_{00}$ des eigentlichen Widerstandes enthalten, die mit dem Kurbelschalter zu dem einen oder anderen Widerstand geschaltet werden können, der also dadurch um $1\,^0/_{00}$ geändert wird (Abb. 32). Wenn der Kontakt in der Mitte steht, sind beide Widerstände gleich. Die Veränderung eines der beiden Widerstände kann auch durch einen an denselben gelegten Nebenschluß bewirkt werden. Die Ungleichheit beider Widerstände (c und d) wird dadurch beseitigt, daß sie vertauscht werden, was in sehr einfacher Weise geschehen kann, wenn die beiden Bügel der Büchse in Quecksilbernäpfe tauchen. Die Vertauschung liefert

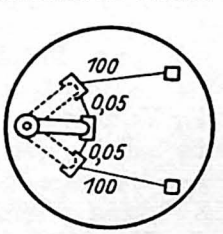


Abb. 32. Verzweigungsbüchse

sowohl den Wert des Widerstandes a, wie das Verhältnis c/d, das sehr nahe gleich 1 ist. Entspricht der in Abb. 32 angegebenen Stellung der Wert b_1 des Widerstandes in b, bei Vertauschung von c mit d dagegen der Wert b_2, so ist $a = \sqrt{b_1 b_2}$ und $\frac{c}{d} = \sqrt{\frac{b_2}{b_1}}$. Die Werte b_1 und b_2 findet man durch Interpolation. Wird dagegen die Messung mittels des Zusatzwiderstandes vorgenommen, dessen Wert in Bruchteilen von c bzw. d ausgedrückt δ sei (also in Abb. 33 $\delta = 10^{-3}$), und erhält man den Ausschlag α_1, wenn δ zu c geschaltet ist, α_2 bei Zuschaltung zu d, so ist [da man im ersten Fall $c(1+\delta)$, im zweiten $d(1+\delta)$ hat]

$$a\left(\frac{c}{d}\right) = b\left(1 + \delta\,\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}\right). \tag{9}$$

Wird die Messung dann mit Vertauschung von c und d vorgenommen, so kann man den Faktor c/d anwenden und berechnen. Die Interpolation mittels der Verzweigungsbüchse beeinträchtigt die Genauigkeit der Messung um so mehr, je verschiedener die Werte der zu vergleichenden Widerstände sind, da in diesem Falle Abweichungen der Proportionalität der Galvanometerausschläge Fehler verursachen.

Es ist zweckmäßig, die Widerstände c und d nicht zu klein oder die Zuleitungswiderstände gleich dem Verhältnis von $c : d$ zu wählen, damit die Zuleitungswiderstände keine Fehler verursachen. Die Messungen lassen sich bei Anwendung von Widerstandsbüchsen bis auf 10^{-6} des Wertes ausführen, wenn sich die Büchsen in Petroleumbädern befinden.

Feußner u. Lindek, Z. Instrkde. **15**, 426, 1895.

g) Vergleichung in beliebigem Verhältnis. Häufig wird das Verhältnis 1 : 10 gebraucht. Um dieses herzustellen, benutzt man einen geeichten Widerstandskasten oder baut bei größeren Ansprüchen an die Genauigkeit aus Präzisionswiderständen (Büchsen) z. B. von 1 Ω anfangend bis 10 Ω auf, wie bei einem Gewichtssatz. Drei Büchsen von je 1 Ω werden miteinander verglichen (z. B. mittels Verzweigungswiderstand), zwei derselben mit 2 Ω, 2 + 1 + 1 + 1 mit 5 Ω usw. bis 10 Ω. Dies Verhältnis kann man dann leicht auf höhere Dekaden übertragen (vgl. das Verfahren bei Gewichtssätzen Bd. 1, S. 30; für die Dekaden unterhalb 1 Ω muß man die Thomson-Brücke (S. 52, Abschn. b) verwenden. Diese Büchsen lassen sich nicht zu größeren Werten zusammensetzen, da ihre Werte nur bis zu Verzweigungen zwischen Strom- und Potentialklemmen definiert sind.

h) Feste Brückenanordnungen. Diese sind sehr bequem für viele Messungen. Der Vergleichswiderstand (b, Abb. 29) besteht aus einem Widerstandskasten, der Verzweigungswiderstand (c, d) aus je zwei Widerständen von 1, 10 usw. Ω, die beliebig gestöpselt werden können, um die Verhältnisse 1 : 1, 1 : 10 usw. in verschiedener Weise herzustellen. Der zu messende Widerstand (a) wird an Klemmen angeschlossen; ebenso sind Klemmen für das Galvanometer und den Hauptstrom vorhanden.

i) Schleifdrahtbrücken. Ersetzt man die Verzweigungswiderstände c, d durch einen ausgespannten blanken Draht, der mit einem mit dem Galvanometer verbundenen Schleifkontakt versehen ist, dessen Stellung an einer Skala ab-

gelesen werden kann (Wheatstone-Kirchhoffsche Drahtbrücke), so erhält man für Messungen geringerer Genauigkeit eine sehr einfache Brückenanordnung.

Vgl. F. Kohlrausch und Holborn, Leitvermögen der Elektrolyte. Leipzig 1916.

Für eine Länge $c + d = 1000$ (ganze Skalenlänge) wird das Verhältnis $\frac{c}{d} = \frac{c}{(1000 - c)}$.

Im folgenden ist für einige Werte von c/d das Verhältnis angegeben, woraus man eine Kurve auftragen kann:

$c =$	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
$c/d =$	0	0,111	0,250	0,429	0,667	1,000	1,500	$2{,}33_3$	$4{,}00_0$	$9{,}0_0$.

Die Genauigkeit der Messung ist in der Mitte des Schleifdrahts am größten.

Hierfür ausführlichere Angaben in den Obachschen Hilfstafeln, München 1879; log c/d auch bei Kohlrausch und Holborn, a. a. O. S. 224 Tab. 18.

Die Teilung am Meßdraht kann auch gleich das Zahlenverhältnis c/d geben.

In betreff der Berücksichtigung der Zuleitungen, die beim Vergleichen kleiner Widerstände erforderlich ist, vgl. S. 49 u. 53.

k) Walzenbrücke (Abb. 33). Handlicher und genauer als der gestreckte Meßdraht ist ein Draht, der nach F. Kohlrausch in zehn Windungen mit je 100 an einer Trommelteilung abzulesenden Unterteilen auf eine isolierende drehbare Walze gewunden und mit deren Achsenlagern leitend verbunden ist. An diese Enden kommen erstens der zu bestimmende Widerstand b und der Widerstandskasten R (der oft gleich fest mit dem Instrument verbunden ist), und zweitens die Leitungen zu dem Stromprüfer P_1. Die Stromquelle P_2 wird an den Schleifkontakt (das Kontaktröllchen r) und die Verbindungsstelle von a und b gelegt.

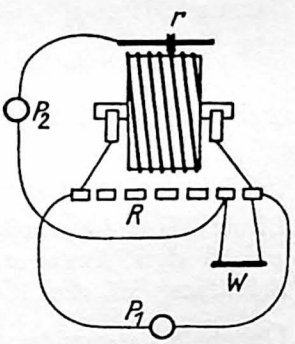


Abb. 33. Walzenbrücke

Die Genauigkeit läßt sich dadurch steigern, daß an den Brückendraht Widerstände geschaltet werden, die zur Bequemlichkeit der Rechnung passende Vielfache des Drahtwiderstandes sind. Um bei Vergleichungen in der Gegend von 1 : 1 oder 1 : 10 die Genauigkeit zu verzehnfachen, genügen zwei Widerstände, jeder gleich dem 4,5fachen des Drahtwiderstandes, die man beiderseitig oder beide einseitig zuschaltet; zur Ablesung addiert man dann 4500 oder 9000 und schiebt nun das Komma um eine Ziffer nach links.

Vergleichung nahe gleicher Widerstände. Man macht die im allgemeinen vorhandene Ungleichheit beider Drahthälften unwirksam, indem man auswechselt und aus den beiden abgelesenen c/d und d/c das Mittel nimmt.

C. Thomson-Brücke

a) Grundlage der Methode. Wenn die zu messenden Widerstände besondere Potentialleitungen besitzen (S. 8), wie z. B. Widerstandsthermometer oder Widerstände kleineren Betrages, oder wenn sie von der Meßanordnung örtlich getrennt sind, so daß der Widerstand der Zuleitungen nicht vernachlässigt werden darf, bedient man sich mit Vorteil der von W. Thomson angegebenen Meßmethode, bei der die Zuleitungen zum Teil überbrückt werden. In der rein schematischen Abb. 34 (vgl. auch Abb. 35) seien a der zu messende Widerstand, b der Vergleichswiderstand, c und d die Verzweigungswiderstände; a und b sind

durch die Leitung D verbunden, welche durch die Widerstände α und β überbrückt wird. Hierdurch wird dasselbe erreicht, als wenn die Brücke an einer bestimmten Stelle des Verbindungsstückes D angelegt worden wäre. Der Strom i_0 im Galvanometerkreis ist $i_0 = I \cdot Z/N$, wenn I den unverzweigten Hauptstrom bezeichnet. Für Z ergibt sich aus den Kirchhoffschen Regeln (S. 1) der Ausdruck Gl. (1). Im abgeglichenen Zustand der Brücke ($i_0 = 0$) ist (Näheres s. unten)

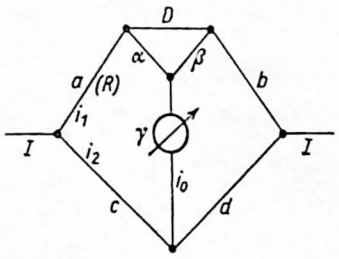


Abb. 34. Schema der Thomson-Brücke

$$Z = ad - bc + \frac{D}{\alpha + \beta}\{d(a + \alpha) - c(b + \beta)\} = 0. \qquad (1)$$

Die beiden ersten Glieder sind diejenigen der Wheatstoneschen Brücke, das letzte ist ein im allgemeinen kleines Korrektionsglied. Verhält sich $a : b = c : d = \alpha : \beta$, so wird $Z = 0$ (Näheres s. unten). Wie bei der Wheatstone-Brücke sei gesetzt

$$a = R,\ b = nR,\ c = mR,\ d = mnR,\ \alpha = \mu R,\ \beta = \mu nR,\ D = \nu R. \qquad (2)$$

Dann erhält man (γ = Brückenwiderstand) für den Nenner

$$N = \{\gamma R(1 + n) + R^2 n\}\left\{(1 + m) + \frac{\nu(1 + m + \mu)}{\mu(1 + n)}\right\}$$

und ferner für den Widerstand des äußeren Schließungskreises

$$r_a = \frac{R(1 + m + \mu)}{(1 + 1/n)}. \qquad (1)$$

Dieser Wert ist maßgebend für die günstigste Schaltung der Galvanometer gemäß den Angaben auf S. 19 u. 21. Bei Voraussetzung der günstigsten Schaltung ist die Meßempfindlichkeit bei der Thomson-Brücke infolge der Überbrückungswiderstände um den Faktor $\sqrt{\frac{(1+m)}{(1+m+\mu)}}$ kleiner als bei der Wheatstone-Brücke.

Die Zweigströme i_1 und i_2 bei abgeglichener Brücke sind dieselben wie bei der Wheatstone-Brücke.

b) Die Schaltung. Zur Erläuteruug der Ausführung der Schaltung bei der Thomson-Brücke und der Rolle der Zuleitungswiderstände ist in Abb. 35 die Vergleichung eines Widerstandsthermometers a mit einem Büchsenwiderstand b dargestellt, der keine Potentialdrähte besitzt. s_1, s_2 bezeichnen die Stromzuführungen für a; p_1, p_2 die Potentialdrähte; s_1 spielt keine Rolle für die Messung, s_2 mitsamt der Verbindungsleitung D mit a wird überbrückt durch die Widerstände α und β, zu denen noch die Zuleitungen z_β für β und $p_2 + z_a$ für α hinzukommen.

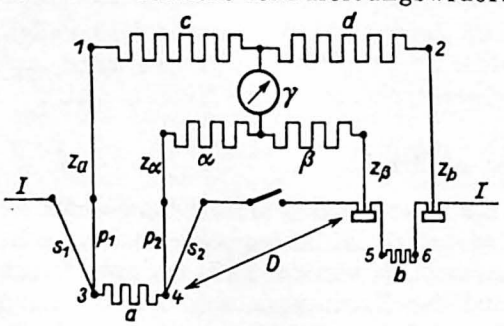


Abb. 35. Schaltung der Thomson-Brücke

Nicht überbrückt ist dagegen die Zuleitung $p_1 + z_a$, die zu c rechnet, sowie z_b, zu d gehörig. c und d sowie α und β seien widerstandslos verbunden. Die nicht überbrückten Widerstände müssen berücksichtigt und wenn nötig gemessen werden. Sie können aber auch im Verhältnis $a : b$ abgeglichen werden;

dies kann in der Weise geschehen, daß man die Verbindung D unterbricht (Abb. 35), c und d kurzschließt durch Verbindung der Punkte 1 und 2 und mittels der so entstehenden Wheatstone-Brücke die Zuleitungen abgleicht, soweit es die Genauigkeit erfordert. Um dagegen die Zuleitungen zu messen, ohne an der Schaltanordnung wesentliche Änderungen vorzunehmen, unterbricht man sowohl D als auch die Verbindung zwischen α und β und schaltet in den Hauptstrom, der nun auch die Zuleitungen ($p_1 + z_a$) und z_b durchfließt, einen kleinen bekannten Widerstand (z. B. 0,01 Ω) ein und vergleicht die Spannung an diesem mit derjenigen der Zuleitungen (z. B. mittels Galvanometerausschlag oder Kompensator). Die Widerstände bzw. Ausschläge stehen dann im gleichen Verhältnis wie die Spannungen. Als Potentialdrähte für die Punkte 4 und 5 werden die Leitungsdrähte von D genommen.

c) Abgleichung der Brücke. Das Korrektionsglied der Gl. (1) kann berechnet werden, wenn die Verbindungsleitung D gemessen wird. Besonders bei Messung sehr kleiner Widerstände kann das Korrektionsglied von erheblichem Einfluß sein. Im allgemeinen ist es einfacher, das Glied durch die Abgleichung $a : b = c : d = \alpha : \beta$ zum Verschwinden zu bringen; wobei aber unter c, d, α, β, die abgelesenen Widerstände einschließlich der zugehörigen Zuleitungen zu verstehen sind, also $d = |\,d\,| + z_b$, wenn (Abb. 36) $|\,d\,|$ den abgelesenen Widerstand allein bezeichnet.

Die Abgleichung $c : d = \alpha : \beta$ kann dadurch vorgenommen werden, daß man D öffnet und in der so entstehenden Wheatstoneschen Brücke $(a + \alpha) : (b + \beta)$ abgleicht, was mit kleinerer Empfindlichkeit geschehen kann. Um beide Verhältnisse demjenigen von $a : b$ anzupassen, schließt man D und ändert gleichzeitig c und α oder d und β im gleichen Verhältnis ab; bei der Interpolation verfährt man in gleicher Weise. Noch besser ist die schrittweise Abgleichung, indem man erst angenähert $c : d$ abgleicht, dann D öffnet und wie oben angegeben $\alpha : \beta = c : d$ macht, wieder D schließt und $c : d$ von neuem abgleicht usw. Wenn der Vergleichswiderstand b eine Büchse von nicht zu hohem Betrag ist, kann auch b durch Nebenschluß abgeändert werden, sonst ändert man c oder d in dieser Weise ab. (Wegen der Interpolation bei Nebenschluß s. S. 49, Abschn. f.) Bei großen Anforderungen an die Genauigkeit wird man b, c und d aus Präzisionswiderständen (Büchsen) zusammenstellen (S. 8, Abschn. α), die gegebenenfalls mit Nebenschluß zur Abgleichung versehen sein können.

Wenn das Korrektionsglied zum Verschwinden gebracht ist, so berechnet sich aus den abgelesenen und entsprechend korrigierten Werten von $[b]$, $[c]$, $[d]$:

$$a = |\,b\,| \frac{|\,c\,| + z_a}{|\,d\,| + z_b} = |\,b\,| \left|\frac{c}{d}\right| \left\{1 + \frac{z_a}{c} - \frac{z_b}{d}\right\}, \tag{4}$$

da z_a/c usw. im allgemeinen klein ist.

d) Feste Brückenanordnung. Ist die angestrebte Genauigkeit nicht größer als $1 \cdot 10^{-4}$, so kann eine feste Schaltanordnung benutzt werden, bei der stets $c = \alpha$ und $d = \beta$ ist, so daß die Bedingung $c : d = \alpha : \beta$ erfüllt ist. Der Kasten enthält die Widerstände c, d und α, β (s. oberen Teil der Abb. 36) und zwei Klemmen für das Galvanometer. Die nicht mit dem Galvanometer verbundenen Enden von c und α sowie von d und β sind ebenfalls zu Klemmen geführt, an welche die Widerstände a und b angeschlossen werden. Die übrige Schaltung wird außerhalb des Kastens vorgenommen. Die eine Hälfte der Anordnung, z. B. c und α, besteht aus einem zweifachen Widerstandssatz, bei dem durch

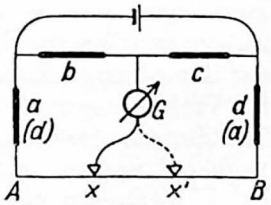


Abb. 36. Widerstandsvergleichung nach Foster

Doppelkurbeln automatisch für c und α die gleichen Widerstände eingeschaltet werden. Die andere Hälfte (d und β) besteht aus festen Widerständen, die wahlweise eingeschaltet werden können. Die Zuleitungswiderstände müssen gegebenenfalls berücksichtigt werden.

Thomson, Phil. Mag. **24**, 149, 1862.

D. Andere Brückenmethoden

a) Vergleichung 1 : 1 nach der Methode von Foster. a und d (Abb. 37) bedeuten die zu vergleichenden Widerstände, b und c zwei einander nahe gleiche Widerstände. AB ist ein längs einer Teilung ausgespannter Draht mit Gleitkontakt, der zum Stromzeiger führt. Der Strom in G verschwinde, wenn der Kontakt bei x steht. Vertauscht man a und d, so verschwinde er bei einer neuen Einstellung x'. Bedeutet r den Widerstand von 1 Skalenteil des Meßdrahtes und wächst die Bezifferung von A nach B, so ist $a - d = r(x' - x)$.

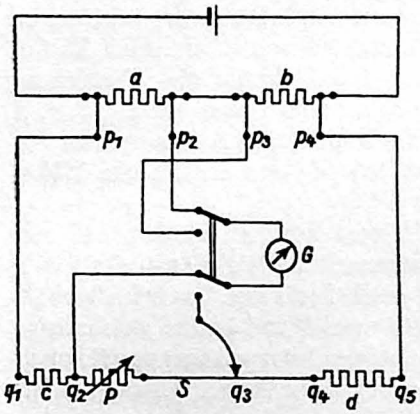


Abb. 37. Widerstandsvergleichung nach Gall

b) Ersatz für Thomson-Brücke. Zur Messung kleiner Widerstände eignet sich folgendes Verfahren (Abb. 37). Die beiden zu vergleichenden kleinen Widerstände a und b ($b > a$) werden in Reihe geschaltet. Parallel dazu werden in Reihe zwei größere (etwa 100 Ω) bekannte Widerstände c und d, ein Regelwiderstand P und ein Schleifdraht S von bekanntem Widerstand geschaltet. Dann wird p_2 mit q_2 durch den Umschalter über das Galvanometer verbunden und P so lange geändert, bis der Strom im Galvanometer verschwindet. Sodann wird p_3 mit dem Schleifkontakt q_3 über das Galvanometer verbunden und q_3 so lange verschoben, bis das Galvanometer wieder stromlos wird. Das zwischen q_3 und q_4 abgegrenzte Stück des Schleifdrahts gibt in Prozenten an, um wieviel der Widerstand $b > a$ ist.

Diese Methode benutzt das von Matthiessen und Hokin angegebene Prinzip. Gall, J. sci. instr. **15**, 231, 1938.

E. Widerstandsmessung mit dem Differentialgalvanometer

a) Übergreifender Nebenschluß. Dieses von Kohlrausch angegebene Verfahren, bei dem die beiden Hälften des Galvanometers weder gleichen Widerstand noch gleiche Wirkung zu haben brauchen, beseitigt den Einfluß der Zuleitungswiderstände vollständig und ist deshalb vielfach sehr bequem in der Anordnung. Es dient zum Vergleich im Verhältnis 1 : 1. Aus Abb. 38 sind die Verbindungen der zu vergleichenden Widerstände R und W mit den beiden Wicklungen des Galvanometers ersichtlich. Wird die Stromquelle aus $A'B'$ nach BA verlegt, ohne daß sich der Ausschlag des Galvanometers ändert, so ist $W = R$. Zu dieser Vertauschung dient ein sechsnäpfiger Kommutator (Abb. 39), dessen Quecksilbernäpfe durch drei Kupferbügel entweder so verbunden werden, wie die dicken oder wie die dünnen Linien angeben.

Dazu müssen die Bügel hochgehoben und um 60° gedreht werden Ein bequemer Schlüssel, der nur umgelegt zu werden braucht, ist von v. Steinwehr angegeben worden (vgl. Jaeger, Z. Instrkde. **24**, 288, 1904, und Elektr. Meßtechnik, Leipzig 1928). Dort sind auch die Gleichungen abgeleitet für die Ströme, welche in beiden Lagen des Kommutators durch die Galvanometerspulen fließen, und die entsprechenden Ausschläge für den Fall, daß die Wirkung beider Spulen nahe gleich groß ist.

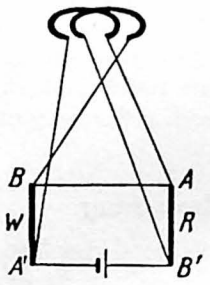


Abb. 38. Widerstandsvergleichung mit dem Differentialgalvanometer nach Kohlrausch

Die Kommutierung bewirkt außer der Umlegung der Stromquelle eine Umkehrung der Stromrichtung in den Widerständen, während im Galvanometer die Stromrichtung ungeändert bleibt. Die Zuleitungen bzw. Verbindungen zwischen den Widerständen üben keine Wirkung aus, so daß sich die Widerstände in größerer Entfernung voneinander befinden können. Aus den Gleichungen ergibt sich (bei nicht zu großen Ausschlägen) folgendes: Gehen die Ausschläge gleichweit nach derselben Seite, so sind die Widerstände gleich, aber die Wirkung der Spulen ist nicht ganz abgeglichen. Gehen dagegen die Ausschläge gleichweit nach verschiedenen Seiten, so ist die Spulenwirkung gleich, aber die Widerstände sind ungleich.

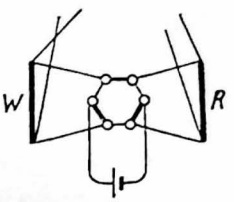


Abb. 39. Kommutator für die Differentialgalvanometer-Methode

Zur Abgleichung der Spulenwirkung kann man vor jede Spule noch einen Widerstand (z. B. 1 Ω) schalten, von denen einer mit einem veränderlichen Nebenschluß versehen ist. Gibt z. B. die Stellung I des Kommutators den Ausschlag + 7 Skalenteile, Stellung II — 3 Skalenteile, so kann man es durch Ändern des Nebenschlusses dahin bringen, daß man für I + 5, für II — 5 erhält. Doch ist dies nicht notwendig, denn sowohl im ersten wie im zweiten Fall gibt die Differenz beider Ausschläge den Wert + 10, d. h. das Doppelte des Ausschlags. Man hat also die erhaltenen Ausschläge zu subtrahieren.

Durch Änderung eines der Widerstände kann man dann einen anderen Ausschlag hervorrufen und daraus durch Interpolation den gesuchten Widerstand ableiten. Wird die Änderung des Widerstandes durch Nebenschluß N an den größeren bewirkt, so muß zwischen den Reziprokwerten des Nebenschlusses interpoliert werden (S. 49). Im letzteren Falle liefert die Messung die Differenz der reziproken Widerstände: $\frac{1}{W} - \frac{1}{R} = \frac{1}{N}$ (falls R größer ist) oder

$$R - W = \frac{WR}{N} = \frac{W}{\frac{N}{W} - 1} = \frac{R}{\frac{N}{R} + 1}.$$

α) Meßempfindlichkeit. Ist i_0 die Stromstärke im Galvanometer, γ der an R wie an W gelegte Nebenschluß (Galvanometer + Zuleitung), i die Stromstärke in R und W, $\delta = \frac{\Delta R}{R}$ oder $\frac{\Delta W}{W}$ die Änderung des Widerstands, so ist die dadurch hervorgerufene Stromänderung im Galvanometer

$$\Delta i_0 = i \frac{\delta R}{\gamma},$$

die also um so größer wird, je kleiner γ/R ist.

β) Messung ungleich großer Widerstände. Von Hausrat (Ann. Phys. **16**, 134, 1905) ist eine Methode angegeben worden, auf die hier hingewiesen sei (vgl. auch Jaeger, El. Meßtechn., Leipzig, 1928. S. 356).

b) Hintereinanderschaltung der Widerstände und Galvanometerkreise. Die Schaltung ergibt sich aus Abb. 40; es findet also Stromverzweigung statt. Die Galvanometerhälften müssen wirkungsgleich sein und gleichen Widerstand haben. Da die Zuleitungen zu W und R nicht ohne Einfluß sind, müssen sie gleich groß gemacht werden. Von der Bedingung der Wirkungsgleichheit macht man sich durch Kommutierung in der Schaltung nach Abb. 40 unabhängig. Die Widerstände R und W sind gleich, wenn sich der Ausschlag beim Kommutieren nicht ändert; oder aber man macht den Ausschlag in beiden Stellungen null und mittelt die Ergebnisse.

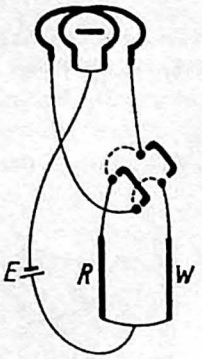


Abb. 40. Modifikation der Differentialgalvanometer-Methode

F. Sonstige Verfahren der Widerstandsmessung

a) Substitutionsverfahren. Der zu messende und der Vergleichswiderstand werden nacheinander in denselben Strekkenkreis geschaltet; ist dann die Stromstärke bzw. der Ausschlag des Stromzeigers gleich, so gilt das auch für die Widerstände. Bei Verwendung eines Widerstandskastens kann man diesen kurz geschlossen mit dem zu messenden Widerstand in den Stromkreis schalten und den Strom messen, dann den Widerstand kurzschließen und im Widerstandskasten so viel stöpseln, daß die gleiche Stromstärke entsteht. Ratsam ist es, zur Kompensation von Stromänderungen die Messung mehrfach abwechselnd zu wiederholen und die Werte zu mitteln. Ist der Widerstand klein gegen den des Galvanometers, so legt man ihn in einen Nebenschluß zu demselben.

b) Mittels Strom- und Spannungsmessung. Wird der Strom I mit einem Strommesser A (oder nach einer der auf S. 41f. angegebenen Methoden) gemessen (Abb. 41), ferner die Spannung U an den Enden des zu messenden Widerstandes R mittels eines Spannungsmessers (Voltmeter) vom Widerstand γ, so ist $U = \frac{I\gamma R}{(R+\gamma)}$,

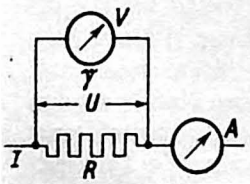


Abb. 41. Widerstandsbestimmung aus Messung von Strom und Spannung

also $$R = \frac{U}{I} \cdot \left(1 + \frac{R}{\gamma}\right) = \frac{U}{\left(I - \frac{U}{\gamma}\right)}.$$

Ist R/γ ausreichend klein, so verschwindet das Korrektionsglied, ebenso, wenn U mit dem Kompensator (S. 32) oder Elektrometer (S. 127) gemessen wird. Die Messung von U kann auch mit einem Galvanometer von bekannter Stromempfindlichkeit ausgeführt werden; aus dem Galvanometerstrom i_0 folgt dann

$$R = \frac{i_0\gamma}{(I - i_0)}.$$

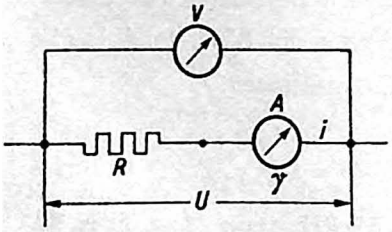


Abb. 42. Widerstandsbestimmung aus Messung von Strom und Spannung

Ist der Voltmeterwiderstand nicht groß gegen R und der Widerstand des Stromzeigers bekannt, so schaltet man besser nach Abb. 42. Dann wird $R = \frac{U - \gamma i}{2}$.

Eine Strommessung allein genügt, wenn man eine bekannte Stromquelle von kleinem Widerstand und der EMK E durch den Wider-

stand R schließt und die Stromstärke I mißt $\left(R = \frac{E}{I}\right)$ (besonders für große Widerstände geeignet).

c) Mit dem Kompensator. Der zu messende Widerstand wird mit einem Vergleichswiderstand in denselben Stromkreis geschaltet und die Spannung an den Enden der Widerstände mit Anwendung eines Umschalters abwechselnd kompensiert, wobei man die Stromstärke im Kompensator nicht zu kennen braucht. Die Widerstände stehen im Verhältnis der Spannungen; die Methode ist z. B. auch geeignet für Glühlampen während des Brennens. Die Spannung kann auch mit dem Elektrometer (s. o.) oder Voltmeter gemessen werden.

d) Durch Differentialschaltung der Stromquelle. E_1 und E_2 (Abb. 43) seien zwei gleiche Elemente (Akkumulatoren). Bleibt der Stromzeiger in Ruhe, so ist $R_1 = R_2$. Kleine Unsymmetrien der Elemente werden durch deren Vertauschung und Mittelnehmen aus beiden Ablesungen ausgeschaltet. Das für größere Widerstände gut brauchbare Verfahren kann ebenso genau arbeiten wie das Differentialgalvanometer.

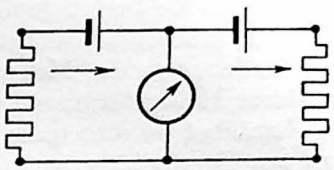


Abb. 43. Widerstandsmessung durch Differentialschaltung der Stromquelle

Über eine Anwendung auf kleine Widerstandsänderungen vgl. Grunmach, Ann. Phys. **22**, 141, 1907.

e) Durch Dämpfung. In der geschlossenen Spule eines Galvanometers werden durch Schwingungen Ströme induziert, die auf die Bewegung verzögernd wirken. Das logarithmische Dekrement kleiner Schwingungen ist konstant; der von jenen Strömen herrührende Teil ist dem Gesamtwiderstand $\gamma + R$ des Galvanometers und des Schließungsdrahtes umgekehrt proportional.

Zur Vergleichung zweier Widerstände mittels des logarithmischen Dekrements dient die Gl. (13) S. 15.

G. Ohmmeter

Dies sind Zeigergeräte, an denen man unmittelbar den eingeschalteten Widerstand ablesen kann; sie geben die Stromstärke bzw. ein Stromverhältnis an, während die Skala in Ohm geeicht ist.

Bei dem einfachen Ohmmeter mit einer Spule befindet sich ein Amperemeter mit dem zu messenden Widerstand in einem Zweig einer Wheatstoneschen Brücke. Es können mehrere Meßbereiche eingeschaltet werden. Da der Ausschlag von der Spannung der Trockenbatterie abhängt, wird zunächst mittels einer Taste die Nullage eingestellt, indem ein Nebenschluß zum Magnet des Amperemeters geändert wird.

Bei den Kreuzspulinstrumenten bewegen sich zwei sich unter einem bestimmten Winkel kreuzende, fest miteinander verbundene, in entgegengesetztem Sinne stromdurchflossene Spulen, denen der Strom durch richtkraftlose Zuleitungen zugeführt wird, in einem Magnetfeld (Drehspulgeräte), wobei die eine Spule als elektrische Feder wirkt und das Richtmoment liefert, während die andere das Drehmoment erzeugt. Um eine stabile Einstellung zu erzielen, muß wenigstens eine der beiden Spulen sich in einem inhomogenen Magnetfeld bewegen. Da im Gleichgewichtszustande das gesamte Drehmoment gleich 0 wird, so ist, wenn i_1 und i_2 die die Spule durchfließenden Ströme, w_1 und w_2 die Windungszahlen und B_1 und B_2 die an den Spulenseiten herrschenden

Induktionen in Gauß bedeuten, $\frac{i_1 w_1}{i_2 w_2} = \frac{B_2}{B_1}$. Hieraus folgt, daß das Kreuzspulinstrument das Verhältnis der Amperewindungen mißt und daher von Spannungsschwankungen unabhängig ist. Diese Geräte werden hauptsächlich zu Widerstandsmessungen (u. a. auch zu Temperaturmessungen mit Widerstandsthermometern und zur Messung von Isolationswiderständen) verwendet.

Lorenz, Jahrb. d. Deutschen Luftfahrt 1938 und ATM J 726—3; Blamberg, ebd. J. 726—2; ferner Bruger, ETZ **15**, 333, 1894; Martens, Siemens-Z. **10**, 620, 1930; Grüß, Wiss. Veröff. Siemenskonz. 1931, 137; Held, ETZ **47**, 1330, 1926; Dallmann, Arch. Elektrot. **28**, 265, 1937.

H. Widerstand von Galvanometern, Strom- und Spannungszeigern

Wenn auch der Widerstand der Galvanometer nach einer der vorstehend angegebenen Methoden gemessen werden kann (wobei aber die Belastungsfähigkeit der Galvanometer zu beachten ist), so bieten sich doch auch einige bequeme Methoden, um die Messung mit den Instrumenten selbst ohne Zuhilfenahme anderer Meßinstrumente auszuführen.

Zunächst sei eine ganz allgemeine Gleichung angegeben, aus der sich die einzelnen Spezialfälle leicht ableiten lassen. Das Instrument vom Widerstand γ, der gemessen werden soll, sei im Nebenschluß an einen Widerstand r gelegt, währ nd der Hauptstromkreis den Widerstand R besitzt. Dann ist der Strom I im Galvanometer, wenn E die EMK bedeutet, gegeben durch (S. 2) $I = \frac{Er}{\{\gamma(R+r)+Rr\}}$. Nun werde R in R', r in r' verwandelt, während zu γ noch ein Widerstand r_1 geschaltet wird. Der hierdurch entstehende Galvanometerstrom I' ergibt sich dann in einfacher Weise aus obiger Gleichung. Es folgt dann, wenn noch $I = nI'$ gesetzt wird,

$$\gamma = \frac{\frac{r_1(R'+r')}{r'} + R' - nR}{\frac{n(R+r)}{r} - \frac{(R'+r')}{r'}}. \tag{1}$$

Ist kein Nebenschluß vorhanden ($r = r' = \infty$, $R' = R$; r_1 bei I' zugefügt), so wird

$$\gamma = \frac{1}{n-1} r_1 - R. \tag{2}$$

a) Mit veränderter Stromstärke im Galvanometer. Abb. 44 zeigt, wie man die Anordnung mit einem Widerstandskasten (stark gezeichnet) treffen kann, wenn er mit Abzweigstöpseln versehen ist (S. 9).

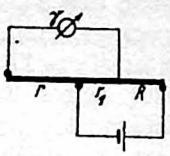


Abb. 44. Messung des Galvanometerwiderstandes mit veränderter Stromstärke

Man lasse R und r ungeändert, schalte aber im Galvanometerzweig zu γ noch einen von γ nicht sehr verschiedenen Widerstand r_1. Dann folgt nach Gl. (1) für $R' = R$, $r' = r$:

$$\gamma = \frac{r_1}{n-1} - \frac{Rr}{R+r}. \tag{3}$$

Man kann auch so verfahren, daß man den Galvanometerkreis mit Nebenschluß ungeändert läßt ($r_1 = 0$, $r' = r$), dann folgt aus Gl. (1)

$$\gamma = r \frac{R' - nR}{(n-1)r - (R' - nR)}. \tag{4}$$

Diese Gleichung kann man unter Umständen zur Messung des Widerstandes eines Stromzeigers mit nicht zu kleinem Nebenschluß (also niedrigstes Meßbereich) benutzen. Doch ist die Messung nicht sehr genau. Man kann unter Umständen auch $R = 0$ machen. Für $n = 2$ erhält man dann $\gamma = \frac{r R'}{(r - R')}$.

Ist kein Nebenschluß vorhanden ($r = \infty$), so gilt Gl. (2) und man erhält z. B. für $n = 2$

$$\gamma = r_1 - R. \tag{5}$$

Dieses Verfahren kann man z. B. bei Voltmetern (und Amperemetern ohne Nebenschluß) anwenden. Legt man dieselben ohne Vorschaltwiderstand ($R = 0$) an eine widerstandslose Stromquelle, z. B. Akkumulatoren, und schaltet so viel Widerstand r_1 ein, daß das Instrument nur noch die halbe Spannung anzeigt, so ist einfach $\gamma = r_1$, oder allgemeiner, wenn die Spannung auf $\frac{1}{n}$ sinkt, $\gamma = \frac{r}{(n-1)}$.

b) Mit unveränderter Stromstärke im Galvanometer. Ist $I = I'$, dann gilt allgemein, Gl. (1), S. 58, für $n = 1$:

$$\gamma = r \frac{r_1 (R' + r') + r' (R' - R)}{R r' - R' r}. \tag{6}$$

Daraus ergeben sich leicht die Gleichungen für die folgenden beiden Fälle:

$R = R'$: es bleibt R unverändert. Man schaltet in den Galvanometerkreis γ noch einen Widerstand r_1, der die Stromstärke erheblich (etwa $\frac{1}{2}$) sinken läßt, und vergrößert dann r in r', bis die frühere Stromstärke wieder entsteht.

$r = r'$: es bleibt r unverändert. Man schaltet r_1 zu γ und vermindert R in R'. bis die alte Stromstärke erreicht ist.

J. Spezifischer Widerstand eines metallischen Leiters

a) Eigenschaften der Leiter. Spezifischer Widerstand (S. 1) und Temperaturkoeffizient eines Metalls (etwa zwischen 0 und 100°) hängen von der chemischen Zusammensetzung und von der mechanischen und thermischen Behandlung des Metalls ab. Der Widerstand fast aller metallischen Leiter wächst mit der Temperatur.

Vom Einfluß der kristallographischen Richtung auf den Widerstand sei hier abgesehen.

α) Reine Metalle. In der Regel gilt: Je reiner das Metall, um so kleiner sein spezifischer Widerstand, um so größer der Temperaturkoeffizient. — Jedes mechanisch bearbeitete Metall ändert sich durch Anlassen auf eine bestimmte Temperatur derart, daß der spezifische Widerstand ein Minimum, der Temperaturkoeffizient ein Maximum erreicht (Al 250°; Fe 300—400°; Cu 380°; Ag 500°, Pt 800—1000°). Um verschiedene Sorten desselben Metalls zu vergleichen, bringe man sie in diesen Zustand. — Die Beziehung zwischen spezifischem Widerstand und Temperaturkoeffizienten kann man nach der Regel von Matthiessen so fassen: Mechanische Bearbeitung des angelassenen Metalls oder Fremdstoffe, welche mit dem Metall Mischkristalle bilden, rufen einen von der Temperatur wenig abhängigen Zusatzwiderstand hervor. Mit sinkender Temperatur fällt der Widerstand des angelassenen reinen Metalls rasch ab und erreicht so kleine Beträge, daß hier der Zusatzwiderstand durch restliche Fremdstoffe überwiegt.

Die Untersuchung des Leitvermögens in sehr tiefer Temperatur gestattet daher eine sehr scharfe Prüfung auf Reinheit des Metalls.

Holborn, Ann. Phys. **59**, 145, 1919.

Bei einer Reihe von Metallen und Legierungen tritt im Gebiet des flüssigen Heliums ein Zustand außerordentlich hohen Leitvermögens (Supraleitung) ein, für den besondere Gesetze gelten. Der sehr sprunghafte Übergang in den neuen Zustand erfolgt bei den meisten Metallen unterhalb 4° abs.

Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden, Suppl. 44a II, 1921; mit Sizoo u. de Haas, Comm. Leiden Nr. 180, 1926; Tuyn, Diss. Leiden, 1924; Meißner, Phys. Z. **29**, 897, 1928; Naturwiss. **17**, 390, 1929; de Haas, ebd. **17**, 85, 1929.

β) Legierungen werden unterschieden in solche, bei denen die Komponenten unvermischt nebeneinander auskristallisieren (z. B. eutektische Gemische), deren Widerstand und Temperaturkoeffizient sich nach der Mischungsregel berechnen lassen, und solche, deren Komponenten einander im kristallisierten Zustande lösen (Mischkristalle) oder chemische Verbindungen eingehen und die infolgedessen einen erheblich höheren spezifischen Widerstand und kleineren Temperaturkoeffizienten als jede der Komponenten besitzen. Letztere eignen sich allein als Widerstandswerkstoffe (Meßwiderstände, Ballastwiderstände, Heizkörper usw.) (Tab. 56).

γ) Weiches Normalkupfer (international vereinbart 1913). Der Widerstand eines Drahtes, 1 m lang, 1 mm² im Querschnitt, ist $= \frac{1}{58}\,\Omega$ bei 20°; Dichte = 8,89. Ein Kupferdraht, 1 m lang, p g wiegend, also vom Querschnitt $q = \frac{p}{8{,}89}$ mm² (entsprechend einem Durchmesser $d = 0{,}3784\sqrt{p}$ mm), hat bei 20° einen Widerstand $R = \frac{0{,}153\,28}{p}\,\Omega$; die Widerstandsänderung je Grad beträgt bei 20° 0,003 93 des Wertes. — Eine Aluminiumleitung hat, bezogen auf gleiches Volum, nur etwa 60% der Leitfähigkeit einer Kupferleitung, dagegen die doppelte Leitfähigkeit, bezogen auf gleiches Gewicht.

b) Messung. Die Messung geschieht an Stäben oder Drähten von möglichst gleichförmigem Querschnitt. Ist l die Länge, q der Querschnitt, R der Widerstand eines gleichmäßig vom Strom durchflossenen Leiterteiles, so ist dessen spezifischer Widerstand

$$\varrho = \frac{Rq}{l}.$$

Zur Bestimmung des Widerstandes der an den Enden mit Zuleitungen zur Stromzuführung versehenen, in einem Petroleumbade befindlichen Probe wird ein Schneidenpaar im Abstand l aufgesetzt und die Messung durch Vergleichung mit einem Normalwiderstand passender Größe oder einem Normaldraht entweder in der Thomson-Brücke oder mit übergreifendem Nebenschluß oder am einfachsten durch Spannungsmessung mit einem Kompensator ausgeführt. Bei dünnen Drähten von hinreichendem Widerstand, die zu diesem Zweck am besten auf ein Glimmer- oder Holzkreuz gewickelt werden, mißt man unmittelbar zwischen den Endklemmen in der Wheatstoneschen Brücke (Abb. 31, S. 49).

Die Länge des Drahtes wird durch Messung des Schneidenabstandes, der Querschnitt durch Dickenmessung an einer Anzahl über die ganze Länge verteilter Stellen in zwei senkrecht zueinander stehenden Richtungen oder vermittels einer Dichtemessung ermittelt. Da die Querschnittsbestimmung die am wenigsten genaue der zur Ermittlung des spezifischen Widerstandes auszuführenden Messungen ist, ist die bei ihr erreichte Genauigkeit maßgebend für die Genauigkeit der ganzen Bestimmung.

K. Widerstand von galvanischen Elementen (mit Gleichstrom)

Am zuverlässigsten läßt sich der Widerstand mit Wechselstrommethoden ermitteln (S. 70). In manchen Fällen kann man aber auch mit Gleichstrommethoden messen und wenigstens einen annähernden Wert ermitteln. Kompensiert man die Spannung des (eventuell durch einen Widerstand geschlossenen) Elements mit einem Kompensator von kleinem Widerstand, so kann man bei nicht zu kleinem Widerstand des Elements diesen aus der Empfindlichkeit der Messung ableiten; denn diese hängt von dem in den Galvanometerkreis geschalteten Widerstand ab.

Bei konstanten nicht polarisierbaren Elementen von großem Widerstand kann man mit einem Strommesser, nötigenfalls unter Zuschaltung eines Ballastwiderstandes, den Strom I messen, darauf unter Zuschaltung eines Widerstandes R den Strom I'. Dann ist $W = \frac{RI'}{(I-I')}$, wenn W die Summe aus Ballast-, Galvanometer- und Elementwiderstand bezeichnet. Weiter kommen in Betracht:

a) Messung aus der Klemmenspannung (S. 37). Mit einem Spannungszeiger von großem Widerstand wird die Spannung E eines ungeschlossenen nicht polarisierbaren Elements gemessen und dann die Klemmspannung U, wenn es durch einen Widerstand R_a (klein gegen den des Spannungsmessers) geschlossen ist. Der Elementwiderstand R_i ist dann $R_i = R_a\left(\frac{E}{U} - 1\right)$ oder, wenn der Strom I mittels eines Stromzeigers gemsesen wird, $R_i = \frac{(E-U)}{I}$ oder $R_i = \frac{E}{J} - R_a$, da $U = R_a I$ ist, falls der Strom durch den Spannungsmesser zu vernachlässigen ist.

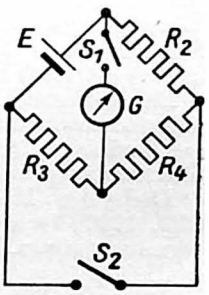


Abb. 45. Messung des Widerstandes galvanischer Elemente in der Brücke von Mance

b) In der Wheatstoneschen Brücke (Abb. 45). Das Element, dessen Widerstand gemessen werden soll, bildet einen Zweig der Brücke. Das Widerstandsverhältnis R_3/R_4 wird so lange geändert, bis bei Schließen und Öffnen des Schalters S_2 der das Galvanometer durchfließende Strom der gleiche ist. Dann ist der Widerstand des Elements $R_i = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4}$. Der bei geöffnetem Schalter S_2 dem Element entnommene Strom ist dann: $i_x = i_G \frac{R_2 + R_4 + R_G}{R_2 + R_4}$.

6. Leitvermögen von Elektrolyten

A. Allgemeines

Bei den Elektrolyten ist mit der Leitung der Elektrizität eine Bewegung von Stoffteilchen, den Ionen, verbunden. In dieser Weise leiten vornehmlich Flüssigkeiten, nämlich die Lösungen von Salzen, Säuren und Basen in Wasser und anderen Lösungsmitteln, sowie die reinen Salze und Salzgemische im geschmolzenen Zustande. Das Leitvermögen der bestleitenden wäßrigen Lösungen erreicht noch nicht den Wert $1\ \Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$, das der Salzschmelzen geht bis etwa $5\ \Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$ (zum Vergleich: Leitvermögen von Cu bei 20^0 $5{,}8 \cdot 10^5\ \Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$).

Elektrolytische Leitung ist auch bei festen Stoffen, z. B. bei Glas und manchen festen Salzen, mit der Temperatur stark ansteigend, nachgewiesen. Vgl. hierüber Tubandt in Handb. d. Exp. Phys. **12**, 1, 383, 1932; Seith, Z. Elektroch. **40**, 635, 1936; Smekal, Physik in regelm. Ber. **4**, 17, 1936.

In beliebig zusammengesetzten Elektrolytlösungen ist der Leitfähigkeitsbeitrag jeder Ionensorte gegeben durch das Produkt aus Ionenkonzentration (in Äquivalenten je ccm), stationärer Wanderungsgeschwindigkeit des einzelnen Ions (in cm/s für die Feldstärke 1 V/cm) und Ladung F von 1 g-Äquivalent (96 494 C). Bei einfachen Elektrolyten, die im wesentlichen nach einer eindeutigen Reaktionsgleichung in zwei verschiedene Ionen dissoziieren, ist die gesamte Leitfähigkeit $\varkappa$:

$$\varkappa = \eta \cdot \alpha \cdot (U + V) \cdot F.$$

Hierin sind η die Bruttokonzentration in Äquivalenten je cm³ (dissoziierter + undissoziierter Anteil), α der Dissoziationsgrad, d. i. das Verhältnis der Zahl der gespaltenen Molekeln zur Gesamtzahl aller in der Lösung vorhandenen Molekeln, U die Wanderungsgeschwindigkeit der Kationen und V die Wanderungsgeschwindigkeit der Anionen. Der Quotient $\varkappa/\eta = \Lambda$ wird als Äquivalent-Leitvermögen bezeichnet.

Das Äquivalent-Leitvermögen wächst in verdünnten Lösungen mit abnehmender Elektrolyt-Konzentration und erreicht für die Konzentration $\eta = 0$, d. h. für unendliche Verdünnung einen Grenzwert Λ_∞. Die Eigenleitfähigkeit des Lösungsmittels ist bei allen Leitfähigkeits-Messungen von Elektrolytlösungen sinngemäß in Abzug zu bringen. Da der Dissoziationsgrad α gegen 1 geht, wenn $\eta \to 0$, so ist der Grenzwert des Äquivalent-Leitvermögens $\Lambda_\infty = (U_\infty + V_\infty)F$ ausschließlich durch die Wanderungsgeschwindigkeiten U_∞ und V_∞ bei unendlicher Verdünnung bestimmt. Die Produkte $U_\infty F$ und $V_\infty F$ wurden als Ionenbeweglichkeiten l_K (Kation) und l_A (Anion) bei unendlicher Verdünnung bezeichnet.

Bei endlichen Konzentrationen ist Λ geringer als Λ_∞, und zwar durch den Rückgang sowohl des Dissoziationsgrades α (Arrhenius 1887) als auch der Wanderungsgeschwindigkeiten U und V mit steigender Elektrolyt-Konzentration (Wirkung elektrostatischer Kräfte zwischen den einzelnen Ionen).

Debye u. Hückel, Phys. Z. **24**, 185, 1923; Onsager, ebd. **27**, 388, 1926; **28**, 277, 1927; ferner Falkenhagen, Elektrolyte. Leipzig 1932. Über technische Anwendungen s. z. B. Grube, Elektrochemie. Dresden 1930.

Für den praktischen Gebrauch sind zwei Näherungsfälle zu unterscheiden, nämlich schwache und starke Elektrolyte.

Bei schwachen Elektrolyten, z. B. organischen Säuren und Basen, sowie NH_3, ist $\alpha \ll 1$, die Ionenkonzentration gering und daher die Wirkung der interionischen elektrostatischen Kräfte von untergeordneter Bedeutung, d. h. $U \cong U_\infty$, $V \cong V_\infty$. Für die Bestimmung des Dissoziationsgrades α ergibt sich die praktisch wichtige Gleichung

$$\alpha = \frac{\Lambda}{\Lambda_\infty}.$$

Für die Konzentrations-Abhängigkeit von α gilt das Ostwaldsche Verdünnungsgesetz

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha} \cdot c = k.$$

Hierin ist c die Bruttokonzentration in Mol/l (also $c = 1000\,\eta$) und k die Dissoziationskonstante.

Bei starken Elektrolyten, z. B. Alkalisalzen und vielen anderen Salzen sowie HCl, $HClO_4$, HNO_3, KOH, NaOH ist $\alpha \sim 1$, es besteht praktisch voll-

ständige Dissoziation, das Verhalten wird wesentlich durch interionische elektrostatische Kräfte bestimmt. Für die Konzentrations-Abhängigkeit gilt nach Debye und Hückel sowie Onsager (a. a. O.) als Grenzgesetz für kleine Konzentrationen

$$\Lambda = \Lambda_\infty - b\sqrt{\eta}.$$

Hierin ist b eine Konstante, die durch Temperatur, Dielektrizitätskonstante und innere Reibung des Lösungsmittels, Ionenladung usw. theoretisch vollständig bestimmt ist.

Eine Ermittlung des Grenzwertes Λ_∞ ist praktisch nur möglich bei starken Elektrolyten (lineare Extrapolation im Diagramm Λ gegen $\sqrt{\eta}$).

Das Verhältnis der Leitfähigkeitsanteile verschiedenartiger Ionen wird durch Überführungsversuche (Hittorf) ermittelt. Bei einfachen Elektrolyten sei n die Überführungszahl des Anions, $(1-n)$ die des Kations (beide nicht wesentlich konzentrationsabhängig). Dann gilt

$$l_K = (1-n)\cdot\Lambda_\infty$$
$$l_A = n\cdot\Lambda_\infty.$$

Der Grenzwert der Äquivalentleitfähigkeit bei unendlicher Verdünnung, Λ_∞, wird für schwache Elektrolyte additiv aus den einzelnen Ionenbeweglichkeiten berechnet: $\Lambda_\infty = l_K + l_A$. Die Ionenbeweglichkeiten sind dabei in Lösungen an starken Elektrolyten zu messen.

Ostwald-Luther, Physiko-chemische Messungen. Leipzig 1931; Ebert, Handb. d. Exp.Phys. **12**, 1, 293, 1932.

Beispiel: Gesucht ist der Grenzwert Λ_∞ für Essigsäure (CH_3COOH); man mißt l_{H^+} in HCl und $l_{CH_3COO^-}$ in CH_3COONa.

Nachstehend sind einige Zahlenwerte für die Ionenbeweglichkeiten bei unendlicher Verdünnung der Lösung bei 18° angegeben.

	Kationen					Anionen				
	K	Na	Li	H	Zn	J	Cl	ClO_3	OH	$\frac{1}{2}SO_4$
Ionenbeweglichkeit:	64,6	43,5	33,4	315	46	66,5	65,5	55,0	174	68

Vgl. auch Tab. 59.

B. Messung des Leitvermögens

Ältere Entwicklung der Meßmethodik vollständig bei Kohlrausch u. Holborn, Leitvermögen d. Elektrolyte. Leipzig 1916. Neuere kritische Zusammenfassung bei Ebert im Handb. d. Exp.Phys. **12**, 1, 293, 1932. Prakt. Überblick bei Jander u. Pfundt, Leitfähigkeitstitrationen u. Leitfähigkeitsmessungen. Stuttgart 1934.

a) Elektroden. Jeder Strom in einem Elektrolyt ist mit Zersetzung verbunden, wobei die an den Elektroden sich abscheidenden Ionen und die Konzentrationsänderung der Lösung an den Elektroden eine elektromotorische Gegenkraft gegen den Strom, die Polarisation der Elektroden bewirken, durch welche der Strom geschwächt, also scheinbar der Widerstand vergrößert wird.

Die Polarisation wird unmerklich bei Wechselströmen hoher Frequenz zwischen Elektroden von hinreichend großer Oberfläche; diese erzielt man, ohne großer Dimensionen zu bedürfen, durch einen elektrolytischen Überzug der Elektrode mit fein verteiltem Platinmohr. Den Widerstand von Elektrolyten bestimmt man daher in der Regel mit Wechselstrom zwi-

schen platinierten Elektroden. Zum Überziehen mit Platinschwarz bringt man das Metall (Ag oder Pt) als Kathode in eine Lösung von 1 Teil Platinchlorid in 30 Teilen Wasser unter Zusatz von 0,008 Teilen Bleiazetat gegenüber einer Pt-Anode. Man wählt zweckmäßig eine Stromdichte von etwa 0,03 A/cm² für eine Dauer von 10 min. W. A. Roth empfiehlt als Pt-Ersatz Ag-Elektroden mit Überzug von AgBr. — Wenn das Platinmohr durch Absorption usw. stört, kann man auch blanke Elektroden anwenden, deren Oberfläche durch Aufrauhen mit Sandstrahl vergrößert ist.

b) Widerstandsgefäße. Das Leitvermögen einer Flüssigkeit wird so bestimmt, daß man ein Widerstandsgefäß von bekannter Widerstandskapazität C (S. 1) mit ihr füllt und seinen Widerstand R ermittelt. Dann ist

$$\varkappa = \frac{C}{R}.$$

Der im Verhältnis kleine Widerstand der Zuleitungen kann bei genauen Messungen eine Korrektion an R bedingen. Für Lösungen benutzt man Gefäße aus Glas, die dem Bereich des Leitvermögens durch Größe und Abstand der Elektroden und besondere Ausbildung der Flüssigkeitssäule angepaßt sind. Starke Ströme, die das Leitvermögen durch Erwärmen vergrößern, müssen vermieden werden. Aus Abb. 46 sind einige Formen von Widerstandsgefäßen ersichtlich.

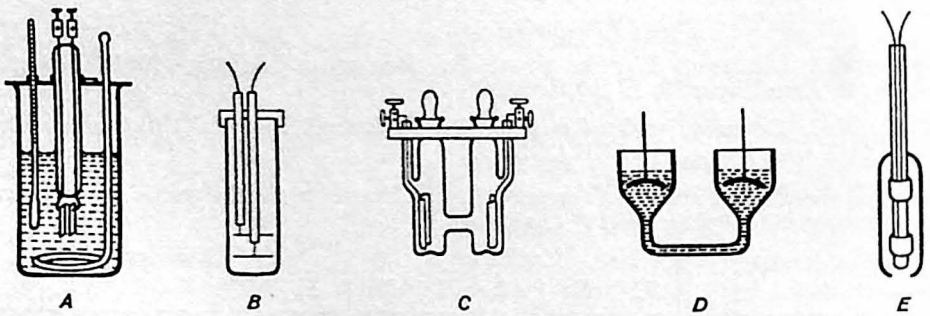


Abb. 46. Gefäße für Elektrolytmessungen

A, B kommen für schlechte Leiter wie reines Wasser und verdünnte Lösungen (auf eine haltbare Glassorte achten!) in Betracht, C, D für bessere Leiter. Bei B mit parallelen Platten in gut passendem zylindrischem Gefäß ist die Widerstandskapazität berechenbar. B bis D sind in ein Bad mit Thermometer zu stellen. Die Gefahr eines Nebenschlusses durch das Bad wird bei C durch angeblasene Glasröhren um die Zuleitungen verhindert. E gibt ein Beispiel von Tauchelektroden (zwei gleiche, koaxiale Zylinder) für gut leitende Flüssigkeiten. Weitere Formen z. B. bei Kohlrausch und Holborn a. a. O.

Für Schmelzen werden die Gefäße aus Porzellan oder Quarzglas angefertigt, vielfach auch aus Platin, z. B. in Form von Doppelschalen, deren Wandungen zugleich die Elektroden bilden. Des großen Leitvermögens wegen ist man auf große Kapazitäten, also zweckmäßig auf kapillare Räume angewiesen.

Anordnungen mit verschiebbaren Elektroden z. B. bei Kohlrausch u. Holborn, a. a. O. Über die Messung sehr hoher Widerstände mit verschiebbaren Elektroden unter Benutzung einer Borsäure-Mannitlösung (geringer Temperatureinfluß) s. Schering u. Schmidt, Arch. Elektrot. 1, 424, 1913.

c) Widerstandsmessung mit Wechselstrom. Als Stromquelle dient am einfachsten ein kleiner Induktionsapparat mit Neeffschem Hammer (S. 154) oder Hg-Unterbrecher oder auch ein Summer oder ein Röhrensender (S. 228) (Frequenz bis einige tausend Hertz). Als Stromzeiger (S. 157) wird meist das elektromagnetische Telephon benutzt, zuweilen auch Dynamometer und Vibrationsgalvanometer. In Betracht kommen Thermokreuz mit Spiegelgalvanometer sowie empfindliche Drehspulgalvanometer mit Gleichrichter. Bei Arbeiten mit Telephon und Induktionsapparat ist auf genügende Entfernung (etwa 1 m) zwischen beiden zu achten, damit der Elektromagnet nicht unmittelbar wirkt. Der Wechselstromwiderstand des Telephons soll der Meßanordnung entsprechen (S. 157).

Eine genaue einfache Anordnung bei Fink u. Groß, Monatsh. Chem. **63**, 271, 1933. Über Verstärker s. z. B. Lorenz u. Klauer, Z. anorg. u. allg. Chem. **136**, 121, 1924; ferner S. 298. Über die Messung mit Wechselstrom und eisengeschlossenem Spezialdynamometer als Nullinstrument in der Brücke vgl. ETZ **51**, 816, 1930.

Zur Messung mit Wechselstrom und Telephon (F. Kohlrausch) benutzt man meistens die Wheatstone-Kirchhoffsche Drahtbrücke (Abb. 47, vgl. auch S. 51). Die vier Zweige der Brücke werden durch das Widerstandsgefäß X, einen in Stufen schaltbaren Präzisionswiderstand R und die beiden Teile des Meßdrahtes gebildet. Das Telephon T liegt an den Enden des Drahtes; J bedeutet das Induktorium.

Man sucht die Stellung des Schleifkontaktes, wo der Ton im Telephon ganz ausgelöscht oder zu einem Minimum wird. Ursachen eines schlechten Minimums sind Kapazitäten und Induktivitäten der Brückenzweige, z. B. bei kleinen Widerständen die Polarisation (S. 63) oder vielleicht die Selbstinduktion schlecht gewickelter Drahtrollen, bei großen die elektrostatische Kapazität der Drahtrollen oder der Flüssigkeitszelle; diese Kapazität läßt sich durch Nebenschaltung eines kleinen Kondensators zum anderen Zweig korrigieren. Beträge zwischen etwa 30 und einigen tausend Ohm sind durchschnittlich am besten zu messen. Man sucht also Gefäße aus, die solche Widerstände geben. Bei Widerständen von mehreren hunderttausend Ohm gelingt es nicht leicht, die Quellen der Unschärfe genügend zu beseitigen. Vgl. über die Wechselstrombrücke S. 165, 188 und 327.

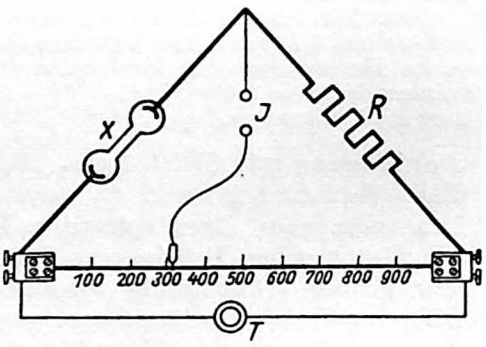


Abb. 47. Wheatstone-Kirchhoffsche Drahtbrücke

Unter den Vergleichswiderständen R bevorzugt man diejenigen, welche eine von der Mitte des Meßdrahtes nicht zu weit entfernte Einstellung ergeben. Dem gestreckten Brückendraht vorzuziehen ist die Walzenbrücke (Abb. 51). Dort würde W das Elektrodengefäß vorstellen, P_1 das Telephon und P_2 die Stromquelle, d. h. die sekundäre Spule des Induktoriums.

Technisch sind Brücken erhältlich, in denen alle zur Messung nötigen Teile handlich vereinigt sind, oft mit Umschaltbarkeit zur gewöhnlichen Widerstandsmessung, mit Gleichstrom und Galvanometer statt Wechselstrom und Telephon. Die Skala des Meßdrahts gibt vielfach Quotienten der Teilwiderstände an.

d) Bestimmung der Widerstandskapazität. Mittels Normalflüssigkeiten. Man füllt das Gefäß mit einer der nachstehend genannten wäßrigen Lösungen von bekanntem Leitvermögen $\varkappa$, mißt den Widerstand R und berechnet $C = \varkappa R$.

Maximalleitende Schwefelsäure, 30% H_2SO_4; $\varrho_{18} = 1{,}223$.

Gesättigte Chlornatriumlösung, etwa 26%, vor dem Gebrauch hinreichend mit einem Überschuß von Salz geschüttelt.

Maximalleitende Bittersalzlösung, 17,4% $MgSO_4$; $\varrho_{18} = 1{,}190$.

Normale Chlorkaliumlösung, d. h. 74,60 g KCl im Liter Lösung enthaltend. — Ferner $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{50}$ und $\frac{1}{100}$ normale KCl-Lösung.

Die Leitvermögen $\varkappa$ dieser Flüssigkeiten sind in $\Omega^{-1}\,cm^{-1}$ angegeben (Kohlrausch, Holborn u. Diesselhorst, Wied. Ann. **64**, 440, 1898):

	H_2SO_4 max.	NaCl gesätt.	$MgSO_4$ max.	KCl normal	KCl $^1/_{10}$ normal	KCl $^1/_{50}$ normal	KCl $^1/_{100}$ normal
15°	0,7028	0,2015	0,04555	0,09254	0,01048	0,002243	0,001147
16	,7151	,2036	4676	,09443	1072	2294	1173
17	,7275	,2112	4799	,09633	1095	2345	1199
18	,7398	,2161	4922	,09824	1119	2397	1225
19	,7522	,2210	5046	,10016	1143	2449	1251
20	,7645	,2260	5171	,10209	1167	2501	1278
21	0,7768	0,2310	0,05297	0,10402	0,01191	0,002553	0,001305

Bei den drei letzten, die für Gefäße von kleiner Kapazität dienen, kommt das Leitvermögen des lösenden Wassers in Betracht, welches zu den Zahlen der Tabelle addiert werden muß.

Gutes Wasser soll ein Leitvermögen $\varkappa \cdot 10^6 = 1$ bis 2 haben. Das beste Destillat in Luft hat 0,7 (nur unter Vakuum ist 0,04 erreichbar; Kohlrausch). Über die praktische Herstellung von kohlensäurefreiem „Leitfähigkeitswasser" höchsten Reinheitsgrades ($\varkappa = 0{,}06 \cdot 10^{-6}$) s. Thiessen u. Hermann, Z. Elektroch. **43**, 66, 1937; dort auch Literatur.

e) Messung mit Gleichstrom. Da die Polarisation nur bei größerer Stromdichte konstant ist und da meist Gas entwickelt wird, so nimmt man ein Drahtnetz oder einen spiraligen Draht als Elektrode. — Man mißt in der Wheatstoneschen Brücke oder durch Substitution. Zu genäherter Messung sehr großer Widerstände — schlechter Leiter, oder auch besserer in langen Röhren — mit so großen Spannungen, daß die Polarisation wenig in Betracht kommt, können die Abzweigmethoden (S. 4) dienen. — Bei Stromquellen von Hunderten Volt (Lichtleitung) genügen noch einfacher Strom- und Spannungsmessungen (S. 56). — Fehler aus der Stromwärme sind zu beachten. Sehr schlechte Leiter sind außer reinem Wasser auch andere Lösungsmittel. Kapazitätserscheinungen fälschen die Messungen mit Wechselstrom. Bei Widerständen von mindestens mehreren hunderttausend Ohm arbeitet man mit platinierten (alsdann lange ausgewässerten) Elektroden, mit einer Stromquelle von hoher Spannung und ganz kurzem Stromschluß, so daß die Polarisation ohne Wirkung bleibt, etwa in gewöhnlicher Brückenschaltung.

Über Präzisionsmessungen mit Gleichstrom unter Verwendung von 10 bis 50 V und einem Schleifengalvanometer s. Brönsted u. Nielsen, Trans. Faraday Soc. **31**, 1478, 1935.

Über die Anordnung für feste Stoffe mit schwacher elektrolytischer Leitung s. die Verlustmeßbrücken S. 326 und 327.

f) Messung bei verschiedenen Temperaturen. Das Leitvermögen der Lösungen pflegt mit wachsender Temperatur stark zuzunehmen, in kleinen Intervallen der Temperaturänderung nahe proportional, und zwar in der Nähe der Raumtemperatur um 2% je Grad, über größere Intervalle in der Regel schwach beschleunigt. Anders in hoher Temperatur, wo das Anwachsen schließlich verzögert geschieht und, besonders bei Salzen mit mehrwertigen Ionen, sogar in ein Absteigen übergehen kann.

Das Leitvermögen der Schmelzen besitzt einen etwa zehnmal kleineren Temperaturkoeffizienten als das der Lösungen, bei denen der Temperaturkoeffizient in weiten Grenzen nahezu konstant bleibt.

g) Messung bei verschiedenen Drucken vgl. Ebert, Handb. d. Exp.Phys. **12**, 1, 329, 1932.

h) Messung bei hohen Feldstärken (M. Wien). Die Leitvermögen von Lösungen und daher auch Λ, l_K, l_A sind im allgemeinen unabhängig von der elektrischen Feldstärke (Ohmsches Gesetz für Elektrolyte). In sehr starken Feldern (über 10^4 V/cm) nehmen jedoch die Ionenbeweglichkeiten merklich zu und nähern sich mit wachsender Feldstärke den Grenzwerten in unendlicher Verdünnung (M. Wien). Dieser „Spannungseffekt" ist daher bei hinreichend hohen Feldstärken („Grenzeffekt") in konzentrierten Lösungen stärker als in verdünnten. Ferner ist er um so größer, je höher die Wertigkeit des betreffenden Ions ist.

Die Schwierigkeit der Messung liegt darin, daß die Wirkungszeit der hohen Feldstärken und damit auch die Meßzeit für den Widerstand des Elektrolyten mit Rücksicht auf die Entwicklung Joulescher Wärme nur äußerst kurz (etwa 10^{-6} s) sein darf. Man benutzt daher die stark gedämpfte (natürliches logarithmisches Dekrement = 2 bis 3) Entladung eines Kondensators durch eine Funkenstrecke zur Erzeugung hoher Felder und als Stromquelle für die Messung.

Der aus Kapazität C, Induktivität L und Funkenstrecke F bestehende Schwingungskreis (Abb. 48), etwa mittels Induktorium zu einzelnen Entladungen angeregt, teilt sich bei A in zwei kongruente Zweige, die den elektrolytischen Widerstand R_1 und den Vergleichswiderstand R_2 mit je einer Kopplungsspule l enthalten. Um die Stromeffekte in beiden Zweigen zu vergleichen, wird eine Barretter-Anordnung (Abb. 49) induktiv angekoppelt, bestehend aus einer Wheatstoneschen Brücke mit Galvanometer, die außer einem Widerstandsdraht ($w_1 + w_2$) mit Gleitkontakt als Widerstände w_3, w_4 zwei möglichst gleiche Glühlämpchen enthält, in denen die von ll und MM induzierten Stromeffekte Erwärmungen und damit Widerstandsänderungen hervorrufen. Die Drosselspulen SS schützen die übrige Brücke vor den Stromstößen. Die Kopplungskreise mit den Spulen MM und den Kondensatoren KK werden zu den Spulen ll des Entladungskreises so einjustiert, daß gleiche Stromeffekte in R_1 und R_2 gleiche Erwärmungen in w_1 und w_2 hervorbringen, das Galvanometer also in Ruhe lassen. Alsdann kann man sehr kleine Änderungen in R_1, wie sie etwa durch Erhöhung der Spannung (Verlängerung des Funkens) auftreten, mittels des Galvanometerausschlages nachweisen oder im Vergleichswiderstand kompensieren. Die Methode erreicht bei relativen Messungen hohe Genauigkeit, zumal wenn R_2 ein elektrolytischer Widerstand von gleicher Joulewärme wie R_1, aber verschiedenem

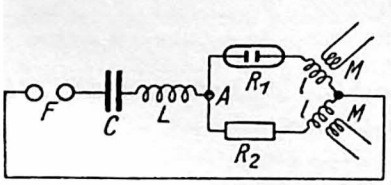


Abb. 48. Widerstandsmessung im Schwingungskreis

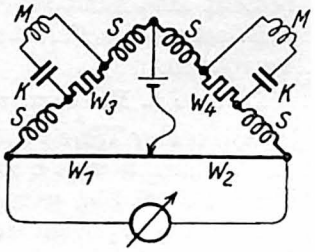


Abb. 49. Widerstandsmessung der Barretteranordnung

Spannungseffekt ist. Die Form der Widerstandsgefäße und Elektroden muß aus dem Spannungsstoß die wirksame Feldstärke berechnen lassen. Über Baretter s. auch S. 285.

Während diese Methode nur ein Integral des Spannungseffekts gibt, kann kathodenoszillographisch die Wirkung im einzelnen verfolgt werden (Fucks). Abb. 50 zeigt das Schema einer Anordnung, bei der die Spannungsverteilung am Elektrolyten (Widerstand r_1) und einem mit ihm in Reihe liegenden Widerstand r_2 oszillographisch festgestellt wird. Widerstände und Kapazitäten r_1, c_1 und r_2, c_2 werden unter Berücksichtigung der Plattenkapazität des Oszillators bei kleinen Spannungen gleich gemacht, dann wird eine Stoßwelle (1,5 μs Dauer, Feldstärke bis 260 kV/cm) auf die Anordnung gegeben, während der Oszillator einmal an AB, das zweite Mal an BC liegt. Bei Bariumferrozyanid beträgt die Änderung des Leitvermögens bei 200 kV/cm rund 16 % bei $\varkappa = 4 \cdot 10^{-4}\,\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$.

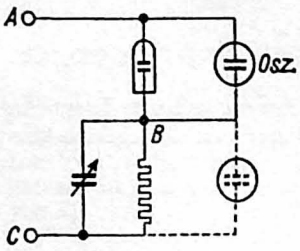


Abb. 50. Messung der Spannungsverteilung mit Oszillograph

Vgl. Wien, Ann. Phys. **73**, 162, 1924; Malsch u. Wien, ebd. (5) **1**, 400, 1929; Fucks, ebd. **12**, 306, 1932. Zur Theorie z. B. Joos, Phys. Z. **29**, 755, 1928.

i) Messung mit Hochfrequenzstrom. Aus ähnlichem Grunde wie bei hohen Feldstärken (vgl. Abschn. h) tritt bei sehr raschen Stromwechseln ($> 10^7$ Hz) eine merkbare, mit der Wertigkeit der Ionen steigende Erhöhung des Leitvermögens ein (Dispersion des Leitvermögens). Die Untersuchung dieser Erscheinung sowohl wie die des Skineffekts in Elektrolyten erfordern Messungen mit hochfrequenten Schwingungen. Die Theorie der Elektrolyte von Debye gestattet die Berechnung der Dispersion, des Wien-Effekts und anderer Anomalien. Die Theorie beruht auf der Berücksichtigung der Coulombschen Kräfte, welche die Ionen wegen ihrer Ladungen aufeinander ausüben müssen. Als Folge dieser Kraftwirkung besteht eine nicht regellose Verteilung der Ionen in der Lösung. Deshalb haben z. B. sehr hohe Feldstärke und sehr hohe Frequenz einen Einfluß auf das Leitvermögen.

Debye u. Falkenhagen, Phys. Z. **29**, 401, 1928.

α) In der Wheatstoneschen Brücke (Nernst). Die Methode ist auf S. 334 in Abschn. b und c zur Messung der Dielektrizitätskonstante beschrieben. In Abb. 233 S. 334 werde der Brücke Hochfrequenzstrom zugeführt; die Widerstände R_3, R_4 seien durch gleiche Kondensatoren ersetzt wie in Abb. 234, das Telephon T durch einen Hochfrequenz-Detektor. Das Widerstandsgefäß C werde abwechselnd parallel zu C_1 oder C_2 geschaltet, entsprechend ein elektrolytischer Vergleichswiderstand R, fein abgleichbar, parallel zu C_2 oder C_1. Man stellt R und C_1 oder C_2 auf Stromlosigkeit der Brücke ein. Sofern deren Anordnung kapazitiv und induktiv genau symmetrisch ist, läßt sich die Abhängigkeit des Verhältnisses der Widerstände in C und R von der Frequenz prüfen.

Über Vorsichtsmaßregeln bei Brückenmessungen vgl. S. 183 und 188. Die Methode wurde nur bis zu einigen 10^6 Hz angewendet. Über eine Verfeinerung für höhere Frequenzen (bis $\lambda = 39$ m) s. Geyer, Ann. Phys. [5] **14**, 299, 1932, wo auch die Verluste durch Isolierungen, Elektroden und durch die mit dem Elektrolyten einen Zweischichten-Kondensator bildenden Gefäßwandungen erörtert werden.

β) Dämpfungsmethode. Die bei der Wheatstoneschen Brücke mit wachsender Frequenz immer störender werdenden Verschiebungsströme zwischen

den Elektroden, die auch von Änderungen der Dielektrizitätskonstante abhängen würden, werden vermieden, wenn man das Leitvermögen des Elektrolyten, der sich in einem elektrodenlosen Glasgefäß befindet, aus dem Wirbelstromverlust im hochfrequenten magnetischen Wechselfeld ermittelt.

Ein durch Verschieben in der Wand W abstimmbares Paralleldrahtsystem endigt in einem kreisförmigen Kupferdrahtbügel, der das zylindrische Elektrolytgefäß E umschließt (Abb. 51). Bei Abstimmung des Systems auf einen ungedämpften Hochfrequenzsender (nach Barkhausen-Kurz) entsteht im Bügel ein Resonanzstromeffekt, der durch den Ausschlag einer induktiv gekoppelten Barretter-Brücke gemessen wird. Er hängt vom Leitvermögen der Lösung stark ab, von ihrer Dielektrizitätskonstante jedoch kaum, da die Lösung sich am Strombauch befindet. Man prüft, ob zwei gleichdämpfende, daher bei der verwendeten Frequenz gleich gut leitende Lösungen auch bei Niederfrequenz gleich leiten. Die Methode ist also ebenso wie die unter α) dargestellte relativ und setzt voraus, daß der gesuchte Effekt für eine Lösung bekannt ist.

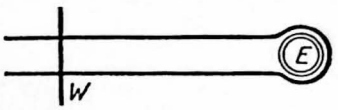


Abb. 51. Widerstandsmessung durch Wirbelstromverlust

Zahn, Z. Phys. **51**, 350, 1928; Rieckhoff, Ann. Phys. (5) **2**, 577, 1929, wo mit $3 \cdot 10^8\ s^{-1}$ der Frequenzeffekt gemessen wurde. Vgl. auch Brendel, Mittelstaedt u. Sack, Phys. Z. **30**, 576, 1929, wo die Resonanzmaxima eines elektrischen Schwingungskreises gemessen werden, welcher als Kapazität eine mit dem Elektrolyten gefüllte Zelle und parallel dazu einen variablen Kondensator enthält.

γ) Kalorimetrische Methode. Der Einfluß des Verschiebungsstromes wird eliminiert, wenn man die von dem hochfrequenten Strom im Elektrolyten erzeugte Wärme zur Messung des Leitvermögens benutzt.

Absolutmessungen in elektrodenlosen Gefäßen unter Berücksichtigung des Skineffektes bei Justi, Ann. Phys. (5) **2**, 65, 1929, bis 10^6 Hz, Genauigkeit etwa 2%. Größere Genauigkeit ist erzielbar durch Relativmessungen, s. Deubner, Phys. Z. **33**, 223, 1932, der in Gefäßen, die durch eine angesetzte Kapillare zum Thermometer ausgebildet waren (Elektrolytthermometer), die Hochfrequenzleitfähigkeit zweier bei Niederfrequenz gleich leitender Elektrolyte verglich.

Absolutmessung bis $\lambda = 28$ m bei Malsch, Phys. Z. **33**, 19, 1932. Messungen bis $\lambda = 3$ m bei Schäfer, Z. Phys. **77**, 117, 1932.

Über Ergebnisse für Lösungen s. noch Foerster, Elektrochemie wäßriger Lösungen. Leipzig 1922; Walden, Das Leitvermögen der Lösungen. Leipzig 1924. Über Ionenbeweglichkeit, Grenzwert Λ_∞ usw. Lorenz, Raumerfüllung und Ionenbeweglichkeit. Leipzig 1922. Über einige wäßrige Lösungen s. Tab. 57ff.

C. Messung der Konzentration wäßriger Lösungen aus dem Leitvermögen

In Umkehrung der üblichen Feststellung des Leitvermögens einer Lösung bekannter Konzentration kann aus dem Leitvermögen auf die Konzentration geschlossen werden, z. B. zur Ermittlung der Löslichkeit schwer löslicher Elektrolyte.

1 mg eines Salzes in 1 l Wasser gelöst, vermehrt dessen Leitvermögen durchschnittlich um etwa 10^{-6}; Stoffe wie Chlorsilber oder Bariumsulfat bewirken eine noch gut meßbare Vermehrung. Hat man das Leitvermögen der gesättigten Lösung bei 18° um $\mathfrak{k}$ größer gefunden als das Leitvermögen des lösenden Wassers, so berechnet man die in 1 cm³ gelösten Grammäquivalente als $\eta = \frac{\mathfrak{k}}{l_K + l_A}$. Ist A das Äquivalentgewicht des gelösten Körpers, so gibt

dann $A\eta$ oder $A \cdot \frac{\mathfrak{k}}{l_K + l_A}$ die Konzentration in g/cm³ und $1000\,A \cdot \frac{\mathfrak{k}}{l_K + l_A}$ in g/l. — Bei stärkeren Lösungen ist die Abnahme von A mit wachsender Konzentration zu berücksichtigen.

Man wässert den gepulverten Körper aus, bringt ihn in das Gefäß, gießt vorsichtig Wasser von bekanntem Leitvermögen auf, schüttelt und bestimmt das Leitvermögen abermals. Meistens muß wegen der Verunreinigungen noch mehrere Male von dem Pulver abgegossen und Wasser aufgegossen werden, bis konstante Leitvermögen entstehen.

Beispiel. $BaSO_4$ bei 18°; $l_K = 55\,l_A = 68$, also $A = l_K + l_A = 123$. Gefunden wurde $\mathfrak{k}_{18} = 2{,}4 \cdot 10^{-6}$, also $\eta = \frac{2{,}4 \cdot 10^{-6}}{123} = 0{,}020 \cdot 10^{-6}$ g-Äqu./cm³ = 0,000 020 g-Äqu./l. — Äquivalentgewicht $\frac{1}{2}$ Ba = 69, $\frac{1}{2}$ SO_4 = 48; also A = 117, daraus der Gewichtsgehalt = 117 · 0,000 020 = 0,0023 g/l.

Nur bei Anwendung sehr reinen Wassers und bei neutralen Salzen ist für so verdünnte Lösungen das Verfahren gestattet. Bei starken Lösungen bestimmt man die Konzentration mittels der beobachteten Leitvermögen aus Tab. 57 oder aus den Tabellen von Kohlrausch und Holborn (Leitvermögen der Elektrolyte) oder von Landolt-Börnstein. Zweideutigkeiten, die etwa aus einem Maximum des Leitvermögens entspringen, sind besonders zu berücksichtigen. Über Löslichkeitsbestimmungen durch Spannungsmessung s. S. 39.

D. Messung des Widerstands galvanischer Elemente (mit Wechselstrom)

a) Verfahren mit Widerständen. Über die Messung mit Gleichstrom s. S. 61. Bei Wechselstrom ist am einfachsten die Messung mit dem Telephon nach S. 65. Elemente verhalten sich den Wechselströmen gegenüber ähnlich wie gewöhnliche Leiter. Der konstante Strom des Elementes stört nicht, wenn er nicht zu stark ist (in Abb. 47, S. 65 ist der Meßdraht von großem Widerstand zu wählen). Am besten schaltet man eine gerade Anzahl von Elementen halbiert gegeneinander.

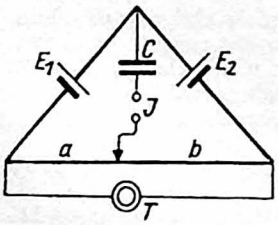


Abb. 52. Widerstandsangleichung zweier Elemente in Wechselstrombrücke

Abb. 52 gibt die Anordnung zum Vergleich der Widerstände r_1 und r_2 zweier Elemente E_1 und E_2 von gleicher EMK. Vor das Induktorium J wird ein Blockkondensator C geschaltet, der nur Wechselströme überträgt. Dann sind Gleichströme überall vermieden. Bei Einstellung auf Tonminimum ist $r_1 : r_2 = a : b$. Durch Zuschalten des bekannten Widerstands R zu r_1 (beide von gleicher Größenordnung) entsteht $(r_1 + R) : r_2 = a' : b'$, also

$$r_1 = R \frac{\frac{a}{b}}{\frac{a'}{b'} - \frac{a}{b}}.$$

Ein schlechtes Tonminimum wird verbessert, wenn man zu r_1 und r_2 kleine, aus einigen Drahtwindungen bestehende Selbstinduktionsvariatoren (S. 209) zuschaltet und durch deren passende Einstellung die kapazitive Wirkung der Elektroden kompensiert. Die kleinen konstanten Widerstände der Variatoren sind zu berücksichtigen.

b) Verfahren mit Kondensatoren (Abb. 53). J (Abb. 53 a) ist das Induktorium, C ein Blockkondensator. Die Kondensatoren in den Brückenzweigen haben Kapazitäten c_1 und c_2 von bekanntem Verhältnis. E ist das Element, dessen Widerstand r gemessen werden soll, R ein meßbar veränderlicher Widerstand, z. B. ein ausgespannter Draht mit widerstandsfreiem Kontakt. Schweigt das Telephon T, so gilt

$$r : R = c_2 : c_1.$$

$\frac{c_2}{c_1}$ kann man in derselben Anordnung bestimmen, sobald man E durch einen bekannten Widerstand ersetzt (S. 188).

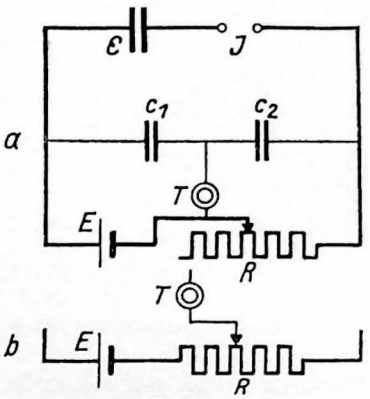


Abb. 53. Widerstandsmessung mit Kondensatoren

Verbindet man in der Verzweigung gemäß Abb. 53 b, so braucht der Kontakt nicht widerstandsfrei zu sein. Es ist dann $(r + R_1) : R_2 = c_2 : c_1$, wobei R_1 und R_2 die Teile von R bedeuten.

Haagn, Z. phys. Chem. **23**, 97, 1897.

Über weitere Verfahren, die anwendbar sind, wenn das Element Strom liefert; s. Grover, Bull. Bur. of St. **3**, 378, 1907; Vinal, Storage Batteries, New York 1930, S. 315.

7. Leistungsmessung

Wird ein Widerstand R von dem Strom I durchflossen, so daß an seinen Enden die Spannung U entsteht, so kann die Leistung des Stroms gemessen werden als UI, RI^2 oder $\frac{U^2}{R}$, und zwar in internationalen Watt, wenn auch U, I, R in int. Einheiten ausgedrückt sind. Die dieser Leistung entsprechende Energie (int. Wattsekunden bzw. int. Joule) wird völlig in Wärme umgesetzt, und zwar derart, daß 1 int. Joule = 0,2390 cal (Tab. 74) zu setzen ist (also 1 Kilowattstunde = 860,4 kcal).

a) Kalorimetrisch. Die Energie und somit auch die Leistung (= Energie/Zeit) kann auch auf kalorimetrischem Wege gemessen werden.

b) Messung mit Wattmeter (S. 24 u. 160), die nach dem Prinzip der Elektrodynamometer gebaut sind und die aus einer Strom- und Spannungspule bestehen (also Messung als UI). Da durch die Spannungsspule auch Strom fließt, ist die Stromverteilung wie bei den Voltmetern in Rücksicht zu ziehen; außerdem ist die Leistung im Wattmeter selbst in Rechnung zu setzen, und zwar je nach der Schaltungsanordnung in verschiedener Weise. Näheres hierüber s. bei Wechselstrom (S. 159).

c) Getrennte Messung von Strom und Spannung oder Widerstand. Ist der Widerstand bekannt, so kann die Leistung als RI^2 gemessen werden; doch ist dann die Widerstandsänderung infolge der Stromwärme in Betracht zu ziehen. Vorzuziehen ist es daher im allgemeinen, die Leistung aus Strom I und Spannung U zu bestimmen (UI), da hierbei die Widerstandsänderung ohne weitere Messung berücksichtigt wird. Strom und Spannung können nach irgendeiner der hierfür angegebenen Methoden gemessen werden. Sehr bequem ist die Messung mit dem Kompensator (S. 32), die sehr genau ausgeführt werden kann. Der

Hauptstrom I durchfließt einen bekannten im Verhältnis zu R kleinen Widerstand r, dessen Spannung U_1 kompensiert wird (vgl. Abb. 54). Parallel zum Widerstand R wird ein im Verhältnis zu diesem sehr großer Widerstand R_2 gelegt, der so unterteilt ist, daß die an dem Abgriff R_2' liegende Teilspannung u möglichst nahe gleich der Spannung U_1 ist. Bei der abwechselnden Messung (Schalter S) von U_1 und u sind dann nur geringfügige Änderungen der Einstellung des Kompensators K, dessen Stromstärke vermittels eines Normalelements N.-E. auf einen bekannten Wert gebracht ist, vorzunehmen. Die an den Enden von R liegende Spannung U ist dann gleich $\frac{u R_2}{R_2'}$. Da der den Widerstand r durchfließende Strom $I_0 = I + I_2$ größer ist als der durch den Verbrauchswiderstand R fließende Strom I, ist für diesen Unterschied eine Korrektion anzubringen. Für I gilt also $I = I_0 - I_2 = \frac{U_1}{r} - \frac{u}{R_2'}$. Die Leistung L im Widerstande R ist dann $L = U \cdot I = \frac{u R_2}{R_2'}\left[\frac{U_1}{r} - \frac{u}{R_2'}\right]$. Wählt man den Widerstand r und das Widerstandsverhältnis $\frac{R_2'}{R_2}$ so, daß die Spannungen an den Enden von und R_2' gleich der des Normalelements E sind, so kann die Kompensation ohne Kompensator direkt gegen das Normalelement vorgenommen werden (Abb. 55). Bezeichnet E die EMK des Normalelements, so ist $L = E^2 \frac{R_2}{R_2'} \cdot \frac{R_2' - r}{r R_2'}$.

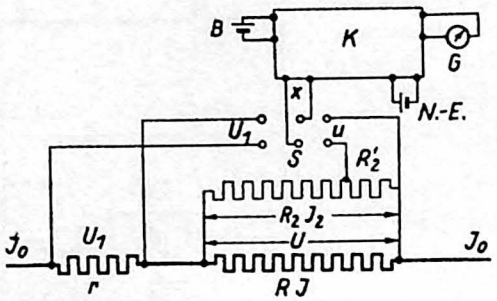


Abb. 54. Leistungsmessung mit dem Kompensator

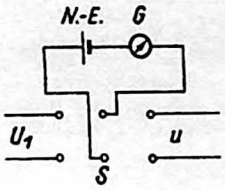


Abb. 55. Leistungsmessung nur mit Normalelement

II. Magnetismus

1. Bestimmung der magnetischen Feldgrößen mit dem Magnetometer

A. Das einfache Magnetometer

a) Wirkungsweise. Im einfachsten Falle besteht ein Magnetometer aus einem Magneten M mit dem Polabstand l, der im Indifferenzpunkt möglichst torsionsfrei so aufgehängt ist, daß sein Moment horizontal liegt. Der Magnet kann die Form eines horizontalen Stabes, einer vertikalen Kreisscheibe, eines vertikalen Kreisringes, einer Glocke u. a. m. haben. Ein solches Magnetometer dient dazu, die Feldstärke zu messen, die ein unbekanntes magnetisches Moment $\mathfrak{m}$ (Polabstand L) im Abstand a am Ort des Magnetometermagneten hervorbringt; aus ihr wird mit Hilfe des Coulombschen Gesetzes die Größe des gesuchten Moments berechnet. Dieses lenkt den Magnetometermagneten aus seiner Ruhelage (Richtung der Horizontalkomponente des erdmagnetischen Feldes) ab; die neue Lage ist die Resultierende aus der vom gesuchten Moment

herrührenden Feldstärke und der Horizontalintensität. Der Ablenkungswinkel φ wird in üblicher Weise mit Fernrohr, Spiegel und Skala bestimmt.

Das zu messende Moment liegt gewöhnlich ebenfalls horizontal; es wird senkrecht zur Horizontalintensität ausgerichtet, damit seine Größe vom Erdfeld nicht beeinflußt wird, kann aber im übrigen aus jeder beliebigen Richtung auf das Magnetometer wirken. Zwei ausgezeichnete Lagen I und II (Abb. 56), die sog. Gaußschen Hauptlagen, sind indessen besonders wichtig, weil hier die Berechnung sehr einfach wird. NS ist die Richtung des magnetischen Meridians.

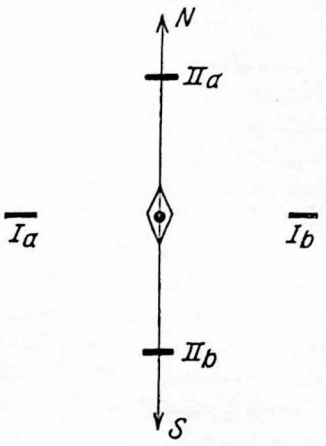


Abb. 56.
Die Gaußschen Hauptlagen

b) Der Dauermagnet. Als Werkstoffe zur Herstellung von Dauermagneten dienen Kohlenstoff-, Wolfram-, Chrom-, Kobalt- oder Aluminiumnickelstähle, neuerdings auch bearbeitbare Dauermagnet-Werkstoffe wie FeNiCu, CoNiCu, PtFe oder PtCo.

Über die Gesichtspunkte, die für die Wahl des Werkstoffs bei gegebener Form bzw. für die Wahl der Form bei gegebenem Werkstoff zur Erreichung einer bestimmten Leistung zu berücksichtigen sind, s. besonders Evershed, J. I. E. E. **58**, 780, 1920 u. **63**, 725, 1925; Watson, ebd. **61**, 641, 1922; Löbl, Kurz, Laub, Arch. Elektrot. **16**, 395 u. 495, 1926; Neumann u. Warmuth, ENT **13**, 293, 1936 u. **14**, 168, 1937. Zusammenfassende Darstellung ATM, Z 60—1 (1940).

Eine sehr ausführliche Zusammenstellung aller wichtigen Werkstoffeigenschaften s. Neumann, ATM, Z 912—1, 1937; daselbst auch sehr viele Schrifttumsnachweise; sehr wichtig ferner Zumbusch, Arch. Eisenhütt. **14**, 127, 1940/41.

Die „künstliche Alterung" der Dauermagnete (mit Ausnahme der Aushärtungswerkstoffe) geschieht durch 24stündiges Erwärmen auf 100° C; sie dient dazu, diejenigen Strukturänderungen, die im Laufe der Zeit ohnehin eintreten würden, schon vor der Magnetisierung zum Ablauf zu bringen. Sie ist in jedem Falle unerläßlich, wenn die Magnete zu Messungen oder in Meßgeräten Verwendung finden sollen.

Die zur „Magnetisierung" erforderliche wahre Feldstärke liegt um so höher, je höher die Güteziffer des Materials ist; sie hängt im übrigen aber noch von der Form der Hystereseschleife, im besonderen von der Höhe der Remanenz ab. Bei gewöhnlichen Kohlenstoffstählen benötigt man mindestens 250 Ø, bei Wolfram- und Chromstählen 350 Ø; die mittleren Kobaltstähle brauchen 800—1000, die hochprozentigen 12—1500 und die Aluminiumnickelstähle bis 8000 Ø. Die Zeit, während der diese Feldstärke einwirken muß, kann beliebig kurz sein; praktisch wird man in vielen Fällen wegen der Relaxationszeit eine oder mehrere Sekunden brauchen. Stabmagnete werden in einer geeigneten, stromdurchflossenen Spule oder zwischen den Polen eines Elektromagneten magnetisiert, Hufeisenmagnete großer Maulweite auf den Polen eines Elektromagneten stehend. Magnete mit engem Luftspalt (z. B. Zählermagnete) hängt man auf einen Kupferleiter, schließt den Magneten mit einem Anker und schickt durch den Leiter einen elektrischen Strom oder Stromstoß von etwa 10 000 bis 50 000 A, oder man steckt auf die beiden Schenkel dünne Spulen, die eine Feldstärke von etwa 100 Ø erzeugen, schließt den Magneten mit einem Anker und

setzt das Ganze in einer genügend weiten Spule oder zwischen den Kernen eines Wechselstromelektromagneten einem starken Wechselfeld aus, das man dann kontinuierlich auf Null abnehmen läßt.

Um Magnete zu stabilisieren, d. h. gegen Temperaturschwankungen, Fremdfelder und Erschütterungen unempfindlich zu machen, so daß sich ihr Moment in Jahrzehnten nicht merkbar ändert, läßt man auf die bereits künstlich gealterten und aufmagnetisierten Magnete ein kleines Wechselfeld einwirken, dessen Amplitude dann bis auf Null abnimmt; man wählt die Anfangsamplitude größer oder kleiner, je nachdem die Stabilität oder die Größe des Moments in dem Einzelfall wichtiger ist.

Bei Magneten, die in einem magnetischen Kreise wirken sollen, wird nach Möglichkeit der Zusammenbau (z. B. mit Polschuhen und Anker) bereits vor der Magnetisierung vorgenommen, falls man den höchstmöglichen Wert der scheinbaren Remanenz erhalten will; der Magnet ist dann aber sehr empfindlich gegen entmagnetisierende Felder usw., vorausgesetzt, daß auf eine nachträgliche Stabilisierung verzichtet wird.

c) Aufhängung, Torsionsverhältnis, Dämpfung. Schwerere Magnete werden, wenn man über eine genügende Höhe verfügt (etwa von der Zimmerdecke herab), an einem hartgezogenen Draht aus Messing oder besser aus Phosphorbronze aufgehängt; es kommt auf große Tragkraft und kleinen Elastizitätsmodul an. Ein Band (z. B. käufliches Konstantanband) ist daher günstiger als ein Draht.

Für leichte Magnete verwendet man Quarzfäden, die mit Schellack angeklebt werden.

Durch den Aufhängefaden tritt zu der magnetischen Direktionskraft D eine elastische d. Das Verhältnis $\frac{d}{D} = \Theta$ heißt Torsionsverhältnis. Eine Ablenkung, die der Magnet erfährt, ist daher im Verhältnis $(1 + \Theta)$, seine Schwingungsdauer im Verhältnis $\sqrt{1 + \Theta}$ kleiner, als wenn nur die magnetische Direktionskraft wirkte.

Je leichter ein Magnet, desto kleiner kann man das Torsionsverhältnis machen, denn die Tragkraft eines Fadens wächst mit dem Quadrate, das Torsionsmoment aber mit der 4. Potenz der Dicke. Kokonfäden haben je nach ihrem Ursprung ein sehr verschiedenes Torsionsmoment. 10 cm lange, feine Fäden aus dem Innern eines Kokons gehen bis unter $d = 0{,}0001$ CGS, so daß oft ihr Torsionsverhältnis kaum in Betracht kommt. Andere erreichen ein mehr als zehnfaches Moment. Freilich ist auch die Tragkraft sehr ungleich. Wegen der elastischen Nachwirkung ist Θ für einen Kokon um einige Prozente unsicher.

Besonders kleine Torsionsmomente erreicht man mit Quarzfäden, die gegen den Kokon den Vorteil einer verschwindenden elastischen Nachwirkung haben.

Im folgenden wird angenommen, daß die Nadel nahe im Meridian liegt.

Bestimmung von Θ. Man dreht den Torsionskopf um den Winkel α und beobachtet die neue Einstellung des Magneten, welche sich von der ursprünglichen um den kleinen Winkel φ unterscheide. Dann ist

$$\Theta = \frac{\varphi}{(\alpha - \varphi)}.$$

In Ermangelung eines Torsionskopfes dreht man den Magnet einmal ganz herum, ohne an der Befestigung des Fadens etwas zu ändern; dann ist $\alpha = 360^0$ zu setzen.

Indirekte Bestimmung. Die Direktionskraft d eines Fadens ergibt sich aus der Torsionsschwingungsdauer t einer angehängten Masse von bekanntem Trägheitsmoment J in absolutem Maße zu $d = \frac{4\pi^2 J}{t^2}$. Aus der Direktionskraft D des an dem Faden aufzuhängenden Magneten (z. B. $D = \mathfrak{m}H$) berechnet sich dann

$$\Theta = \frac{d}{D}.$$

Zur Dämpfung der Schwingungen des Systems umgibt man den Magneten mit einem Kupferkörper, der sich ihm möglichst eng anschmiegt, ohne jedoch den Ausschlag zu behindern. Von Luftdämpfung wird im allgemeinen kein Gebrauch gemacht.

d) Astasierung, Astasierungsfaktor. Zur Erhöhung der Empfindlichkeit wird häufig eine Verminderung der erdmagnetischen Direktionskraft verlangt. Dazu befestigt man am einfachsten einen geeigneten Hilfsmagneten in nicht zu geringer Entfernung so, daß das von ihm herrührende Feld die Horizontalkomponente des Erdfeldes an der Stelle des Magnetometermagneten zum Teil aufhebt. — Besser benutzt man zur Erzeugung des astasierenden Feldes eine gleichmäßig gewickelte, ringförmig in sich zurücklaufende Spule mit nicht zu kleinem Wicklungsquerschnitt. Durch Regulierung des Spulenstroms läßt sich die Astasierung außerordentlich einfach verändern; zudem hat man den Vorteil, daß das astasierende Feld sehr homogen ist und die häufig unerwünschte Fernwirkung eines Hilfsmagneten (z. B. auf eine zu untersuchende Materialprobe) fortfällt.

Gumlich, Verh. D. Phys. Ges. **16**, 406, 1914.

In der gleichen Weise läßt sich natürlich auch eine Verstärkung des Erdfeldes bewirken, wenn die Empfindlichkeit zu groß ist oder der Systemmagnet in anderer als der Nord-Südrichtung benutzt werden soll.

Unter dem Astasierungsfaktor versteht man das Verhältnis $\frac{D}{D'}$ der Direktionskräfte ohne und mit astasierendem Feld. Wenn ohne Astasierung ein Magnet oder eine stromdurchflossene Spule in der Entfernung r vom Systemmagneten den Ausschlag e hervorbringt und mit Astasierung die entsprechenden Zeichen r' und e' gelten, so ist — gleichen Skalenabstand und gegebenenfalls gleiche Stromstärke vorausgesetzt — $\frac{D}{D'} = \frac{e'}{e}\left(\frac{r'}{r}\right)^3$.

Über die innere Systemastasierung s. Abschn. C, S. 79ff.

e) Störungen. Das einfache Magnetometer ist in besonderem Maße Störungen unterworfen, die seine Verwendbarkeit stark beeinträchtigen. In der Hauptsache sind es die zeitlichen Variationen der Deklination und der Horizontalintensität sowie die vagabundierenden Erdströme, die die Ruhelage des Instruments ungünstig beeinflussen; je weiter die Astasierung getrieben wird, um so mehr wächst auch der Einfluß dieser Störungen. Man kann sich nur dadurch helfen, daß man gleichzeitig mit dem Hauptinstrument ein genau ebensolches Hilfsinstrument beobachtet, das die gleiche Schwingungsdauer, Dämpfung und Astasierung hat und nur die Störungen anzeigt. Doch ist dieses Verfahren lästig und nur bei verhältnismäßig kleinen Ausschlägen richtig. Bei größeren Ansprüchen an Genauigkeit sollte man immer ein astatisches Magnetometer benutzen. Magnetische Abschirmung einer ganzen Magnetometeranordnung ist

zwar schon gelegentlich vorgeschlagen worden, doch sind Erfahrungen damit nicht bekannt geworden.

Auch Nahstörungen sind nicht immer gänzlich zu vermeiden; die Wirkung bewegter Magnete (z. B. auch Fahrstühle, Laufkrane u. dgl.) sowie veränderliche Ströme (z. B. von Akkumulatorenbatterien, in Regulierwiderständen usw.) ist oft nicht zu beseitigen, während die Wirkung stromführender Leitungen gewöhnlich vermieden werden kann (Kreuzen, Verdrillen, konzentrische Leitungen usw.).

B. Gleichzeitige Bestimmung des magnetischen Moments eines Stabes und der Horizontalintensität des erdmagnetischen Feldes

a) Allgemeines. Zur gleichzeitigen Bestimmung des magnetischen Moments $\mathfrak{m}$ eines Stabes und der Horizontalintensität H des Erdfeldes sind zwei Messungen erforderlich. Zunächst ermittelt man das Produkt $P = \mathfrak{m} \cdot H$ durch Beobachtung der Schwingungsdauer (s. Abschn. b), sodann den Quotienten $Q = \frac{\mathfrak{m}}{H}$ durch Beobachtung des Magnetometerausschlages (s. Abschn. c); aus P und Q lassen sich dann die gesuchten Werte für $\mathfrak{m}$ und H einfach berechnen: $\mathfrak{m} = \sqrt{PQ}$, $H = \sqrt{\frac{P}{Q}}$.

Der Wert von H ist im mittleren Europa etwa gleich 0,2 Ø (Tab. 55a u. 55b). Bei der Bestimmung mit gewöhnlichen Mitteln ist ein Fehler von nur $\frac{1}{2}$% befriedigend zu nennen. Wo äußere Störungen (Erdströme und Nahstörungen) fehlen, wird der aus Tab. 55a u. 55b entnommene Wert von H etwa die gleiche Genauigkeit haben; in Gebäuden mit Eisenkonstruktionen dagegen können die Abweichungen vom normalen Wert der Horizontalintensität erheblich sein. Es ist darauf zu achten, daß sich während der Messung auch nicht zufällig ferromagnetische Körper in der Nähe der Meßanordnung befinden.

Über andere Methoden zur Bestimmung von H s. S. 118ff.

b) Bestimmung von $\mathfrak{m} \cdot H$ aus der Schwingungsdauer. Man hängt den Stabmagneten an einem Faden auf, so daß er eine horizontale Lage einnimmt, und läßt ihn kleine Schwingungen um die Ruhelage ausführen. Ist die auf unendlich kleinen Bogen reduzierte Schwingungsdauer t, das Trägheitsmoment des Stabes J ($cm^2 \cdot g$) und das Torsionsverhältnis Θ, so ist

$$\mathfrak{m} H = \frac{4\pi^2 J}{t^2 (1 + \Theta)}.$$

c) Bestimmung von $\frac{\mathfrak{m}}{H}$ in I. und II. Gaußscher Hauptlage. Denselben Magneten läßt man dann aus der Entfernung r (von Mittelpunkt zu Mittelpunkt gemessen) eine Magnetnadel ablenken; um Unsymmetrien unwirksam zu machen, läßt man den Magneten von zwei entgegengesetzten Seiten einwirken und kehrt ihn außerdem in jeder dieser Lagen einmal um. Bei Beobachtung mit Spiegel und Skala erhält man also vier Werte für die Ablenkung vom magnetischen Meridian; bei unmittelbarer Ablesung der Nadelspitzen auf einer Kreisteilung werden jeweils beide Spitzen beobachtet, so daß man insgesamt acht Ablesungen erhält. Das Mittel aus diesen vier bzw. acht Werten der Ablenkung sei φ.

α) Erste Hauptlage. Der Magnet wird in den Lagen Ia und Ib (Abb. 56) östlich und westlich in gleichen Abständen von der Nadel und in gleicher Höhe

mit ihr hingelegt. Wir setzen $r = \frac{1}{2}\widehat{ab}$. Dieser Abstand r soll mindestens die dreifache Magnetlänge betragen.

Bezeichnen wir den Polabstand des Magnetstabes mit L, den der Nadel mit l, so läßt sich eine Korrektionskonstante η berechnen:

$$\eta = \frac{1}{2}L^2 - \frac{3}{4}l^2.$$

Dann ist der gesuchte Quotient

$$\frac{\mathfrak{m}}{H} = \frac{1}{2} \cdot \frac{r^3 \operatorname{tg}\varphi}{1 + \frac{\eta}{r^2}}$$

oder bei kurzer Nadel und für kleinen Abstand

$$\frac{\mathfrak{m}}{H} = \frac{1}{2} r^3 \operatorname{tg}\varphi \left(1 - \frac{1}{4}\frac{L^2 - \frac{3}{2}l^2}{r^2}\right)^2.$$

Bei Verwendung eines Spiegelmagnetometers wird das Torsionsverhältnis Θ' durch Multiplikation der rechten Seite der Gleichungen mit $(1 + \Theta')$ berücksichtigt.

β) Zweite Hauptlage. Das ablenkende Moment wird nördlich und südlich der Magnetometernadel in gleichen Entfernungen (Lage IIa und IIb in Abb. 56) hingelegt.

Es sei wieder $r = \frac{1}{2}\widehat{ab}$. Als Korrektionskonstante η gilt hier

$$\eta = -\frac{3}{8}L^2 + \frac{3}{2}l^2.$$

Dann wird

$$\frac{\mathfrak{m}}{H} = \frac{r^3 \operatorname{tg}\varphi}{1 + \frac{\eta}{r^2}}$$

oder für kleines l und kleines r

$$\frac{\mathfrak{m}}{H} = r^3 \operatorname{tg}\varphi \left(1 + \frac{1}{4}\frac{L^2 - 4l^2}{r^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

d) Elimination der Polabstände. Für genauere Messungen genügt die einfache Annahme, daß der Polabstand fünf Sechstel der Stablänge ist, in vielen Fällen nicht mehr. Man eliminiert dann nach dem Vorgang von Gauß die Korrektionskonstante η durch Beobachtung der Ablenkungen φ_1 und φ_2, die das Moment $\mathfrak{m}$ aus den beiden Entfernungen r_1 und r_2 hervorbringt.

Dann ergibt sich für die I. Hauptlage

$$\frac{\mathfrak{m}}{H} = \frac{1}{2}\frac{r_2^5 \operatorname{tg}\varphi_2 - r_1^5 \operatorname{tg}\varphi_1}{r_2^2 - r_1^2}$$

und für die II. Hauptlage

$$\frac{\mathfrak{m}}{H} = \frac{r_2^5 \operatorname{tg}\varphi_2 - r_1^5 \operatorname{tg}\varphi_1}{r_2^3 - r_1^3}.$$

Bei kurzen Nadeln und für kleinen Abstand gilt

$$\frac{\mathfrak{m}}{H} = \frac{1}{2}\left[\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg}\varphi_2^{-\frac{1}{2}} - r_1^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg}\varphi_1^{-\frac{1}{2}}}\right]^2 \text{ für die I. Hauptlage}$$

und

$$\frac{\mathfrak{m}}{H} = \left[\frac{r_2^2 - r_1^2}{\operatorname{tg}\varphi_2^{-\frac{2}{3}} - \operatorname{tg}\varphi_1^{-\frac{2}{3}}}\right]^{\frac{3}{2}} \text{ für die II. Hauptlage.}$$

Für die Genauigkeit des Ergebnisses ist es am besten, das Verhältnis der beiden Abstände $\frac{r_2}{r_1}$ etwa gleich 1,4 zu machen. Die kleinere Entfernung r_1 soll möglichst nicht kleiner sein als die vierfache Stablänge.

e) Berichtigung wegen der im Erdfeld induzierten Momentänderung. Während der Bestimmung von $\mathfrak{m} \cdot H$ befindet sich der Magnetstab im wesentlichen in der Richtung der horizontalen Erdfeldkomponente, durch welche er einen Momentzuwachs $\Delta\mathfrak{m}$ erfährt. Man bestimmt also durch den Schwingungsversuch in Wirklichkeit nicht $\mathfrak{m} \cdot H$, sondern $\mathfrak{m}(1+\Delta)H$. Dementsprechend berechnet sich H nicht als $\sqrt{\frac{P}{Q}}$ (s. Abschn. a, S. 76), sondern als $\sqrt{\frac{P}{Q}}\sqrt{\frac{1}{1+\Delta}}$ oder angenähert $(1-\frac{1}{2}\Delta)\sqrt{\frac{P}{Q}}$, und ebenso $\mathfrak{m}$ als $\sqrt{P \cdot Q}\sqrt{\frac{1}{1+\Delta}}$ bzw. $(1-\frac{1}{2}\Delta)\sqrt{P \cdot Q}$.

Die Bestimmung von Δ geschieht am besten mittels des ballistischen Galvanometers (S. 83ff.). Eine horizontale, enge, um eine vertikale Achse über 180° drehbare Spule, welche länger ist als der Magnetstab, ist an das Galvanometer angeschlossen; wird sie aus der einen Meridianlage in die entgegengesetzte gedreht, so zeigt das Galvanometer den Ausschlag α_0, wenn man die leere Spule dreht, dagegen den Ausschlag α, wenn sie während der Drehung den Stab enthält, und den Ausschlag α_1, wenn ein kleiner Magnet vom bekannten Moment $\mathfrak{m}_1$ aus einiger Entfernung in die leere Spule bis zur Mitte rasch eingeschoben oder von dort herausgezogen wird. Dann ist der relative Momentzuwachs, den der Magnetstab durch die Horizontalkomponente erfährt, $\Delta = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{m}_1}{\mathfrak{m}}\frac{\alpha-\alpha_0}{\alpha_1}$.

f) Bestimmung des Temperaturkoeffizienten eines Magneten. Für genauere Messungen an Magneten ist weiter die Kenntnis des Temperaturkoeffizienten a erforderlich; er ist definiert als die relative Änderung des Moments bei einer Temperaturänderung um 1°. Er ist keine reine Materialkonstante, sondern auch wesentlich von der Form abhängig; er liegt etwa zwischen $3 \cdot 10^{-4}$ und $6 \cdot 10^{-4}$, und zwar nimmt er mit dem entmagnetisierenden Felde zu.

Meßkin-Kußmann, Die ferromagnetischen Legierungen. Berlin 1932, S. 59.

Man läßt den künstlich gealterten und stabilisierten Magneten aus mäßigem Abstande auf ein Magnetometer einwirken, hebt aber die große Ablenkung durch einen Hilfsmagneten auf der entgegengesetzten Seite des Magnetometers wieder auf. Der erste Magnet wird nun auf verschiedene Temperaturen t_1 und t_2 gebracht; n sei dabei der Unterschied der beiden Einstellungen, A der Skalenabstand. Der Temperaturkoeffizient a ist dann $a = C \cdot \frac{n}{(t_1-t_2)}$. Den Faktor C gewinnt man folgendermaßen:

1. Wenn der Magnet aus der gleichen Entfernung eine kurze Bussolennadel um φ ablenkt, so ist $C = \frac{1}{2A\,\mathrm{tg}\varphi}$.

2. Oder man nähert Magnet und Hilfsstab folgeweise in einzelnen Absätzen, so daß die Näherung des einen immer die Nadel nahe an das eine Ende der Skala bringt, die Näherung des andern an das entgegengesetzte Ende. Die letzte Nähe-

rung bringe die Nadel wieder nahe auf die alte Ruhelage. Σ sei die Summe sämtlicher Skalenverschiebungen, die nach und nach durch den Magnet (nicht durch den Hilfsstab) hervorgebracht wurden, nach Tab. 15 auf Größen korrigiert, die der Tangente der Ausschlagwinkel proportional sind. Dann ist $C = \frac{1}{\Sigma}$.

Nr. 2 gilt auch für Bestimmungen am Torsionsmagnetometer.

Gumlich, Ann. Phys. **59**, 668, 1919.

C. Astatische Magnetometer

a) Magnetometer von Kohlrausch und Holborn. α) Bau und Wirkungsweise. Um sich von der Wirkung der magnetischen Fernstörungen freizumachen, die die Benutzung des einfachen Magnetometers sehr erschweren, verwendet man ein System von zwei Magneten, deren Momente möglichst genau gleich sind und die in einem größeren Abstand h voneinander so an einer vertikalen, starren Verbindung befestigt sind, daß sie genau entgegengesetzte Richtung haben. Das ablenkende Moment befindet sich in gleicher Höhe mit dem einen Systemmagneten (Hauptmagnet), und zwar für gewöhnlich dem unteren; seine Wirkung auf den anderen ist gering und wird in der unten angegebenen Weise in Rechnung gesetzt.

Das System kann an sich in jedem Azimut verwendet werden; die Empfindlichkeit des Instrumentes ändert sich bei guter Astasierung mit dem Azimut nur infolge des wechselnden Erdfeldeinflusses, d. h. um so weniger, je magnetisch härter die Systemmagnete sind. Veränderliche Temperaturunterschiede zwischen beiden Magneten sind am unschädlichsten für die Ruhelage in der Nord-Südlage, für die Empfindlichkeit in der Ost-Westlage. Da die Empfindlichkeit in jedem Augenblick leicht kontrolliert werden kann, so wird die Nord-Südlage bevorzugt. Das ablenkende Moment läßt man aus der I. Hauptlage wirken.

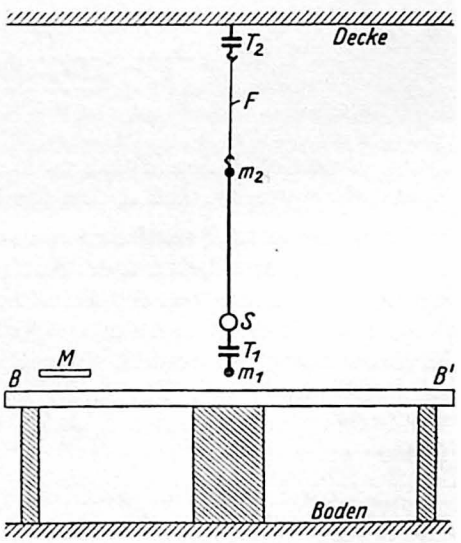


Abb. 57. Astatisches Torsionsmagnetometer

Unmittelbar unterhalb des Systems (Abb. 57), ist eine geteilte, etwa 4 m lange Magnetometerbank BB' angebracht, welche senkrecht zum magnetischen Meridian verläuft. Sie ruht auf drei Pfeilern und ist durch Justierschrauben in eine genau horizontale Lage zu bringen. Das System ist an der Decke des Beobachtungsraumes aufgehängt. Die obere Öse des Fadens F ist über einem Teilkreis T_2 drehbar. Der Faden F besteht aus einem etwa 1 m langen, ausgeglühten Platin-Iridium-Draht (etwa 30 % Ir), dessen elastische Nachwirkung verschwindend ist. Die beiden Systemmagnete m_1 und m_2 sind zylindrische Stäbe von etwa 0,7 cm Durchmesser und 6 cm Länge; sie sollen aus einem Dauermagnetstahl von großer Koerzitivkraft (kleiner reversibler Permeabilität) und kleinem Temperaturkoeffizienten (z. B. hochprozentigem Kobaltstahl oder Aluminiumnickelstahl) bestehen

und gleiches Moment besitzen. Der Hauptmagnet m_1 ist über den Teilkreis T_1 gegen das übrige System drehbar. Die starre Verbindung beider Magnete, die einen Abstand von 1—2 m voneinander haben, besteht aus einem etwa 4 mm starken (Messing- oder) Aluminiumdraht. Zur Vermeidung dauernder Unruhe des Systems muß dieser Draht außerordentlich gerade sein. Der Hauptmagnet m_1 schwingt zur Dämpfung des Systems in einem starken, auf der Bank feststehenden Kupferrahmen. Das ganze System ist natürlich zum Schutze gegen Luftströmungen in geeignete Rohre und Kästen eingeschlossen.

β) Justierung und Eichung. Vor dem Zusammensetzen des Systems werden die Momente der beiden Magnete so nahe wie möglich gleich gemacht (durch vorsichtiges, schrittweises Entmagnetisieren des stärkeren). Das zusammengesetzte System wird zunächst an einem dünnen Draht (z. B. Messingdraht $\frac{1}{2}$ mm) aufgehängt. Durch Verdrehen der beiden Magnete gegeneinander (T_1) wird dann das Gesamtmoment des Systems soweit wie möglich zum Verschwinden gebracht (größte Schwingungsdauer). Die letzte Justierung, die bei nordsüdlich gerichtetem System erfolgen soll, wenn es später in dieser Lage Verwendung findet, läßt sich durch das Verfahren von Nernst und Jaeger (Kompensation der restlichen Momente durch kleinste, um eine horizontale Achse drehbare Magnete) noch bedeutend verfeinern. Schließlich wird der dünne Messingdraht durch den Platin-Iridium-Draht ersetzt, das System genau in den magnetischen Meridian und die Bank BB' senkrecht dazu eingerichtet.

Nernst u. Jaeger, Z. Instrkde. **44**, 80, 1924 u. **45**, 148, 1925.

Das Moment $\mathfrak{m}$ eines Magnetstabes M, der in erster Hauptlage zum Systemmagneten m_1 und im mittleren Abstand a von ihm liegt, berechnet sich aus dem mit dem Fernrohr gemessenen Skalenausschlag s nach der Formel

$$\mathfrak{m} = \frac{C a^3}{2\left[1 + \frac{\frac{1}{2}L^2 - \frac{3}{4}l^2}{a^2} + \psi\left(\frac{a}{h}\right)\right]} \frac{s}{2A}\left[1 - \frac{5}{6}\left(\frac{s}{2A}\right)^2\right].$$

Darin bedeutet L den Polabstand von M, l den des Hauptmagneten m_1, h den Abstand m_1 von m_2 und A den der Skala vom Spiegel.

Die Konstante C bestimmt man empirisch aus der Ablenkung, die ein bekanntes Moment aus bekannter Entfernung hervorbringt. Als solches dient eine kurze, weite Spule von der Windungsfläche f cm², die von dem Strom i A durchflossen wird; es ist dann $\mathfrak{m}_0 = \frac{1}{10} if$. Statt der Spule läßt sich auch eine einzelne Kreiswindung verwenden, die auf einer Scheibe aus unveränderlichem Material (z. B. Marmor) befestigt und leicht genau auszumessen ist. Spule bzw. Kreiswindung ist so zu justieren, daß ihre Achse genau horizontal liegt und durch die Mitte von m_1 geht.

Die Messung von a geschieht durch Ablesung auf der Bankteilung, deren Fehler bekannt sein und berücksichtigt werden müssen. Den Nullpunkt (Schnittpunkt der Achse des Systems mit der Teilung), von dem aus a gerechnet wird, findet man so, daß man die gleiche Spule mit dem gleichen Strom nacheinander von beiden Seiten der Bank wirken läßt und den Abstand der beiden Stellungen halbiert, bei denen gleiche Ausschläge entstehen.

Durch die Korrektion $\psi\left(\frac{a}{h}\right)$ wird die Einwirkung des zu messenden Moments auf den Hilfsmagneten m_2 berücksichtigt. Es ist

$$\psi\left(\frac{a}{h}\right) = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{a}{h}\right)^3 - \left(\frac{a}{h}\right)^5}{\left[1+\left(\frac{a}{h}\right)^2\right]^{\frac{5}{2}}}$$

Eine Tabelle findet sich bei Kohlrausch und Holborn (s. u.).

Zur Berichtigung des Skalenausschlags s stellt man sich zweckmäßig für einen bestimmten, immer gleichen Skalenabstand A eine Kurve auf, welche die Korrektur $\frac{5s^3}{24A^2}$ in Abhängigkeit von s darstellt. Für den Polabstand l des Hauptmagneten genügt es, fünf Sechstel seiner Länge einzusetzen.

Der Polabstand L ist bei Rotationsellipsoiden gleich dem 0,775fachen ihrer Länge. Bei Zylinderstäben schwankt dieser Faktor je nach der Höhe der Magnetisierung zwischen 0,83 und 1; wegen dieser Unsicherheit ist es zweckmäßig, in diesen Fällen a möglichst groß zu wählen.

Da die Empfindlichkeit des Magnetometers von der Temperatur abhängig ist, muß C bei genaueren Messungen vor und nach jeder Beobachtungsreihe bestimmt werden. Man verwendet dazu eine engere, leichter zu handhabende Spule mit passender Windungsfläche, die man immer aus der gleichen Entfernung wirken läßt und immer mit dem gleichen Strom beschickt und die durch genaue Messungen an die obenerwähnte Normalwindungsfläche angeschlossen ist.

Kohlrausch u. Holborn, Ann. Phys. **10**, 287, 1903 und über eine tragbare Form ebd. **13**, 1054, 1904; auch Henning, ebd. **15**, 815, 1904; Dieterle, Z. Instrkde. **41**, 89, 1921 (leichtes System am Quarzfaden).

γ) Messung des magnetischen Moments und der Magnetisierungsintensität. Sie wird in der gleichen Weise ausgeführt wie die Eichung. Bei der Berechnung der Magnetisierungsintensität $\mathfrak{J} = \frac{m}{V}$ ist noch die Größe des Volums V zu bestimmen. Bei Zylinder- oder Vierkantstäben wird die Dicke mit der Mikrometerlehre an vielen Punkten gemessen, dann aus Länge und Querschnitt V berechnet. Bei Rotationsellipsoiden kontrolliert man zunächst die Ellipsoidgestalt und berechnet V aus den Achsenlängen. In jedem Fall aber ist es angebracht, durch eine Wägung des Körpers in Luft und in Wasser die Volumbestimmung nachzuprüfen.

b) Andere astatische Magnetometer. α) Magnetometer von Gerdien und Neumann. An Stelle der Systemmagnete werden stromdurchflossene Spulen verwendet. Die Wirkung der Probe auf die untere Systemspule wird durch die Wirkung einer Toroidspule auf die obere Systemspule kompensiert. Diese Anordnung hat den Vorzug, daß auch bei großer Temperaturverschiedenheit zwischen dem oberen und dem unteren Teil die Astasierung nicht beeinträchtigt wird und vor allem, daß die Empfindlichkeit durch Regeln des Systemstroms leicht den verschiedensten Anforderungen angepaßt werden kann.

Gerdien u. Neumann, Wiss. Veröff. Siemens-Konzern **11**, 2. Heft, S. 12, 1932.

β) Magnetometer von Dieterle. Dies ist ein besonders klein und leicht gebautes astatisches Torsionsmagnetometer. Die Magnete bestehen aus

dünnen, auf Glimmer aufgeklebten Stäbchen aus gehärtetem Uhrfederstahl, die Verbindung der beiden Magnete aus einem dünnen Glasstab. Das System ist luftgedämpft, hängt an einem sehr dünnen Quarzfaden und ist zum Schutze gegen Luftströmungen von einem Glasrohr umschlossen.

Dieterle, Ann. Phys. (4) **59**, 343, 1919.

γ) Magnetometer von Tobusch-v. Auwers. Die beiden Magnete des von einem Quarzfaden getragenen Systems haben geringen Abstand, so daß auch Nahstörungen keine Wirkung haben. Nördlich bzw. südlich des Systems ist der zu messende Magnet vertikal angeordnet, und zwar ist seine Länge so bemessen, daß seine beiden Pole gerade in der Höhe der beiden Systemmagnete liegen. Diese Anordnung ist sehr empfindlich. Nachteilig ist die vertikale Stellung des Magneten (bzw. des ferromagnetischen Probekörpers) wegen der Einwirkung der Vertikalkomponente des Erdfeldes.

v. Auwers, Ann. Phys. (4) **63**, 867, 1920.

δ) Magnetometer von Haupt. Die beiden Systemmagnete sind hier vertikal angeordnet, während die Probe horizontal zwischen ihnen in der Höhe des einen Polpaares liegt.

Haupt, Elektr. Z. **28**, 1096, 1907.

ε) Astatisches Magnetometer von Neumann. Ein kleines, sehr empfindliches astatisches System hängt innerhalb eines genügend ausgedehnten homogenen Feldes, das von einer Helmholtz-Gaugainschen Doppelspule herrührt und zum Abmagnetisieren dient. Die Aufmagnetisierung der kleinen, in möglichster Nähe des einen Systemmagneten liegenden Probe geschieht durch eine besondere Spule mit großer Bewicklungsdichte. Die sehr unbequeme Feldspulkompensation ist also hierdurch vermieden.

ATM V 957—2, 1939; Wiss. Veröff. Siem.-W. **18**, 2. Heft, 41, 1939.

D. Magnetometer anderer Bauart

a) Kompensiertes Magnetometer von Weber. Auf eine horizontal drehbare Magnetnadel wirken gleichsinnig miteinander je zwei auf einem Rahmen fixierte Magnete aus erster und zweiter Hauptlage. Erstere sind doppelt, letztere dreimal so lang, breit und dick wie die Nadel. Der Abstand der größeren Stäbe soll nahe das 1,20fache desjenigen der kleineren sein, dann heben sich die Korrektionsglieder fort. Man beobachtet erstens die Ablenkung der Nadel durch den Rahmen in zwei um 180° verschiedenen Stellungen, zweitens die Schwingungsdauer des Rahmens.

Vgl. Kohlrausch, Pogg. Ann. **142**, 547, 1871 u. Ges. Abh. **1**, 407, 1910.

b) Absolutes Bifilarmagnetometer von F. Kohlrausch. α) Bestimmung von $\mathfrak{m} \cdot H$. An Stelle der Schwingungsdauer mißt man die Ablenkung gegen die in einer bifilaren Direktionskraft enthaltene Schwerebeschleunigung. Eine bifilare Aufhängung sei ostwestlich gerichtet. Man legt den Magnetstab ein, dessen Moment $\mathfrak{m}$ bestimmt werden soll, und beobachtet die Einstellung der Skala. Dann legt man die Magneten um und liest wieder ab. Die Hälfte des Winkels zwischen beiden Stellungen sei α. Dann ist $\mathfrak{m} \cdot H = D \operatorname{tg} \alpha$, wobei D die Direktionskraft der bifilaren Aufhängung bedeutet.

β) Bestimmung von $\frac{\mathfrak{m}}{H}$. Der Magnet lenkt aus zweiter Hauptlage eine kurze Magnetometernadel (Torsionsverhältnis Θ) aus der großen Entfernung r um den Winkel φ ab; L sei sein Polabstand. Dann ist $\frac{\mathfrak{m}}{H} = r^3\left(1 + \frac{3}{8}\frac{L^2}{r^2}\right)(1 + \Theta)\,\mathrm{tg}\,\varphi$. Durch Multiplikation bzw. Division beider Gleichungen erhält man $\mathfrak{m}$ bzw. H.

2. Bestimmungen der magnetischen Feldgrößen mit dem ballistischen Galvanometer

A. Allgemeines

a) Eignung und Beobachtungsmethode. Man nennt ein Galvanometer „ballistisch", wenn mit ihm die Elektrizitätsmenge eines kurzdauernden Stromstoßes aus dem Umkehrpunkt des Ausschlags gemessen wird. Wird durch ein Galvanometer in einer gegen die Schwingungsdauer sehr kurzen Zeit eine Elektrizitätsmenge Q entladen, so entsteht eine der Größe Q proportionale Anfangsgeschwindigkeit und ein erster Skalenausschlag φ_1, welcher dieser Geschwindigkeit und damit auch Q proportional ist. Zwei Bedingungen müssen dazu erfüllt sein: 1. soll in der Bewegungsgleichung für das Galvanometersystem das Trägheitsglied das wesentlich maßgebende sein; 2. muß die Dauer des Stromstoßes sehr klein sein gegenüber der des ersten Ausschlags. Die erste Bedingung ist praktisch leicht zu erfüllen, gegebenenfalls durch Beschwerung des Systems. Bei der zweiten ist zu beachten, daß der Ablauf elektromagnetischer Vorgänge (und damit auch derjenige induzierter Stromstöße) je nach den Versuchsbedingungen sehr verschieden lange Zeit in Anspruch nimmt. Dementsprechend ist also die notwendige Schwingungsdauer zu wählen. Für magnetische Messungen genügt im allgemeinen eine Dauer des ersten Ausschlags von höchstens 15 s; andererseits sollte sie auch 5 s nicht unterschreiten, da sonst größere Ausschläge nur bei langer Übung sicher abgelesen werden können.

Nadelgalvanometer haben vor Drehspulinstrumenten den Vorzug größerer Empfindlichkeit; Panzergalvanometer und Nernstgalvanometer sind auch im allgemeinen, wenn man sich vor Nahstörungen (Elektromagnete, Spulen usw.) schützt, genügend störungsfrei. Häufig ist es nötig, den Stromablauf im Galvanometer so zu regeln, daß die Momentanstromstärke nicht zu groß wird, damit eine Änderung des Nadelmagnetismus oder die Ausbildung störender magnetischer Belegungen der Panzer und damit eine Verlegung des Nullpunktes vermieden wird. Zu diesem Zweck bringt man geeignete Selbstinduktionen in den Meßkreis oder besser in den Magnetisierungsstromkreis. Die Ausschläge des Galvanometers sollen immer nach derselben Seite gehen.

Praktisch störungsfrei sind die Drehspulgalvanometer, doch ist ihre Empfindlichkeit im allgemeinen wesentlich kleiner als die der Nadelgalvanometer.

Ein hochempfindliches Gerät, das sich sehr gut zu ballistischen Messungen eignet, ist das Supergalvanometer von Siemens & Halske.

ATM J 721—6, 1934.

Zur Steigerung der Empfindlichkeit benutzt man die Multiplikationsmethode. Sie läßt sich dann anwenden, wenn man in der Lage ist, den Stromstoß zu beliebigen Zeiten zu wiederholen. Im Augenblick des Durchgangs durch die Nullage erteilt man jedesmal dem Galvanometer einen neuen Impuls nach der entgegengesetzten Seite, bis der Ausschlag nach beiden Seiten einen kon-

stanten Wert angenommen hat. Diese Methode wie auch die Zurückwerfungsmethode werden heute nur noch sehr selten benutzt.

Weber, Abh. sächs. Ges. Wiss. **1**, 341, 1846; Werke III 431 u. 441, 1893; s. auch Dorn, Wied. Ann. **17**, 654, 1882.

b) Berechnung der ballistischen Galvanometerkonstanten. Ist C der gewöhnliche (statische) Reduktionsfaktor und T die Schwingungsdauer im ungedämpften Zustand, so gilt für den Zusammenhang der Elektrizitätsmenge Q mit dem Winkel α des ersten Ausschlags, falls die Direktionskraft bewirkt wird durch

Torsionselastizität (Drehspule; astatisches System)	magnetisches Feld oder bifilare Aufhängung
(1) $Q = C\frac{T}{\pi}\alpha$	$Q = C\frac{T}{\pi} 2 \sin\frac{\alpha}{2}\cdot$ (1a)

Für kleine Winkel werden beide Ausdrücke gleich; für größere Winkel reduziert man im Falle (1a) den beobachteten Ausschlag von s Skalenteilen, indem man von s den Betrag $\frac{11}{32}\frac{s^3}{A^2}$ abzieht (A = Skalenabstand) und dann nach (1) weiterrechnet.

In allen praktischen Fällen tritt die Dämpfung hinzu, die indessen, solange sie konstant ist, bei vergleichenden Bestimmungen außer Betracht gelassen werden kann, weil die Proportionalität des Ausschlages mit dem Stromintegral bestehen bleibt. Bei Beobachtungen in einem dauernd geschlossenen Stromkreise beachte man jedoch, daß die Dämpfung vom eingeschalteten Widerstande abhängt. Hier sowie bei einer absoluten Messung von Q kommt also noch das Dämpfungsverhältnis k in Betracht.

Es sei das natürliche logarithmische Dekrement $\Lambda = \ln k = 2{,}3026 \log k$. Dann ist (vgl. zur Rechnung Tab. 16)

$$Q = C\frac{T}{2\pi} k^{\frac{1}{2\pi}\cdot \operatorname{arc\,tg}\frac{2\pi}{\Lambda}} \cdot s \quad \text{oder} \quad = C\frac{\tau}{\sqrt{4\pi^2+\Lambda^2}} k^{\frac{1}{2\pi}\cdot \operatorname{arc\,tg}\frac{2\pi}{\Lambda}} \cdot s, \qquad (2)$$

wenn T die Schwingungsdauer der ungedämpften, τ diejenige der gedämpften Schwingung ist.

Im aperiodischen Grenzfall gilt $Q = C\left(\frac{T}{2\pi}\right) e \cdot s$, wo e die Basis 2,718 der natürlichen Logarithmen bedeutet.

Die Elektrizitätsmenge Q wird in der Einheit erhalten, welche dem Reduktionsfaktor C zugrunde liegt, z. B. in CGS oder auch in Amperesekunden oder Coulomb.

Korrektion wegen der Dauer ϑ des Stromstoßes. Ist ϑ nicht hinreichend klein gegen die Schwingungsdauer τ, so wird der Ausschlag um einen Bruchteil $F\cdot\frac{\vartheta^2}{\tau^2}$ zu klein gefunden; der Faktor F hängt von der Stromform ab und ist für konstanten Strom = 1,6. Für andere Stromformen (wenn sie kein Minimum haben) ist F kleiner.

Diesselhorst, Ann. Phys. **9**, 458 u. 712, 1902.

c) Eichung mit der Normalspule. Die Messung der ballistischen Galvanometerkonstanten ist auf die Dauer einfacher und auch sicherer als die Berechnung aus der statischen. Zu diesem Zweck mißt man den Ausschlag, den eine bekannte Elektrizitätsmenge hervorbringt. Man benutzt dazu entweder den

Stromstoß eines Normalkondensators, der auf eine meßbare Spannung aufgeladen ist, bei seiner Entladung durch den Galvanometerkreis oder besser den in einer kurzen Sekundärspule von w_n Windungen hervorgerufenen Stromstoß, der beim Kommutieren eines genau gemessenen Stromes einer langen Normalspule entsteht, die in der Mitte von der Sekundärspule umschlossen wird. Eine solche Normalspule besitzt eine auf einer Zylinderfläche völlig gleichmäßig verteilte Wicklung von W Windungen; die Wicklungslänge ist L, der mittlere Halbmesser der einzelnen Windungen R.

Beim Kommutieren des Stromes von der Stärke i A ist dann die Flußänderung in der Mitte der Spule

$$\Delta\Phi = q \cdot \Delta\mathfrak{B} = \frac{2 \cdot 0{,}4\pi i \cdot \pi R^2 \cdot \frac{W}{L}}{\sqrt{1 + \left(\frac{2R}{L}\right)^2}}.$$

Dabei entsteht in der Sekundärspule ein Stromstoß, der im Galvanometer den Ausschlag β hervorbringt. Der Widerstand des Galvanometerkreises sei wieder r. Wir erhalten so die Galvanometerkonstante

$$K = \frac{0{,}8\pi^2 i w_n \frac{R^2 W}{L}}{\beta \cdot r \sqrt{1 + \left(\frac{2R}{L}\right)^2}}.$$

Eine solche Normalspule hat beispielsweise eine Wicklungslänge von etwa 80 cm und einen Windungsdurchmesser von etwa 4 cm. Der Spulenkörper muß aus völlig eisenfreiem, unveränderlichem Material (z. B. Marmor) bestehen. Es ist für die Messung von Windungsflächen und Spulenkonstanten bequem, ihn als Rohr auszugestalten (z. B. Glasrohr mit Hartgummi oder Cellon überfangen oder ein Rohr aus so harter keramischer Masse, daß es gerade noch bearbeitbar ist).

In die Zylinderfläche ist eine fortlaufende Nut zur Aufnahme der Wicklung eingeschnitten. W ist abzuzählen, L und R so genau wie möglich zu messen und die Gleichmäßigkeit der Wicklung sorgfältig nachzuprüfen, da ja hierauf die Genauigkeit aller ballistischen Messungen beruht. Die etwa 5 cm lange Sekundärspule soll die Primärspule in ihrer Mitte eng umschließen, aber sehr gut gegen sie isoliert sein. Auch käufliche Normale der Gegeninduktion sind verwendbar. — Alle diese Formen aber sind empfindlich gegen Streufelder. Sind solche nicht zu vermeiden, so kann man von Toroidspulen oder auch von zwei in Reihe geschalteten, gleichen Gegeninduktionen Gebrauch machen, die so angeordnet sind, daß sich der Einfluß der Streufelder aufhebt.

d) Eichung mit dem Magnetetalon. Da sich die Galvanometerkonstante K auch in verhältnismäßig kurzen Zeiten schon infolge unvermeidlicher Temperaturschwankungen ständig in geringem Maße ändert, so muß sie bei einigermaßen genauen Messungen vor und nach jeder längeren Meßreihe neu bestimmt werden. Man benutzt dazu nicht die Normalspule, bei deren Gebrauch ja immer eine genaue Strommessung erforderlich ist, sondern einen sog. Magnetetalon. Ein solcher (Abb. 58) besteht aus zwei gealterten und stabilisierten Magnetstäben NS, die in kleinem Abstand hintereinander liegen, gleichnamige Pole einander zugekehrt. Eine Spule ist verschiebbar auf ihnen angeordnet, und durch zwei Anschläge ist dafür gesorgt, daß die Spulenmitte sich nur vom Indifferenzpunkt des einen Magneten bis zu dem des anderen bewegen kann.

Bei jeder Bewegung von A nach B entsteht, gleichen Widerstand vorausgesetzt, die gleiche Elektrizitätsmenge, die am Galvanometer den Ausschlag γ hervorbringt. γ ändert sich also mit der Empfindlichkeit des Galvanometers. Man nimmt nun abwechselnd Beobachtungsreihen für β und γ auf, deren Mittelwerte β_0 und γ_0 sein mögen. Zur Messung der Galvanometerkonstante genügt dann jederzeit die einfache Bestimmung von γ, und es ist

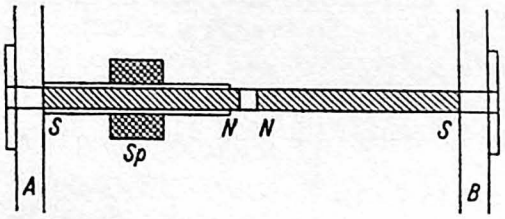


Abb. 58. Magnetetalon

$$K = \frac{0{,}8\pi^2 i w_n \dfrac{R^2 W}{L}}{r\sqrt{1+\left(\dfrac{2R}{L}\right)^2}} \cdot \frac{\gamma_0}{\beta_0} \cdot \frac{1}{\gamma}.$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß sich die Magnetisierung des Etalons nicht ändert. Durch die Wahl eines geeigneten Dauermagnetstahls (guter Wolfram-, besser noch Kobaltstahl) und sorgfältige Alterung läßt sich das immer erreichen; die Etalons der Phys.-Techn. Reichsanstalt haben sich in 30 Jahren noch nicht um 1‰ geändert. Die Stabilisierung nimmt man am besten so vor, daß man die beiden Magnete in ihrer endgültigen Lage zueinander einem auf Null abklingenden Wechselfeld aussetzt, dessen Anfangsamplitude etwa 20 Ø beträgt. Die Änderung, welche γ durch die verschiedenen Raumtemperaturen erfährt, wird jeweils in Rechnung gesetzt; man bestimmt den Temperaturkoeffizienten von γ, indem man den oben beschriebenen Anschluß des Etalons an die Normalspule bei mehreren Beobachtungstemperaturen durchführt.

e) Nebenschlußschaltung. Da der Widerstand des Galvanometerkreises r (Galvanometerwiderstand r_g + Leitungswiderstand r_l + Spulenwiderstand r_{sp} + Vorschaltwiderstand r_v) nicht immer der gleiche ist, bestimmt man K für mehrere verschiedene r, trägt K in Abhängigkeit von r auf und legt eine Kurve durch, aus der dann für jedes vorkommende r die zugehörige Galvanometerkonstante zu entnehmen ist.

Noch besser benutzt man eine Nebenschlußschaltung. Das ballistische Galvanometer nimmt seine Ruhelage am schnellsten wieder ein, wenn es sich im aperiodischen Grenzzustand befindet, d. h. wenn es so gedämpft ist, daß es bei der Rückkehr von einem Ausschlag weder „schwingt" noch „kriecht". Nun ist aber sowohl bei Nadel- wie bei Drehspulgalvanometern außer der Luftdämpfung eine elektromagnetische Dämpfung vorhanden, die vom Widerstand des ganzen Kreises abhängt; nur bei einem ganz bestimmten äußeren Widerstande r' (Widerstand des Kreises außerhalb des Galvanometers) ist das der Fall. Man wählt also r_v so, daß $r_v + r_{sp} + r_l$ gerade gleich dem Grenzwiderstand r' ist. Muß man $r_v + r_{sp} + r_l > r'$ machen, so legt man (Abb. 59) noch einen Nebenschluß r_n parallel zum Galvanometer, der so bemessen ist, daß der Kombinationswiderstand aus r_n und $r_v + r_{sp} + r_l$ gleich r' ist, d. h. es muß sein

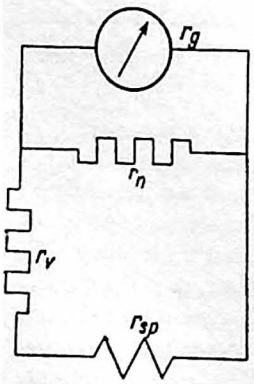


Abb. 59.
Nebenschlußschaltung
des Galvanometerkreises

$$r_n = \frac{(r_v + r_{sp} + r_l)\cdot r'}{(r_v + r_{sp} + r_l) - r'}.$$

Man berechnet diesen Widerstand für viele verschiedene $(r_v + r_{sp} + r_l)$ und legt eine Kurve durch die aufgetragenen Werte, aus der man dann für jeden vorkommenden Fall r_n entnehmen kann. In den obigen Gleichungen für K ist natürlich an Stelle von r einzusetzen

$$r = (r_v + r_{sp} + r_l)\left(1 + \frac{r_g}{r'}\right).$$

Der gegen die Nebenschlußschaltung gelegentlich erhobene Einwand, daß sich wegen der Induktivität der Galvanometerspule die Stromverzweigung zwischen dieser und dem Nebenschluß bei Stromstößen anders verhalte als bei Gleichstrom, ist zwar grundsätzlich richtig; dieser Umstand fällt aber, wie die Erfahrung zeigt, praktisch nicht ins Gewicht.

Von der Industrie werden für bestimmte Galvanometer geeignete Stöpsel- bzw. Kurbelnebenschlüsse geliefert, bei denen der Außenwiderstand und damit die Dämpfung in allen Meßbereichen konstant bleibt und die so ein sehr bequemes Arbeiten gestatten.

Schließlich sei noch erwähnt, daß die Skalenausschläge α, β und γ die auf den Winkel korrigierten Ablesungen sind. Von jeder Skalenablesung γ' z. B. ist $\frac{\gamma'^3}{3A^2}$ abzuziehen, um den korrigierten Ausschlag γ zu erhalten, der in die Gleichung für K einzusetzen ist. A bedeutet darin wieder den senkrechten Abstand der Skala vom Spiegel, gemessen im gleichen Maße wie α', β' und γ', im allgemeinen also in Millimetern. Wie bei allen Beobachtungen mit Spiegel und Skala, ist auch hier sorgfältig darauf zu sehen, daß das auf der Skala in ihrem Nullpunkt errichtete Lot den Spiegel trifft.

B. Messungen mit dem ballistischen Galvanometer

a) Messung der Feldstärke. α) Außerhalb eines Ferrikums. Die wichtigste Methode zur Messung der Feldstärke ist die mit dem ballistischen Galvanometer und einer Prüfspule von passender Form und bekannter Windungsfläche wq, wo w die Anzahl und q die mittlere Fläche der einzelnen Windungen ist. Man bringt die Spule so in das zu messende Feld, daß ihre Achse mit der Feldrichtung übereinstimmt. Wird sie schnell aus dem Feld entfernt, so macht das Galvanometer einen Ausschlag α', der nach dem Anbringen der Skalenkorrektion der Feldstärke proportional ist: $\mathfrak{H} = \frac{Kr}{wq}\alpha$.

Man kann gelegentlich die Spule, wenn sie sich nicht ganz aus dem Felde herausschnellen läßt, an ihrem Ort um 180° drehen, erhält dann natürlich einen Ausschlag, der $2\mathfrak{H}$ entspricht. Oft ist es auch möglich, bei ruhender Prüfspule die Richtung des zu messenden Feldes umzukehren, wie z. B. beim Felde stromdurchflossener Leiter durch Kommutieren des Stromes.

Die Bestimmung der Windungsfläche wq von Meßspulen geschieht möglichst nicht durch Berechnung aus den Dimensionen der Spule, die nur eine geringe Genauigkeit gibt; besser schon ist die Berechnung aus der Windungszahl und der Länge des aufgewickelten Drahtes. Am besten ist die Messung in einem Felde von bekannter Stärke: $wq = \frac{Kr}{\Delta\mathfrak{H}}\alpha_1$. Wenn möglich, mißt man im Innern einer hohlen Normalspule (s. S. 84 f., Abschn. 2 Ac); oder man schließt an die Normalspule eine andere genügend gleichmäßige Spule von geeigneter Form an und mißt dann in dieser. Die Bestimmung wird bei mehreren Feldstärken durchgeführt, je in einer längeren Meßreihe. Die Stromstärke in der Normalspule soll während einer Meßreihe konstant bleiben; man legt eine nicht zu kleine Spannung an und benutzt größeren Vorschaltwiderstand; dabei muß der Meßkreis vom Primärstromkreis

einwandfrei isoliert sein. Eine Meßgenauigkeit von etwa $^1/_2{}^0/_{00}$ ist so erreichbar. — Auch mit Hilfe des Magnetometers ist die Windungsfläche einer Spule meßbar, indem man durch sie einen Strom von i A hindurchschickt und ihr magnetisches Moment $\mathfrak{m}$ bestimmt; $wq = \frac{10\mathfrak{m}}{i}$.

Über eine sehr genaue ballistische Nullmethode zum Vergleich einer unbekannten Feldstärke mit einer bekannten s. Gehrcke u. v. Wogau, Verh. D. Phys. Ges. 11, 664, 1909.

β) Innerhalb eines Ferrikums. Eine unmittelbare Messung ist nur mit dem magnetischen Spannungsmesser (S. 89f. Abschn. c) möglich. Aus der gemessenen magnetischen Spannung ergibt sich die Feldstärke, indem man durch den in der Feldrichtung gerechneten Abstand der beiden Anlagepunkte des Spannungsmessers dividiert (s. auch S. 96f. Abschn. b).

Mit Hilfe des Satzes, daß die Tangentialkomponente der Feldstärke ohne Sprung aus der Luft in das Ferrikum übergeht, ist auch eine unmittelbare Bestimmung möglich. Man mißt die Feldstärke an der Oberfläche des Ferrikums mit sehr flachen Spulen; auch zwei konzentrische Spulen genau gleicher Windungszahl, die das Ferrikum umschließen und die gegeneinander geschaltet sind, lassen sich verwenden (als Windungsfläche gilt hier die Differenz der Flächen der beiden Einzelspulen). An allen Stellen, die streuungsfrei sind, ist die so gemessene Feldstärke gleich derjenigen im Ferrikum. Ist Streuung vorhanden, so kann man die Feldstärke in verschiedener Entfernung von der Oberfläche messen und dann auf diese extrapolieren.

b) Messung der Induktion. Zur Messung der magnetischen Induktion von Rundstäben, Flachstäben, Blechbündeln, Drahtbündeln usw., die einen gleichmäßigen Querschnitt q haben, wird eine den Körper eng umschließende Spule mit w_s Windungen benutzt, die mit dem ballistischen Galvanometer verbunden ist. Ändert sich die Induktion innerhalb der Spule um $\Delta\mathfrak{B}$, so zeigt das Galvanometer den Ausschlag α. Dann ist $\Delta\mathfrak{B} = \frac{Kr}{w_s q}\alpha$; K und r haben die auf S. 85f. gegebene Bedeutung.

Man kann dieses $\Delta\mathfrak{B}$ in der Spule in verschiedener Weise erzeugen. Die einfachste Art ist die, daß man den Körper, dessen Induktion gemessen werden soll, rasch in die Spule hineinsteckt oder aus ihr herauszieht. Dann ist $\Delta\mathfrak{B}$ gleich dem gesuchten $\mathfrak{B}$. Das ist aber nur in den seltensten Fällen durchführbar, da die Induktion des Körpers bei diesen Bewegungen und den unvermeidbaren Erschütterungen sich im allgemeinen ändert. Man geht dann so vor, daß man den Körper K in einer Zangenvorrichtung Z am einen Ende festhält (Abb. 60) und vom anderen Ende her die Spule aufschiebt bzw. abzieht. Die Spule Sp ist im Innern eines genügend langen Rohres R an seinem Ende befestigt; das andere Ende des Rohres ist mit einem Schlitten S verbunden, der auf einer langen Bank B leicht und sicher gleitet. Die ganze Vorrichtung muß aus unmagnetischem Material bestehen. Die Spule soll gerade so weit und die Schlitten-

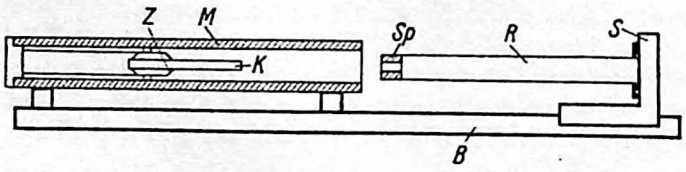


Abb. 60. Abziehmethode

verschiebung so stabil sein, daß keine Berührung zwischen Spule und Probekörper eintritt. Die verdrillten Enden der Spulenwicklung sind durch das Rohr an ein Klemmenpaar auf dem Schlitten geführt. Für gewöhnlich wird die Anordnung in Verbindung mit einer Magnetisierungsspule M benutzt. Beim Abziehen der Spule Sp ist diese so weit aus M zu entfernen, daß sie mit magnetischen Linien nicht mehr merkbar verkettet ist.

Diese Vorrichtung eignet sich für alle Fälle, in denen man $\mathfrak{B}$ in der ruhenden Meßspule aus irgendwelchen Gründen nicht genügend rasch oder überhaupt nicht entstehen bzw. verschwinden lassen kann (z. B. bei der Messung eines auf der idealen Kurve liegenden Induktionswertes oder der wahren Remanenz). Man kann allerdings auch häufig ohne sie auf einem Umwege zum Ziel kommen. Will man, ohne Probe oder Spule zu bewegen, die augenblicklich vorhandene Induktion $\mathfrak{B}$ bestimmen, so vergrößert man plötzlich die erregende Feldstärke auf einen so hohen Betrag, daß man ins Sättigungsgebiet gelangt, und mißt die dabei auftretende Induktionsänderung $\mathfrak{B}_{max} - \mathfrak{B}$ durch den Galvanometerausschlag β_1; kommutiert man jetzt den Magnetisierungsstrom, so erhält man einen dem Betrag $2\mathfrak{B}_{max}$ entsprechenden Ausschlag β_2. Dann ist die Differenz $(\frac{1}{2}\beta_2 - \beta_1)$ der dem gesuchten Wert $\mathfrak{B}$ entsprechende Ausschlag.

Der Querschnitt q soll über die ganze Länge gleichmäßig sein, mit einziger Ausnahme der Ellipsoide und Kegelstäbe, von denen unten noch besonders die Rede ist. Er wird bei zylindrischen und vierkantigen Stäben und Drähten an vielen Stellen durch mikrometrische Bestimmung des Durchmessers ermittelt, bei Blechen aus Länge, Gesamtgewicht und spezifischem Gewicht, das mittels Doppelwägung in Luft und Wasser bestimmt wird.

Der nach dieser Methode gemessene Wert von $\Delta\mathfrak{B}$ bzw. $\mathfrak{B}$ bedarf nun noch einer Korrektur. Die Meßspule hat einen mittleren Querschnitt q', der größer ist als der Probenquerschnitt q; die in dem Zwischengebiet $(q' - q)$ verlaufenden Feldlinien werden von der Spule miterfaßt und lassen den Ausschlag größer werden, als es der Induktionsänderung entspricht; von dem errechneten Wert $\Delta\mathfrak{B}$ ist also $\left[\frac{q'}{q} - 1\right] \cdot \mathfrak{H}$ abzuziehen (sog. Luftlinienkorrektion).

Wird (umgekehrt wie oben) die Probe aus einer in M festliegenden Meßspule herausgezogen, so mißt man die Magnetisierung, und zwar die Größe $(4\pi - N)\mathfrak{J}$.

In besonderen Fällen läßt sich die Induktion auch nach einer Differentialmethode messen, bei der das ballistische Galvanometer als Nullinstrument dient. Von einer der beiden gleichdimensionierten Proben, deren Induktionsänderung verglichen werden soll, muß diese bekannt sein. Die beiden Meßspulen bilden zwei Zweige einer Brückenanordnung, die beiden anderen Zweige enthalten regelbare Meßwiderstände. Das Nullinstrument liegt in der Brücke. Sind die Widerstände so abgeglichen, daß bei der Induktionsänderung in den Spulen kein Ausschlag am Galvanometer erfolgt, so ist das Verhältnis der $\Delta\mathfrak{B}$ gleich dem der Widerstände. Allerdings führt diese Methode nur dann zum Ziele, wenn die Zeitkonstanten beiderseits der Brücke angenähert gleich sind; andernfalls ist der Ausschlag Null nicht zu erreichen. Diese Methode wird bei der Bestimmung der Magnetisierbarkeit von Epsteinproben vielfach angewandt (S. 103, Differentialapparat von Siemens & Halske).

c) Messung der magnetischen Spannung. Die magnetische Potentialdifferenz (magnetische Spannung, magnetomotorische Kraft) zwischen zwei Punkten 1

und 2 eines Magnetfeldes ist das zwischen 1 und 2 erstreckte Linienintegral der Feldstärke $\int_1^2 \mathfrak{H}_s ds$. Sie ist vom Wege zwischen 1 und 2 so lange unabhängig, wie der Weg verändert werden kann, ohne dabei Stromfäden zu schneiden. Zur Messung dient der magnetische Spannungsmesser; er besteht aus einer Spule von sehr gleichmäßiger Bewicklung und überall gleichem Windungsquerschnitt. Für gewöhnlich benutzt man als Spulenkörper ein biegsames Band aus Leder oder Cellon. Die Bewicklung muß genau bis an beide Enden geführt sein, so daß also die letzte Windung freiliegt. Die beiden Drahtenden müssen an zwei unmittelbar nebeneinanderliegende Klemmen geführt sein, die etwa in der Mitte der Spule auf einem besonderen kleinen Isolierstück befestigt sind. Ist der Spannungsmesser mit einem ballistischen Galvanometer verbunden und liegt er so in einem magnetischen Felde, daß seine Enden sich in den Punkten A und B befinden, so entsteht beim Herausschnellen aus dem Felde ein Galvanometerausschlag, der der magnetischen Potentialdifferenz der beiden Punkte A und B proportional ist; beim Kommutieren des Feldes entsteht der doppelte Ausschlag.

Die Eichung geschieht empirisch durch Beobachtung des Ausschlages bei einer bekannten magnetischen Spannung. Dazu sind zwei Fälle besonders geeignet: erstens im Felde eines oder mehrerer stromdurchflossener Leiter, zweitens im homogenen Felde innerhalb einer langen Spule. Im ersten Falle benutzt man einen einzelnen geraden Leiter oder auch eine sehr kurze, weite Spule; man schlingt den Spannungsmesser um die Leiter herum und biegt ihn zum Kreise zusammen, so daß die Stirnflächen hart aufeinanderliegen. Kommutiert man den Strom i, der durch die W-Leiter fließt, so erhält man am Galvanometer den Ausschlag 2α. Die Größe der hier verschwindenden und wieder entstehenden magnetischen Spannung (Umlaufspannung) ist Wi Amperewindungen (in absoluten Einheiten also $0{,}4\pi Wi$ (S. 9 u. Tab. 73); doch gibt man die Konstante des Spannungsmessers gewöhnlich nicht in absolutem Maß, sondern in Amperewindungen pro Skalenteil an). Es ist also $2Wi = C \cdot 2\alpha$ oder $C = \frac{Wi}{\alpha}$. Da man den Integrationsweg (Achse des Spannungsmessers) beliebig deformieren kann, wenn man bei der Deformation nur keine Stromfäden schneidet, so kommt es bei dieser Art der Eichung nicht darauf an, an welcher Stelle die Stromfäden die Fläche des Spannungsmesser-Kreises durchsetzen, es braucht also durchaus nicht im Zentrum des Kreises zu sein. Im zweiten Falle bringt man den Spannungsmesser in das homogene Feld innerhalb einer genügend langen Spule, deren Konstante C' bekannt ist $\left(\mathfrak{H} \text{ in } \text{Ø} = C'i \text{ oder } \mathfrak{H} \text{ in } \text{AW/cm} = \frac{C'i}{0{,}4\pi}\right)$. Ist die Länge des Spannungsmessers l, gemessen als gerade Verbindung der Schnittpunkte seiner Achse mit den Stirnflächen, und liegt der Spannungsmesser so, daß diese Verbindungslinie genau in die Feldrichtung fällt, so ist die magnetische Spannung zwischen den beiden Schnittpunkten $\frac{C'il}{0{,}4\pi}$; als Konstante des Spannungsmessers ergibt sich dann: $C = \frac{C'il}{0{,}4\pi\alpha}$. Diese zweite Methode eignet sich auch zur Eichung nicht biegsamer Spannungsmesser von beliebiger Form.

Rogowski u. Steinhaus, Arch. Elektrot. **1**, 141, 1912. Ausführliche zusammenfassende Darstellung mit Schrifttumsnachweisen s. Neumann, ATM J 64—1, 1934.

d) Messung von Spannungsintegralen mit dem Kriechgalvanometer. Anstatt mit dem ballistischen Galvanometer läßt sich das Zeitintegral über eine EMK auch mit einem extrem stark, bis zum Kriechen gedämpften Drehspulgalvanometer vorteilhaft messen. Unter der Voraussetzung, daß die Direktionskraft der Aufhängung und die Trägheit des Systems gegenüber der Dämpfung verschwindenden Einfluß haben und daß die Dämpfung bei offenem Stromkreis zu vernachlässigen ist, gilt

$$\int E\,dt = q(\alpha_1 - \alpha_0),$$

wo q die dynamische Galvanometerkonstante, α_0 und α_1 die Ausschläge vor und nach dem Stromstoß bezeichnen. Die Rückkehr zu α_0 muß durch Aufhebung der Dämpfung oder durch zeitweilige Anlegung einer Gleichspannung bewirkt werden.

Die obigen Voraussetzungen sind für das gebräuchliche Drehspulspiegelgalvanometer (Siemens & Halske) mit etwa 300 Ω Spulenwiderstand (ohne Vorschaltwiderstand) ziemlich gut erfüllt.

Für die Messung von EMK-Integralen kann die Empfindlichkeit des Kriechgalvanometers die des ballistischen erreichen, für die Messung sich entladender Elektrizitätsmengen jedoch nicht.

Vgl. Busch, Z. techn. Phys. **7**, 361, 1926.

Über selbsttätige Aufzeichnung von Magnetisierungskurven s. Steinhaus u. Schoen, Phys. Z. **38**, 1, 1937.

3. Bestimmung der magnetischen Feldgrößen mit anderen Methoden

Die folgenden Methoden dienen in erster Linie zur Bestimmung der Feldstärke, werden aber auch zum Teil zur Messung der Induktion benutzt, indem man den magnetischen Fluß einen schmalen Luftspalt durchlaufen läßt, in welchem die vorhandene Feldstärke gemessen wird, aus der man dann auf die Induktion vor und hinter dem Luftspalt schließt (z. B. Methode der Wismutspirale, S. 94, Abschn. f).

Erzeugung starker Felder. In einer Kupferspule kann man ohne erhebliche Kühlung dauernd bis zu einer Feldstärke von etwa 800 Ø kommen, mit starker Kühlung bis etwa 1500.

Zwischen den Polen eines Elektromagneten mit kegelförmig zugestutzten Polschuhen erreicht man bei 1 mm Luftspalt Feldstärken von der Ordnung 40000 Ø. Die höchste Stärke liefert ein Kegel vom halben Winkel 55°, ein möglichst gleichmäßiges Feld ein solcher von 40°; durch Anwendung von Wasserkühlung und Polstücken aus Ferrokobalt (Weiß) werden Feldstärken bis 55 kØ erreicht. — Wegen der Selbstinduktion verstreicht bis zur Erreichung des höchsten Wertes nach dem Stromschluß eine merkliche, unter Umständen Minuten erreichende Zeit. Der beim Unterbrechen auftretende Spannungsstoß kann die Isolation gefährden, weswegen starke Ströme nicht zu plötzlich unterbrochen oder kommutiert werden sollen (Kohleausschalter).

du Bois, Ann. Phys. **42**, 903 u. 953, 1913 (hier auch die ältere Literatur) u. **51**, 577, 1916; Weiß, C. R. **156**, 1970, 1913; The Svedberg, Ann. Phys. **52**, 657, 1917; Boas u. Pederzani, Z. Phys. **19**, 351, 1923. Bitter, Rev. sci. instr. **7**, 479, 1936; **8**, 318, 1937; Lange, Phys. Z. **38**, 384, 1937; Dreyfus, Asea J. **12**, 8, 1935; Cotton, Rév. Gén. El. **41**, 3 u. 131, 1937; Steubing, Z. techn. Phys. **16**, 160, 1937.

Sehr große Feldstärken (von der Ordnung 10^6 Ø) kann man während sehr kurzer Zeit im Innern einer Spule erhalten, wenn durch sie ein Kondensator großer Kapa-

zität und hoher Spannung entladen wird (Wall, Nature **113**, 568, 1924; **114**, 898, 1924); Felder von 10^5 Ø während $\frac{1}{100}$ s durch Kurzschluß besonderer Akkumulatorbatterien; von $3 \cdot 10^5$ Ø durch Kurzschluß eines großen Wechselstromgenerators von 2000 kW Dauerleistung während einer Halbperiode (Kapitza, Proc. Roy. Soc. **105**, 691, 1924; **115**, 658, 1927).

Zusammenfassender Bericht über neuere Arbeiten s. v. Auwers, Naturwiss. **24**, 65, 1936; dort auch weitere Schrifttumshinweise. Über Herstellung räumlich und zeitlich konstanter Magnetfelder s. a. Neumann, ATM Z 60—1 bis Z 60—4.

A. Berechnung der Feldstärke

Gelegentlich ist es möglich, die Feldstärke an bestimmten Punkten in der Nähe stromführender Leiter und magnetischer Momente, wenn die Stromstärke i in A oder das magnetische Moment $\mathfrak{m}$ in CGS bekannt sind, zu berechnen. Die wichtigsten Fälle sollen hier kurz erwähnt werden.

Für einen Punkt im Abstand a cm von der Mitte eines geraden, stromdurchflossenen Leiters ist $\mathfrak{H} = \frac{0{,}2\,i}{a}$.

Im Mittelpunkt eines Kreises vom Radius R, der von einem Strom umflossen wird, ist $\mathfrak{H} = \frac{0{,}2\pi i}{R}$; auf der in diesem Punkt auf der Kreisfläche errichteten Senkrechten im Abstand a von ihr gilt $\mathfrak{H} = \frac{0{,}2\pi i R^2}{a^3}$, wenn a groß gegenüber R ist. Stehen zwei gleiche kreisförmige Leiter auf gleicher Achse im Abstand ihres Radius einander gegenüber und werden sie vom gleichen Strom durchflossen, so ist für den Mittelpunkt dieser Anordnung $\mathfrak{H} = \frac{0{,}286\pi i}{R}$. Dieser Fall ist dadurch ausgezeichnet (v. Helmholtz), daß die Feldstärke in der Mitte zwischen den Kreisen in größerem Bereich praktisch homogen ist. Man kann auch mehrere solcher Doppelkreise hintereinander anordnen, so daß der Radius nach außen immer größer wird, d. h. man kann zwei konisch gewickelte Spulen (Tangente des Winkels zwischen Mantellinie und Achse gleich 2) mit den engeren Enden gegeneinander richten, so daß sie sich im Abstand des Radius der innersten Windung befinden.

In einer gleichmäßig bewickelten zylindrischen Spule (Länge $= l$, Wicklungsradius $= R$, Windungszahl je Zentimeter $= n$) gilt für einen Punkt der Achse im Abstand a von einem Spulenende:

$$\mathfrak{H} = 0{,}2\pi n i\left[\frac{a}{\sqrt{R^2+a^2}} + \frac{(l-a)}{\sqrt{R^2+(l-a)^2}}\right],$$

für die Mitte $\left(a = \frac{l}{2}\right)$ ist $\mathfrak{H} = 0{,}4\pi n i \frac{l}{\sqrt{4R^2+l^2}}$ und für das Ende der Wicklung ($a = 0$ bzw. $a = l$) ist $\mathfrak{H} = 0{,}2\pi n i \frac{l}{\sqrt{R^2+l^2}}$. Ist die Spule sehr lang im Vergleich zu ihrem Durchmesser $\left(\frac{4R^2}{l^2}\right.$ gegen 1 zu vernachlässigen$\left.\right)$, so wird

in der Mitte $\mathfrak{H} = 0{,}4\pi n i$

und am Ende der Wicklung $\mathfrak{H} = 0{,}2\pi n i$.

Je kleiner $\frac{R}{l}$ ist, um so homogener ist das Feld in radialer Richtung.

Das Feld eines magnetischen Moments $\mathfrak{m}$ hat auf der Achse des Moments in der Entfernung a die Stärke $\mathfrak{H} = \frac{2\,\mathfrak{m}}{\mu_0 a^3}$; in einem Punkt einer Senkrechten auf der Mitte des Moments im Abstand a ist $\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{m}}{\mu_0 a^3}$. Bei diesen beiden Fällen ist vorausgesetzt, daß a groß ist gegenüber dem Polabstand des Moments.

Über die empirische Zurückführung von Feldstärken auf die eines Kreisstromes vgl. Paschen, Phys. Z. **8**, 522, 1907. Über Etalons aus fast geschlossenen Elektromagnetkreisen, deren Feldstärke in weiten Grenzen der Stromstärke nahe proportional ist, s. Gans, ebd. **8**, 523, 1907.

B. Experimentelle Verfahren

a) Aus der Kraftwirkung des Feldes auf einen Stromleiter. α) Drehspulverfahren. Eine stromdurchflossene kurze Spule, die sich um eine Achse drehen kann, die in ihrer Windungsebene liegt, erfährt durch ein magnetisches Feld, das ebenfalls in der Windungsfläche, und zwar senkrecht zur Drehachse verläuft, ein der Feldstärke proportionales Drehmoment. Hierauf beruht z. B. die Feldstärkemessung im Eisenblechprüfgerät der AEG.

S. ATM J 65—2, 1933. S. ferner Jones, Rev. sci. instr. **5**, 211, 1934.

β) Mit einem kleinen Bifilargalvanometer (nach der Methode von Weber). Ein kleines, mit seiner Windungsfläche f den Kraftlinien paralleles Bifilargalvanometer (Direktionskraft D) erfahre, von dem Strome I CGS durchflossen, durch das Feld die Ablenkung φ; dann ist

$$\mathfrak{H} = \operatorname{tg}\varphi \cdot \frac{D}{fI}.$$

Zur Strommessung kann z. B. ein Stromzeiger dienen.

γ) Mit geradlinigem Leiter und Waage. Ein rechteckig geknickter Leitungsdraht hängt mit zwei langen parallelen Schenkeln an einer Waage, das kurze Mittelstück (Länge $= l$ cm) $\perp$ zu den Kraftlinien des (homogenen) Feldes. Wird die Wirkung eines Stromes I CGS durch m g äquilibriert, so setzt man (g = Fallbeschleunigung in cm/s^2)

$$\mathfrak{H} = \frac{gm}{lI}\,\text{Ø}.$$

Cotton, J. phys. (3) **9**, 384, 1900; Färber, Ann. Phys. **9**, 892, 1902; Sève, J. phys. (5) **1**, 580, 1911; **3**, 8, 1913; Conly, J. I. E. E. **61**, 161, 1923; Briggs u. Harper, J. sci. instr. **13**, 119, 1936.

δ) Aus der Durchbiegung eines stromführenden Leiters. Ein federnd ausgespanntes, vom Strom I durchflossenes Silberband (0,01 mm dick, 1 mm breit, 50 mm lang) erleidet im Felde $\mathfrak{H}$ eine Durchbiegung, die dem Produkt $I\,\mathfrak{H}\cos\alpha$ proportional ist, wenn α der Winkel von $\mathfrak{H}$ mit der Normalen auf der Biegungsebene ist. Man reguliert I bei jeder Messung so lange, bis eine bestimmte Durchbiegung, die durch elektrischen Kontakt erkannt wird, eingetreten ist.

Schröter, Z. Instrkde. **44**, 477, 1924, sowie Arch. Elektrot. **14**, 354, 1925; Evans, VDE-Fachberichte d. 31. Jahresvers. Wiesbaden 1926.

b) Aus der Dämpfung einer schwingenden Spule. Eine kleine eisenfreie Spule von der Windungsfläche f cm^2, der Schwingungsdauer τ und vom Trägheitsmoment J cm^2 · g, die Windungsebene parallel der Feldrichtung, habe mit einem Gesamtwiderstand $R\,\Omega = 10^9\,R$ cm/s geschlossen das natürliche logarithmische Dekrement Λ, ungeschlossen Λ_0. Dann ist

$$\mathfrak{H} = \frac{1}{f}\sqrt{\frac{2R\cdot 10^9 J(\Lambda-\Lambda_0)}{\tau\sqrt{(1+\Lambda^2/4\pi^2)}}}\,\text{Ø}.$$

c) Aus der elektrischen Spannung an rotierender Scheibe. Eine rotierende, die Kraftlinien senkrecht schneidende Scheibe von der Umlaufszahl $\nu\ s^{-1}$ hat zwischen zwei Punkten vom Halbmesser r_1 und r_2 die elektrische Spannung

$$\mathfrak{H}\pi\nu\,(r_1^2 - r_2^2)\,\text{CGS} = 10^{-8}\,\mathfrak{H}\pi\nu\,(r_1^2 - r_2^2)\,\text{V}.$$

Fischer, Verh. D. Phys. Ges. **7**, 434, 1905.

d) Aus der Steighöhe magnetischer Flüssigkeiten. In dem magnetischen Felde befinde sich die Oberfläche einer Lösung eines Eisen-, Mangan- oder Nickelsalzes in einem Steigrohre, welches mit einem außerhalb des Feldes liegenden, relativ sehr weiten Rohre kommuniziert. Durch das magnetische Feld werde die Höhenänderung h bewirkt. Dann ist

$$\mathfrak{H} = C \cdot \sqrt{h}\,.$$

C wird für die betreffende Flüssigkeit in einem bekannten Felde bestimmt. Kennt man den Magnetisierungskoeffizienten $\varkappa$ (Tab. 66) der Flüssigkeit, so berechnet man, wenn s ihre Dichte und g die Schwere, $C = \sqrt{\frac{2gs}{\varkappa}}$. Konzentrierte Eisenchloridlösung hat etwa (h in cm) $C = 7000$.

Liebknecht u. Wills, Ann. Phys. **1**, 178, 1900, viele Beispiele.

e) Aus der in einer rotierenden Spule induzierten EMK. Meßgeneratormethode. An den Enden einer Spule, deren Rotationsachse der Windungsfläche parallel ist und auf der Feldrichtung senkrecht steht, ist bei der Rotation in einem Felde eine EMK meßbar, die der Windungsfläche, der Umdrehungsgeschwindigkeit und der Feldstärke proportional ist. Die Eichung geschieht am besten in einem bekannten Felde. Differentialmessungen nach dieser Methode (Verstärkung, Gleichrichtung, Nullgalvanometer) erreichen eine große Genauigkeit. Man kann auch an Stelle einfacher Spulen kleine eisenlose Trommelanker benutzen.

Dieses Meßverfahren wird besonders in den letzten Jahren häufig verwendet; in vielen fertigen Geräten wird davon Gebrauch gemacht.

Paschen, Phys. Z. **6**, 31, 1905; Prümm, Diss. Tübingen 1906; Kohaut, Z. techn. Phys. **18**, 198, 1937; Pfaffenberger, J. Forsch.-Inst. AEG **4**, 123, 1933/35.

f) Aus der Widerstandsänderung des Wismuts. Der Widerstand von Wismut wächst im magnetischen Felde (Righi) für kleines $\mathfrak{H}$ beschleunigt, von etwa $\mathfrak{H} = 10000$ Ø an fast gleichförmig, bis $\mathfrak{H} = 20000$ etwa sich verdoppelnd. Mit wachsender Temperatur sinkt der Einfluß.

Man stellt eine ebene Spirale aus (gepreßtem) Wismutdraht, zur Vermeidung von Induktion bifilar gewunden, quer gegen die Kraftlinien (Lenard).

Tabelle nach Henderson für den Widerstand reinen gepreßten Wismuts:

	$\mathfrak{H}=0$	2000	4000	6000	8000	10000	12000 Ø
bei 18°	1,00	1,046	1,14	1,24	1,36	1,48	1,59
bei 0°	1,00	1,064	1,18	1,32	1,46	1,59	1,73
	$\mathfrak{H}=0$	15000	20000	25000	30000	35000	40000 Ø
bei 18°	1,00	1,80	2,09	2,39	2,70	3,03	3,37

(Ferner $\frac{R_{18}}{R_0} = 1{,}070$ für $\mathfrak{H} = 0$.)

Du Bois und Wills fanden für $\mathfrak{H} = 37\,000$ das Widerstandsverhältnis 4 bei 0°, 6 bei — 79°, 10 bei — 115°, 230 bei — 180°.

Spiralen mit Einzeltabellen geben Hartmann & Braun aus.

Bei der Widerstandsmessung ist die Stromwärme klein zu halten.

Henderson, Wied. Ann. **53**, 912, 1894; du Bois u. Wills, Verh. D. Phys. Ges. **1**, 168, 1899; Beckmann, Comm. Leiden, Suppl. Nr. 40, 57, 1915. — Über die Unbrauchbarkeit für Wechselfelder wegen der Trägheit s. Pallme König, Ann. Phys. **25**, 921, 1908. Über die Widerstandsänderung von Wismutkristallen in Feldern bis $3 \cdot 10^5$ Ø zwischen + 17° und — 190° C, Einfluß der wechselseitigen Orientierung von Strom-, Feld- und Kristallachsenrichtung s. Kapitza, Proc. Roy. Soc. **119**, 358, 1928.

S. auch Bublitz, ATM V 391—2, 1938.

g) Aus dem Hall-Effekt. Wird eine ebene Metallplatte von der geringen Dicke d, die senkrecht zu den Kraftlinien in einem magnetischen Felde angeordnet ist, von dem Strom I durchflossen, so entsteht senkrecht zu den Stromlinien eine EMK E, die der Feldstärke $\mathfrak{H}$ proportional ist:

$$\mathfrak{H} = \frac{E\,d}{C\,I}.$$

Alle Größen in elektromagnetischen CGS ausgedrückt, gelten bei 18° für die Konstante $C \cdot 10^4$ verschiedener Metalle folgende, von der Temperatur nicht sehr abhängigen Werte:

Pt — 2,0	Pd — 6,8	Cd + 5,9
Al — 3,5	Au — 7,0	Zn + 6,4.
Cu — 5,2	Ag — 8,2	

Eine Sonderstellung nehmen die ferromagnetischen Metalle ein, bei denen E der Magnetisierung proportional anwächst.

Das Metallblech wählt man z. B. von rechteckiger Gestalt, leitet den Strom I in der Mitte der kürzeren Seiten zu und nimmt E von der Mitte der längeren ab, wo man die Elektroden zweckmäßig mit dem Blech aus einem Stück herausschneidet.

Smith, Phys. Rev. **30**, 1, 1910; Frey, Ann. Phys. **46**, 1057, 1915; Beckmann, Comm. Leiden, Suppl. Nr. 40, 1915; Hall, Phys. Rev. **26**, 820, 1925. Über Eineinkristalle s. Webster, Proc. Cambr. Phil. Soc. **23**, 800, 1927.

Eingehende zusammenfassende Darstellung s. Bublitz, ATM V 391—2, 1938.

h) Aus der Drehung der Polarisationsebene. Man benutzt z. B. Platten aus schwerem Flintglase in durchgehendem oder zwischen den versilberten Endflächen reflektiertem Licht. Schwach keilförmige Gestalt gestattet, störende Reflexe abzublenden. Die Platte wird in dem bekannten magnetischen Felde einer Spule oder durch Vergleichung mit einer Schwefelkohlenstoffschicht geeicht.

Auch der Zeeman-Effekt kann zur Messung starker Felder dienen.

i) Aus der Krümmung der Bahn eines Kathodenstrahls. Messung mit Magnetron (Magnetfeldröhre) s. Gundlach, ATM V 391—3, 1938.

j) Aus der Änderung der reversiblen Permeabilität s. Boucke, ATM V 391—1, 1937.

k) Messung hochfrequenter Wechselfelder. Verfahren zur Messung der maximalen Feldstärke eines hochfrequenten sinusförmigen magnetischen Wechselfeldes s. Laporte u. Vasilesco, J. phys. et le rad. (7) **6**, 289 u. 85 S., 1935.

4. Messungen an ferromagnetischen Stoffen

A. Induktionskurven und Hystereseschleifen

a) Vorbemerkungen. Bei allen Messungen ist auf den Einfluß zu achten, den die besonderen ferromagnetischen Erscheinungen, wie Nachwirkung, Akkommodation, zeitliche Desakkommodation, Unterschiede in den Induktionskurven bei kontinuierlicher und diskontinuierlicher Feldänderung u. a. ausüben. Ferner sollen nur genügend gleichmäßige Proben (keine Schwankungen der chemischen Zusammensetzung, keine harten oder weichen Stellen, keine Lunker usw.) zur Untersuchung kommen.

Grundsätzlich soll vor Beginn einer Meßreihe die Probe entmagnetisiert werden, es sei denn, daß man die Reihe bei sehr hohen Feldstärken beginnt. Je kleiner die Feldstärken sind, bei denen man anfängt, um so sorgfältiger muß die Entmagnetisierung durchgeführt werden. Das geschieht in einem genügend großen Wechselfeld, dessen Amplitude kontinuierlich bis zu Null abnimmt; wesentlich daran ist, daß die erste Amplitude größer ist als diejenige vorausgegangene Feldstärke, von der noch ein Rest von Hysterese in dem Körper haftet, daß weiter die Abnahme des Wechselfeldes ohne irgendwelche Sprünge erfolgt und daß schließlich die letzte Amplitude so klein ist, daß sie keine merkbare Remanenz mehr hinterläßt. Das läßt sich mit einem sog. Entmagnetisierungsapparat erreichen. Ein solcher besteht z. B. aus einem fast geschlossenen Manteltransformator, dessen Sekundärspule, die mit der Magnetisierungsspule verbunden ist, durch den Luftschlitz im Eisenweg gleichmäßig herausgezogen werden kann. Man kann den Wechselstrom auch mit Hilfe von kontinuierlich regelbaren Widerständen bzw. Spannungsteilern abnehmen lassen; doch ist die Benutzung eines Entmagnetisierungsapparates vorzuziehen. Für Proben mit größerem Querschnitt kommt wegen des magnetischen Hauteffekts eine Vorbehandlung in einem langsam abnehmenden, ständig kommutierten Gleichfeld in Frage. Die letzte Entmagnetisierung vor der Messung muß so vorgenommen werden, daß die Probe nicht mehr bewegt zu werden braucht, weil die magnetisch weicheren Werkstoffe schon im Erdfeld wieder eine Magnetisierung annehmen, hochpermeable unter Umständen sogar eine recht beträchtliche. Ist der magnetische Kreis der Probe nicht geschlossen (besonders bei gänzlich freien Probenenden), so muß darauf geachtet werden, daß schon während der Entmagnetisierung die Probe genau senkrecht zur Richtung der Horizontalintensität liegt; anderenfalls kommt man nicht in den Nullpunkt der Magnetisierungskurve, sondern auf einen Punkt der Idealkurve und erhält so unter Umständen eine beträchtliche Vormagnetisierung. Ob der Entmagnetisierungsvorgang von Erfolg war, soll, wenn irgend möglich, vor Beginn der Messung nachgeprüft werden: das Magnetometer soll auf seinem Nullpunkt stehen, das ballistische Galvanometer keinen Ausschlag zeigen, wenn eine Meßspule von der Mitte der Probe aus abgezogen wird.

b) Allgemeines über die Messung der wahren Feldstärke. Bei den im folgenden beschriebenen Methoden liegt die Hauptschwierigkeit in der Bestimmung der wahren Feldstärke im Ferrikum. Diese ist definiert als diejenige Feldstärke, die in einem in der Längsrichtung der Probe gebohrten fadenförmigen Kanal herrscht. Es gibt nur zwei Wege, auf denen man vorgehen kann. Der erste ergibt sich aus dem Satz, daß die Tangentialkomponente der Feldstärke außerhalb

des Eisens kontinuierlich in die im Eisen übergeht. Es genügt also, die Feldstärke in der Eisenoberfläche selbst zu kennen. Diese erhält man entweder unmittelbar durch Messung des Linienintegrals zwischen denjenigen beiden Punkten der Eisenoberfläche, zwischen denen auch die Windungen der Induktionsmeßspule liegen, oder indem man an der gleichen Stelle außerhalb, aber in der Nähe der Oberfläche in mehreren Entfernungen von ihr die Feldstärke mißt und dann auf die Eisenoberfläche extrapoliert. Diese Extrapolation ist im allgemeinen unerläßlich und erübrigt sich nur in den seltenen Fällen, in denen das Feld an den betreffenden Stellen vollkommen homogen ist; ohne sie bleibt das Linienintegral zwischen der Eisenoberfläche und der Achse der Feldmeßspule an ihren beiden Enden unberücksichtigt. Der zweite Weg ist der, daß man von der äußeren Feldstärke ausgeht, d. h. derjenigen, die ohne Eisen vorhanden wäre und die man aus der Stromstärke und der Konstante der Magnetisierungsspule errechnet. Dann muß man die sogenannte entmagnetisierende Feldstärke davon in Abzug bringen, die von der Rückwirkung der an den Streuungsstellen entstehenden magnetischen Belegungen herrührt. Diese entmagnetisierende Feldstärke wird entweder bestimmt, z. B. durch Berechnung oder Messung mit dem magnetischen Spannungsmesser, oder man hält sie durch möglichste Vermeidung von Streuung klein und setzt dann dafür Erfahrungswerte in Rechnung.

c) Ballistische Methode. α) Ringmethode (streuungsloser Kreis). Für einen gegen seinen Durchmesser praktisch unendlich langen Stab (Draht, Drahtbündel, Band, Blechbündel) in einer Spule, die noch um so viel länger ist, daß der Stab nur im homogenen Teil ihres Feldes liegt, wäre die wahre Feldstärke $\mathfrak{H}$ ohne Korrektur berechenbar: $\mathfrak{H} = 0{,}4\pi in$, wo n die Anzahl der Spulenwindungen je Zentimeter Länge bedeutet. Wie groß das Dimensionsverhältnis (Länge l zu Durchmesser d) dazu sein müßte, hängt wesentlich von der Permeabilität des Stabes ab; man kann aber sagen, daß selbst bei $\frac{l}{d} = 500$ für einigermaßen gutes Weicheisen noch keine genügende Genauigkeit erreicht wird. Eine solche Methode wird also nur selten in Betracht kommen.

Denkt man sich aber Stab und Spule zum Kreise zusammengebogen, so ist damit alles Wesentliche dieses Falles verwirklicht: es tritt keine Streuung ein, also auch keinerlei Rückwirkung von magnetischen Belegungen auf die Feldstärke. Diese ist also nach obiger Formel genau berechenbar.

Zur Entmagnetisierung wird der Ring so ausgerichtet, daß die Kreisfläche senkrecht zur Richtung der Totalintensität des Erdfeldes steht. Man nimmt nun zunächst die Nullkurve (jungfräuliche Kurve) oder die Kommutierungskurve auf: die erstere, indem man den Magnetisierungsstrom von Null beginnend in 10—20 Sprüngen bis zum Höchstwert (etwa 120—150 Ø für weiches Eisen, für hochpermeablen Werkstoff entsprechend weniger) steigert und bei jedem Sprung den Induktionsausschlag mißt; die letztere, indem man zunächst einen ganz schwachen, dann einen immer stärkeren Strom mehrfach (10- bis 20 mal) kommutiert und bei je den beiden letzten Umkehrungen den ballistischen Ausschlag bestimmt.

Bei der Aufnahme der Hystereseschleife beginnt man mit dem Höchstwert der Feldstärke, geht in etwa 10 Sprüngen bis zu Null herunter und nach dem Kommutieren in 15—20 Sprüngen wieder herauf; man gewinnt so einen ab- und aufsteigenden Ast. Sowohl diese beiden wie auch die Nullkurve nimmt

man zur Erhöhung der Genauigkeit zweimal in den gleichen Sprüngen, aber bei entgegengesetzter Feldrichtung auf. Man bildet die Mittel je beider, sich entsprechender Ausschläge und bringt daran die Skalenkorrektion an. Die Summe dieser korrigierten Ausschläge auf dem auf- und absteigenden Ast muß genau doppelt so groß sein wie die Summe auf der Nullkurve; ist das nicht der Fall, so war entweder die Probe nicht genügend entmagnetisiert, oder es sind bei der Aufnahme Beobachtungsfehler unterlaufen.

Ein anderes, gelegentlich benutztes Verfahren besteht darin, daß man von der Höchstfeldstärke (Sättigungsgebiet) möglichst kontinuierlich zu dem zu messenden Kurvenpunkt geht und von dort in einem Sprunge ($\Delta\mathfrak{B}_1$) in das gleiche Maximum zurückkehrt oder auch ($\Delta\mathfrak{B}_2$) in das entgegengesetzte Maximum fortschreitet. Die gesuchte Induktion ist dann $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_{max} - \Delta\mathfrak{B}_1$ oder $\Delta\mathfrak{B}_2 - \mathfrak{B}_{max}$ oder $\frac{\Delta\mathfrak{B}_2 - \Delta\mathfrak{B}_1}{2}$.

Beim Überspringen des Remanenzpunktes benutzt man einen Schalter, der kommutiert und unmittelbar anschließend den Vorwiderstand im Magnetisierungsstromkreis kurzschließt.

Die Berechnung der $\Delta\mathfrak{B}$ bietet keine Schwierigkeiten; auf der Kommutierungskurve erhält man die einzelnen Induktionswerte unmittelbar, auf der Nullkurve sind die $\Delta\mathfrak{B}$ zu summieren, und auf der Schleife ist diese Summe vom Höchstwert $\mathfrak{B}_{max}$, den man sich aus der halben Summe der korrigierten Ausschläge berechnet, in Abzug zu bringen. Die beiden $\mathfrak{B}_{max}$ aus der Schleife und aus der Kommutierung des Maximalfeldes müssen übereinstimmen; es ist das ein Zeichen, daß Nachwirkungserscheinungen die Aufnahme nicht beeinträchtigt haben. Die in der Formel für $\mathfrak{H}$ vorkommende Größe n erhält man, wenn man die Gesamtzahl aller Magnetisierungswindungen durch $\pi(r_i + r_a)$ dividiert; r_i und r_a bedeuten den Innen- und Außenradius des Probekörpers.

Die Ringmethode gilt als die zuverlässigste zur Aufnahme der Induktionskurven. Diese Ansicht ist aber nur bedingt richtig. Sowohl Feldstärke wie Induktion sind nämlich nicht an allen Stellen eines Querschnittes gleich groß, sondern in den der Ringmitte näherliegenden Punkten größer als in den nach außen gelegenen. Man berechnet bzw. mißt bei beiden Größen den arithmetischen Mittelwert über den Querschnitt. An stark gekrümmten Stellen der Kurven werden sich aber diese Mittelwerte nicht entsprechen, so daß Fehler in der aufgenommenen Kurve entstehen. Will man also die Vorzüge dieser Methode wirklich ausnützen, so muß der Ring in radialer Richtung schmal sein gegen seinen Durchmesser, und zwar sei möglichst $r_a - r_i < \frac{r_a}{5}$.

Vgl. auch Niethammer, Wied. Ann. **66**, 33, 1898; Kenelly u. Alger, Res. Div. E. E. Dep. Mass. Inst. of Techn. Bull. Nr. 16. März 1918.

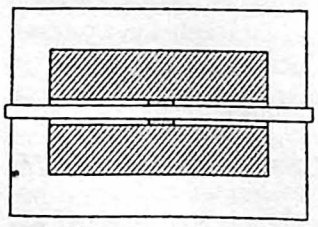


Abb. 61. Magnetisches Doppeljoch

β) Magnetischer Kreis mit geringer Streuung: Jochmethode. Auf die Messung an geradlinigen Proben kann man wegen ihrer einfachen Herstellung nicht verzichten; man sucht deshalb die Rückwirkung der Probenenden auf das Feld dadurch zu beseitigen, daß man den von dort ausgehenden Streulinien einen bequemen Weg bietet, auf dem sie sich schließen können, ohne das Feld zu stören. Das geschieht in einer sog. Jochanordnung.

Abb. 61 zeigt ein Doppeljoch, in das ein Stab eingeklemmt ist; in der Mitte des Stabes ist eine enge kurze Induktionsspule aufgewickelt und der ganze übrige Raum zwischen den beiden Jochbacken durch die Magnetisierungsspule ausgefüllt. Der Werkstoff, aus dem das Joch besteht, soll keine merkliche Nachwirkung, einen großen spezifischen elektrischen Widerstand und eine hohe Anfangspermeabilität haben; es eignet sich daher gutes Weicheisen mit 4—5 % Silizium, besser noch eine etwa 50 %ige Nickel-Eisen-Legierung. Die Vorrichtung zum Einklemmen der Proben, die in verschiedener Weise ausgeführt wird, muß eine innige Verbindung zwischen Joch und Probe auf möglichst großer Fläche gewährleisten. Die Aufnahmen der Induktionskurven und die Berechnung erfolgt genau wie bei der Ringmethode.

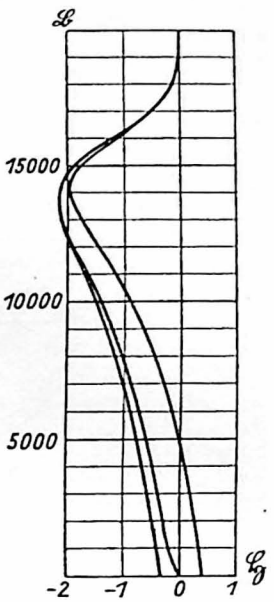


Abb. 62. Scherungskurven

Es hat sich nun gezeigt, daß auf diese Weise — besonders wegen des unvollkommenen magnetischen Schlusses in den Luftschlitzen zwischen Probe, Klemmvorrichtung und Joch — doch keine genügende Genauigkeit erreicht wird. Man hat daher für alle typischen Werkstoffe Korrektionskurven aufgestellt, nach denen man die erhaltenen Induktionskurven „schert". Abb. 62 zeigt solche Scherungskurven, und zwar liegt die für die Null- oder Kommutierungskurve in der Mitte, die für den aufsteigenden Ast links und die für den absteigenden Ast rechts.

S. auch Neumann, ATM J 63—1, 1935 sowie ATM J 66—1, 1934.

γ) Messung mit dem magnetischen Spannungsmesser. Bei magnetischen Kreisen mit geringer Streuung kann man mit großem Vorteil vom magnetischen Spannungsmesser Gebrauch machen, und zwar kann das in doppelter Weise geschehen. Wenn sich ein ferromagnetischer Körper K in einer stromdurchflossenen Spule S befindet (Abb. 63), so ist die magnetische Spannung V zwischen den beiden Punkten P_1 und P_2 der Körperoberfläche nicht eindeutig; die beiden Werte V, die man durch Integration entweder über den Weg $P_1 A P_2$ oder $P_1 B P_2$ erhält, unterscheiden sich um das Umlaufintegral über $P_1 A P_2 B P_1$, d.h. um Ni Amperewindungen. Von diesem entfällt der Teil $V_{P_1 A P_2}$ auf den Körper; dieser Anteil, die magnetomotorische Kraft, treibt den Fluß durch das Ferrikum. Messen wir also mit dem Spannungsmesser über den Weg $P_1 A P_2$ und dividieren den erhaltenen Wert V durch den Abstand l der Punkte P_1 und P_2, so ist V/l die wahre Feldstärke in AW/cm. Messen wir aber V über den Weg $P_1 B P_2$, so ist V/l die Scherung; die wahre Feldstärke ergibt sich also zu $(Ni - V)/l$. Daraus folgen die beiden in den Abb. 64 bzw. 65 skizzierten Verfahren.

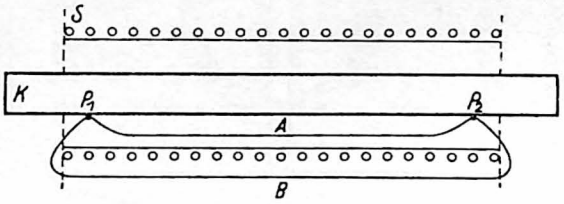


Abb. 63. Mehrdeutigkeit der magnetischen Spannung

Abb. 64 zeigt einen Probestab P, die aus den drei Teilen M_1, M_2 und M_3 bestehende Magnetisierungsspule und die Induktionsspule von der gleichen

Länge wie M_2. Durch zwei symmetrisch angeordnete Spannungsmesser wird die magnetische Spannung zwischen den Punkten A und B gemessen. Der Stab ist in ein Doppeljoch (nicht gezeichnet) eingeklemmt, das senkrecht zur Bildebene zu denken ist. Die Aufnahme der Induktionskurven erfolgt genau wie bei der Ring- und Jochmethode, nur daß hier ein zweiter Beobachter an einem zweiten ballistischen Galvanometer gleichzeitig die von den Spannungsmessern hervorgebrachten Ausschläge beobachtet, d. h. die Scherung mißt. Es ist auch möglich, erst nach der Aufnahme der Induktionskurven bei den gleichen Sprüngen die Scherung zu messen. Die scheinbare Feldstärke ist hier gleich Ni/l AW/cm, wo N die Windungszahl von M_2 und l der Abstand der beiden Punkte A und B ist. Diese Methode wird in der Phys.-Techn. Reichsanstalt an Vierkant- und Rundstäben viel benutzt.

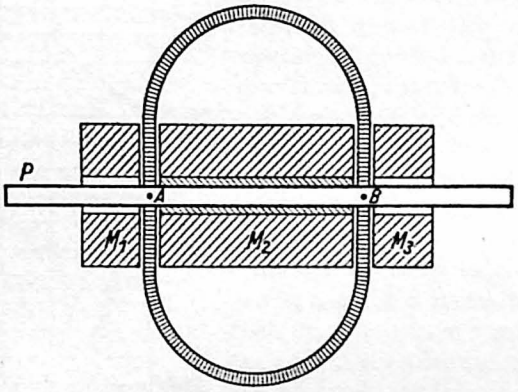


Abb. 64. Messung der Scherung mit dem magnetischen Spannungsmesser

In Abb. 65 sieht man den Probestab P in ein Doppeljoch eingespannt, die Induktionsspule S und die beiden symmetrisch liegenden Spannungsmesser. Diese sind um 90° gedreht zu denken, so daß sie auf der Bildebene senkrecht stehen. Hier wird der Fluß nicht in der Probe erzeugt, sondern mittels der Spule M in den Jochbacken. Mit den Spannungsmessern wird die Feldstärke unmittelbar gemessen. Die Induktionsspule soll möglichst die ganze Länge zwischen A und B einnehmen. Bei dieser wie bei der obigen Methode ist es vorteilhaft, ein Doppeljoch und nicht ein einfaches zu verwenden, da durch die Symmetrie der Anordnung die Sicherheit der Messung bedeutend erhöht wird.

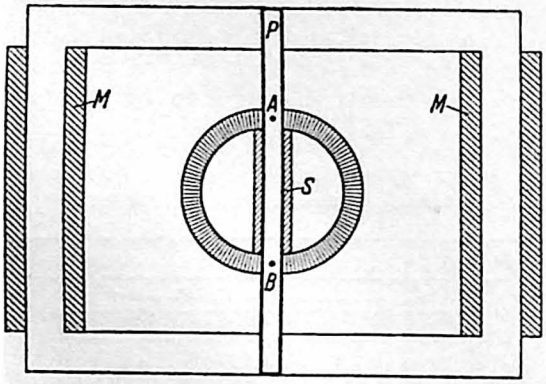


Abb. 65. Messung der wahren Feldstärke mit dem magnetischen Spannungsmesser

Dieses Prinzip hat besonders bei dem Spannungsmesserjoch von Siemens & Halske Verwendung gefunden. S. auch Neumann, ATM J 66—2, 1934 u. V 956—2, 1937.

δ) Messung bei freien Probenenden. Ist der magnetische Kreis völlig offen, so ist die entmagnetisierende Feldstärke in einem Falle streng berechenbar, wenn nämlich die Probe die Form eines Ellipsoids hat. Praktisch kommen nur langgestreckte Rotationsellipsoide, die sog. Ovoide, in Betracht. Die erreichbare Meßgenauigkeit ist um so größer, je größer das Dimensionsverhältnis p $\left(\frac{\text{Länge}}{\text{Durchmesser}}\right.$ bzw. $\left.\frac{\text{große oder Rotationsachse}}{\text{kleine Achse}}\right)$ ist; für sehr genaue Messungen,

besonders bei hochpermeablem Werkstoff, sollte p mindestens 50 sein. Die wahre Feldstärke $\mathfrak{H}$ ist hier gleich $\mathfrak{H}' - N\mathfrak{J}$, wo $\mathfrak{H}'$ die aus Stromstärke und Spulenkonstante berechnete „äußere Feldstärke", $\mathfrak{J}$ die im Ovoid erreichte Magnetisierungsintensität und N der nur von p abhängige Entmagnetisierungsfaktor ist. Dieser berechnet sich nach der Formel

$$N = \frac{4\pi}{p^2 - 1}\left[\frac{p}{\sqrt{p^2 - 1}} \ln\left(p + \sqrt{p^2 - 1}\right) - 1\right]$$

oder bei großem p $\quad N = \frac{4\pi}{p^2}[\ln 2p - 1]$ (s. a. folgende Tabelle).

Ferner gilt $\quad \mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{B} - \mu_0 \mathfrak{H}'}{4\pi - N}$ oder angenähert $= \frac{\mathfrak{B}}{4\pi}$.

$\mathfrak{B}$ wird mit Hilfe einer Induktionsspule bestimmt, die in der Mitte das Ellipsoid eng umschließt und die so kurz ist, daß der Durchmesser der Probe in ihr praktisch noch als konstant angesehen werden kann. Bezüglich der Luftlinienkorrektion s. S. 89, Abschn. b.

Entmagnetisierungsfaktor für Ellipsoide

p	N	p	N	p	N
5	0,7015	40	0,0266	100	0,00540
10	0,2549	50	0,0181	150	0,00263
15	0,1350	60	0,0132	200	0,00157
20	0,0848	70	0,0101	300	0,000754
25	0,0587	80	0,00801	500	0,000297
30	0,0432	90	0,00651	1000	0,000083

Die Ellipsoidmessung gilt mit Recht als die genaueste und zuverlässigste magnetische Meßmethode. Sie findet ihre Grenze nur in der Ungleichmäßigkeit der Magnetisierungswicklung und des Probematerials sowie in der Schwierigkeit, eine genaue Ellipsoidform herzustellen. Für technische Messungen genügt auch eine vereinfachte Form nach Maurer und Meißner, der sog. Kegelstab, von dem zwei Typen (Abb. 66) genau untersucht worden sind. Die in der Abbildung angegebenen Maße lassen sich natürlich proportional vergrößern oder verkleinern; die Durchmesser sind im 10fachen Maßstab aufgetragen. Der Entmagnetisierungsfaktor ist um etwa 1% kleiner als bei Ellipsoiden von gleichem Dimensionsverhältnis.

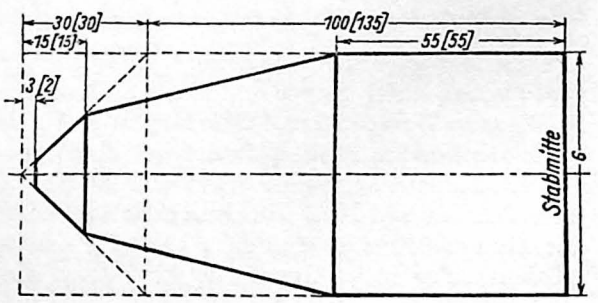


Abb. 66. Kegelstababmessungen

Maurer u. Meißner, Mitt. KWI. Eisenforsch. **3**, 23, 1922; Lange, ebd. **11**, 387, 1929.

Bei Zylinderstäben ist die Magnetisierung im Gegensatz zu den Ellipsoiden nicht im ganzen Körper konstant, sondern sie fällt nach den Enden zu ab; $\mathfrak{B}$ bzw. $\mathfrak{J}$ in der Mitte des Stabes lassen sich leicht mit einer kurzen Induktions-

spule messen; die zugehörige Feldstärke in der Mitte hingegen ist nur roh zu bestimmen, weil N dann nicht mehr konstant, sondern von der Permeabilität bzw. Suszeptibilität sowie der magnetischen Vorgeschichte abhängig ist. Genauere Messungen sind aber in dieser Weise allgemein nicht ausführbar und nur bei kleinen Feldstärken noch möglich (s. S. 107, Abschn. a α).

Die folgende Zahlentafel enthält neuere Werte von N in einer Zusammenstellung von Neumann und Warmuth.

Ballistischer Entmagnetisierungsfaktor
für Zylinder auf der Nullkurve unterhalb $\varkappa_{max}$

Dimensionsverhältnis p	Entmagnetisierungsfaktor für				
	$\varkappa=\infty$	$\varkappa=100$	$\varkappa=10$	$\varkappa=1$	$\varkappa=0$
1	3,47[a]	—	3,45[a]	3,32[a]	2,67[a]
2	1,70[a]	—	1,69[a]	1,55[a]	1,08[a]
5	0,520[a]	—	0,500[a]	0,418[a]	0,233[a]
10	0,190[b]	0,185[b]	0,182[a]	0,132[b]	0,0628[c]
15	0,106[d]	0,100[d]	0,095[d]	0,060[d]	0,0279[c]
25	0,0477[b]	0,0467[b]	0,0400[b]	0,0206[b]	0,0100[c]
50	0,0154[b]	0,0146[b]	0,0100[b]	0,00409[b]	0,00251[c]
100	0,00467[b]	0,00400[b]	0,00192[b]	0,000808[b]	0,000628[c]
250	0,000945[b]	0,000516[b]	0,000175[b]	0,000109[b]	0,000101[c]
500	0,000271[b]	0,000080[b]	0,000032[b]	0,000026[b]	0,000025[c]

Die Werte oberhalb $\varkappa_{max}$ sind erheblich kleiner.

In dieser Zahlentafel ist Bezug genommen auf a) Warmuth, Arch. Elektrot. **33**, 747, 1939; b) Stäblein u. Schlechtweg, Z. Phys. **95**, 630, 1935 sowie Warmuth, Arch. Elektrot. **30**, 761, 1936; c) Neumann u. Warmuth, Wiss. Veröff. Siemenswerke **11**, 2. Heft, 25, 1892; d) Diese Werte sind graphisch interpoliert. S. f. Würschmidt, Theorie des Entmagnetisierungsfaktors und der Scherung von Magnetisierungskurven. Braunschweig 1925, sowie Steinhaus, Z. techn. Phys. **7**, 496, 1926.

Eine Methode zur Messung von N für Zylinder- und Prismenstäbe, Blech- und Drahtbündel, Rohre und ähnliche Körper, die bis $\mathfrak{B} \sim 5000$ CGS verhältnismäßig gute Werte liefert, ist die folgende: Auf der Mitte der in der Magnetisierungsspule steckenden Probe befindet sich eine kurze, abziehbare Induktionsmeßspule. Die Magnetisierungsspule trägt eine zweite Wicklung, durch welche ein kontinuierlich bis auf Null abnehmender Wechselstrom geschickt wird, nachdem in der Hauptwicklung eine sehr kleine Feldstärke eingestellt worden ist. Durch Abziehen der Induktionsspule wird dann die zugehörige „ideale" Induktion $\mathfrak{B}$ bestimmt und aus dieser die „ideale" Intensität $\mathfrak{J}$ berechnet als $\frac{\mathfrak{B}}{4\pi}$. Wenn die Probe aus weichem Eisen oder weichem Stahl besteht und $\mathfrak{B} < 5000$ CGS ist, bleibt die wahre Feldstärke $\mathfrak{H}$ sicher gleich Null; es ist also $\mathfrak{H}' = N\mathfrak{J}$ oder $N = \frac{\mathfrak{H}'}{\mathfrak{J}}$. Handelt es sich um ein Material, bei dem nicht mit Sicherheit das ideale $\mu_a = \infty$ ist (z. B. Siliziumeisen), so kann man ein „Phantom" aus weichem Eisen herstellen, das die gleichen Abmessungen hat wie die Probe und eventuell in der gleichen Weise zusammengesetzt ist; man mißt dann das gesuchte N am „Phantom".

Unmittelbare Messung der Feldstärke mittels sehr flacher Spulen, die auf der Eisenoberfläche aufliegen, ist nur an streuungsfreien Stellen möglich; das gleiche gilt für Drehspulen, wie z. B. bei dem Eisenblechprüfgerät der AEG (S. 93, Abschn. a).

Es bleibt immer zu berücksichtigen, daß alle Messungen bei freien Probenenden, soweit es sich nicht um Ellipsoide oder Kegelstäbe handelt, nur bedingt als zuverlässig angesehen werden können; sie sind um so genauer, je kleiner die Permeabilität und je größer das Dimensionsverhältnis ist.

ε) Differentialmethode. Sehr bequem und bei einiger Vorsicht recht genau sind die Differentialmethoden, bei denen ein Vergleich der Probe mit einem Normal mit gut bekannter Induktionskurve durchgeführt wird. Das Grundsätzliche solcher Anordnungen zeigt Abb. 67. Der Strom der Batterie B durchfließt den Regelwiderstand R, das Amperemeter A, den Kommutator K und hintereinander die beiden Magnetisierungsspulen M_n und M_x, von denen die erstere das Normal N, die letztere die Probe X umschließt. Die beiden Induktionsspulen S_n und S_x, die sich darauf befinden, bilden zwei Zweige einer Brückenanordnung, deren beiden anderen Zweige die Meßwiderstände R_n und R_x sind; in der Brücke befindet sich ein ballistisches Galvanometer G. Haben N und X genau gleiche Abmessungen, insbesondere gleiche Querschnitte, ferner S_n und S_x gleiche Windungszahlen, so gibt das Galvanometer beim Kommutieren des Magnetisierungsstromes keinen Ausschlag, wenn R_n und R_x so eingestellt sind, daß $\mathfrak{B}_n : \mathfrak{B}_x = R_n : R_x$ ist. Wählt man noch R_n zahlenmäßig gleich $\mathfrak{B}_n$, so ist auch $\mathfrak{B}_x = R_x$.

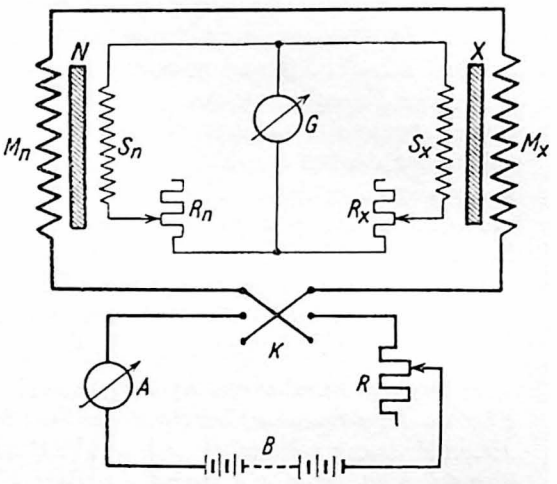


Abb. 67. Ballistische Differentialmethode

Das Verfahren beruht auf der Annahme, daß $\mathfrak{H}_x = \mathfrak{H}_n$ ist; das gilt nun, gleiche Dimensionierung von M_n und M_x vorausgesetzt, nur bei Ringproben streng. Ist aber Streuung vorhanden, so gilt es nur dann, wenn die Magnetisierungskurven von N und X nahezu identisch sind.

Normale aller Art können in der Phys.-Techn. Reichsanstalt geprüft werden.

ζ) Sonstige ballistische Methoden. Über die Jocheinrichtungen von Burrows, Illiovici, Picou u. Fahy s. Handb. d. Phys. **16**, 721.

Ausführliche Darstellung s. auch Neumann, ATM J 63—1, 1935.

η) Messung an beliebig gestalteten Körpern. Über die Methoden von Drysdale und von Denso s. Handb. d. Phys. **16**, 726.

d) Magnetometermethode. Als Proben kommen in erster Linie Ellipsoide und Kegelstäbe in Betracht, für weniger genaue Messungen auch Zylinderstäbe, Rohre, Draht- und Blechbündel. Diese werden zur Messung so ausgerichtet, daß sie genau in der Achse der Magnetisierungsspule liegen. Die Magnetisierungsspule wird auf einem Schlitten, der sich auf der Magnetometerbank leicht verschieben läßt, so angeordnet, daß die Verlängerung der genau horizontal liegenden Achse durch die Mitte von m_1 geht. Die Spule liegt etwa an der Stelle von M

(Abb. 79). Auf dem anderen Ende der Bank ist eine zweite, ebenso gebaute Spule angebracht, die sog. Kompensationsspule, die ebenfalls vom Magnetisierungsstrom durchflossen wird. Vor dem Einlegen der Probe wird bei der höchsten Stromstärke, bei der noch eine Messung vorgenommen werden soll, durch Vor- und Zurückschieben der zweiten Spule diejenige Lage aufgesucht, bei der die Wirkungen beider Spulen auf das Magnetometersystem sich gegenseitig aufheben.

Bequemer ist die „momentfreie" Spule nach Steinhaus und Kußmann, ein System aus drei konzentrischen Einzelspulen, die so bemessen und geschaltet sind, daß sich jeweils für einen bestimmten Punkt der verlängerten Spulenachse ihre magnetischen Eigenmomente aufheben. Die genaue Abgleichung erfolgt elektrisch; die Temperaturkompensation bei Erwärmung der Spulen ist selbsttätig.

Steinhaus u. Kußmann, Phys. Z. **40**, 266, 1939.

Für die Messung und Berechnung der Magnetisierungsintensität wird auf S. 80 f., Abschn. β und γ verwiesen.

Bei der Berechnung der wahren Feldstärke gelten für Ellipsoide (und Kegelstäbe) streng die gleichen N wie bei der ballistischen Messung; für Zylinderstäbe usw. aber dürfen die „ballistischen" N nicht eingesetzt werden, sondern man kann hier die gleichen N wie bei Ellipsoiden von gleichem Dimensionsverhältnis verwenden, die — soweit bekannt — zu annähernd richtigen Werten von $\mathfrak{H}$ führen.

Die von Mann (Diss. Berlin 1895) experimentell bestimmten Werte — s. z. B. bei Gumlich, Leitfaden der magnetischen Messungen. Braunschweig 1918, S. 9 — sind wahrscheinlich nicht zuverlässiger.

e) Drehspulmethoden. α) Magnetisierungsapparat nach Köpsel-Kath. Für manche Zwecke, bei denen es darauf ankommt, das Ergebnis der magnetischen Messung möglichst schnell zu erhalten, selbst unter Verzicht auf größere Genauigkeit, ist ein Apparat erwünscht, der die unmittelbare Ablesung der Induktion gestattet. Der Magnetisierungsapparat nach Köpsel-Kath ist eine Jochanordnung, bei der die Induktion nicht wie bei der Jochmethode in der Probe selbst, sondern im Schlußjoch, also an einer anderen Stelle des gleichen magnetischen Kreises, bestimmt wird. Dazu ist das Joch (Abb. 68) durch einen zylindrischen Schlitz unterbrochen, in dem eine Drehspule Sp spielt, ähnlich wie beim Drehspulgalvanometer. Schickt man einen kleinen konstanten Hilfsstrom h durch die Spule Sp, so wird diese einen der im Joch herrschenden Induktion annähernd proportionalen Ausschlag zeigen, der auf einer in Einheiten der Induktion geteilten Skala abgelesen wird. Die Stromstärke h muß so eingeregelt werden, daß sie dem Probenquerschnitt q umgekehrt proportional ist; die Proportionalitätskonstante wird jedem Apparat beigegeben.

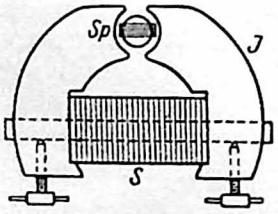


Abb. 68. Magnetisierungsapparat nach Köpsel-Kath

Die Bewicklung der Magnetisierungsspule S ist so bemessen, daß die ungescherte Feldstärke gleich dem 100 fachen des Magnetisierungsstromes ist. Dieser durchfließt außer der Hauptspule S noch zwei weitere Spulen mit wenigen Windungen, die auf den Jochschenkeln J sitzen und zur Verminderung der Scherung dienen. Die Scherung wird für verschiedenartige Werkstoffe mit Hilfe genau bekannter Normale ermittelt. Die Proben sollen eine Länge von 27 cm

haben; es können Stäbe und auch Blechbündel untersucht werden; die Stäbe haben normal einen Durchmesser von 6 mm, die Blechbündel eine Breite von 5 mm und eine Dicke von etwa 5 mm.

Köpsel, ETZ **15**, 214, 1894; Kath, ebd. **19**, 411, 1898; Orlich, ebd. **19**, 291, 1898; Burrows, Bull. Bur. Stand. **11**, 101, 1915 (Fehlerquellenuntersuchung). Auf dem gleichen Prinzip beruht der Magnetstahlprüfer von Hartmann u. Braun, Die Meßtechnik **6**, 286, 1930 u. Neumann, ATM J 66—2, 1934.

β) Doppeljoch-Magnetstahlprüfer der AEG nach Stäblein und Steinitz. Ein dreiarmiges Doppeljoch (Abb. 69) enthält im mittleren Luftspalt bei B eine Drehspule (ähnlich der im Köpselapparat), die auf einer Skala die Werte $\mathfrak{B} - \mu_0 \mathfrak{H} = 4\pi\mathfrak{J}$ anzeigt. Unmittelbar über der Probe im rechten Luftspalt rotiert eine Meßgeneratorspule (S. 94, Abschn. 3 Be), die die Feldstärke $\mathfrak{H}$ der Probe mißt. Die Magnetisierungsspulen F sind so hintereinander geschaltet, daß ohne Probe kein Feld im mittleren Luftspalt auftritt. Bei Vorhandensein einer Probe im rechten Luftspalt ist dann bei B ein Feld $\mathfrak{B} - \mu_0 \mathfrak{H}$ vorhanden.

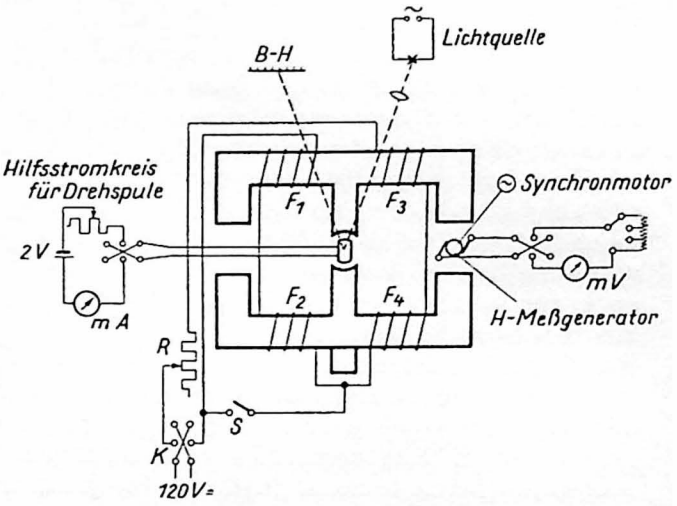


Abb. 69. Doppeljochmagnetstahlprüfer nach Stäblein und Steinitz

Stäblein u. Steinitz, Techn. Mitt. Krupp **3**, 129, 1935; Nitsche u. Pfaffenberger, ETZ **58**, 958, 1937; s. auch Neumann, ATM V 956—2, 1937.

f) Zugkraftmethode (Magnetische Waage)

Du Bois, Z. Instrkde. **20**, 113, 1900; v. Horvath, Diss. Berlin 1919.

B. Aufnahme der Induktionskurve mit Wechselstrom

Auch hier sind die auf S. 96 Abschn. a gegebenen Vorbemerkungen zu berücksichtigen.

Man versteht unter der „Wechselstrom-Induktionskurve" entweder $\mathfrak{B}_{max} = f_1(\mathfrak{H}_{max})$ oder $\mathfrak{B}_{eff} = f_2(\mathfrak{H}_{eff})$; hierbei sind die maximalen Momentanwerte mit dem Index max, die Effektivwerte mit eff bezeichnet. In der Technik wird auch vielfach von der Kurve $\mathfrak{B}_{max} = f_3(\mathfrak{H}_{eff})$ Gebrauch gemacht. Diese drei Funktionen f_1, f_2 und f_3 sind nicht identisch (besonders f_3 liegt wesentlich höher), und keine von ihnen stimmt mit der Kommutierungskurve überein (S. 97, Abschn. c α). Entsprechendes gilt für die Definition der „Wechselfeldpermeabilität".

Eine sehr wesentliche Rolle spielt der magnetische Hauteffekt; je höher die Frequenz des Wechselfeldes ist, um so geringer wird der magnetische Fluß im Innern des Ferrikums, um so kleiner auch seine scheinbare Permeabilität. Zur Untersuchung der magnetischen Eigenschaften eines Werkstoffes kommen

also nur sehr kleine oder weitgehend unterteilte Probenquerschnitte sowie kleine Frequenzen in Betracht.

Im allgemeinen benutzt man Ringproben, gelegentlich auch Proben mit freien Enden; Joche lassen sich nur verwenden, wenn die Jochkörper auch unterteilt sind.

Streifenjoch zum Ferrometer von Siemens & Halske, ATM J 60—3, 1937.

Die Induktion berechnet sich aus der an der Induktionsspule gemessenen induzierten EMK E (reine Eisenspannung, nicht Klemmenspannung) nach der Gleichung $\mathfrak{B}_{max} = \frac{E \cdot 10^8}{4 F w_s q f}$, worin F der Formfaktor der Spannungskurve, w_s die Windungszahl der Induktionsspule, q der Querschnitt des Ferrikums und f die Frequenz ist. F ist der Quotient aus Effektivwert und arithmetischem Mittelwert der Spannung; letzteren mißt man nach Rose und Kühns mit einem Drehspulinstrument, dem eine synchron angetriebene Unterbrecherscheibe vorgeschaltet ist, oder nach König mit Hilfe einer Gleichrichterröhre. f wird mit einem Zungenfrequenzmesser oder nach einer stroboskopischen Methode bestimmt. Zur Berechnung von E aus der gemessenen Klemmenspannung E_k muß zu dieser der Ohmsche Spannungsabfall in der Induktionsspule zugeschlagen werden. Für die Messung bei nicht zu kleinen Feldstärken lassen sich zur Bestimmung von $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{B}$ Strom- und Spannungszeiger benutzen. Bei kleinen Feldstärken bedient man sich einer Kompensationsmethode unter Verwendung eines Dynamometers mit Fadenaufhängung als Nullinstrument oder eines Drehspul- oder Nadelgalvanometers mit vorgeschaltetem, synchron angetriebenem Zungengleichrichter. Benutzt man ein Vibrationsgalvanometer, so ist zu beachten, daß man für $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{B}$ die Werte der Grundfrequenz erhält. Bei größeren Feldstärken arbeitet man mit möglichst sinusförmiger Spannung (Variation durch Änderung der Erregung einer Wechselstrommaschine mit sinusförmiger Spannung), bei kleinen Feldstärken mit sinusförmigem Strom (Variation durch Änderung des Vorschaltwiderstandes).

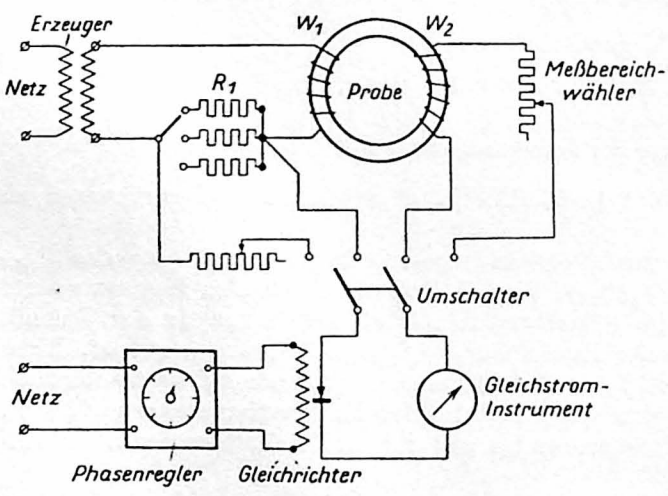


Abb. 70. Ferrometer nach Thal

Über Formfaktormessung s. König, Helv. Phys. Acta **3**, 249, 1930.

Eine sehr bequeme, fertige Anordnung zur Aufnahme der Wechselstrominduktionskurve ist das Ferrometer. Spannung und Strom (letzterer als Spannungsabfall an einem Normalwiderstand) werden mit Schwingkontakt-Gleichrichtern, die durch einen Phasenschieber gesteuert werden, gleichgerichtet und mit einem empfindlichen Lichtmarkengerät gemessen (Abb. 70). Die Messung liefert zusammengehörige

Werte von Fluß (bzw. Induktion) und Feldstärke. An das Ferrometer läßt sich auch ein Koordinatenschreiber anschließen, der die Wechselstrominduktionskurven selbsttätig aufzeichnet.

Thal, ATM J 60—2, 1934 u. V 951—2, 1935.

C. Bestimmung einzelner ferromagnetischer Eigenschaften

a) Anfangspermeabilität und Permeabilitätsanstieg; reversible Permeabilität. Bestimmt man mit empfindlichen Methoden die Permeabilität bei Feldstärken, die sehr klein sind gegen die Koerzitivkraft, und trägt die gefundenen Werte in Abhängigkeit von $\mathfrak{H}$ auf, so ist die erhaltene Kurve im allgemeinen eine gerade Linie. Der Punkt, in dem diese die μ-Achse schneidet, ist die sog. Anfangspermeabilität μ_a und die Neigung der Geraden $\left[\frac{d\mu}{d\mathfrak{H}}\right]_0$ der sog. Permeabilitätsanstieg oder Anstiegfaktor.

Geht man nicht vom Nullpunkt der Induktionskurve, sondern von einem beliebigen anderen Punkt der Nullkurve oder Schleife aus, und zwar so, daß der erste kleine Schritt der Feldänderung in umgekehrter Richtung erfolgt wie der vorherige Feldverlauf, so erhält man in gleicher Weise die „reversible Permeabilität"; auch die Wechselstromverfahren zu ihrer Messung sind die gleichen wie bei der Anfangspermeabilität.

Zur genauen Messung eignen sich Ringe, Ellipsoide und Kegelstäbe; alle Jochmethoden sind ungeeignet. Für die Messung an Stäben, Drähten und Blechbündeln sind folgende Methoden im Gebrauch.

α) Messung an Stabproben. Nach Gumlich und Rogowski legt man sich auf eine bestimmte Stabform etwa mit dem Dimensionsverhältnis 55 (33 cm Länge, 0,6 cm Durchmesser) fest, benutzt immer die gleiche Induktionsspule von möglichst geringer Länge und mehreren tausend Windungen, sowie ein besonders empfindliches ballistisches Galvanometer. Etwa fünf solcher Stäbe, die eine möglichst verschiedene Anfangspermeabilität haben sollen, werden nacheinander mit der Induktionsspule in eine geeignete Magnetisierungsspule gebracht, sehr sorgfältig entmagnetisiert und dann einem sehr kleinen Felde ausgesetzt. Nach mehrfachem Kommutieren des Feldes wird der zugehörige Induktionsausschlag gemessen. Das wiederholt man bei etwa sechs immer größeren Feldstärken. Die Stäbe werden dann zu Ellipsoiden oder Kegelstäben abgedreht und bei den gleichen Feldstärken noch einmal beobachtet. Die Ausschläge sind dann kleiner als die an den Zylinderstäben erhaltenen; sie betragen je nach der Feldstärke und dem Werkstoff das 0,85—0,94fache. Diese Faktoren trägt man in Abhängigkeit von der Größe des bei der kleinsten Feldstärke erhaltenen Ausschlages in ein Kurvenblatt auf und erhält so für jede Feldstärke eine Kurve. Zur Bestimmung der Anfangspermeabilität eines beliebigen Probestabes von gleichen Abmessungen entnimmt man, nachdem man den Ausschlag bei der niedrigsten Feldstärke beobachtet hat, aus der Kurvenschar die entsprechenden Faktoren für die Ausschläge bei den verschiedenen Feldstärken. Nachdem man damit die an dem Probestab erhaltenen Ausschläge reduziert hat auf solche, die man an einem gleichdimensionierten Ellipsoid aus dem gleichen Werkstoff erhalten hätte, rechnet man ebenso weiter, als ob man unmittelbar an einem solchen Ellipsoid gemessen hätte.

Bei dieser Methode, die bei einiger Sorgfalt selbst bei hochpermeablen Stoffen ziemlich genaue Ergebnisse liefert, ist besonders auf die Ausschließung von Stör-

feldern zu achten, und zwar auch von Wechselfeldern, die die Permeabilität scheinbar vergrößern. Auch die Luftlinienkorrektion ist wichtig, zumal bei Induktionsspulen mit größerer Windungsfläche.

Gumlich u. Rogowski, ETZ **32**, 180, 1911.

β) Messung an Drähten. Bei der Methode von Steinhaus dienen 50 cm lange Drähte von 1 mm Durchmesser als Proben. Mit einer Induktionsspule von etwa 8 cm Länge und 2000 Windungen befinden sie sich in einer Magnetisierungsspule, die auf ein Glas- oder Porzellanrohr von 1 m Länge mit Metallband so gewickelt ist, daß zur Herstellung einer scheinbaren Feldstärke von 1 Ø eine Stromstärke von 1 A gehört. Diese Spule wird mit Wechselstrom von 20 Per/s beschickt. Die Spannung an den Enden der Induktionsspule wird durch diejenige an den Enden der Sekundärspule einer gegenseitigen Induktivität kompensiert, deren Primärspule über einem induktionsfreien Regelwiderstand an die Primärspannung angeschlossen ist. Als Nullinstrument dient ein Vibrationsgalvanometer, dem, wenn nötig, eine Verstärkeranordnung für 20 Per/s vorgeschaltet werden kann. Aus der Größe der gegenseitigen Induktivität und der Vorwiderstände errechnet sich leicht die scheinbare Permeabilität $\mu' = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}'}$ und aus dieser wieder die wahre Permeabilität μ nach der Formel

$$\mu = \frac{\mu'}{1 - \frac{N}{4\pi}\mu'}.$$

Steinhaus, Z. techn. Phys. **7**, 492, 1926. Ferner Vogel, Phys. Z. **27**, 544, 1926; Neumann, Wiss. Veröff. Siemenskonzern **10**, 2. Heft, 55, 1931.

γ) Messung an Blechproben. Die Probe besteht aus genau 1 kg Blechstreifen von 500 × 30 mm, die gebündelt sind. Sie wird in einer Differentialanordnung bei freien Probenenden mit einem Normal verglichen (Abb. 71). Ein Wechselstrom von 25 Per/s durchfließt den Vorwiderstand W_v und die beiden etwa 80 cm langen Magnetisierungsspulen M_n und M_x. W_v dient zur Einstellung der kleinen Feldstärken, bei denen die Permeabilität gemessen wird. M_n und M_x sind aus Metallband gewickelt, so daß ihre Feldkonstanten möglichst einander gleich sind (= etwa 1). Die kurzen Induktionsspulen J_n und J_x haben gleiche Windungszahl (je 2000) und sind mit zwei induktionsfreien Widerständen W_n und W_x in eine Brückenanordnung zusammengeschaltet. Als Nullinstrument dient ein Vibrationsgalvanometer V. Bei der Messung wird W_n numerisch gleich μ_n' $\left(\text{scheinbare Permeabilität } \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}'}\right)$ des Bündels N gemacht; nach dem Abgleichen der Brücke durch Einregulieren von W_x ist dann zahlenmäßig das gesuchte $\mu_x' = W_x$. Sind die Verluste von N und X nicht gleich, so besteht zwischen den beiden Seiten der Brückenanordnung eine kleine Phasenverschiebung, so daß sich das Galvanometer nicht ganz auf Null bringen läßt; zum Ausgleich

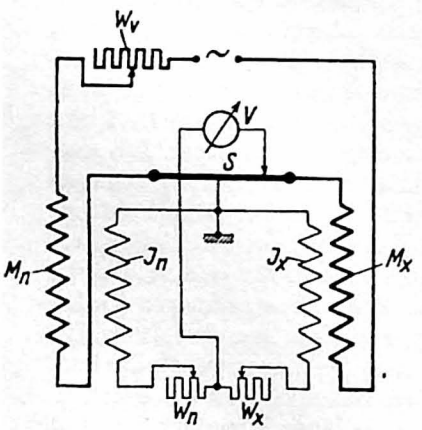


Abb. 71. Differentialanordnung zur Bestimmung der Anfangspermeabilität

wird eine kleine Spannung von einem Schleifdraht S, der zwischen den beiden Magnetisierungsspulen liegt, in die Brücke hereingenommen. Aus den bei verschiedenen kleinen Feldstärken $\mathfrak{H}'$ gewonnenen μ_x' wird zunächst μ_a' extrapoliert und daraus nach der Gleichung $\mu_a = \frac{\mu_a'}{1 - \frac{N}{4\pi}\mu_a'}$ die Anfangspermeabilität selbst berechnet. Da für alle Proben Länge und Breite der Blechstreifen sowie das Gesamtgewicht gleich ist, unterscheiden sich die Entmagnetisierungsfaktoren N je nach dem spezifischen Gewicht des Werkstoffs um ein wenig. Man kann sich leicht für alle gebräuchlichen Blecharten Kurven aufstellen, aus denen man für jedes praktisch vorkommende μ' das zugehörige μ entnehmen kann.

Fremdfelder sind sorgfältig auszuschließen; auch die Leitungen der Versuchsanordnung selbst müssen so verlegt sein, daß ihr magnetisches Feld die Bündel nicht beeinflussen kann. Die Magnetisierungsspulen liegen genau senkrecht zur Erdfeldrichtung. Die Bündel sind vor Beginn der Messung in der Anordnung zu entmagnetisieren; wenn nötig, müssen sie in einer Spule mit größerer Feldkonstanten vorentmagnetisiert werden. Werkstoffe, deren zeitliche Desakkommodation merkbar ist, sind nicht zur Herstellung von Normalen geeignet. Normale können von der Phys.-Techn. Reichsanstalt geprüft werden.

Steinhaus u. Schoen, Z. Instrkde. **50**, 306, 1930.

b) Koerzitivkraft. Die Koerzitivkraft $\mathfrak{H}_c$ ist definiert als diejenige entmagnetisierende Feldstärke, welche die größtmögliche remanente Magnetisierung ($_{\mathfrak{J}}\mathfrak{H}_c$) bzw. remanente Induktion ($_{\mathfrak{B}}\mathfrak{H}_c$) gerade zum Verschwinden bringt. Es ist also bei der Messung zunächst bis möglichst zur Sättigung zu magnetisieren und dann das Feld fortzunehmen. Das letztere muß durchaus kontinuierlich oder in sehr kleinen Sprüngen geschehen. Man arbeitet zweckmäßig mit völlig freien Probenenden, so daß sich die Probe nach dem Aufhören des Feldes in der scheinbaren Remanenz befindet. Die Probenform und die Größe des Entmagnetisierungsfaktors ist bei der $_{\mathfrak{J}}\mathfrak{H}_c$-Messung ohne Bedeutung; es ist nur darauf zu achten, daß wirklich bis ins Sättigungsgebiet ($\mathfrak{J} > 0{,}8\,\mathfrak{J}_\infty$) magnetisiert wird Dazu kann besonders bei Proben von kleinem Dimensionsverhältnis sowie bei Dauermagnetstahl die Anwendung des Verfahrens von Schramkow und Janowsky erforderlich werden. Dieses besteht darin, daß dem höchsten magnetisierenden Felde ein Wechselfeld von anfangs großer, dann kontinuierlich bis auf Null abnehmender Amplitude überlagert wird; man bedient sich dazu einer besonderen Wicklung.

Nach dem Erreichen der scheinbaren Remanenz wird der Strom in umgekehrter Richtung durch die Magnetisierungsspule geschickt und kontinuierlich so lange verstärkt, bis die Magnetisierung bzw. die Induktion der Probe gerade Null geworden ist. Die in der Spule herrschende Feldstärke ist dann die Koerzitivkraft der Probe: $_{\mathfrak{J}}\mathfrak{H}_c$ (bzw. $_{\mathfrak{B}}\mathfrak{H}_c$) $= \mathfrak{H}' = Ci$.

Um das Verschwinden der Magnetisierung ($_{\mathfrak{J}}\mathfrak{H}_c$-Messung) festzustellen, kann man sich verschiedener Methoden bedienen. Die gebräuchlichste benutzt dazu ein Magnetometer. Nachdem die beiden Spulen des Magnetometers in eine solche Entfernung vom Magnetometersystem gebracht sind, daß ihre Wirkungen sich an der Stelle des Systems kompensieren, wird die Probe in die eine Spule eingelegt und mehreren Magnetisierungszyklen bis ins Sättigungsgebiet unterworfen. Nach dem letzten Zyklus wird die Feldstärke kontinuierlich bis auf

Null herunter geregelt; auch die weiteren Änderungen erfolgen kontinuierlich. Als Nullpunkt des Magnetometers, bei welchem sich die Probe im Zustand der Koerzitivkraft befindet, gilt hier die Mitte zwischen denjenigen beiden Magnetometerausschlägen, die der positiven und negativen scheinbaren Remanenz entsprechen. Für genaue Messungen stellt man den Punkt der Koerzitivkraft nicht direkt ein, sondern interpoliert ihn aus kleinen positiven und negativen Magnetometerausschlägen.

Man kann auch mit Hilfe einer Schwingspule auf Verschwinden der Kraftlinien-Divergenz oder nach dem Meßgenerator-Verfahren (S. 94, Abschn. e) auf Verschwinden der Normalkomponente des Feldes in der Nähe der Probe (Koerzimeter nach Neumann) oder darauf einstellen, daß die Feldstärke unmittelbar vor der Probe gleich der äußeren Feldstärke $\mathfrak{H}' = Ci$ wird (Koerzimeter nach Steinhaus und Kußmann).

Das Verschwinden der Induktion ($_{\mathfrak{B}}\mathfrak{H}_c$-Messung) stellt man am einfachsten nach der auf S. 88, Abschn. b beschriebenen Abziehmethode fest; die Meßspule *Sp* muß dabei ganz aus der Magnetisierungsspule *M* entfernt werden. Die so erhaltene „scheinbare Induktionskoerzitivkraft" ist dann noch durch $1 - \frac{N}{4\pi}$ zu dividieren, wenn es sich um Werkstoffe mit großer Koerzitivkraft und kleiner Remanenz handelt.

Sehr ausführliche zusammenfassende Darstellung s. Neumann, ATM V 957—1 u. 2, 1939.

c) Wahre Remanenz. Die wahre Remanenz $\mathfrak{B}_r$ ist diejenige Induktion, welche nach einer Magnetisierung bis zur Sättigung zurückbleibt, wenn die wahre Feldstärke kontinuierlich bis auf Null herunter geregelt wurde. Bei ihrer Messung ist man, wie bei der der Induktion überhaupt, an bestimmte Probenformen gebunden, die sowohl bei freien Enden wie auch im mehr oder weniger geschlossenen Kreis untersucht werden können. Die Bestimmung des Wertes $\mathfrak{B}_r$ geschieht entweder mit dem Magnetometer oder dem ballistischen Galvanometer. Bei der ersteren Methode erhält man $\mathfrak{B}_r$ unmittelbar, bei der letzteren in der Weise, daß man durch einen Sprung von $\mathfrak{B}_r$ nach $-\mathfrak{B}_{max}$ zunächst den Wert $(\mathfrak{B}_{max} + \mathfrak{B}_r)$ und dann durch Kommutieren des Höchstfeldes den Wert $\mathfrak{B}_{max}$ bestimmt, den man von $(\mathfrak{B}_{max} + \mathfrak{B}_r)$ subtrahiert.

Das Verschwinden der wahren Feldstärke wird festgestellt mittels einer sehr kleinen Magnetnadel, die möglichst dicht über der Mitte der Probe leicht drehbar schwebt. Befindet sich die Probe innerhalb einer Magnetisierungsspule, so muß natürlich die Bewegung der Nadel nach außen sichtbar gemacht werden. Bei Verwendung eines Joches bringt man die magnetisierenden Windungen am besten auf den Jochbacken an, damit die Probe selbst leicht zugänglich bleibt. Die Magnetnadel wird im allgemeinen die gleiche Richtung wie die Probe einnehmen; nur wenn die wahre Feldstärke Null ist, wird sie sich senkrecht dazu einstellen, vorausgesetzt, daß die Magnetisierungsrichtung senkrecht zum magnetischen Meridian liegt.

Eine andere Methode zum Nachweis von $\mathfrak{H} = 0$ ist das Kommutieren oder das Abheben eines magnetischen Spannungsmessers; wenn der Spannungsmesser dabei direkt auf der Probe aufliegt, ist dies das genaueste Verfahren.

Bei Verwendung eines Joches bringt man die magnetisierenden Windungen am besten auf den Jochbacken an, damit die Probe selbst leicht zugänglich bleibt.

Auch bei der Messung der Remanenz ist es unbedingt erforderlich, die Feldänderung vom Maximum bis zum Verschwinden des wahren Feldes kontinuierlich oder mindestens in vielen kleinen Sprüngen vorzunehmen; anderenfalls wird der Wert der Remanenz leicht zu klein gemessen.

Brion-Vieweg, Starkstrommeßtechnik. Berlin 1933, S. 167.

d) Sättigungswert. Mit immer weiter wachsender Feldstärke nähert sich $\mathfrak{B} - \mu_0 \mathfrak{H} = 4\pi\mathfrak{J}$ einem Grenzwert $4\pi\mathfrak{J}_\infty$, dem sog. Sättigungswert. Man erhält ihn allgemein, indem man bei hohen Feldstärken $\frac{4\pi\mathfrak{J}}{\mathfrak{H}} = 4\pi\varkappa$ bestimmt, in der Abhängigkeit von $4\pi\mathfrak{J}$ aufträgt und die Kurve bis zu $4\pi\varkappa = 0$ extrapoliert; die Kurve trifft die $4\pi\mathfrak{J}$-Achse im Punkte $4\pi\mathfrak{J}_\infty$. Für viele Werkstoffe, besonders für die hochpermeablen, ändert sich der Wert $4\pi\mathfrak{J}$ bei höheren Feldstärken praktisch nicht mehr; in diesen Fällen kann die Extrapolation unterbleiben.

Je höher die Anfangspermeabilität eines Werkstoffes ist, um so leichter sättigt er sich bei höheren Feldstärken. Es ist daher verhältnismäßig leicht, bei hochpermeablen Proben in Magnetisierungsspulen den Sättigungswert zu bestimmen. Aber schon bei gutem Weicheisen versagt diese Methode, es sei denn, daß man besonders konstruierte Magnetisierungsspulen mit Wasserkühlung benutzt.

Man hat daher schon seit langem von sog. Isthmusanordnungen Gebrauch gemacht, bei denen sehr hohe Feldstärken in verhältnismäßig kleiner Ausdehnung durch Einengung eines magnetischen Flusses von größerem Querschnitt auf einen kleineren Querschnitt (Isthmus) erreicht werden. Man mißt die Induktion mit einer Spule, die sich unmittelbar auf dem Isthmus befindet. Darauf sind eine Reihe weiterer Spulen aufgewickelt, die alle die gleiche Windungszahl wie die Induktionsspule haben. Durch Gegenschaltung je zweier Spulen läßt sich die Feldstärke in dem Ringgebiet zwischen diesen Spulen bestimmen. Man erhält so eine Reihe von Feldstärken in verschiedenen Abständen von der Eisenoberfläche und kann leicht auf die Feldstärke im Eisen extrapolieren.

Die ursprüngliche Ewingsche Methode (auch in ihrer von Gumlich verbesserten Form) wird heute kaum noch angewandt. An ihre Stelle ist die Joch-Isthmusmethode von Gumlich getreten, welche den entscheidenden Vorzug besitzt, daß man den Sättigungswert an den gleichen Stab- oder Blechproben bestimmen kann, die auch bei kleineren und mittleren Feldstärken z. B. nach der Jochmethode untersucht wurden. Abb. 72 zeigt die Anordnung für 6 mm starke Stabproben. In der Magnetisierungsspule eines Schlußjoches, das aus legiertem Eisen besteht, befindet sich ein etwa $2\frac{1}{2}$ cm dicker zylindrischer Einsatz aus weichem Eisen LR, der eine axiale Bohrung von 6 mm Durchmesser besitzt und in der Mitte der Magnetisierungsspule auf eine Länge von etwa 12 mm unterbrochen ist (zwischen A, B, C und D), in dieser Unterbrechung sind die konzentrischen Meßspulen 1, 2, 3 und 4 untergebracht. Ein in die Bohrung hereingesteckter 6 mm dicker Stab bildet dann

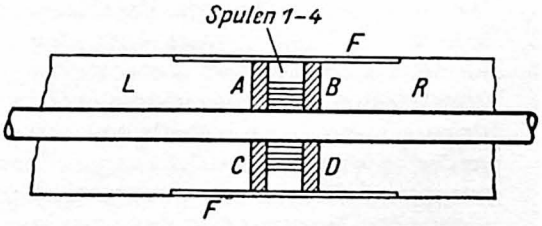


Abb. 72. Joch-Isthmus-Methode nach Gumlich

an dieser Stelle den Isthmus, in welchem man eine Induktion bis zu etwa 30000 Gauß (bei weichem Eisen einer Feldstärke von über 8000 Ø entsprechend) erreichen kann. Die beiden Teile des zylindrischen Einsatzes werden durch ein Messingrohr FF zusammengehalten. Es ist zweckmäßig, zwischen Magnetisierungsspule und Einsatz einen wasserdurchflossenen Kühler anzubringen, um die Stromwärme von der Probe fernzuhalten.

Mißt man den Sättigungswert in einer geeigneten Magnetisierungsspule bei freien Probenenden, so zieht man (ohne den Strom zu kommutieren) die kurze Induktionsmeßspule von der Mitte der Probe ab, jedoch so, daß sie noch im Feld der Spule bleibt. Der entsprechende Ausschlag am ballistischen Galvanometer ist dann $4\pi\mathfrak{J}\left(1-\frac{N'}{4\pi}\frac{q'}{q}\right)$ proportional; zieht man den Klammerausdruck mit in die Galvanometerkonstante, so ergibt sich das gesuchte $4\pi\mathfrak{J}$ unmittelbar aus dem Galvanometerausschlag. Man braucht also hier die Feldstärke $\mathfrak{H}$ nicht zu kennen; die Extrapolation auf $4\pi\mathfrak{J}_\infty$ läßt sich mit $4\pi\varkappa' = \frac{4\pi\mathfrak{J}}{\mathfrak{H}'}$ vornehmen. Der Entmagnetisierungsfaktor N' ist nicht gleich dem „ballistischen" Entmagnetisierungsfaktor N, da die rückwirkenden magnetischen Belegungen bei Sättigung in den Endflächen des Probestabes liegen. $\frac{N'}{4\pi}$ ist hier gleich $\frac{1}{2p^2}$ zu setzen, wo p wieder das Dimensionsverhältnis bedeutet. An Stelle einer einzelnen Induktionsspule lassen sich auch zwei in einigem Abstand starr miteinander verbundene Spulen benutzen; sie gleiten so auf einem dünnen Rohr, welches die Probe umschließt, daß in der einen Endlage die eine Spule, in der anderen die andere Spule sich über der Mitte der Probe befindet. Die ganze Anordnung ist auch hier von einem Kühler umgeben.

Gumlich, Arch. El. 2, 465, 1914.

D. Messung der Verluste bei Wechselmagnetisierung

Der Gesamtverlust im Eisen setzt sich zusammen aus dem Hysterese- und dem Wirbelstromanteil. Man erhält diese Anteile einzeln, wenn man bei verschiedenen Frequenzen (etwa 25 und 50 Per/s) mißt, den erhaltenen Gesamtverlust durch die Frequenz dividiert, diese Werte in der Abhängigkeit von der Frequenz aufträgt und durch die Punkte eine Gerade legt. Der auf 0 Per/s extrapolierte Wert stellt den Hystereseverlust dar.

a) Wattmetermethode. Verlustmessungen an Eisenblech haben wegen seiner Verwendung zum Bau von Maschinen und Transformatoren eine große technische Bedeutung. Man benutzt entweder Pakete von ausgestanzten Ringen oder Bündel (je 2500 g) von 3 cm breiten und 50 cm langen, geraden Streifen. Alle Einzelbleche sind gegeneinander durch Lack oder Seidenpapier isoliert. Die Ringe erhalten eine Induktions- und eine Magnetisierungswicklung. Die Bündel werden in vier, im Quadrat angeordnete Doppelspulen (Epstein-Apparat) so eingeschoben, daß sie einen magnetischen Kreis mit möglichst geringer Streuung bilden. Die Messung des Verlustes geschieht mit dem Wattmeter.

Sehr eingehende Anleitung zu solchen Messungen s. bei Gumlich, Leitfaden d. magnetischen Messungen. Braunschweig 1918, S. 144 bis 169; daselbst auch Methoden von Möllinger, Richter, Lloyd. S. auch Brion-Vieweg, Starkstromtechnik. Berlin 1933, S. 169ff.

b) Brückenmethoden. Sehr bequeme und genaue Methoden, die den Vorzug leichter Auswertung der Meßergebnisse, insbesondere bei der Trennung der Verluste, haben.

Hohle, Arch. El. **25**, 813, 1931.

c) Differentialmethode. Vergleich zweier ähnlicher Proben in zwei Epstein-Apparaten mit Hilfe eines Differentialwattmeters; die eine der beiden Proben, deren Verluste bekannt sind, dient als Normal.

Näheres s. bei van Lonkhuyzen ETZ **32**, 1131, 1911 u. **33**, 531, 1912; Wever u. Lange, Mitt. KWI. Eisenforsch. Abh. 115, 1928.

d) Ferrometermethode. Da das Ferrometer (S. 106) außer Strom und Spannung auch den Phasenwinkel mittels des Phasenreglers zu messen gestattet, lassen sich mit ihm Verlustmessungen sehr bequem und rasch durchführen.

Thal, ATM J 60—2, 1934.

e) Messung mit dem Eisenblechprüfgerät der AEG, s. ATM J 65—2, 1933.

5. Messungen an schwachmagnetischen Stoffen

A. Allgemeines

Für das Vakuum setzt man $\varkappa = 0$. Ein schwach magnetisierbarer Stoff heißt paramagnetisch, wenn $\varkappa > 0$, diamagnetisch, wenn $\varkappa < 0$. Wegen der Kleinheit von $\varkappa$ haben geringste Beimengungen ferromagnetischer Stoffe, soweit sie nicht in fester Lösung sind, entstellenden Einfluß sowohl auf die absolute Größe und das Vorzeichen von $\varkappa$ wie auf die Abhängigkeit von $\mathfrak{H}$, welche für schwach magnetisierbare Stoffe bei erreichbaren Feldstärken unmerklich ist. So stammt der scheinbare Paramagnetismus von Kupfer (diamagnetisch) u. dgl. nicht selten von Eisenteilchen an der Oberfläche, auch von eisenhaltigem Lack. Man kocht solche Gegenstände mit verdünnter Schwefelsäure und spült sie danach mit heißem Wasser.

Auf einen kleinen para- oder diamagnetischen Körper vom Volum v wirkt im Felde $\mathfrak{H}$ in der Richtung x eine Kraft $\varkappa v \mathfrak{H} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x}$. Im gleichförmigen Felde verschwindet die Kraft. Im ungleichförmigen Felde wird ein paramagnetischer Körper nach Stellen größerer, ein diamagnetischer nach Stellen kleinerer Feldstärke getrieben. Zwischen den nahe punktförmigen Polen eines starken Elektromagneten stellt sich daher im Vakuum ein drehbar aufgehängtes paramagnetisches Stäbchen axial, ein diamagnetisches äquatorial. Bei anderer Polform kann die Wirkung der Struktur des Feldes entsprechend verändert sein.

Befindet sich der Körper (Magnetisierungskoeffizient $\varkappa$) in einem Mittel vom Magnetisierungskoeffizienten $\varkappa_0$, so ist $\varkappa - \varkappa_0$ für die ponderomotorischen Wirkungen des Magnetfelds auf den Körper maßgebend.

Für Luft (18°) ist $\varkappa \cdot 10^6 = +0{,}029$, für Wasser (18°) $\varkappa \cdot 10^6 = -0{,}720$, bezogen auf das Vakuum. Über andere Gase Tab. 67, Flüssigkeiten Tab. 66, feste Körper Tab. 65.

Spezifische Suszeptilität χ nennt man den Quotienten aus $\varkappa$ und der Dichte s des Stoffs. Für Gase ist χ unabhängig vom Druck. Das Produkt aus χ und dem Molekular- oder Atomgewicht heißt Molekular- oder Atomsuszeptibilität.

Der Einfluß der Temperatur ist verwickelt. Mit zahlreichen Ausnahmen gelten die auch theoretisch begründeten Curieschen Regeln: Der Diamagnetismus ist unabhängig von der Temperatur; der Paramagnetismus ist umgekehrt proportional der absoluten Temperatur. $C = \chi T$ heißt Curiesche Konstante.

Häufig gilt in weitem Temperaturbereich $C = \chi(T + \Delta)$, wo C und Δ für den Stoff charakteristische Konstanten sind.

Da sich relative Messungen von $\varkappa$ weit genauer ausführen lassen als absolute, mißt man meist den Unterschied gegen eine Normalsubstanz, z. B. Wasser (s. oben).

B. Meßverfahren

a) Messung mit der Drehwaage. Der horizontale Arm einer empfindlichen Drehwaage hat am einen Ende einen vertikalen Fortsatz. An dessen unterem Ende befestigt, taucht die zu untersuchende Probe in ein starkes ungleichmäßiges Feld. Die auf sie wirkende Kraft wird durch Kompensation des Ausschlags gemessen; dazu wird entweder die Torsion des Aufhängefadens benutzt oder ein Elektrodynamometer mit einer festen und einer mit der Drehwaage drehbaren Spule (Terry). Der Nullpunkt wird mit Fernrohr, Spiegel und Skala oder mit Mikroskop und Marke beobachtet.

Chéneveau, Phil. Mag. **20**, 357, 1910; Terry, Phys. Rev. **9**, 394, 1917; Anwendung auf Gase (in Glaskugeln) bei Tänzler, Ann. Phys. **24**, 931, 1907; auf Kristalle Voigt u. Kinoshita, ebd. **24**, 492, 1907; auf Flüssigkeiten (Temp.-Koeff.); Cabrera u. Duperier, J. phys. et le Rad. **6**, 121, 1925.

Bei der Methode von Curie und Chéneveau wird nicht kompensiert, sondern es werden die maximalen Ausschläge beobachtet, die man erhält, wenn man ein starkes inhomogenes Feld (permanenter Ringmagnet) vorsichtig der Probe nähert.

Curie u. Chéneveau, J. phys. (3) **4**, 197 u. 263, 1895; (4) **2**, 796, 1903; Chéneveau, C. R. **150**, 1317, 1910.

b) Messung mit der Pendelwaage. Nur durch die Art der Aufhängung verschieden ist die Methode (Weiß und Foëx), den Probekörper und eine Dynamometerspule an einem horizontalen Quarzstab zu befestigen, der durch doppelte bifilare Aufhängung nur parallel seiner Längsrichtung ($\perp \mathfrak{H}$) pendeln kann. Man kompensiert den Ausschlag wieder elektrodynamometrisch. Probe und Vergleichskörper bringt man an die Stelle maximaler Feldwirkung.

Vgl. Foëx, Ann. phys. **16**, 196, 1921; mit Forrer, J. phys. et le Rad. **7**, 180, 1926. Über eine neue Form des „Pendelmagnetometers" s. Keehan, Rev. sci. instr. **5**, 265, 1934.

c) Wägungsmethode. Ein Zylinder (Querschnitt q cm^2) vom Magnetisierungskoeffizienten $\varkappa$ wird mittels Kokonfadens o. dgl. vertikal am Arm einer sehr empfindlichen Waage aufgehängt, so daß das eine Ende zwischen die Pole eines kräftigen Elektromagneten kommt. Die hier möglichst gleichmäßige Feldstärke sei $\mathfrak{H}$, am andern Ende des Zylinders sei noch ein schwaches Feld $\mathfrak{H}'$. Die beim Erregen des Elektromagneten eintretende, mikroskopisch beobachtete Vertikalverschiebung des Zylinders werde durch m g Gewichtsänderung auf der Waagschale kompensiert. Dann gilt, wenn das umgebende Mittel den Magnetisierungskoeffizienten $\varkappa_0$ hat und g die Fallbeschleunigung ist,

$$\varkappa - \varkappa_0 = \frac{2mg}{q(\mathfrak{H}^2 - \mathfrak{H}'^2)}.$$

$\mathfrak{H}'^2$ ist meist zu vernachlässigen.

Die Methode läßt sich auf Flüssigkeiten anwenden, wenn an Stelle des Zylinders ein mit Flüssigkeit gefülltes Glasröhrchen an die Waage gehängt wird.

Pascal, C. R. **150**, 1054, 1910. Anwendung auf Gase bei Sonné, Phil. Mag. **39**, 305, 1920; Sci. Rep. Tok. Univ. **11**, 139, 1922. Eine Waage im Vakuum für sorbierte Gase bei Aharoni u. Simon, Z. phys. Chem. B, **4**, 175, 1929.

d) Manometermethode. Das Verfahren ist auf S. 94, Abschn. d beschrieben. Aus den dortigen Gleichungen folgt unter Berücksichtigung des Magnetisierungskoeffizienten $\varkappa_0$ des umgebenden Gases

$$\varkappa - \varkappa_0 = \frac{2hsg}{\mathfrak{H}^2}.$$

S. z. B. Weiss u. Piccard, C. R. **155**, 1234, 1912.

Nullmethode. Der enge Schenkel des U-Rohres wird in Höhe der Pole abgeschnitten und eben geschliffen. Man mißt vor und nach Erregung des Magnetfeldes die Gasdrucke über dem weiten Schenkel, durch die erreicht wird, daß sich an dem ebenen Rohrende ein fast ebener, durch Spiegelung geprüfter Flüssigkeitsmeniskus bildet. Die Druckdifferenz werde an einem Flüssigkeitsmanometer (h', s') abgelesen, dann tritt oben $h's'$ an Stelle von hs.

Vgl. u. a. de Haas u. Drapier, Ann. Phys. **42**, 673, 1913; Piccard u. Devaud, Arch. sci. phys. et nat. **2**, 455, 1920. Auch die Ausflußgeschwindigkeit aus dem engen Rohre wird als Indikator für die Gleichheit des Drucks mit und ohne Magnetfeld benutzt; Liebknecht u. Wills, Ann. Phys. **1**, 178, 1900.

e) Kompensationsmethoden. Einen festen Stoff (Stab, Platte) hängt man nach Art der Drehwaage (S. 114) oder bifilar zwischen die Pole eines Elektromagneten und taucht ihn in eine Flüssigkeit, deren $\varkappa_0$ durch Mischung (Verdünnung) so abgeglichen wird, daß keine ponderomotorische Wirkung eintritt. Dann ist $\varkappa = \varkappa_0$. Oder man interpoliert zwischen zwei Flüssigkeiten, deren $\varkappa_0$ bekannt ist.

Koenigsberger, Wied. Ann. **66**, 698, 1898.

Eine paramagnetische wäßrige Salzlösung wird so lange verdünnt, bis ihr Paramagnetismus durch den Diamagnetismus des Wassers kompensiert ist (du Bois). Dann gilt im allgemeinen, wenn χ_s und χ_w die spezifische Suszeptibilität des Salzes und des Wassers, c das Massenverhältnis Salz : Wasser bedeutet,

$$\chi_s = -\frac{\chi_w}{c}$$

(G. Wiedemann). Die Methode ist in starkem Felde äußerst empfindlich und verlangt nur wenige Gramm Lösung. Als Kriterium der Unmagnetisierbarkeit der Lösung dient die Unveränderlichkeit des Meniskus in einem Kapillarrohr.

Liebknecht u. Wills, a. a. O.; du Bois u. Liebknecht, Ann. Phys. **1**, 189, 1900. Zusammenfassender Bericht über Salze Weber, Jahrb. Rad. El. **12**, 74, 1915; s. auch Decker, Ann. Phys. **79**, 324, 1926.

f) Ablenkung eines Atomstrahls im Magnetfeld. Die Methode dient zum Nachweis des magnetischen Moments freier Atome.

Metalldampf wird aus einem Vakuumöfchen durch Blenden als feiner Strahl in einen hochevakuierten Raum geleitet, in dem er ein inhomogenes Magnetfeld $\mathfrak{H}$, welches vom schneidenförmigen Polschuh eines Elektromagneten ausgeht, längs der Schneide, also senkrecht zu $\mathfrak{H}$, durchläuft. Bei dieser Anordnung ändert sich

$\mathfrak{P}$ in der Richtung s des Feldes, also senkrecht zum Strahl, stark. Besitzt ein Atom das magnetische Moment $\mathfrak{m}$, in der Richtung s die Komponente $\mathfrak{m}_s$, so wird es mit der Kraft $\mathfrak{m}_s \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial s}$ aus seiner Bahn abgelenkt, und zwar in Richtung des Feldes oder entgegengesetzt, je nachdem das magnetische Moment mit seinem positiven Pol in die Richtung zu- oder abnehmenden Feldes zeigt. Beim Auftreffen auf einen Schirm hinterläßt der Strahl mit und ohne magnetische Ablenkung eine Spur, die allerdings manchmal erst durch Entwicklung sichtbar gemacht werden muß.

Zweckmäßig sind spaltförmige Blenden für den Strahl und Polschuhe nach Abb. 73. Der Schneide (6 cm lang) gegenüber befindet sich in etwa 1,8 mm Abstand eine Lücke des andern Polschuhs (3 mm breit). Dadurch entsteht am Ort des Strahls, der in der Grenzebene der Lücke innerhalb eines hochevakuierten Rohres verläuft, ein Gebiet mit wenig veränderlichem $\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial s}$ und daher auf dem Auffangschirm eine gleichmäßige Ablenkung des Spaltbildes.

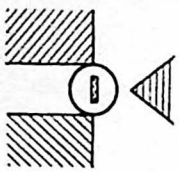


Abb. 73. Polschuhe für Ablenkung eines Atomstrahls

Über die Anordnung der nicht leichten Versuche und ihre Bedeutung s. Stern, Z. Phys. **7**, 249, 1921; Gerlach u. Stern, Ann. Phys. **74**, 673, 1924; Gerlach, ebd. **76**, 163, 1925; Knauer u. Stern, Z. Phys. **53**, 779, 1929; Taylor, ebd. **52**, 846, 1929. Über Aussiebung von Molekularstrahlen einheitlicher Geschwindigkeit nach dem Fizeauschen Prinzip der Lichtgeschwindigkeitsmessung s. Lammert, Z. Phys. **56**, 244, 1929.

6. Messung der Größen des erdmagnetischen Feldes

A. Erdmagnetische Deklination

Deklination (Tab. 55a u. b) ist der Winkel, um welchen der magnetische vom astronomischen Meridian abweicht. Man zählt am Nordpol der Nadel, nennt also in Mitteleuropa die Deklination westlich. Insofern man die Lage der magnetischen Achse in einem Magnet nicht verbürgen kann, wird für eine genaue Messung die Magnetnadel in zwei Lagen beobachtet.

Zur Bestimmung nach Gauß gehört ein Theodolit mit Horizontalkreis und eine ihrem astronomischen Azimut nach vom Theodolit aus bekannte Visierrichtung: etwa eine entfernte terrestrische Marke, welche man mit Hilfe des Polarsterns oder der Sonne festgelegt hat; endlich ein Magnetometer, dessen Magnet sich um 180° um seine Achse drehen läßt. Das Theodolitenfernrohr stehe nahe in der Verlängerung des Magneten.

Am bequemsten ist, wenn der Magnet eine Längsdurchsicht hat, die am einen Ende mit einer Linse von einer Brennweite gleich der Länge des Magnets geschlossen ist. Am anderen Ende befindet sich eine Marke (Blende mit kleiner Öffnung, Fadenkreuz oder Glasteilung), welche also durch die Linse als ein fernes Objekt erscheint.

Ein mit dem Magnet verbundener Spiegel, dessen Normale nahe mit der magnetischen Achse zusammenfällt, leistet dieselben Dienste, wenn das Fadenkreuz des Theodoliten zu beleuchten ist. Man stellt das Fernrohr auf das Spiegelbild seines Fadenkreuzes ein.

Die Bezifferung des Teilkreises werde im Sinne der täglichen Sonnenbewegung angenommen.

Nach Vertikalstellung der Drehachse des Theodoliten richtet man dessen Fernrohr auf die terrestrische Marke. Die Kreisablesung sei $= \alpha$. Ist Z das astronomische Azimut der Marke, von der Nordrichtung als Nullpunkt nach Westen gezählt, so müßte der Theodolit auf den Teilstrich $\alpha + Z$ gestellt werden, damit das Fernrohr nach Norden gerichtet wäre.

Man richtet das Fernrohr auf die Marke im Magnet; die Kreisablesung sei α_1. Man dreht den Magnet um 180° in sich, so daß die vorher untere Seite die obere wird, und stellt wiederum auf die Marke ein. Die Kreisablesung sei α_2; α_1 und α_2 weichen nur wenig voneinander ab.

Ohne Fadentorsionen würde $\delta' = \alpha + Z - \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$ die westliche Deklination sein. Um den Winkel φ zu bestimmen, um welchen der Faden bei der Beobachtung gedrillt war, nimmt man den Magnet von seinem Träger am Faden ab, ersetzt ihn durch einen unmagnetischen Stab von gleichem Gewicht und beobachtet die dann erfolgende Drehung φ des Trägers etwa über einem untergelegten Teilkreis. φ werde im Sinne der täglichen Sonnenbewegung positiv gerechnet, Θ sei das Torsionsverhältnis; dann ist die Deklination

$$\delta = \delta' + \Theta\varphi.$$

B. Erdmagnetische Inklination

a) Bestimmung mit einer Magnetnadel auf horizontaler Achse. Der Winkel, welchen die Richtung der erdmagnetischen Kraft mit der Horizontalen bildet, in Mitteleuropa 60—70° (Tab. 55a u. b), heißt Inklinationswinkel. Eine vertikal drehbare Magnetnadel, deren Schwerpunkt in der Drehachse liegt, würde im magnetischen Meridian diese Richtung anzeigen.

Man liest wegen der Exzentrizität immer beide Spitzen der Nadel ab und nimmt das Mittel. Wenn möglich, soll man nicht die ruhende Nadel ablesen, sondern die Umkehrpunkte kleiner Schwingungen, aus denen man die Ruhelage ableitet; der Einfluß der Reibung ist dann kleiner.

Den Nullpunkt des Teilkreises nivelliert man, wenn dieser feststeht, nach einem vom obersten Teilstrich herabhängenden Senkel; ist das Instrument drehbar, so wird die Drehachse vertikal, d. h. so eingestellt, daß bei der Drehung die Libellenblase gegen ihre Teilung eine konstante Lage einnimmt. — In den Meridian stellt man mittels einer gewöhnlichen Bussolennadel ein.

Wegen der etwaigen Abweichung der magnetischen von der geometrischen Achse und wegen der unbekannten Lage des Schwerpunkts ist die Nadel umzulegen (vorn und hinten zu vertauschen) oder ein drehbarer Kreis mit der Nadel um 180° zu drehen. — Eine etwaige Längsverschiebung des Schwerpunktes gegen die Drehachse wird hierdurch nicht eliminiert. Deswegen ist weiter die Nadel umzumagnetisieren (am einfachsten im Felde einer stromdurchflossenen Spule) und dann wieder in beiden Lagen zu beobachten; die geforderte Gleichheit der Magnetisierungen prüft man an den Schwingungsdauern. Eine große Exzentrizität des Schwerpunkts, die sich in erheblichen Differenzen der Einstellungen äußert, ist durch Abschleifen zu korrigieren.

Es werde also beobachtet der Neigungswinkel φ_1 bei der einen Auflage der Nadel und ψ_1 nach dem Umlegen oder bei drehbarem Kreise, nachdem er mit der Nadel um 180° gedreht worden ist. φ_2 und ψ_2 seien entsprechend nach dem Ummagnetisieren die Winkel in den beiden genannten Lagen.

Sind die vier Winkel nahe gleich, so ist die Inklination i das arithmetische Mittel:

$$i = \tfrac{1}{4}(\varphi_1 + \psi_1 + \varphi_2 + \psi_2). \tag{1}$$

Vorausgesetzt, daß φ_1 und ψ_1 sowie φ_2 und ψ_2 unter sich nahe gleich sind (vgl. oben über Abschleifen der Nadel vor der Messung), gilt

$$\operatorname{tg} i = \tfrac{1}{2}[\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_1 + \psi_1) + \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\varphi_2 + \psi_2)]. \tag{2}$$

Sollten aber auch φ_1 und ψ_1 um einen größeren Betrag voneinander abweichen, so setze man

$$\operatorname{ctg} \alpha_1 = \tfrac{1}{2}(\operatorname{ctg} \varphi_1 + \operatorname{ctg} \psi_1) \quad \text{und} \quad \operatorname{ctg} \alpha_2 = \tfrac{1}{2}(\operatorname{ctg} \varphi_2 + \operatorname{ctg} \psi_2)$$

und rechne endlich

$$\operatorname{tg} i = \tfrac{1}{2}(\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2). \tag{3}$$

Vollkommene Vorschriften s. Gauß, Werke V. Göttingen 1867, S. 444.

b) Bestimmung mit dem Erdinduktor. Diese Bestimmung beruht auf der Vergleichung der durch die horizontale und vertikale Erdfeldkomponente in der Spule eines Erdinduktors induzierten Stromstöße, wenn man die Windungsfläche aus der einen zur Komponente senkrechten Lage rasch in die entgegengesetzte umlegt. Das Verhältnis der Ausschläge des ballistischen Galvanometers für beide Komponenten gibt die Tangente des Inklinationswinkels.

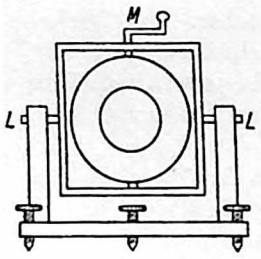


Abb. 74. Erdinduktor

Zur Bestimmung der vertikalen Komponente legt man die Achse M (Abb. 74) horizontal und stellt sie mit Hilfe einer Magnetnadel in den magnetischen Meridian ein. Mittels einer Wasserwaage und der drei Fußschrauben wird die Achse LL horizontal gemacht und alsdann die Drehachse M genau horizontal gelegt, d. h. so, daß die Luftblase der Wasserwaage bei dem Umsetzen auf den beiden gleich dicken Zapfen von M dieselben Teilstriche einnimmt. Jetzt wird ein Satz von Induktionsbeobachtungen ausgeführt, wobei man die Spule rasch vom einen zum anderen Anschlag um 180° dreht.

Zur Ermittelung der horizontalen Komponente stellt man die Spule aufrecht, lehnt sie an einen der Anschläge und versieht das Ende der vertikalen Achse M mit einer nordsüdlichen Libelle. Die hintere Fußschraube wird so gedreht, daß die Luftblase in den beiden Anschlagstellungen der Spule dieselben Teilstriche annimmt. Nun wird wie vorher ein Satz Induktionsbeobachtungen ausgeführt, möglichst unter Innehaltung der Drehgeschwindigkeit.

Bezeichnet man die (skalenkorrigierten) Ausschläge des Galvanometers für die beiden Komponenten mit S_v und S_h, so ist $\operatorname{tg} i = \dfrac{S_v}{S_h}$.

Ein Fehler von 1° in den Stellungen kommt kaum in Betracht. Die Achse M dagegen ist sorgfältig auszurichten.

Man vermeidet Fehlerquellen leichter, wenn man nicht mit vertikaler und horizontaler Drehachse arbeitet, sondern wenn man aus einigen Beobachtungen mit einer der Inklination nahegelegenen Achsenrichtung die genaue Inklinationsrichtung der Achse bestimmt, in welcher keine Induktion stattfinden würde (Schering). Die Achsenneigung wird mit aufgesetztem Spiegel durch den Theo-

dolit oder bei kleinen Instrumenten mit Hilfe eines Vertikalkreises ermittelt, der am einen Ende der Achse LL befestigt ist.

Über eine Nullmethode, die die Einstellung der Achse in die Richtung der Inklination mittels des Telephons aus dessen Schweigen bei rascher Rotation des Induktors beurteilt, s. G. Meyer, Wied. Ann. **64**, 742, 1898.

C. Erdmagnetische Intensität

a) Bestimmung mit dem Erdinduktor. Aus den gemäß S. 118, Abschn. b erhaltenen Ausschlägen S_v und S_h sind die Vertikal-, die Horizontal- und aus diesen wieder die Totalintensität leicht zu berechnen (S. 87, Abschn. a).

b) Bestimmung mit einer rotierenden Spule. Von anderen Feldmeßmethoden kommen besonders diejenigen in Betracht, die von einer rotierenden Spule Gebrauch machen (S. 94, Abschn. e). Man mißt damit die maximale Feldkomponente in der zur Rotationsachse senkrechten Ebene. Bringt man die Rotationsachse nacheinander in drei zueinander senkrechte Richtungen, jedoch so, daß der Ort der Spule immer der gleiche bleibt, so berechnet sich aus den drei erhaltenen Werten der Feldkomponente $\mathfrak{H}_1$, $\mathfrak{H}_2$ und $\mathfrak{H}_3$ die Totalintensität dieses Ortes zu $|\mathfrak{H}| = \sqrt{\frac{\mathfrak{H}_1^2+\mathfrak{H}_2^2+\mathfrak{H}_3^2}{2}}$. Sind α, β und γ die Winkel zwischen $\mathfrak{H}$ und den Komponenten $\mathfrak{H}_1$, $\mathfrak{H}_2$ und $\mathfrak{H}_3$, so ist $\cos\alpha = \frac{\mathfrak{H}_1}{\mathfrak{H}}$, $\cos\beta = \frac{\mathfrak{H}_2}{\mathfrak{H}}$ und $\cos\gamma = \frac{\mathfrak{H}_3}{\mathfrak{H}}$. Wählt man als erste Achsenrichtung die Vertikale, so daß man in der Horizontalebene $\mathfrak{H}_1$ erhält, so ist $\mathfrak{H}_1$ die Horizontalintensität und $i = \text{arc cos}\frac{\mathfrak{H}_1}{\mathfrak{H}}$ die Inklination.

c) Bestimmung der Horizontalintensität mit Strommesser und Tangentenbussole. Aus der Ablenkung α einer Tangentenbussole (n Windungen vom Radius r) durch einen Strom, dessen Stärke I in CGS-Einheiten anderweitig bekannt ist, läßt sich H ableiten als

$$H = \frac{2n\pi}{r}\frac{I}{\text{tg}\,\alpha}\,\text{Ø}.$$

I kann durch ein gleichzeitig eingeschaltetes Voltameter bestimmt werden, wobei das auf CGS bezogene elektrochemische Äquivalent einzusetzen ist, also für Silber 11,18 mg/s, oder durch irgendeinen geeichten, vom Erdmagnetismus unabhängigen Strommesser (Angaben in A werden durch 10 geteilt).

Statt der Tangentenbussole kann man auch eine Stromspule benutzen und statt der Ablenkung die Schwingungsdauern beobachten, die ein Magnet annimmt, wenn das Feld der Spule dem Erdfeld gleich- oder entgegengesetzt gerichtet ist.

Über das Feld in der Spule s. S. 92, Abschn. A. Dieterici, Phys. Z. **18**, 402, 1917; Mauz, ebd. **22**, 11, 1921; Jenkins, Phil. Mag. **41**, 454, 1921.

Sehr genau und schnell arbeitet eine der Sinusbussole ähnliche Anordnung (Schuster), bei der das von der Stromspule erzeugte homogene Feld $\mathfrak{H}'$ etwas größer oder kleiner ist als die erdmagnetische Horizontalintensität H und durch Drehung gegen diese um den Winkel $180^0 - \alpha$ so eingestellt wird, daß im ersten Falle die Magnetnadel $\perp H$, also $H = \mathfrak{H}' \cos\alpha$, im zweiten Falle die Nadel $\perp \mathfrak{H}'$,

also $\mathfrak{H}' = H \cos \alpha$ ist. In diesem Falle gibt $\mathfrak{H}'$ die Horizontalintensität des Erdfeldes in der $\mathfrak{H}'$ entgegengesetzten Richtung. Das Torsionsmoment des Aufhängefadens wird jeweils durch Nachdrehen des Kopfes der Aufhängung eliminiert.

Smith, Phil. Trans. **223**, 175, 1922.

D. Zeitliche erdmagnetische Variationen

Richtung und Stärke des erdmagnetischen Feldes unterliegen kleinen, unregelmäßigen, meist langsam verlaufenden Schwankungen, welche — von den abnormen, bei Nordlicht auftretenden starken Störungen abgesehen — in mittleren Breitengraden bei der Feldstärke etwa $\frac{1}{2}\%$, bei der Deklination etwa $\frac{1}{4}$ Bogengrad erreichen können. Ihre Beobachtung ist, außer für den Erdmagnetismus selbst, bei feineren magnetischen oder elektrischen Messungen von Bedeutung, wo besonders die Deklinationsschwankungen eliminiert werden müssen.

Die Störungen, welche durch die weitverzweigten Erdströme elektrischer Bahnen mit Oberleitung entstehen und noch in mehreren Kilometern Abstand die raschen erdmagnetischen Schwankungen zu übertreffen pflegen, verlaufen so plötzlich und so unregelmäßig, daß sie nicht eliminiert werden können.

Photographische Registrierung. Mittels Zylinderlinse und Sammellinse oder Hohlspiegel wird von einem beleuchteten Spalt ein Bildchen erzeugt, das nach Spiegelung des Lichtes vom Variometer auf ein durch ein Uhrwerk bewegtes lichtempfindliches Papier mit Zeitmarken fällt.

Vgl. z. B. Ad. Schmidt, Z. Instrkde. **26**, 269, 1906; **27**, 137, 1907.

a) Deklinationsschwankungen. Sie werden mit dem Magnetometer gemessen, d. h. mittels eines am Faden aufgehängten Magneten mit Spiegel, in dem eine horizontale Skala beobachtet wird. Ihr Abstand vom Spiegel sei, in Skalenteilen gemessen, $= A$. Ein Skalenteil Ablenkung bedeutet die Drehung um einen Winkel von $\frac{1}{2A}$ in absolutem Maße oder um $\frac{1719}{A}$ Bogenminuten. Wegen der Fadentorsion sind die Bewegungen mit $1 + \Theta$ zu multiplizieren, wo Θ das Torsionsverhältnis ist (S. 74, Abschn. c).

b) Schwankungen der Feldstärke. Die Intensitätsvariometer setzen die Haltbarkeit der Magnete voraus, die bei Anwendung des in S. 73f., Abschn. b beschriebenen Verfahrens und bei geeignetem Werkstoff stets zu erreichen ist. Temperatureinflüsse sind mit Hilfe des nach S. 78, Abschn. f zu bestimmenden Temperaturkoeffizienten zu eliminieren.

Zur Messung dient ein horizontal drehbar aufgehängter Magnet, der entweder durch seine (gewöhnlich bifilare) Aufhängung oder durch genäherte permanente Magnete in eine zum magnetischen Meridian nahe senkrechte Stellung gezwungen ist. Die Ablesung geschieht mit Spiegel und Skala.

E bedeute die relative Änderung der Feldstärke, welche einer Drehung der Nadel um 1 Skalenteil entspricht. Zur Bestimmung des Skalenwertes E läßt man auf die Nadel des Variometers in gleicher Höhe aus der großen Entfernung r im Norden oder Süden einen nordsüdlich gerichteten Magnet (magnetisches Moment $\mathfrak{M}$) ablenkend wirken, dreht den Magnet um 180^0 und liest den Unterschied beider Einstellungen ab. Er betrage n Skalenteile. Dann ist der Skalenwert.

$$E = \frac{1}{n} \frac{4}{r^3} \frac{\mathfrak{M}}{H}.$$

Sind Magnetlänge $\mathfrak{L}$ und Nadellänge $\mathfrak{l}$ (Polabstand) nicht klein gegen r, so tritt der Korrektionsfaktor $\left(1 + \frac{\frac{1}{2}\mathfrak{L}^2}{r^2} - \frac{\frac{3}{4}\mathfrak{l}^2}{r^2}\right)$ hinzu.

α) Bifilarvariometer (Gauß). Ein Magnet ist an zwei Fäden (dünnen Drähten) von kleinem Abstande bifilar aufgehängt. Die Verbindungslinie der oberen und diejenige der unteren Befestigungspunkte der Fäden werden so gegeneinander gedreht, daß das erdmagnetische und das statische (durch die Schwere und die Elastizität hervorgebrachte) Drehmoment der Fäden zusammen den Magnet ostwestlich stellen.

Die mit Spiegel und Skala abzulesende geringe Drehung, welche der Magnet durch eine Änderung der Feldstärke erfährt, kann dieser Änderung proportional gesetzt werden. Wachsende Feldstärke dreht den Nordpol nach Norden; es ist bequem, wenn dieser Drehung wachsende Zahlen der Skala entsprechen.

Zur Bestimmung des Skalenwertes E dient das oben angeführte Verfahren; wenn das Instrument einen Torsionskreis hat, so ergibt sich E auch aus dem Winkel α, welchen die Vertikalebenen der oberen und der unteren Aufhängepunkte miteinander bilden, wenn A den Skalenabstand bezeichnet, zu

$$E = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{2A}.$$

α wird bestimmt, indem man den Magnet in der Bifilarsuspension um 180^0 umlegt und nun den Torsionskreis dreht, bis wieder die Ostwestlage eingetreten ist; dieser Drehungswinkel ist $= 2\alpha$.

Das Verfahren setzt Aufhängefäden von geringer Torsionskraft voraus, z. B. aus feinem Bronzedraht.

Temperaturkorrektion. Erwärmung schwächt den Stabmagnetismus, läßt also den Erdmagnetismus kleiner erscheinen. Ein wenig wirkt auch die Ausdehnung der Suspension und der Drähte. Ist μ der Temperaturkoeffizient des Magneten, β der Ausdehnungskoeffizient der Aufhängung, β' derjenige der Drähte, so verlangt 1^0 Temperaturänderung eine Korrektion um $\frac{(\mu + 2\beta - \beta')}{E}$ Skalenteile. Für eine Aufhängung ganz aus Messing wird der Ausdruck $= \frac{(\mu + 0{,}000\,018)}{E}$.

β) Torsionsvariometer. Statt durch ein bifilares Drehmoment lenkt man die Nadel durch Drehung ihres Aufhängefadens (Stahl, Platin, Quarz) bis zur ostwestlichen Stellung ab.

Für den Skalenwert E ergibt sich nach demselben Verfahren wie vorher bei einem Skalenabstand von A Skalenteilen $E = \frac{1}{2A \cdot \varphi}$, wo φ der Torsionswinkel in absolutem Maße ist.

γ) Vierstabvariometer (F. Kohlrausch). Eine Magnetnadel kann, anstatt durch die Direktionskraft ihrer Aufhängung, auch durch Ablenkungsstäbe ostwestlich gerichtet werden.

Beim Vierstab-Variometer (Ansicht von oben in Abb. 75) sind auf einem horizontal drehbaren Rahmen vier gleiche

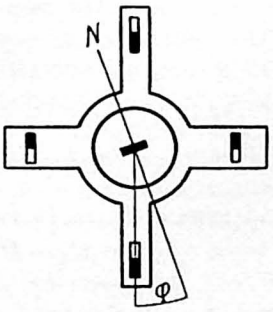


Abb. 75. Vierstab-Variometer

Magnete befestigt, so daß auf den Mittelpunkt zwei aus erster und zwei aus zweiter Hauptlage wirken, die ersteren aus einem um etwa $\frac{1}{16}$ größeren Abstande als die letzteren. Die gesamte Richtkraft soll etwas größer sein als die erdmagnetische, was durch passende Stellung der Magnete bewirkt wird. Im Mittelpunkt hängt eine kurze Magnetnadel.

Ausrichten zum Meridian. Man stellt den Rahmen auf den Nullpunkt seiner Teilung, und zwar so, daß die Richtkraft der Magnete dem Erdmagnetismus entgegenwirkt. Die Drehachse wird mit der Libelle vertikal gemacht. Nun dreht man das ganze Instrument, bis die Nadel sich in die Richtung der vier Stäbe einstellt, und schraubt es fest. Jetzt liegt der Nullpunkt der Teilung im Meridian. Dann wird der Rahmen um einen solchen Winkel φ gedreht, daß die Nadel senkrecht zum Meridian steht, und in dieser Lage festgestellt.

Den Skalenwert ermittelt man wieder wie oben oder berechnet ihn als $E = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2A}$. Die Empfindlichkeit $\frac{1}{E}$ kann also durch ein kleines φ, d. h. durch eine Stellung der Stäbe, bei der ihre Richtkraft den Erdmagnetismus nur wenig übertrifft, beliebig gesteigert werden.

Kohlrausch, Wied. Ann. **15**, 540, 1882 u. Ges. Abh. 1. Leipzig 1910, S. 491.

E. Vergleichung der Feldstärke an zwei Orten

Örtliche Unterschiede der horizontalen Komponente des Erdfeldes sind für manche physikalische Zwecke von Bedeutung.

a) Vergleichung durch Schwingungen. Man läßt eine und dieselbe Magnetnadel an beiden Orten schwingen; die Feldstärken verhalten sich $H_1 : H_2 = t_2^2 : t_1^2$. Bei Anspruch auf Genauigkeit sind Temperatur und zeitliche erdmagnetische Schwankungen zu berücksichtigen.

b) Vergleichung durch Ablenkungen. Für eine rohe Bestimmung stellt man eine Bussole an beiden Orten auf und lenkt sie durch einen Magnet in 1. Hauptlage aus bestimmtem Abstande ab. Betragen die Ablenkungen α_1 und α_2, so ist

$$H_1 : H_2 = \operatorname{tg}\alpha_2 : \operatorname{tg}\alpha_1 .$$

α) Mit dem Vierstabvariometer. Das auf S. 121, Abschn. γ erläuterte Vierstabvariometer mit Spiegel kann als Lokalvariometer kleine Variationen auf $\frac{1}{10\,000} H$ genau messen. Man justiert das Instrument so, wie oben beschrieben, sucht die beiden Stellungen des Rahmens, bei denen die Nadel ostwestlich oder westöstlich einsteht. Die halbe Differenz der Rahmenstellungen sei φ, die nur wenig verschiedenen Nadeleinstellungen am Vergleichsorte I seien p_n und p_s. Die Differenz $p_n - p_s$ heiße δ_1. An dem Orte II zeige die eben beschriebene Differenz bei den gleichen Stellungen des Rahmens den Wert δ_2.

Dann wird das Verhältnis der Feldstärken an beiden Orten erhalten als

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{1 + \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta_1}{1 + \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\frac{1}{2}\delta_2}, \tag{1}$$

oder bei kleinem, in Bogengeraden ausgedrücktem δ_1 und δ_2:

$$\frac{H_1 - H_2}{H} = [0{,}0087 \operatorname{tg}\varphi] \cdot (\delta_1 - \delta_2) = C \cdot (\delta_1 - \delta_2). \tag{2}$$

Der Reduktionsfaktor $C = 0{,}0087 \operatorname{tg}\varphi$ bekommt für $\varphi = 29{,}8°$ den runden Wert 0,0050. — Die strenge Gültigkeit der Formel setzt eine kurze Nadel voraus.

Ein vereinfachtes Bussolenvariometer (F. Kohlrausch) mit nur einem ablenkenden Magnet (Abb. 76) ist ähnlich zu handhaben.

Temperatur. Der Temperatureinfluß läßt sich durch Beobachtungen im warmen und im kalten Petroleumbad bestimmen und in Rechnung setzen. Kann man die Ablesungen an den verschiedenen Orten rasch hintereinander machen, so hält man am besten die Temperatur durch Umhüllen der Magnete mit Watte oder Filz konstant.

Kohlrausch, Wied. Ann. **19**, 138, 1883 u. **29**, 51, 1886 u. Ges. Abh. 1. Leipzig 1910, S. 727.

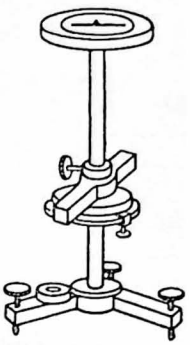


Abb. 76. Bussolen-Variometer

β) Mit dem Doppelkompaß. Zwei übereinanderhängende Magnetnadeln lenken sich gegenseitig um so stärker ab, je schwächer die Feldstärke ist.

Heydweiller, Wied. Ann. **64**, 735, 1898; Bidlingmaier, Publ. Deut. Südpolarexp. Bd. 5, 1907.

Weitere Literatur über den Bidlingmaierschen Doppelkompaß im ausführlichen Referat von Maurer, Z. Instrkde. **28**, 211, 1908.

III. Elektrostatik

1. Allgemeines

Die Bedeutung der Elektrometer beruht vor allem darauf, daß elektrometrische Messungen nur sehr kleine Elektrizitätsmengen erfordern, nämlich nur die von der Kapazität der Instrumente und ihrer Zuleitungen abhängigen Ladungsmengen. Elektrometrische Methoden sind daher wichtig für die Messung schwacher Ströme wie z. B. Ionisationsströme, auch lichtelektrischer Ströme u. dgl. Bei der Messung schwacher Ströme ist äußerst gute Isolation und elektrostatischer Schutz zur Vermeidung störender Influenz wesentliche Grundbedingung.

Meßbar sind nur Differenzen von Potentialen. Um für eine Versuchsanordnung einen allen Apparaten gemeinsamen Nullpunkt des Potentials festzulegen, verbindet man alle auf Null zu haltenden Körper mit dem Elektrometergehäuse und mit der Erde (Erdplatte, Wasserleitung; Gasleitung meist nicht so gut). Unter Potential ist im folgenden stets die Potentialdifferenz gegen den gewählten Nullpunkt verstanden.

Hoffmann, Elektrostatik, Handb. d. Exp. Phys. **10**, 1930; Kottler, Handb. d. Phys. **16**, 225, 1927 u. **12**, 349, 1927.

A. Isolation

a) Werkstoffe. Höchsten Ansprüchen (spez. Widerstand mindestens $10^{15}\,\Omega \cdot \mathrm{cm}$) genügen vor allem Bernstein, Schwefel, Quarz, Glimmer, auch Schellack, weißer Siegellack und Ceresin, ferner manche der neueren Kunstmassen wie Trolitul; für etwas geringere Ansprüche sind auch einige keramische Massen wie Porzellan, Steatit, Calan u. a. verwendbar. Spezifische Widerstände von Isolatoren s. Tab. 68.

Bernstein soll poliert werden. Fast so gut wie Naturbernstein ist Preßbernstein der staatlichen Bernsteinwerke in Königsberg. — Schwefelisolatoren lassen sich durch Schmelzen kristallisierten Schwefels und Gießen in Glas- oder

Metallformen herstellen. Zu starkes Erhitzen führt den Schwefel in eine schlecht isolierende, dunkler gefärbte Modifikation über; bei äußerst vorsichtigem Erhitzen bleibt die Schmelze ganz hell. Zuverlässig isoliert auch eine erstarrte gesättigte Lösung von Paraffin in geschmolzenem Schwefel, die sich mechanisch leicht bearbeiten läßt. Reines Paraffin isoliert zwar gut, deformiert sich aber leicht und bildet vor allem in hohem Maße elektrische Rückstände; besser ist Ceresin.

Quarzglas oder parallel zur Achse geschnittene Quarzplättchen sind auch bei höheren Temperaturen verwendbar. — Glas hat oft eine leitende Oberflächenschicht, die sich durch Abwaschen oder besser Abkochen mit destilliertem Wasser und Trocknen in staubfreier Luft oder im Vakuum beseitigen läßt. Frisch gereinigtes Glas isoliert meist gut, am besten sind chemisch widerstandsfähige alkalifreie Gläser, z. B. borsäurehaltige (Jenaer Gerätegläser) und vor allem kalziumhaltige Gläser. — Die Isolationsfähigkeit von Trolitul läßt sich durch Waschen mit Dioxan verbessern. — An Hartgummi (Ebonit) entsteht mit der Zeit durch Oxydation eine leitende Oberflächenschicht, die sich durch Abschaben, Abdrehen (nicht Polieren), Abwaschen mit destilliertem Wasser oder Alkohol beseitigen läßt. Die Isolation kann durch Eindrehen tiefer, enger Rillen, Eintauchen in filtrierte heiße Schellacklösung und Trocknen bei 100° im Luftbad verbessert werden. — Zu nennen sind ferner Kunstharze wie Bakelit u. a. sowie auch Hartpapiere (z. B. Pertinax). Für geringe Ansprüche genügt paraffiniertes Holz, Pappe oder Papier.

b) Wasserhäute, die häufig, z. B. auch bei Bernstein, die Isolation verschlechtern, können durch Abwaschen mit Dioxan oder bei hitzefesten Isolatoren durch längeres Erhitzen auf etwa 200° in trockener Luft oder im Vakuum beseitigt werden. Ihr Wiederentstehen läßt sich durch Anbringen von Trockengefäßen mit Phosphorpentoxyd oder ähnlichem vermeiden.

c) Ladungen, die auf Isolatoren haften, lassen sich durch Bestreichen mit einer Gasflamme bei geerdetem Brenner entfernen.

d) Schutzringe, welche auf geeignetem festem Potential, meist Erdpotential, gehalten werden (vgl. z. B. Abb. 240 und 241, S. 345), verhindern, daß aus Leitern, die sich auf höherem Potential befinden, über die Isolatoren Ladungen überkriechen; Isolatoren von Hochspannungsleitungen stellt man auf geerdete Metallplatten.

B. Schutzmaßnahmen

a) Elektrostatischer Schutz. Um Influenzwirkungen zu vermeiden, müssen besonders bei Ladungs- und Strommessungen alle Zuleitungen zu dem Elektrometer vollkommen mit geerdeten metallischen Hüllen umgeben werden. Man führt die Leitungen durch Metallrohre, Metallfederschlauch oder mit Metallfolie ausgekleidete Glas- oder Pappröhren, in denen sie, wenn nötig, durch Isolatoren gehalten werden. An das Elektrometer und die Ionisationskammer schließt man sie z. B. im Inneren kleiner geerdeter Metallbüchsen mit abnehmbarem Deckel an (z. B. Abb. 77), die an die Geräte angesetzt werden, oder man stellt auch das Elektrometer mitsamt den Schaltteilen in einen geschlossenen Metallkasten.

b) Schutz gegen radioaktive Infektion. Elektrometrische Meßinstrumente können durch Infektion mit den geringsten Mengen von radioaktiven Stoffen leicht völlig unbrauchbar werden. Ist man gezwungen, radioaktive Stoffe dicht

bei oder in elektrostatischen Meßinstrumenten unterzubringen, so treffe man weitgehende Schutzmaßregeln, um Zerstäuben dieser Stoffe oder Emanationsabgabe zu verhindern. Eine Reinigung des einmal infizierten Instruments gelingt im allgemeinen nicht.

c) Schutz gegen durchdringende Strahlung. Bei Messungen mit Röntgen- oder γ-Strahlen ist zu beachten, daß diese Strahlen die Wände des Elektrometers und der benutzten Hilfsapparate durchsetzen und überall Ionisation hervorrufen. Die unerwünschte Ionisation läßt sich vermeiden durch Evakuieren der Apparate, Anfüllen der Schutzrohre der Zuleitungen mit festen Isoliermitteln wie Ceresin oder Paraffin, oder durch Abschirmen der Strahlen mit Blei ausreichender Dicke.

C. Hilfsgeräte

a) Kontaktschlüssel. Zu Schaltungen, wie Aufladung oder Erdung, verwendet man z. B. Lade- bzw. Erdestifte (L und E in Abb. 77), die in ein Schutzrohr oder in das Anschlußkästchen eingesetzt werden; zweckmäßig tragen sie am Ende eine kleine Feder, unter Umständen mit Platinspitze, der an der zu berührenden Leitung ein Platinscheibchen gegenübersteht. Der Aufladestift wird durch einen Isolator geführt oder es wird ein Stift aus Isolierstoff verwendet, durch dessen Achse der Ladedraht geführt ist. Die Stifte sind seitlich mit kleinen Zäpfchen versehen, die in einem Schlitz des Führungsrohres laufen. Nach genügendem Anheben des Stiftes bleibt durch eine kleine Drehung der Schalter offen; in dieser Stellung soll sich das Ende des Ladestiftes ganz im Innern des Führungsrohres befinden. Steht das Elektrometer in einem Schutzkasten, so wird in demselben Kasten etwa ein Kontaktschlüssel nach Abb. 78 untergebracht, bei welchem durch eine Schnur ein Messingstift aus einem isolierten, mit Quecksilber gefüllten Näpfchen herausgezogen wird. Ein Doppelschlüssel ähnlicher Art ist von Rümelin angegeben. Auch elektromagnetisch betätigte Schlüssel sind oft zweckmäßig (z. B. beim Duantenelektrometer). Über Kommutatoren vgl. S. 11 u. 128.

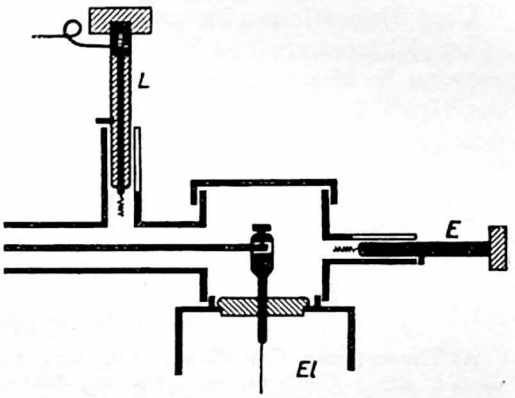


Abb. 77. Elektrostatischer Schutz. Lade- und Erdestifte

Bei Schaltern mit Quecksilberkontakten füllt man das Quecksilber, um Reibungselektrizität zu vermeiden, in metallische Näpfchen, die in die isolierende Unterlage eingesetzt werden.

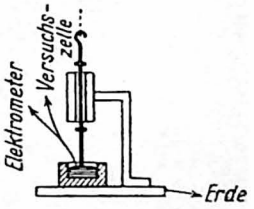


Abb. 78. Kontaktschlüssel

Rümelin, Phys. Z. **12**, 460, 1911.

b) Konstante Potentiale entnimmt man bei sehr hohen Ansprüchen Batterien von Normalelementen (Weston), sonst Akkumulatoren oder Trockenbatterien (Anodenbatterie). Vgl. auch S. 2ff. u. 467.

c) Hohe Potentiale werden bequem durch Aufladen eines Kondensators mittels Transformator und Einweg-Gleichrichterrohr erzeugt (Schaltung vgl.

S. 366 u. 414). Ein Verfahren zur Konstanthaltung hoher Potentiale durch eine Glimmentladung vgl. S. 467. Behelfsmäßig erhält man eine konstante hohe Spannung auch durch einmaliges Aufladen einer gut isolierten, genügend großen Kapazität: die Spannung fällt zuerst durch Rückstandsbildung und Ladungsverlust über die Isolation am stärksten ab; nimmt man nun einige Zeit nach der Aufladung durch Berühren mit einem Halbleiter einen Teil der Ladung fort, so ändert sich die Spannung eine Zeitlang wenig, weil der nun frei werdende Rückstand den Ladungsverlust ausgleicht. Durch alternierendes Beobachten läßt sich ein Gang der Spannung eliminieren.

Gegen das Sprühen dünner Leitungen bei hohen Spannungen schützen z. B. Kapillaren aus Jenaer Glas mit einem Überzug von starkem Gummischlauch.

2. Absolute elektrostatische Messung von Potentialen

A. Einheiten

Über Definitionen im praktischen Maßsystem vgl. Bd. 1, S. 7.

Im elektrostatischen Maßsystem ist die Einheit (ESE) der Elektrizitätsmenge die Menge, welche die ihr gleiche Menge in der Entfernung von 1 cm mit der Kraft 1 dyn abstößt. Die Einheit der Stromstärke hat ein Strom, bei welchem durch den Querschnitt des Leiters in 1 s die Elektrizitätsmenge 1 fließt. Die Einheit des Potentials hat eine mit der Elektrizitätsmenge 1 auf ihrer Oberfläche gleichmäßig geladene Kugel vom Halbmesser 1 cm. Über die Beziehungen der elektrostatischen Einheiten zu den Einheiten des praktischen Maßsystems vgl. Tab. 73.

B. Absolute Spannungsmessung

a) Theoretische Grundlage. An dem ebenen Schutzringkondensator Abb. 79 mit dem kleinen Plattenabstand a cm, dessen kreisförmige Mittelplatte von der Größe f cm² beweglich aufgehängt ist, liegt die Potentialdifferenz $U - U_0$. Da der Kondensator die Kapazität $\frac{f}{4\pi a}$ hat (S. 176), beträgt die Ladung der beweglichen Platte $e = (U - U_0)\frac{f}{4\pi a}$, ihre Flächendichte ebenso wie die der entgegengesetzten Ladung auf der unteren Platte $\sigma = \frac{U - U_0}{4\pi a}$. Die bewegliche Platte wird daher mit der Kraft $k = 2\pi\sigma e = (U - U_0)^2 \cdot \frac{f}{8\pi a^2}$ dyn angezogen. Durch Ausmessen dieser Kraft erhält man also die Potentialdifferenz

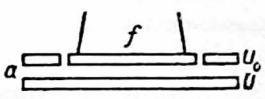


Abb. 79.
Absolutes Elektrometer

$$U - U_0 = a\sqrt{\frac{8\pi k}{f}}\,\text{ESE} = 299{,}65\,a\sqrt{\frac{8\pi k}{f}}\,\text{V}.$$

Anstatt f ist genauer zu setzen, wenn R und R' die Halbmesser der beweglichen Scheibe und des Schutzringes bedeuten, also $b = R' - R$ die Breite der schmalen Fuge,

$$f = \frac{\pi}{2}\left(R^2 + R'^2 - b\,\frac{R + R'}{1 + C\,a/b}\right).$$

$$C = \frac{\pi}{\ln 2} \sim 4{,}5.$$

Maxwell, Electr. Oxford 1873, § 217 u. 218.

b) Absolutes Elektrometer, Spannungswaage. Die bewegliche Platte bildet die eine Schale einer Waage; sie ist mit dem Schutzring durch ein dünnes bewegliches Metallbändchen leitend verbunden und mitsamt dem Gehäuse geerdet. Wenn der Waagezeiger auf Null steht, liegt sie in der Ebene des Schutzringes. Ein Anschlag an der zweiten Waagschale verhindert eine weitere Annäherung an die feste Platte. Wird nun der festen Platte ein Potential U erteilt, so muß man auf die zweite Waagschale Gewichte im Betrag von p g legen, damit die Waage umzukippen beginnt. Der Beginn des Umkippens wird durch das Unterbrechen eines galvanischen Stromes scharf fixiert, welcher durch den Anschlag zur zweiten Waagschale fließt. Das Potential ergibt sich aus der oben angegebenen Formel mit $k = 980{,}7\,p$ dyn. Das Verfahren ist für Potentiale über 1000 V geeignet.

Anstatt die Waage durch Auflegen von Gewichten ins Gleichgewicht zu bringen, ist es für die Anwendung bequemer, die Einstellung durch einen gemessenen Strom i zu bewirken, der eine an Stelle der zweiten Waagschale befindliche Spule und eine dieser gegenüberstehende feste Spule durchfließt. Dann gilt $U = \text{const}\, i$. Die Konstante kann durch Auswägen der zwischen den Stromspulen wirkenden Kraft bestimmt werden.

Anordnung als Torsionswaage: Crémieu, C. R. **138**, 563, 1904; Salmon, J. phys. (4) **6**, 551, 1907. Als Hebelwaage: C. Müller, Ann. Phys. **28**, 589, 1909. Für Hochspannung mit Isolation durch komprimierte Gase (10—12 at): für 10 bis 180 kV Tschernyscheff, Phys. Z. **11**, 445, 1910; bis 300 kV Palm, Z. techn. Phys. **1**, 137, 1920; vereinfachte Form Palm, Z. techn. Phys. **14**, 390, 1933. Für Röntgenanlagen bis 210 kV: Frank, Fortschr. Röntgenstr. **42**, 751, 1930.

Ein absolutes Elektrometer nach einem anderen Prinzip, bei welchem die Schwingungsdauer eines kleinen Ellipsoides beobachtet wird, das in dem Feld in der Mitte zwischen zwei großen Platten aufgehängt ist, Thornton u. Member, Electr. Engr. **69**, 1274, 1930; Thornton u. Thompson, Elektrotechn. Z. **56**, 59, 1935.

3. Elektrometer

A. Nadelelektrometer

Die Nadelelektrometer zeichnen sich im allgemeinen durch eine große Spannungsempfindlichkeit aus. Dafür muß man jedoch gegenüber den Blättchen- und Fadenelektrometern meist längere Einstellzeiten und eine verhältnismäßig große Kapazität in Kauf nehmen.

Empfindlichkeitsangaben bei Geräten mit Spiegelablesung beziehen sich im folgenden stets auf einen Skalenabstand von 1 m.

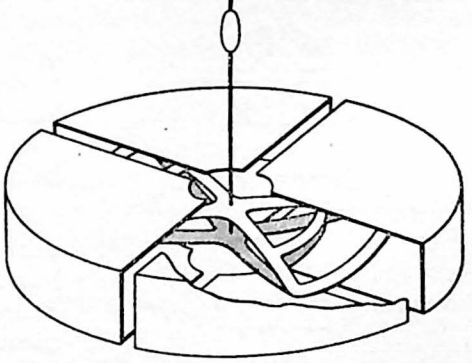


Abb. 80. Quadrantelektrometer

a) Quadrantelektrometer. Am gebräuchlichsten ist die Form, welche Dolezalek dem Quadrantelektrometer gegeben hat. Vier auf Bernsteinisolatoren ruhende Quadranten bilden eine doppelt geschlitzte Schachtel von etwa 5 cm Durchmesser und 1 cm Höhe (Abb. 80). Je zwei gegenüberliegende Quadranten sind miteinander leitend zu einem „Quadrantenpaar" verbunden. In der Mitte der Schachtel hängt eine Nadel so, daß ihre Längsachse mit einem der Schlitze zusammenfällt.

Wird die Nadel auf ein höheres Potential (etwa 100 V) aufgeladen und den beiden Quadrantenpaaren eine Potentialdifferenz erteilt, so wird die Nadel von dem entgegengesetzt geladenen Paar angezogen, von dem gleichgeladenen abgestoßen, bis die Fadentorsion der Drehkraft das Gleichgewicht hält. Über die Beobachtung des Ausschlags mit Spiegel und Skala vgl. Bd. 1, S. 45ff.

Neben einfachen biskuitförmigen Nadeln, die aus dünnem Aluminiumblech oder stabiler aus leitend gemachtem Glimmer gefertigt werden, wird viel die in der Abb. 80 wiedergegebene Nadel nach Dolezalek gebraucht. Sie besteht aus zwei Blättchen aus Aluminiumfolie, welche an den Rändern verklebt, in der Mitte aber auseinandergedrückt sind. Eine solche Nadel ist trotz ihres geringen Gewichtes sehr stabil und schwingt mit starker Dämpfung. Die Nadel wird von einem feinen Stiel aus Aluminiumdraht gehalten, der den Ablesespiegel trägt und mit einem äußerst dünnen Platin- oder Quarzfaden an einer isolierten Schraube in dem drehbaren Kopf des Elektrometers befestigt ist. Mit der Kopfschraube läßt sich die Nadel auf- und abwärts verschieben. Um die Nadel in die Schachtel einführen zu können, sind zwei nebeneinanderliegende Quadranten auf einer besonderen Platte angeordnet, auf der sie beiseite gedreht werden können.

Hängt die Nadel an einem leitenden Faden, so lädt man sie über die Kopfschraube. Elektrometer, deren Nadel an einem isolierenden Quarzfaden aufgehängt ist, besitzen meist eine Vorrichtung, um den Stiel der Nadel mit einem feinen Draht zu berühren, durch den ihr von außen eine Ladung zugeführt werden kann. Bei guter Isolation bleibt die Ladung und damit die Empfindlichkeit des Instruments für viele Stunden merklich konstant.

α) Justierung. Es ist anzustreben, daß die Ruhelage der Nadel unabhängig vom Nadelpotential ist. Man leitet zunächst die Quadranten, das Gehäuse und die Nadel zur Erde ab und stellt die Nadel mittels des Torsionskopfes derart in die Mitte zwischen die Quadranten, daß ihre Achse mit einer der Schnittlinien der Quadrantenschachtel zusammenfällt. Darauf wird die Nadel unter Zwischenschaltung eines Sicherheitswiderstandes ($10^6\ \Omega$ oder mehr) auf ein Potential von etwa 100 V aufgeladen, wobei im allgemeinen ein Ausschlag eintritt. Durch Kippen des Instruments mittels der Fußschrauben bringt man nun die Nadel wieder annähernd in ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage zurück und verbindet sie dann mit der Erde. Durch mehrmalige Wiederholung dieses Verfahrens kann erreicht werden, daß die Nadel beim Anlegen des Potentials keinen Ausschlag mehr ausführt.

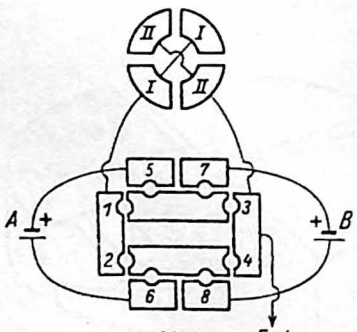


Abb. 81. Kommutator für Quadrantelektrometer

β) Kommutieren. Auswechseln des Vorzeichens der zu messenden Spannung und Vertauschen der Quadrantenpaare sind bei vielen Anwendungen des Quadrantelektrometers, namentlich auf Wechselströme, und bei der dazu erforderlichen Eichung mit Gleichspannung unerläßlich, um die unberechenbaren Unsymmetrien des Ausschlags, die u. a. durch Kontaktpotentiale (Abschn. ζ, S. 130f.) bewirkt werden, auszuschalten. Unter dem Ausschlag ist für solche Fälle daher das Mittel der durch Kommutieren gewonnenen Ausschläge zu verstehen.

Zum bequemen Verbinden und Auswechseln dienen z. B. Kommutatoren, wie sie in Abb. 6, S. 11 wiedergegeben sind. Eine für alle Schaltungen des Quadrantelektrometers geeignete Sonderausführung ist von Orlich angegeben.

Für die Quadrantschaltung ist auch besonders die Anordnung von Abb. 81 geeignet, mit der sich die zu messende Spannung A und eine Eichspannung B austauschen und kommutieren lassen. Dabei bewirkt die Stöpselung 1, 4, 5, 6 Ladung des Quadrantenpaares I mit $+ V$, 2, 3, 5, 6 mit $- V$ vom Element A. Paar II ist dabei immer geerdet. Stöpselung 1, 3 erdet alle Quadranten. Stöpselung 7 und 8 statt 5 und 6 schaltet statt A ebenso das andere Element B an (Dorn).

Orlich, ETZ **30**, 436, 1909.

γ) Schaltungen. Das Quadrantelektrometer kann in drei verschiedenen Schaltungen gebraucht werden. Bei der gebräuchlichsten, der Quadrantschaltung, wird das zu messende Potential an das eine Quadrantenpaar gelegt, während das andere Quadrantenpaar mit dem geerdeten Gehäuse verbunden ist und die Nadel sich auf einem konstanten Hilfspotential befindet, das hoch gegen das zu messende Potential ist. Bei der Nadelschaltung wird die Nadel auf das zu messende Potential geladen; die beiden Quadrantenpaare werden durch Verbinden mit den Polen einer Batterie, deren Mitte geerdet ist, auf entgegengesetzt gleichem Potential gehalten. Bei der Doppelschaltung schließlich wird die Nadel und das eine Quadrantenpaar dauernd geerdet und das zu messende Potential dem zweiten Quadrantenpaar zugeführt.

Die Quadrant- und die Nadelschaltung, die beide die Anwendung einer Hilfsspannung voraussetzen, geben eine dem zu messenden Potential nahezu proportionale Ablenkung, während bei der keine Hilfsladung erfordernden Doppelschaltung die Ablenkung dem Quadrat des Potentials porportional ist. Die ersten beiden Schaltungen gewähren eine durch die Hilfsspannung in weiten Grenzen zu ändernde und auch sehr kleinen Potentialen anzupassende Empfindlichkeit. Bei der Doppelschaltung ist die Empfindlichkeit durch den Aufhängefaden usw. gegeben und nähert sich für kleine Potentiale stets der Null; die Unabhängigkeit der Ausschlagsrichtung vom Vorzeichen des angelegten Potentials (ähnlich wie beim Dynamometer und den Hitzdrahtgalvanometern) macht aber die Methode vor allem für die Messung von Wechselspannungen unersetzlich. Über die Theorie der Schaltungen s. Abschn. ζ, S. 131.

δ) Empfindlichkeit. Die Kapazität des Dolezalek-Elektrometers beträgt in Quadrantschaltung 20 bis $80 \cdot 10^{-12}$ F, in Nadelschaltung weniger als die Hälfte davon. In Quadrantschaltung erhält man z. B. mit einem Aufhängefaden von 9 μ Dicke bei einem Nadelpotential von 100 V eine Spannungsempfindlichkeit von ungefähr 1000 mm/V und eine Ladungsempfindlichkeit von einigen mm/10^{-12} C bei einer Schwingungsdauer von rund 20 s. Die Empfindlichkeit läßt sich durch eine dünnere und längere Aufhängung steigern, jedoch nehmen dadurch auch Schwingungsdauer und Dämpfung zu, wenn man nicht gleichzeitig das Trägheitsmoment der Nadel entsprechend verkleinert. Eine weitere Erhöhung des Nadelpotentials hat meist nur geringen Einfluß, da die Spannungsempfindlichkeit dabei gewöhnlich bald ein Maximum von etwa dem Doppelten des oben angegebenen Wertes erreicht (Abschn. ζ, S. 130). Auch durch vertikales Verschieben der Nadel kann, allerdings unter Verzicht auf eine pro-

portionale Skala, die Empfindlichkeit vergrößert werden (elektrostatische Astasierung); vgl. hierzu Abschn. ε und ζ.

Dolezalek, Z. Instrkde. **21**, 345, 1901; Ann. Phys. **26**, 312, 1908. Über den Einfluß unsymmetrischer Nadellage auf die Richtkraft und damit auf die Empfindlichkeit s. Nadjakoff, Z. Instrkde. **52**, 187, 1932.

ε) Andere Formen des Quadrantelektrometers. Ein Quadrantelektrometer mit besonders kleiner und leichter Nadel und Quadranten von nur 9 mm Durchmesser und 30 mm Höhe gab Paschen, Phys. Z. **7**, 492, 1906 an; die Empfindlichkeit beträgt 5000 mm/V bei 40 V Nadelspannung, die Schwingungsdauer 15 s. Mülly, ebd. **14**, 237, 1913, verwendet eine Nadel besonderer Form, welche an einem 5 μ dicken Faden zwischen zwei konzentrischen, in je vier Quadranten aufgeteilten Zylindern hängt. Er erreicht bei 105 V Nadelspannung eine Empfindlichkeit von 15 000 mm/V. Bei dem Compton-Elektrometer, Phys. Rev. **14**, 85, 1919, J. sci. instr. **3**, 381, 1926, ist ein Quadrant in der Höhe etwas gegen die anderen versetzt und die Nadel entsprechend schief gestellt. Bei dieser Anordnung wird die elastische Direktionskraft der Aufhängung durch die entgegenwirkende elektrische Direktionskraft (Abschn. ζ) verkleinert und dadurch die hohe Spannungsempfindlichkeit von 50 000 mm/V erreicht. Parson, Phys. Rev. **6**, 390, 1915, bewirkt durch horizontales Verschieben eines Quadranten ähnliches wie Compton. Schultze, Z. Instrkde. **27**, 65, 1907 u. **28**, 61, 1908, beschreibt ein in seinen Eigenschaften sehr sorgfältig untersuchtes, besonders für dynamische Messungen geeignetes Quadrantelektrometer. Über die Herstellung von Nadeln aus Silberpapier findet sich Näheres bei Scholl, Phys. Z. **9**, 915, 1908.

Ein Elektrometer nach dem Prinzip des Quadrantelektrometers, das ohne Empfindlichkeitsänderung in jeder Lage gebraucht werden kann und sich durch außerordentlich kleine Abmessungen und kleine Kapazität (2 cm) auszeichnet, beschreiben Lindemann u. Keeley, Phil. Mag. **47**, 577, 1924. Die Nadel ist ein 25 μ starker, 20 mm langer versilberter Glasfaden, der in seiner Mitte an einem straff ausgespannten, 6 μ dicken Quarzfaden befestigt ist. Bei direkter mikroskopischer Beobachtung der Nadel sind Empfindlichkeiten von einigen 100 Skalenteilen je Volt bequem erreichbar.

Für viele Spannungsmessungen, bei denen nur eine sehr kleine Leistung verbraucht werden darf, z. B. an Verstärkerröhren, sind Instrumente nach dem Prinzip des Quadrantelektrometers mit eingebautem Lichtzeiger geeignet, deren äußere Form die eines gewöhnlichen Voltmeters ist; der Endausschlag liegt je nach Instrument und Schaltung zwischen 20 V und 260 V. S. auch S. 138.

ζ) Theorie des Quadrantelektrometers. Legt man nach allseitiger Ableitung (Verbindung mit dem geerdeten Gehäuse) an die Quadrantenpaare bzw. die Nadel die Potentiale U_1, U_2 und U_N, so ist der (kleine) Ablenkungswinkel nach Maxwell

$$\alpha = a(U_1 - U_2)[U_N - \tfrac{1}{2}(U_1 + U_2)]. \qquad (1)$$

Die Größe a ist ceteris paribus umgekehrt proportional der Direktionskraft auf die Nadel, welche aber neben der elastischen Kraft D der Aufhängung eine durch die Ladungen bewirkte elektrische Direktionskraft enthält, die proportional zu $U_0^2 = [U_N - \frac{1}{2}(U_1 + U_2)]^2$ ist. Die ganze Direktionskraft läßt sich also als $D(1 + bU_0^2)$ schreiben, wo b für das Gerät bei bestimmter Justierung eine Konstante bedeutet, deren Größe und Vorzeichen von der Gestalt der Quadranten und der Nadel und von der Lage der Nadel zur Quadrantenschachtel abhängen. Unter Umständen läßt sich b durch Ausprobieren auf Null bringen.

H. Schultze, Z. Instrkde. **26**, 147, 1906.

Für die drei in Abschn. γ, S. 129 beschriebenen Schaltungen ergibt sich nun folgendes:

1. Quadrantschaltung. Die Nadel sei auf ein Hilfspotential U_N geladen, das hoch ist gegen das zu messende Potential $U = U_1$; U_2 ist Null. Dann wird nach der obigen Formel die Spannungsempfindlichkeit α/U merklich proportional $U_N/[D(1 + bU_N^2)]$. Ist b positiv, so wächst hiernach die Spannungsempfindlichkeit mit dem Nadel-

potential verzögert an, um bei $U_N = 1/\sqrt{b}$ ein Maximum zu erreichen, das bei einem Dolezalek-Elektrometer gewöhnlich bei 200 bis 300 V liegt. Bei negativem b wird für $bU_N^2 = -1$ die Spannungsempfindlichkeit unendlich, die Nadel wird labil (elektrostatische Astasierung). In der Nähe dieses Punktes läßt sich eine außerordentlich hohe Spannungsempfindlichkeit praktisch erreichen, wie es z. B. beim Compton-Elektrometer (Abschn. ε, S. 130) und beim Duantenelektrometer geschieht. Über das Verhalten eines Elektrometers bei Ladungsmessungen vgl. S. 141.

Genauer sind die kommutierten Ausschläge α für $U_1 = +U$ bzw. $-U$ prop. $U(U_N - \frac{1}{2}U)$ bzw. $U(U_N + \frac{1}{2}U)$, sie unterscheiden sich also um den Bruchteil U/U_N. Für den durch Kommutieren gebildeten mittleren Ausschlag hebt sich die Unsymmetrie weg, für ihn gilt daher strenger die Proportionalität $U = \text{const.}\ \alpha$. Geringe Unsymmetrien bei kleinen Ausschlägen können von Kontaktpotentialen herrühren.

Der günstige Meßbereich des Quadrantelektrometers ist nicht groß, da bei höherer zu messender Spannung U gleichzeitig die Empfindlichkeit durch Erniedrigen von U_N verkleinert werden muß, so daß bald starke Abweichungen von der Proportionalität entstehen.

2. Nadelschaltung. Hier ist $U_1 = -U_2 = U_Q$ und $U = U_N \ll U_Q$. Die Ablenkung wird wieder der zu messenden Spannung U nahe proportional, die Spannungsempfindlichkeit ist dem an die Quadranten gelegten Hilfspotential U_Q unmittelbar und der gesamten Direktionskraft, welche als $D(1 + b'U_Q^2)$ geschrieben werden kann, umgekehrt proportional. b' ist in der Regel jedoch viel größer als b in Ziff. 1. Im übrigen gilt dasselbe wie für die Quadrantschaltung.

3. Doppel- oder idiostatische Schaltung (für größere Potentiale und Wechselspannungen). Bei dieser Schaltung ist $U_1 = U_N = 0$ und das zu messende Potential $U = U_2$; der Ausschlag α wird daher prop. U^2, ist also unabhängig vom Vorzeichen der Spannung. Genauer gilt für diese Schaltung $U^2 = k_1\alpha + k\alpha^2$.

Nach Orlich gilt für das Quadrantelektrometer folgende verbesserte Formel:

$$D\alpha = a_0U_N^2 + a_1U_1^2 + a_2U_2^2 + (a_2 - a_1)U_N(U_1 - U_2) + b_0U_1U_2 + c_0U_N + c(U_1 - U_2). \qquad (2)$$

Um die Zahl der Konstanten zu verringern, müssen in den einzelnen Schaltungen geeignete Kommutierungen vorgenommen werden. D ist nicht ganz konstant, sondern hängt etwas von U_N, U_1 und U_2 ab; diese Abhängigkeit läßt sich durch geeignetes Justieren beseitigen.

Orlich, Z. Instrkde. **23**, 97, 1903.

b) Binantenelektrometer. Dieses Instrument entspricht in seiner Einrichtung dem Quadrantelektrometer, nur ist die Schachtel in zwei Segmente geteilt, und die Nadel, eine kreisförmige Scheibe, besteht ebenfalls aus zwei voneinander isolierten Teilen, deren Trennungslinie in der Nullstellung im allgemeinen senkrecht zu der der Schachtel liegt oder doch einen größeren Winkel mit ihr bildet. Die Spannung wird der einen Nadelhälfte über die Aufhängung, der anderen über einen dünnen nach unten führenden losen Wollaston-Draht zugeleitet. Nadel und Binantenflächen bilden keine Ebenen, sondern Teile von Kugelschalen, deren Mittelpunkt in den Aufhängepunkt der Nadel fällt. Dadurch wird die Gefahr vermieden, daß die Nadel bei gelegentlichem Pendeln an die Schachtel stößt oder bei höherer Nadelspannung an sie herangezogen wird, sobald sie ein wenig unsymmetrisch hängt. Da bei diesem Gerät die Feldverteilung wesentlich günstiger als beim Quadrantelektrometer ist, so wird der Bereich, in dem die Ausschläge der zu messenden Spannung auf wenige Promille proportional sind, etwa siebenmal so groß wie beim Quadrantelektrometer, und die Spannungsempfindlichkeit steigt bis zu einer Nadelspannung von etwa

1500 V mit dieser Spannung an. Sind $U_1 U_2$ bzw. $U_3 U_4$ die Potentiale der Schachtel- und Nadelhälften, so gilt für den Ausschlagswinkel $\alpha = \text{const.}\,(U_1 - U_2)(U_3 - U_4)$. Als höchste Spannungsempfindlichkeit lassen sich etwa 10 000 mm/V erreichen. Die Ladungsempfindlichkeit hat dagegen, ähnlich wie beim Quadrantelektrometer, schon bei ziemlich kleiner Nadelspannung ein Maximum (S. 141) von rund 10 mm/10^{-12} C. — Das Binantenelektrometer ist auch als Zeigerinstrument ausgebildet worden.

Dolezalek, Ann. Phys. **26**, 312, 1908; Hermann, Phys. Z. **27**, 523, 1926; Nadjakoff, Z. Instrkde. **52**, 132, 1932.

c) Duantenelektrometer. Über dem äußerst schmalen Trennspalt einer zweiteiligen, gut plangeschliffenen Fläche, deren Hälften (Duanten) auf entgegengesetzt gleiche Hilfspotentiale von im allgemeinen höchstens 30 V geladen werden, schwebt an einem 2—3 μ dicken Wollaston-Draht ein sehr leichter einseitiger Platinflügel, dessen Länge und Breite nur wenige Millimeter betragen. Der Abstand zwischen Flügel und Duanten, von dem die Empfindlichkeit des Elektrometers neben dem Hilfspotential abhängt, läßt sich durch Verschieben der Duanten oder des Flügels verändern. Die zu messenden Spannungen oder Ladungen werden auf das Flügelsystem übertragen. Durch systematische Ausnutzung der elektrischen Richtkraft bis zur Labilisierung (elektrostatische Astasierung, s. S. 131 und 142) wird eine hohe Spannungsempfindlichkeit und vor allem die höchste bisher erzielte Ladungsempfindlichkeit erreicht. Für ein Elektrometer mit relativ großem System, das sich leichter handhaben läßt, wird eine Spannungsempfindlichkeit von 7000 mm/V und eine Ladungsempfindlichkeit von 200 mm/10^{-12} C angegeben, während sich mit dem empfindlichsten Instrument, das evakuiert werden kann, um die Luftdämpfung des Systems zu verringern und um Ladungsübergänge durch Ionisation zu vermeiden, noch die dreifache Spannungsempfindlichkeit und die 30fache Ladungsempfindlichkeit, d. h. 1 mm für rund 1000 Elementarquanten, erreichen läßt. Die Einstelldauer beträgt 4 bis 10 s. Das Elektrometer erreicht die Grenze der Empfindlichkeit, die durch die Unruhe der Brownschen Molekularbewegung gesetzt ist. Es wird z. B. in der Kernphysik benutzt, um die Ionisation durch einzelne α- oder H-Strahlen zu messen. Die Handhabung bei großer Empfindlichkeit ist schwierig; über das Verhalten bei Ladungsmessungen mit höchster Empfindlichkeit vgl. S. 142.

Hoffmann, Ann. Phys. **52**, 665, 1917; Theorie auch Phys. Z. **25**, 6, 1924 u. Engel, Ann. Phys. **4**, 575, 1930; vereinfachte Form: Engel u. Pforte, Phys. Z. **32**, 81, 1931; Erhöhung d. Einstellgeschwindigkeit und weitere Verbesserungen: Diebner, Z. Phys. **85**, 373, 1933 u. Zipprich, Phys. Z. **37**, 36, 1936.

B. Blatt- und Fadenelektrometer

Die Blatt- und Fadenelektrometer stehen den Nadelelektrometern im allgemeinen an Spannungsempfindlichkeit nach; auch läßt sich Proportionalität zwischen Ausschlag und Spannung meist nicht so weitgehend erzielen wie beim Quadranten- und besonders beim Binantenelektrometer. Die Vorzüge der Fadeninstrumente gegenüber den Nadelelektrometern liegen vor allem in ihrer außerordentlich einfachen Handhabung und Aufstellung (Transportfähigkeit), in der raschen Einstellung auf wechselnde Spannungen und in ihrer kleinen Kapazität.

Da die Kapazität der Blatt- und Fadenelektrometer nur einige 10^{-12} F gegenüber z. B. einigen 10^{-11} F beim Quadrantelektrometer beträgt, besitzen sie

auch bei mäßiger Spannungsempfindlichkeit schon eine erhebliche Ladungsempfindlichkeit, so daß sie zum Teil die Nadelelektrometer — außer dem Duantenelektrometer — hierin erreichen oder sogar übertreffen; sie werden daher zur Messung schwacher Ionisationsströme bei radioaktiven oder kernphysikalischen Untersuchungen heute fast ausschließlich verwendet. Da der Ausschlag der Elektrometer ohne Hilfsladung, mindestens zunächst, quadratisch mit der Spannung wächst, sind diese Geräte für kleine Spannungen unempfindlich und erreichen erst bei einer Aufladung auf 100 oder einige 100 V ihre größte Empfindlichkeit; sie sind daher besonders für Strommessungen nach der Entlademethode (S. 143) geeignet. Die Fadenelektrometer sind durch ihre geringe Trägheit, die auf der kleinen Masse des beweglichen Systems beruht, z. B. als Vibrationselektrometer für Wechselspannungsmessungen sowie zum Nachweis der kurzdauernden Stromstöße Geigerscher Spitzenzähler oder Zählrohre sehr brauchbar.

Die Blättchen oder Fäden werden mit Ablesemikroskopen von 10—500facher Vergrößerung beobachtet; auch Projektion des Fadens ist manchmal sehr zweckmäßig. Bei Blattelektrometern stellt man auf einen gut in die Augen fallenden Zacken am Rande des Blättchens oder besser auf ein an dem Blättchen mit einer Spur von Syndetikon befestigtes Platindrähtchen von 0,02—0,05 mm Dicke ein.

a) Elektrometer ohne Hilfsladung. α) Einfache Blattelektrometer. Die einfachen Blattelektrometer bestehen entweder aus zwei schmalen, sehr dünnen Metallblättchen, die sich bei Aufladung spreizen, oder aus einem Blättchen, das von einem festen Metallstreifen abgestoßen wird.

Aluminiumblättchen, die wegen ihrer Steifheit die Neigung haben, sich ruckweise zu bewegen, verwende man nur bei den weniger empfindlichen Instrumenten. Echtes Blattgold, wie es in kleinen Büchern erhältlich ist, verhält sich bei sorgfältiger Befestigung einwandfrei. Man schneidet es z. B. mit einer Rasierklinge zwischen sehr glattem Papier in 2—5 mm breite Streifen, die man mit Hilfe von Nähnadeln handhabt.

Das in Abb. 82 dargestellte Instrument von Elster und Geitel ist hauptsächlich für einfachere luftelektrische oder Ionisationsmessungen geeignet. Die Aluminiumblättchen werden mit einer Lupe beobachtet. In der zur Hälfte verspiegelten Vorderfläche des Elektrometers sieht man gleichzeitig das Spiegelbild einer Skala, die in der Bewegungsebene der Blättchen erscheint (parallaxenfreie Ablesung). Transportfähigkeit des Instruments wird durch zwei Platten erreicht, die sich gegen die Blättchen schieben lassen und sie so festhalten.

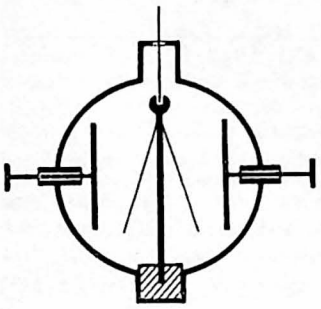


Abb. 82. Blattelektrometer von Elster und Geitel

Ein bei radioaktiven Messungen viel gebrauchtes Elektrometer zeigt Abb. 83. Der durch das Ebonitstück e gehende Stift p trägt ein Kügelchen von Schwefel oder Bernstein, dieses ein flaches poliertes Messingstück s mit dem Goldblatt g; zum Laden dient der drehbare Draht d. Das Elektrometersystem befindet sich in einem Metallgehäuse (z. B.

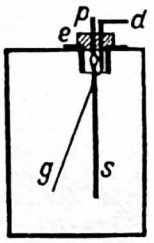


Abb. 83. Einfaches Blattelektrometer für Ionisationsmessungen

Würfel von 10 cm Kantenlänge, Messingzylinder von etwa 1 l Inhalt) mit Fenstern für ein Mikroskop mit Okularmikrometer. Den Ladungsverlust über die Aufhängung kann man fast verschwinden lassen, wenn man p auf ein nahe gleiches Potential ladet wie s. Aufladedraht d und Gehäuse müssen während der Messung geerdet sein. Da bei diesem Instrument von dem geladenen System keine metallische Verbindung aus dem Gehäuse herausführt, kann nur die im Inneren des Elektrometers selbst erzeugte Ionisation gemessen werden.

Lauritsen verwendet für Messungen an Röntgen- und γ-Strahlen Ionisationskammern, in die er in ähnlicher Weise ein besonders winziges Blattsystem einsetzt; sein Blättchen besteht aus einem wenige Millimeter langen, etwa 5 μ dicken metallisierten Quarzfaden, dessen eines Ende an einem dünnen Draht befestigt ist und dessen Abspreizung durch ein stark vergrößerndes Mikroskop beobachtet wird. Das System besitzt große mechanische Stabilität und wegen seiner kleinen Kapazität eine hohe Ladungsempfindlichkeit.

Lauritsen, Phys. Rev. **43**, 212, 1933; Read u. Lauritsen, ebd. **45**, 434, 1934.

Die Verbindung eines Blattelektrometers mit einer gesonderten Ionisationskammer zeigt Abb. 322 auf S. 489.

β) Wulfsches Zweifadenelektrometer. Durch den Deckel eines kastenförmigen Gehäuses ist, in Bernstein isoliert, ein kurzer Metallstift geführt, von dessen Ende zwei Wollaston-Drähte oder metallisch leitend gemachte Quarzfäden von etwa 8 cm Länge herabhängen. Beide Fäden sind am unteren Ende miteinander verbunden und an einem elastischen Quarzbügel befestigt. In ungeladenem Zustand hängen sie, durch den Quarzbügel leicht gespannt, dicht nebeneinander; bei Aufladung spreizen sie sich, so daß sie im Gesichtsfeld des auf die Mitte der Fäden eingestellten Mikroskops weiter auseinanderrücken. Die maximale Spannungsempfindlichkeit beträgt 0,3 Skt./V, die Ladungsempfindlichkeit, entsprechend einer Kapazität von $3 \cdot 10^{-12}$ F, etwa 0,1 Skt./10^{-12} C. Bei dem üblichen Meßbereich von 250 V ist die Skala zwischen 60 und 250 V fast linear. In der vollkommeneren Ausführung ist das System noch mit einem Hilfskonduktor umgeben, der im allgemeinen mit dem Gehäuse verbunden ist. Gibt man diesem Konduktor aber eine Vorspannung gegen das Gehäuse, so wird der Meßbereich um den Betrag der Vorspannung verschoben; z. B. zeigt das Elektrometer bei einer Vorspannung von + 100 V Null, wenn am Faden ebenfalls + 100 V liegen. Der Meßbereich erstreckt sich daher von — 150 V bis + 350 V.

Wulf, Phys. Z. **8**, 246 u. 527, 1907; **10**, 251, 1909; **26**, 352, 1925. Über Verwendung bei Wechselstrommessungen: Greinacher, ebd. **13**, 388 u. 433, 1912. Ein γ-Strahlenmeßgerät, bei welchem ein Zweifadensystem unmittelbar in die Ionisierungskammer eingesetzt ist: Heß, ebd. **14**, 1135, 1913.

Kolhörster ersetzt in seinem Schlingenelektrometer die Fäden durch zwei aneinanderliegende U-förmige Schlingen aus metallisierten Quarzfäden, die sich beim Anlegen einer Spannung auseinanderspreizen. Die Spannungsempfindlichkeit des Zweischlingenelektrometers beträgt maximal 3 Skt./V, die Kapazität des Systems mit Zuleitung etwa $2 \cdot 10^{-12}$F. Wird das System jedoch, ähnlich wie bei dem Elektrometer Abb. 83, in die Ionisationskammer hineingesetzt, wie z. B. bei Kolhörsters Apparat zur Messung der Höhenstrahlung (S. 495), so beträgt die Kapazität nur $0{,}2 \cdot 10^{-12}$F; Z. Instrkde. **44**, 494, 1924.

b) Elektrometer mit Hilfsladung. Die im folgenden beschriebenen Elektrometer können meist in denselben drei Schaltungen wie das Quadrantelektrometer benutzt werden (S. 129, Abschn. γ), wobei der Faden oder das Blättchen der Nadel und die beiden Feldelektroden (Schneiden) den Quadrantenpaaren entsprechen.

Am gebräuchlichsten, besonders zur Messung schwacher Ströme, ist die Fadenschaltung mit entgegengesetzt gleichen Hilfsspannungen an den Feldelektroden. Die Theorie der Schaltungen für die Fadenelektrometer entspricht bis auf eine charakteristische Unsymmetrie bei der Schneidenschaltung der Theorie des Quadrantelektrometers (S. 130).

Perucca, Z. Instrkde. **50**, 257, 1930.

α) Saitenelektrometer. Ein Faden (F in Abb. 84), z. B. ein 6 cm langer Wollaston-Draht von 1—2 μ Dicke, ist, von dem Gehäuse isoliert, zwischen zwei ebenfalls isolierten Schneiden (S_1 und S_2) ausgespannt. Am oberen Ende ist er starr, am unteren an einem elastischen Quarzbügel oder Quarzring (Q) befestigt, so daß sich die Saitenspannung leicht und gut reproduzierbar durch eine Mikrometerschraube (C) einstellen läßt. Zum Erden des Gehäuses dient die Klemme E. In die Spannungszuführung zu den Schneiden sind zuweilen Schutzwiderstände W eingebaut. Das Elektrometer ist gegen Neigung und Erschütterung ziemlich unempfindlich.

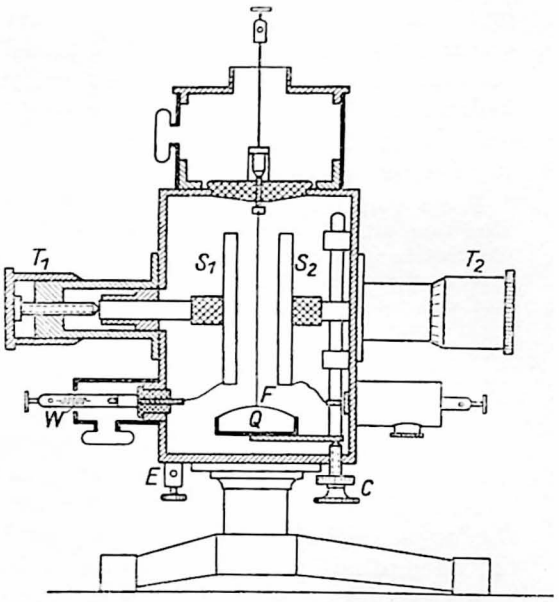


Abb. 84. Saitenelektrometer (Wulf)

Beim Anlegen von Spannungen an Schneiden und Faden bewegt sich der Faden auf die entgegengesetzt geladene Schneide zu. Die Empfindlichkeit läßt sich durch Ändern der Hilfsspannung, des mikrometrisch einstellbaren Schneidenabstandes und der elastischen Fadenspannung in weiten Grenzen verändern. Maximal sind Spannungsempfindlichkeiten bis zu 1000 Skt./V und Ladungsempfindlichkeiten bis zu etwa 20 Skt./10^{-12} C erreichbar; die Kapazität des Fadensystems beträgt bei kleineren Empfindlichkeiten 1,5—3,5 · 10^{-12} F (über große Ladungsempfindlichkeiten s. S. 142). In der idiostatischen Schaltung lassen sich Spannungen bis 1000 oder 2000 V messen.

Um große Empfindlichkeiten zu erreichen, verfahre man folgendermaßen: nachdem die Fadenspannung ziemlich locker eingestellt ist, bringe man die Schneiden mit Hilfe der Mikrometerschrauben T_1 und T_2 auf gleiche, zunächst ziemlich große Abstände vom Faden (etwa 10 mm) und lade sie auf möglichst gleiche Hilfsspannungen von $\pm$ 100 bis 200 V. Zum genauen Abgleichen der Spannungen überbrückt man den mittleren Teil der Hilfsbatterie, z. B. zwei Akkumulatorenzellen, mit einem Potentiometer, dessen Abgriff an Erde liegt. Die Zuleitungen zu den Schneiden führt man über einen Kommutator (S. 11), sowie über eine Schaltwippe, die beide Schneiden gleichzeitig entweder an die Hilfsspannungen oder an Erde schaltet. Legt man nun bei geerdetem Faden die Hilfsspannungen an die Schneiden und kommutiert, so erhält man zwei Einstellungen des Fadens, die im allgemeinen nicht symmetrisch zu seiner Stellung bei geerdeten Schneiden liegen. Durch Verschieben einer der Schneiden lassen

sich die Ausschläge entgegengesetzt gleich machen, durch genaues Abgleichen der Hilfsspannungen mit dem Potentiometer bringt man sie zum Verschwinden. Nun nähert man bei angelegten Schneidenspannungen unter ständiger Beobachtung des Fadens beide Schneiden gleichzeitig vorsichtig dem Faden, und zwar so, daß er dabei in der Nullstellung bleibt. Beim Kommutieren der Hilfsspannungen darf der Faden keinen Ausschlag ausführen; tritt doch ein Ausschlag ein, so muß die Abgleichung der Spannungen verbessert werden. Man überzeugt sich öfter von der erreichten Empfindlichkeit, indem man eine Spannung von einigen Hundertstel Volt an den Faden legt. Es empfiehlt sich, die Schneiden nicht näher als etwa auf 5 mm an den Faden heranzubringen, damit er nicht an die Schneiden springen kann. Ist bei diesem Abstand die gewünschte Empfindlichkeit noch nicht erreicht, so entferne man die Schneiden wieder weiter, lockere die Fadenspannung oder erhöhe die Schneidenpotentiale und wiederhole das Verfahren. Eine Grenze der Empfindlichkeit ist dadurch gesetzt, daß die Fadeneinstellung schließlich instabil wird.

Form von Wulf, Phys. Z. **15**, 250, 1914. Form von Lutz, ebd. **24**, 166, 1923. Bei der älteren Konstruktion von Lutz, ebd. **13**, 954, 1912, fehlt noch der elastische Quarzring; daher ist größte Vorsicht beim Verändern der Fadenspannung erforderlich, damit der Faden nicht zerreißt. Einfachere Ausführungen verzichten auf die mikrometrische Schneidenbewegung u. a.; Selbstanfertigung eines Fadenelektrometers Lutz, ebd. **17**, 619, 1916. Über Störungen an Fadenelektrometern durch schlecht leitende Oberflächenschichten auf dem Faden s. Benndorf u. Rumpf, Anz. Ak. Wien 1938, S. 109.

Kolhörster benutzt in seinem Schlingenelektrometer (vgl. a. S. 134) statt der geraden Saite eine elastische U-förmige Quarzschlinge zwischen zwei schwenkbaren Drahtbügeln als Schneiden. Das Elektrometer erreicht eine Spannungsempfindlichkeit von 20 Skt./V und bei einer Kapazität von $2{,}5 \cdot 10^{-12}$ F eine Ladungsempfindlichkeit von 8 Skt./10^{-12} C; es hat sehr kleine Abmessungen und ist unempfindlich gegen Temperaturschwankungen und andere äußere Einflüsse.

Kolhörster, Z. Instrkde. **44**, 494, 1924.

β) Elektrometer mit freihängendem Blatt oder Faden. Diese Elektrometer ähneln in ihrer Anordnung dem Saitenelektrometer. Bei der älteren Form von Hankel spielt ein Gold- oder Aluminiumblatt zwischen zwei plattenförmigen, verstellbaren Hilfselektroden, welche auf entgegengesetzt gleiche Spannungen von 100 bis 200 V aufgeladen werden. Bei der höchsten Empfindlichkeit läßt sich etwa 0,01 V noch beobachten.

Elster und Geitel haben das Blättchen durch einen metallisierten Quarzfaden von 1—2 μ Dicke ersetzt, zwischen dessen freiem unteren Ende und dem Gehäuse ein loser Spinnwebfaden angebracht ist, der übermäßige Bewegungen des Quarzfadens — z. B. beim Transport — verhindert. Durch mikrometrisches Verschieben der Hilfselektroden lassen sich Empfindlichkeiten bis zu 300 Skt./V einstellen; die Kapazität beträgt etwa $2 \cdot 10^{-12}$ F.

Elster u. Geitel, Phys. Z. **10**, 664, 1909. Über ein Vakuumelektrometer mit einer Empfindlichkeit bis zu 19 000 Skt./V vgl. Swann, J. Opt. Soc. Amer. **11**, 375, 1925.

Perucca verwendet einen 3,5 cm langen vergoldeten Quarzbügel der in Abb. 85 wiedergegebenen Form, welcher in dem Feld zwischen zwei mikrometrisch verschiebbaren Plattenelektroden um den Torsionsfaden T schwingt. An seiner Spitze trägt der Bügel einen 5 μ dicken kleinen Zeiger Z, der durch ein Mikroskop mit 500facher Vergrößerung beobachtet wird. Bei einer Hilfs-

spannung von $\pm$ 8 V läßt sich eine Empfindlichkeit von 1000 Skt./V bei einer Einstelldauer von 2 s erreichen, bei höherer Hilfsspannung kann man die Spannungsempfindlichkeit bis auf 10000 Skt./V steigern; die Kapazität beträgt $3{,}7 \cdot 10^{-12}$ F, die höchste Ladungsempfindlichkeit liegt bei 100 Skt./10^{-12} C. Das Elektrometer hat kleine äußere Abmessungen und ist mechanisch sehr stabil.

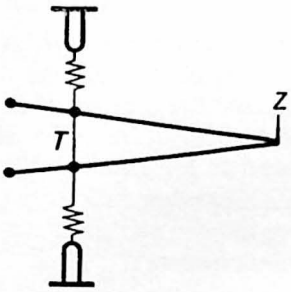


Abb. 85. Perucca-Elektrometer

Perucca, Z. Instrkde. Z. **47**, 524, 1927; Perucca u. Leiß, Phys. **49**, 604, 1928.

Beim Wilsonschen Kippelektrometer (Abb. 86) steht in dem würfelförmigen Gehäuse $ABCD$ von etwa 5 cm Kantenlänge dem Goldblättchen, das an einem isolierten Messingstift hängt, nur eine Hilfselektrode P von etwa 4×4 cm² Oberfläche gegenüber. Die Neigung des schräg gestellten Gehäuses läßt sich durch eine feine Schraube verändern. Wegen der schiefen Anordnung wird beim Kippen eine labile Lage des Blättchens durch Kompensation der mechanischen durch die elektrostatische Richtkraft (S. 130f.) und damit eine große Empfindlichkeit erreicht.

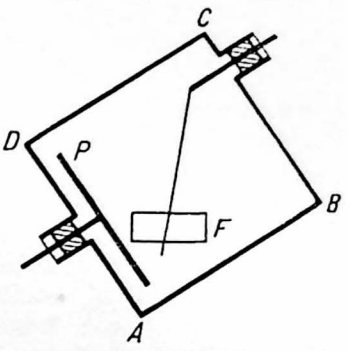


Abb. 86. Wilsonsches Kippelektrometer

Nachdem das Gehäuse geerdet und P auf etwa 200 V aufgeladen ist, vergrößert man allmählich die zunächst geringe Neigung des Gehäuses, wobei man durch Anlegen entsprechend kleiner Spannungen an das Goldblatt das Anwachsen der Empfindlichkeit dauernd verfolgt. Geht man mit der Neigung zu weit, so springt das Goldblatt in eine Gleichgewichtslage parallel zu CD, wo das Instrument sehr unempfindlich ist.

Die größte Empfindlichkeit kurz vor der instabilen Lage hängt in komplizierter Weise vom Ausschlag ab, daher findet das Elektrometer meist nur als Nullinstrument Verwendung. Gute Konstanz der Hilfsspannung ist erforderlich, ferner sorgfältigster Wärmeschutz zur Vermeidung von Konvektionsströmungen im Innern.

Wilson, Proc. Cambr. Phil. Soc. **12**, 135, 1903; Z. Instrkde. **23**, 314, 1903; ferner Electrician **66**, 940, 1911. Quarzfaden in Wasserstoffatmosphäre: Carmichael, Proc. Phys. Soc. **44**, 400, 1932. Anfertigung am besten nach H. Schmidt, Z. phys. u. chem. Unterr. **29**, 135, 1916. Über ein symmetrisches Instrument ähnlicher Bauart s. Bumstead, Phil. Mag. **22**, 910, 1911.

C. Verschiedene Elektrometer

a) Hochspannungselektrometer. Bei dem Righischen Spiegelelektrometer (Abb. 87), das für Spannungen von 3 bis 25 kV geeignet ist, wird das zu messende Potential U einer Nadel zugeführt, die infolge ihrer unsymmetrischen Stellung zu zwei Ausschnitten des Gehäuses abgelenkt wird. Ein Instrument derselben Art entsteht aus einem Quadrantelektrometer, wenn man das eine Quadrantenpaar fortnimmt. Die Ausschläge α sind angenähert prop. U^2; genauer gilt $U = c\sqrt{\alpha(1-c'\alpha)}$.

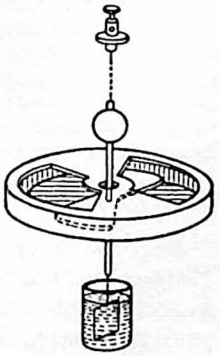


Abb. 87. Righisches Spiegelelektrometer

Für höhere Spannungen muß man durch Abrunden der Formen das Sprühen vermeiden: C. Müller, Ann. Phys. **28**, 592, 1909, führt die zu messende Spannung (bis 100 kV) zwei feststehenden Kugeln zu, zwischen denen eine geerdete Nadel mit halbkugelförmigen Enden schwingt; Steubing, Phys. Z. **37**, 32, 1936, verwendet in einer ähnlichen Anordnung für Spannungen zwischen 0,4 und 35 kV eine etwa 10 cm lange hantelförmige Nadel, deren Endkugeln 2 cm Durchmesser haben.

Das Hochspannungselektrometer von Wulf ist ein Saitenelektrometer in idiostatischer Schaltung (S. 129 und 131), bei welchem die eine Feldelektrode P (Abb. 88) als Hochspannungskörper ausgebildet ist, während der Faden F an der zweiten Elektrode leitend befestigt und geerdet ist. Durch Verschieben von P läßt sich die maximal meßbare Spannung zwischen 0,8 und 15 kV ändern. Mit Hilfe von Lehren können bestimmte Abstände von P eingestellt werden, für welche sich die Eichkurven nur um einen konstanten Faktor unterscheiden. Spannungen bis 500 V werden zur Messung an den Faden nebst Träger gelegt, während P geerdet ist; lädt man statt dessen P auf ein Hilfspotential und erdet das Gehäuse, so wird die Empfindlichkeit bei kleinen Spannungen erhöht.

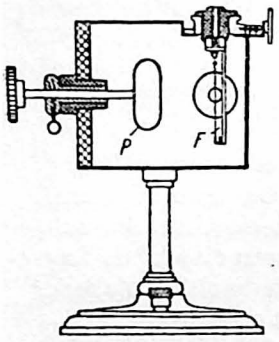


Abb. 88. Hochspannungselektrometer nach Wulf

Wulf, Phys. Z. **31**, 1030, 1930.

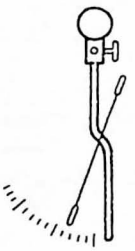


Abb. 89. Elektrostatisches Voltmeter nach Braun

b) Elektrostatische Voltmeter. Das einfachste in Volt geeichte Elektrometer (Abb. 89) für Maximalspannungen von 0,5 bis 10 kV benutzt einen elektrisch abgestoßenen Aluminiumstreifen, der über einer Skala schwingt.

Braun, Wied. Ann. **44**, 771, 1891; Wehnelt u. Johannesson, Z. techn. Phys. **14**, 349, 1933. Ein Spiegelinstrument mit horizontal schwingender Nadel für 100 bis 10 000 V beschreibt Shrader, J. Opt. Soc. Amer. **6**, 273, 1922. Voltmeter, bei denen eine bewegliche Platte, von einer festen angezogen, ihre Bewegung durch Hebel auf einen Zeiger überträgt, für 2 bis 30 kV, Beginn der Skalenfeinteilung bei $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{6}$ der Maximalspannung, s. Palm, ETZ **47**, 873 u. 904, 1926.

Für niedrigere Spannungen, besonders auch für Hochfrequenz-Messungen geeignet sind die Multizellular-Instrumente, bei denen ein System von mehreren Nadeln in eine entsprechende Anzahl zu beiden Seiten angebrachter Metallzellen einschwingt. Durch die Form der Zellen wird eine fast lineare Skala erreicht, deren Feinteilung bei etwa $\frac{1}{10}$ des Endwertes von 150 bis 1500 V beginnt. Palm, Z. Fernmeldetechn. **2**, 201, 1912; Z. techn. Phys. **15**, 117, 1934.

Statische Voltmeter mit Lichtzeiger für Endausschläge von 300 bis 3000 V, die sich wegen ihrer Kapazität von nur einigen 10^{-12} F besonders für Hochfrequenz-Messungen eignen, sind im Handel zu haben, ebenso wie Quadrantelektrometer in idiostatischer Schaltung mit eingebautem Lichtzeiger und ähnliche Instrumente für Endausschläge von 20 bis 260 V (s. auch S. 130). Über ein empfindliches Dosenelektrometer mit Zeigerablesung (Kapazität $1 - 7 \cdot 10^{-12}$ F, Skalenbereich 100—500 V), besonders zur Messung von Ionisationsströmen geeignet, s. Szilard, Phys. Z. **15**, 209, 1914; C. R. **174**, 1618, 1922.

Bei dem Hochspannungsvoltmeter von Starke und Schroeder ist in die eine Platte eines ebenen Plattenkondensators ein kleiner unsymmetrischer drehbarer Flügel eingesetzt, dessen Drehung mittels Spiegel und Lichtzeiger auf eine Skala projiziert wird. Mehrere Meßbereiche lassen sich durch Verschieben der einen Kondensatorplatte einstellen; die Voltmeter werden für Endausschläge von 5—500 kV gebaut (S. 167).

c) Kapillarelektrometer. Das Instrument wird häufig bei physiko-chemischen Messungen, besonders als Nullinstrument für Kompensationsverfahren, verwendet. Verdünnte Schwefelsäure (etwa 25%) steht mit Quecksilber einmal in einer dünnwandigen Glaskapillare, zum andern in einer weiten Kugel in Berührung (Abb. 90); in die beiden Quecksilbermassen sind bei *a* und *b* Platindrähte als Spannungszuführung hineingeführt. Die Oberflächenspannung an den Berührungsflächen ist eine Funktion der Merkuroionen-Konzentration im Elektrolyten; legt man daher die zu messende Spannung mit ihrem negativen Pol an *a*, mit dem positiven an *b*, so tritt in der Kapillare eine Verarmung an Ionen und dadurch eine Verschiebung der Quecksilberoberfläche ein. Die Verschiebung, die mit einem Mikroskop mit Okularmikrometer beobachtet wird, ist bei kleinen Spannungen bis etwa 0,01 V der Spannung proportional. Im allgemeinen werden Empfindlichkeiten von 1000 bis 10000 Skt./V erreicht; noch größere Empfindlichkeiten kann man mit engen, geneigten Kapillaren erhalten, doch soll der Kapillarendurchmesser nicht kleiner als 0,3 mm sein. Größte Reinheit von Quecksilber und Schwefelsäure ist wichtig. Die Kapazität des Instruments ist beträchtlich, der Widerstand beträgt $10^4 - 10^5\ \Omega$.

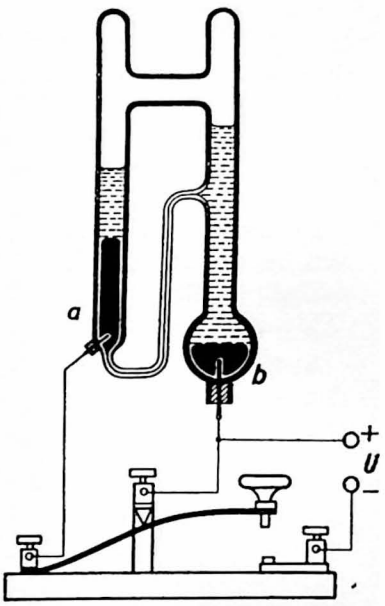


Abb. 90. Kapillarelektrometer

Bei der Messung soll die Spannung nur für kurze Zeit angelegt werden, während vorher *a* mit *b* metallisch verbunden war (Nullpunkt). Das wird in leicht ersichtlicher Weise durch den Federschlüssel in Abb. 90 bewirkt (Ostwald). Nach Anlegen einer zu großen (> 1 V) oder verkehrt gerichteten Spannung muß die Quecksilberoberfläche in der Kapillare durch Kippen des Instruments erneuert werden. Wird das Elektrometer nicht benutzt, so soll an *ab* dauernd eine Spannung von weniger als 1 V, z. B. ein Weston-Element, liegen.

Lippmann, Pogg. Ann. **149**, 546, 1873; Zehnder, Z. Instrkde. **30**, 274, 1910; Ostwald-Luther, Physico-chem. Messungen. Leipzig 1931.

4. Elektrometrische Meßmethoden

A. Spannung

Die Elektrometerskala wird zunächst in der für die Messung gewählten Schaltung (vgl. z. B. S. 129, Abschn. γ) mit einer Reihe bekannter Spannungen geeicht. Man legt (Abb. 91) das Elektrometer *El* parallel zu einem Voltmeter *V* an einen Spannungsteiler *R* und bezieht die Elektrometerausschläge auf die des Voltmeters. Wird als Spannungsteiler ein Präzisionswiderstand bekannter Unterteilung (z. B. Dekadenwiderstand) benutzt, so erhält man auch ohne Voltmeter eine relative Eichung der Elektrometerskala; zu absoluten Werten gelangt

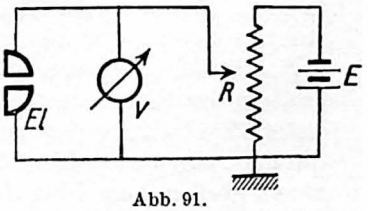


Abb. 91.
Spannungseichung eines Elektrometers

man hierbei, wenn auch die Spannung E bekannt ist. Wird diese Spannung Normalelementen entnommen, so soll R mindestens $10^5\,\Omega$ betragen. Über Kommutieren s. S. 128, Abschn. β. Bei langen Messungsreihen ist es zweckmäßig, zur Prüfung der Konstanz der Empfindlichkeit dem Elektrometer einen Kontaktschlüssel zuzuschalten, durch den jederzeit die Spannung eines Normalelementes oder ein geeigneter Bruchteil davon an das Elektrometer angelegt werden kann.

Die bei der Eichung gefundene Abhängigkeit des Ausschlags von der angelegten Spannung trägt man am besten graphisch auf. Man legt dann die zu messende Spannung an das Elektrometer und entnimmt aus der Eichkurve den Spannungswert, der zu dem beobachteten Ausschlag gehört. Über Messung von Wechselspannungen mit dem Elektrometer vgl. S. 164.

B. Widerstand

a) Messung des Spannungsabfalls. Für die Messung großer Widerstände läßt sich bei den auf S. 56 unter b) und auf S. 57 unter c) genannten Methoden vorteilhaft ein Elektrometer als Spannungsmesser mit praktisch unendlich großem Widerstand verwenden.

b) Entladungszeit eines Kondensators (für Widerstände $\geqq 10^6\,\Omega$). Man legt den Widerstand R parallel zu einem gut isolierten Kondensator mit der bekannten Kapazität C und beobachtet mit dem Elektrometer den Abfall der Spannung des aufgeladenen Kondensators. Beträgt zur Zeit 0 das Potential des Kondensators U_0, so ist zur Zeit t sein Potential $U = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$; daraus ergibt sich

$$R = \frac{t}{C \ln (U_0/U)}.$$

Ist T die Zeit, in welcher U auf die Hälfte abfällt, so ist $R = \frac{T}{0{,}6931\,C}$, wo z. B. R in Megohm, T in s, C in μF zu rechnen ist.

Am besten lädt man C auf eine etwas höhere Spannung als U_0 auf und mißt dann mit der Stoppuhr die Zeit zwischen den Durchgängen des Lichtzeigers (Fadens) durch die Skalenteile, welche den Spannungen U_0 und $\frac{1}{2}U_0$ entsprechen.

Nach derselben Methode kann man umgekehrt mit einem bekannten Widerstand auch eine Kapazität messen.

C. Elektrizitätsmenge und Stromstärke

a) Allgemeines. Die elektrometrischen Methoden sind besonders für die Messungen sehr kleiner Ladungen und Ströme geeignet. Sie werden z. B. meist verwendet, um Ionisationsströme auf dem Gebiete der Radioaktivität der künstlichen Kernumwandlung und der Röntgenstrahlen zu messen. Meßbar sind Ströme bis herab zu 10^{-15} A, mit den empfindlichsten Anordnungen sogar bis zu 10^{-18} A.

Bei der Messung von Elektrizitätsmengen und Strömen ist zunächst die Isolation des Elektrometers (Quadrantenpaar bzw. Nadel oder Faden) allein und unter Zuschaltung der zu benutzenden Hilfsapparate (Schlüssel, Ionisationskammer usw.) zu prüfen. Man lädt zu diesem Zweck den isolierten Teil bis zu einem großen Ausschlag des Zeigers (Nadel oder Faden) auf. Sobald dieser zur Ruhe gekommen ist, beobachtet man für längere Zeit den Spannungsabfall,

der bei einem gut isolierten und mit einem Trockenmittel beschickten Elektrometer ohne Hilfsapparate unter 0,01 V pro Minute liegt. Ist dies nicht der Fall, so beachte man die Bemerkungen auf S. 123ff. unter A und B.

Wird der Erdungsschlüssel des gebrauchsfertig aufgestellten Elektrometers gehoben, so muß der Zeiger völlig in Ruhe bleiben. Gibt er einen kleinen Ausschlag oder macht er ruckweise Bewegungen, so liegt der Grund meist in Kontaktpotentialen am Erdungsschlüssel, in mechanischen Erschütterungen oder in ungenügender Konstanz der Hilfsspannung. Ungenügender elektrostatischer Schutz verursacht unregelmäßige Schwankungen des Zeigers um seine Nullage, die größer werden, wenn man die Hand dem unzureichend geschützten Teil der Anordnung nähert.

Beginnt nach dem Abschalten der Erdleitung oder bei Anordnungen für Strommessungen nach der Entladungsmethode (S. 143) nach dem Aufladen und Isolieren des Elektrometers der Zeiger langsam und gleichmäßig zu wandern, so fließt elektrische Ladung entweder über einen unzulänglichen Isolator oder infolge radioaktiver Verunreinigung durch die Luft in dem Elektrometer oder in der etwa angeschalteten Ionisationskammer. Bei der Messung schwacher Ionisationsströme läßt sich diese Störung nicht völlig beseitigen, da stets auch nach Entfernung der Ionisierungsquelle ein kleiner Reststrom in der Ionisationskammer fließt. Diese „natürliche Zerstreuung", die von einer geringen Radioaktivität der Kammerwände, von der Höhenstrahlung sowie von kleinen Ladungsverlusten über die Isolatoren herrührt, muß bei solchen Messungen stets gesondert bestimmt und von allen Meßwerten abgezogen werden.

Ändert sich bei Strommessungen der Ausschlag nicht gleichmäßig, sondern mit mehr oder weniger regelmäßigen Unterbrechungen, so kann die Ursache besonders bei Nadelelektrometern eine zu große Aufladegeschwindigkeit sein, infolge deren sich über die an sich gleichmäßige Bewegung Schwingungen der Nadel überlagern. In diesem Fall verlangsame man die Bewegung durch Zuschalten eines gut isolierten Kondensators zum Elektrometer. Geeignet hierfür ist z. B. ein verstellbarer Kondensator von $20—500 \cdot 10^{-12}$ F nach Gerdien oder Wulf. Die Unregelmäßigkeit kann aber auch an ungenügenden Kontakten liegen. Alle Zuleitungen zum Elektrometer sind daher gut zu verschrauben oder besser zu verlöten. Zusammengedrehte oder nur übergehängte Drähte geben häufig zu Störungen Anlaß.

Gerdien, Phys. Z. **5**, 294, 1904; Wulf, ebd. **26**, 353, 1925.

b) Ladungsempfindlichkeit. Der Leiter, dessen Ladung gemessen werden soll, z. B. die Belegung eines Kondensators oder die Elektrode einer Ionisationskammer, wird mit der isolierten Meßelektrode des Elektrometers — je nach der gewählten Schaltung Faden (Nadel) oder Schneide (Quadrant) —, die zweite Belegung bzw. die Wandung der Ionisationskammer mit dem Elektrometergehäuse verbunden und geerdet.

In diesem isolierten Zustand verhält sich das Elektrometer anders als bei Spannungsmessungen, bei denen der Meßelektrode ein festes Potential aufgedrückt wird. Da nämlich die Kapazität eines jeden Elektrometers mit zunehmendem Ausschlag wächst, bewirkt eine Bewegung des Systems in dem elektrischen Feld der Hilfsspannung eine zusätzliche Änderung des Potentials der isolierten Elektrode, die sich wiederum als eine der Bewegung entgegenwirkende Kraft auf das System äußert. Diese zusätzliche, die mechanische stets

vergrößernde Richtkraft ist um so kleiner, je unempfindlicher das Elektrometer und je größer die gesamte Kapazität C des Instrumentes und der angeschalteten Apparate (Kondensator mit Zuleitung u. a.) ist. Sie kann im allgemeinen vernachlässigt werden, sobald die Gesamtkapazität $C \gg 10^{-10}$ F, d. h. also groß gegen die Kapazität des Elektrometers allein ist; in diesem Fall kann die Ladung Q aus der am Elektrometer abgelesenen Spannung U ermittelt werden als $Q = CU$. Dasselbe gilt auch bei kleiner Gesamtkapazität, wenn die Spannung mit einem wenig empfindlichen Elektrometer, z. B. Zweifadenelektrometer oder Einfadeninstrument in idiostatischer Schaltung oder mit kleiner Hilfsspannung, gemessen wird und die Kapazität des Elektrometers nach einer der Methoden S. 197f. in demjenigen mechanischen und elektrischen Zustand bestimmt worden ist, in dem das Instrument bei der Messung benutzt wird. Schon kleine Verschiebungen bei der Justierung können jedoch bei Nadelelektrometern eine merkliche Änderung der Kapazität bewirken.

Da die zusätzliche Richtkraft dem Quadrat der Hilfsspannung U_0 proportional ist, läßt sich die gesamte Direktionskraft bei Ladungsmessungen als $D' = D(1 + cU_0^2)$ schreiben. Im allgemeinen enthält aber auch die bei Spannungsmessungen wirksame Richtkraft D bereits eine U_0^2 proportionale elektrostatische Komponente, die auf Unsymmetrien des Meßsystems beruht (S. 130), so daß $D' = D_0 \cdot [1 + (b + c)U_0^2]$ wird, wobei aber b im Gegensatz zu c auch negativ sein kann. Bei positivem b erreicht daher die Ladungsempfindlichkeit, die prop. U_0/D' ist, ihren Höchstwert schon bei einer kleineren Hilfsspannung als die Spannungsempfindlichkeit, nämlich bei $U_0 = (b + c)^{-\frac{1}{2}}$; das ist z. B. beim gewöhnlichen Quadrantelektrometer und beim Binantenelektrometer der Fall. Elektrostatische Astasierung, die sich bei Spannungsmessungen erreichen läßt, sobald $b < 0$ ist (S. 131), wird bei Ladungsmessungen erst für $b < -c$ möglich; der labile Punkt liegt dann bei einem größeren Hilfsfeld als bei Spannungsmessungen, d. h. die höchsten Ladungsempfindlichkeiten werden erst für einen Zustand des Elektrometers erreicht, in dem es für Spannungsmessungen bereits instabil ist (z. B. beim Duantenelektrometer).

Bei hochempfindlichen Elektrometern empfiehlt es sich, statt der Spannungsempfindlichkeit und Kapazität unmittelbar die Ladungsempfindlichkeit nach einer der folgenden Methoden zu bestimmen oder für die Messung eine Kompensationsmethode zu verwenden, bei welcher das Elektrometer nur als Nullinstrument dient.

α) Ladungsempfindlichkeit durch Ionisationsstrom. Für eine relative Eichung (Kalibrierung) der Elektrometerskala läßt man einen gleichmäßigen Strom auf das System übergehen, etwa einen Ionenstrom, der von einer konstanten Strahlenquelle erzeugt wird. Der Ladungswert eines bestimmten Skalenbereichs ist dann der Zeit proportional, in welcher dieser Bereich von dem Zeiger durchwandert wird (vgl. auch S. 143, Abschn. α).

β) Ladungsempfindlichkeit durch Influenzierung (Harms). Mit Hilfe eines angeschalteten kleinen Kondensators werden auf das Elektrometersystem bekannte Ladungen influenziert. Sehr geeignet ist ein Influenzierungsring (Hoffmann). Legt man nach vorheriger Ableitung des Elektrometers und des Influenzierungsringes R (Abb. 92), dessen Teilkapazität gegen die Elektrometerzuleitung C_i sein möge, an R das Potential U_i, so wird auf dem Elektrometersystem durch Influenz die Ladung $Q = C_i \cdot U_i$ frei. C_i wird durch Vergleich

mit einer bekannten oder berechenbaren Kapazität (z. B. Schutzringkondensator) nach der auf S. 187 unter a) angegebenen Methode gemessen. Auf elektrostatischen Schutz ist zu achten. Als Influenzierungskondensator kann unter Umständen auch ein geeigneter Teil der Versuchsanordnung (z. B. Ionisationskammer) verwendet werden. Der Influenzierungskondensator darf nach der Eichung der Versuchsanordnung, während der eigentlichen Messungen, nicht entfernt werden.

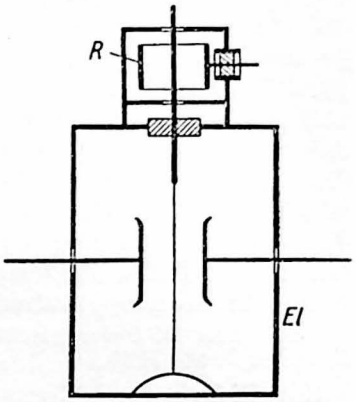


Abb. 92. Influenzierungsring zur Bestimmung der Ladungsempfindlichkeit

Harms, Phys. Z. 5, 47, 1904; Hoffmann, ebd. 15, 360, 1914.

c) Stromstärke. α) Aus der Entladegeschwindigkeit des Elektrometers. Zur relativen Messung von Ionisationsströmen mit einem Blatt- oder Fadenelektrometer ohne Hilfsladung (S. 133) wird das Elektrometersystem auf ein Potential von einigen hundert Volt aufgeladen und isoliert. Fällt dann das Elektrometer in t s über einen Bereich von α Skalenteilen ab, so ist der Strom $I = \text{const} \cdot \frac{\alpha}{t}$. Wegen der Abhängigkeit der Ladungsempfindlichkeit von dem Elektrometerausschlag ist die Abfallszeit stets für denselben Skalenbereich zu bestimmen oder die Skala nach Abschn. b, α, S. 142 zu kalibrieren. Über „Natürliche Zerstreuung" und ihre Störungen vgl. Abschn. a, S. 140f.

β) Aus der Aufladegeschwindigkeit des Elektrometers. Nach dem Aufheben der Erdung des Elektrometers entstehe in t s eine Ablenkung von α Skalenteilen, und es mögen in der auf Ladungsempfindlichkeit geeichten Anordnung einem Coulomb α_0 Skalenteile entsprechen; dann ist die Stromstärke

$$I = \frac{\alpha}{\alpha_0} \cdot \frac{1}{t} \text{ A} = 3 \cdot 10^9 \cdot \frac{\alpha}{\alpha_0} \cdot \frac{1}{t} \text{ elst. Einh.}$$

Ist das Elektrometer nur auf Spannung geeicht und kann die Abhängigkeit der Elektrometerkapazität vom Ausschlag vernachlässigt werden, so ergibt sich, wenn einem Volt β_0 Skalenteile entsprechen,

$$I = \frac{C_F \cdot \alpha}{\beta_0 \cdot t} \text{ A} = \frac{C_{cm} \cdot \alpha}{300 \beta_0 \cdot t} \text{ elst. Einh.,}$$

wo C_F die Kapazität des ganzen Systems in Farad, C_{cm} in Zentimetern bedeutet. Z. B. $\beta_0 = 100$ Skt./V, $C = 6 \cdot 10^{-11}$ F $= 54$ cm, $\alpha = 10$ Skt. in 60 s; $I = 10^{-13}$ A.

Noch weit kleinere Ströme sind meßbar, jedoch wird die Genauigkeit leicht durch den starken Einfluß etwaiger Isolationsfehler beeinträchtigt.

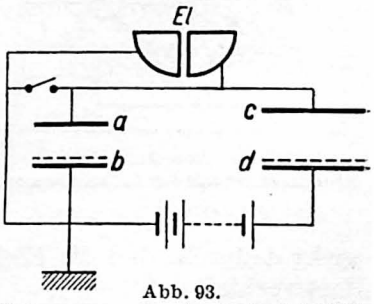


Abb. 93. Strommessung aus dem Potentialabfall an einem hohen Widerstand

γ) Aus dem Potentialabfall an einem hohen Widerstande. Die Ionisationskammer cd (Abb. 93) wird außer mit dem Elektrometer mit der oberen Platte a einer zweiten Kammer verbunden, deren untere, geerdete Platte b mit einer Schicht radioaktiver Substanz, z. B. Radium F oder Uranoxyd, bedeckt ist (Bronson).

Die der oberen Platte c zugeführte Ladung fließt über ab zur Erde ab. Das Elektrometer mißt die Spannung an dem großen Widerstand ab, der bei nicht zu hoher Aufladung als konstant angesehen werden kann; es stellt sich also auf einen konstanten Ausschlag ein, der dem Ionisationsstrom in cd proportional ist. Zur Herabsetzung von Kontaktpotentialdifferenzen werden die Platte a und die Substanz b mit sehr dünnem ($5\,\mu$ oder weniger) Aluminium bedeckt. Da ein Bronson-Widerstand infolge der statistischen Schwankungen der radioaktiven Strahlung der Substanz b nicht völlig konstant ist, zeigt die Elektrometernadel häufig störende unregelmäßige Bewegungen um ihre mittlere Lage. Man benutzt dann besser Flüssigkeitswiderstände, die aus einer Mannit-Borsäurelösung bestehen, oder Widerstände aus einer sehr dünnen leitenden Schicht auf einem Isolator, z. B. einer dünnen Platinschicht, die durch Kathodenzerstäubung auf Bernstein niedergeschlagen wird.

Vgl. Pohl u. Pringsheim, Verh. D. Phys. Ges. **15**, 174, 1913; Behnken, Z. Phys. **3**, 50, 1920.

Zur Eichung und Kontrolle der Konstanz sind „Stromstandards" geeignet, die aus einem stabil gebauten Plattenkondensator bestehen, dessen Platten mit Uranoxyd (U_3O_8) belegt sind. An den Kondensator wird eine so hohe Spannung (100 V oder mehr) gelegt, daß bei weiterer Spannungssteigerung die Stromstärke nicht mehr zunimmt (Sättigungsstrom). Der Sättigungsstrom wird für Absolutmessungen ein für allemal festgelegt, z. B. nach β oder δ 1.

Behnken, Z. techn. Phys. **4**, 3, 1924; Jäger, Z. Phys. **52**, 627, 1928.

δ) Kompensationsmethoden. Bei diesen Methoden dient das Elektrometer nur als Nullinstrument. Sie geben sehr genaue Werte, weil die Kapazität des Elektrometers und der Zuleitungen nicht bestimmt zu werden braucht, und weil außerdem kleine Fehler in der Isolation des Systems ohne erheblichen Einfluß sind.

1. Durch Influenzierung (Abb. 94). Mit dem Elektrometersystem wird einerseits die Platte P der Ionisationskammer, andererseits der Belag I eines Kondensators verbunden, von dessen einwandfreier Isolation man sich überzeuge. Der Belag II des Kondensators führt zu dem auf dem stromdurchflossenen Widerstand W verschiebbaren Kontakt K und läßt sich so auf verschiedenes Potential aufladen. Sobald die Erdung E des Elektrometers aufgehoben wird, beginnt die Elektrometernadel (bzw. der Faden) infolge der durch die Ionisationskammer zufließenden Ladung zu wandern. Indem man den Gleitkontakt langsam und möglichst gleichmäßig verschiebt, induziert man kontinuierlich elektrische Ladung entgegengesetzten Vorzeichens auf I und bewirkt dadurch, daß die Elektrometernadel in ihre Ruhelage zurückkehrt und dort verbleibt.

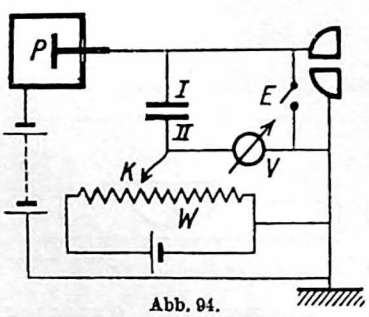


Abb. 94.
Strommessung mit der Influenzierungsmethode

Steigt in der Kompensationszeit von t Sekunden das Potential an Belag II von U_1 auf U_2 V, so ist der durch die Ionisationskammer fließende Strom in Ampere gegeben durch

$$I = \frac{(U_2 - U_1) \cdot C}{t},$$

wobei unter C die Kapazität des Kondensators in Farad zu verstehen ist.

U_1 und U_2 liest man an dem Voltmeter V ab. Zur genauen Ermittlung der Kompensationszeit t verfährt man am besten in der Weise, daß man nach Hebung des Erdungsschlüssels E den Durchgang des Lichtzeigers durch einen in der Nähe des Nullpunktes liegenden Teilstrich a als Beginn von t notiert, daß man dann die Nadel durch Kompensation möglichst in der Nähe des Nullpunktes hält und schließlich nach Ablauf von 1—5 Minuten den Lichtzeiger wieder durch a hindurchgehen läßt und damit den Endpunkt der Zeit t festlegt.

Die Stromempfindlichkeit der Methode läßt sich durch Änderung von U und C innerhalb weiter Grenzen verändern. Soll die Kapazität möglichst klein gehalten werden, um hohe Empfindlichkeit zu erreichen, so ist als Kondensator der Hoffmannsche Influenzierungsring (vgl. S. 142 Abschn. β) sehr geeignet.

2. Mit Urankompensator. Bedeckt man die Belegung II des Kondensators in Abb. 94 mit einer Schicht Uranoxyd (U_3O_8) und legt an sie eine feste Spannung U, deren Vorzeichen der Spannung an der Ionisationskammer entgegengesetzt ist, so fließt ein Ionenstrom zur Belegung I und zum Elektrometer, der das Instrument in entgegengesetztem Sinne aufzuladen strebt, wie der zu messende Strom. Durch eine dicht über der Belegung II verschiebbare geerdete Blende kann der Kompensationsstrom so lange geändert werden, bis er dem zu messenden Strom gleich ist und das Elektrometer in Ruhe bleibt. Die Kompensatorspannung U muß so hoch gewählt werden, daß Sättigungsstrom fließt (Abschn. γ und S. 340). Ist der Kompensator einmal in Abhängigkeit von der Blendenstellung nach Abschn. β oder Abschn. δ 1 geeicht, so erlaubt die Methode sehr bequeme Messungen, z. B. für die Röntgendosimetrie (vgl. S. 415 f).

Damit sich beim Verschieben der Blende die Kapazität der Anordnung nicht ändert, wodurch eine störende Influenzladung und eine Änderung der Empfindlichkeit verursacht würde, bedeckt man die Belegung II des Kreisplattenkondensators nur zur Hälfte mit Uranoxyd und benutzt als Blende eine halbkreisförmige Platte, die in der Nullstellung das Uranoxyd völlig abdeckt und es nach Drehung um 180° um die Kondensatorachse völlig freigibt.

Jäger, Z. Phys. **52**, 627, 1928.

3. Mit Piezoquarz. Man kann dem Elektrometer auch durch stetige Änderung der Belastung eines Curieschen Piezoquarzes die kompensierende Elektrizitätsmenge zuführen. Eine rechteckige Quarzkristall-Lamelle, die kleinere Querdimensionen (0,5 mm) $\parallel$ einer elektrischen, die größere (20 mm) $\parallel$ der optischen Achse, die Seitenflächen versilbert und die eine von ihnen geerdet, wird zu diesem Zweck gedehnt. Auf der anderen Seitenfläche entwickelt sich dadurch eine der Zugkraft proportionale Elektrizitätsmenge.

Schaltung u. Meßverfahren bei Curie, Radioactivität I. Leipzig 1911, S. 94; die theoretische Berechnung der Menge: Ann. chem. phys. **17**, 392, 1889 u. Œuvres de P. Curie, S. 554; Röntgen, Ann. Phys. **41**, 449, 1913 (Neue Bestimmung der piezoelektrischen Konstante).

IV. Niederfrequenter Wechselstrom

1. Allgemeines

Orlich, Kapazität u. Induktivität. Braunschweig 1909; Kittler u. Petersen, Allgemeine Elektrotechnik, Bd. II. Stuttgart 1909; Orlich, Die Theorie der Wechselströme. Berlin 1921; R. Schmidt, Handb. d. Phys. **15**, 381, 1927; Fraenckel, Theorie d. Wechselströme. Berlin 1930.

A. Definition von Wechselstromgrößen

Der Wechselstrom bedarf für die Begriffe Stromstärke und Spannung besonderer Definitionen. Auch die Messungen sind, erstens wegen der Veränderlichkeit des Zustandes überhaupt, zweitens wegen der im Stromkreise auftretenden Induktivität und Kapazität, besonders zu behandeln.

Man hat entweder alle Größen in den praktischen Einheiten (Ω, A, V, H, F) oder in elektromagnetischen CGS-Einheiten zu messen.

Wechselstrom nennt man jeden periodischen Strom. Er läßt sich auffassen als Summe harmonischer Sinusströme. Der Theorie am einfachsten zugänglich und daher für Messungen vielfach vorausgesetzt ist der einzelne Sinusvorgang, dargestellt durch $A \sin \frac{2\pi}{T} t$, wenn t die Zeit, T die Dauer der Periode und A den Maximal- oder Scheitelwert (Amplitude) einer Spannung oder einer Stromstärke bedeuten. Die Zahl f der Perioden in der Sekunde wird die Frequenz (Einheit: das Hertz; 1 Hz = 1 Per/s) genannt, die Größe $2\pi f = \omega$ die Kreisfrequenz; also ist $f = \frac{1}{T}$.

Technischer Wechselstrom hat bei Licht- und Kraftanlagen meist eine Frequenz $f = 50$ Hz (Niederfrequenz); in Fernmeldeanlagen treten Frequenzen bis etwa 5000 Hz (Mittelfrequenz) auf, in der Funktechnik Frequenzen der Größenordnungen 10^5 bis 10^8 Hz (Hochfrequenz).

a) Stromstärke und Spannung. Effektive Stromstärke J oder Spannung U oder auch Stromstärke bzw. Spannung schlechthin heißt die Wurzel aus dem zeitlichen Mittelwerte der Quadrate der Augenblicks-Stromstärken i oder -Spannungen u. Also

$$J = \left[\frac{1}{T}\int_0^T i^2 \,\mathrm{d}t\right]^{\frac{1}{2}}, \quad U = \left[\frac{1}{T}\int_0^T u^2 \,\mathrm{d}t\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{1}$$

Für einen Sinusvorgang wird, wenn i oder u gleich $A \sin \frac{2\pi}{T} t$ ist, aus Gl. (1) J oder U gleich $\frac{A}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, A$ gefunden.

Von geringerer Bedeutung als der Effektivwert ist der (algebraische) Mittelwert. Er ist bei der Sinuskurve über eine beliebige Anzahl ganzer Perioden gleich Null.

Bildet man den Mittelwert eines Wechselstroms über eine Halbwelle, so ist das Ergebnis von der Wahl des Anfangspunktes abhängig. Der größte Mittelwert

(Mittelwert schlechthin) $M(i)$ ist gleich der Höhe des mit der Halbwelle zwischen zwei Null-Durchgängen flächengleichen Rechtecks:

$$M(i) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} i_m \sin\alpha \, d\alpha = \frac{2}{\pi} i_m = 0{,}637\, i_m,$$

wobei i_m den Scheitelwert bedeutet.

Der Quotient aus Effektivwert und Mittelwert wird Formfaktor genannt; er ist für eine Sinuslinie 1,111, für eine flache Kurve kleiner, für eine spitze größer.

b) Widerstand und Phasenverschiebung. In einem unverzweigten Leiter vom induktions- und kapazitätsfreien Widerstande R erzeugt die sinusförmige Spannung $u = u_m \sin \omega t$ den sinusförmigen Wechselstrom $i = \frac{u_m}{R} \cdot \sin \omega t$. Es gilt also in jedem Augenblick das Ohmsche Gesetz; Strom und Spannung sind in Phase.

Besitzt der Leiter konstante Induktivität (S. 202) oder ist Kapazität in Reihe geschaltet (S. 174), so gilt für die Augenblicksstromstärke

$$i = \frac{u_m}{R_s} \sin(\omega t - \varphi) \tag{2}$$

und für die Effektivwerte von Strom und Spannung

$$J = \frac{U}{R_s}. \tag{3}$$

$$R_s = \frac{R}{\cos\varphi} \tag{4}$$

heißt Scheinwiderstand (Impedanz); er ist in unverzweigter Leitung stets größer als der Ohmsche oder Gleichstromwiderstand R; $R_s \cos\varphi$ heißt auch Wirkwiderstand, $R_s \sin\varphi$ Blindwiderstand. Über Fälle, wo Wirkwiderstand und Ohmscher Widerstand verschieden sind, s. S. 148 und 151.

Der Strom ist, wie die Spannung, sinusförmig; er hat in der ganzen Leitung zur gleichen Zeit den gleichen Wert, ist aber zeitlich gegen die Spannung verschoben. Die Zeit

$$T' = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{T\varphi}{2\pi},$$

um welche der Strom hinter der Spannung zurückbleibt, heißt Phasenverschiebung, der Winkel φ Phasenverschiebungs-Winkel oder kurz Phasenwinkel.

Enthält eine Leitung gleichzeitig R, L und C (Abb. 96), so gilt für den Scheinwiderstand

$$R_s = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \tag{5}$$

für den Phasenwinkel

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{R}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right), \tag{5a}$$

für den Blindwiderstand

$$R_s \sin\varphi = \omega L - \frac{1}{\omega C}. \tag{5b}$$

Resonanz. Ist $\omega^2 = \frac{1}{LC}$, d. h. die Periodendauer T des Vorganges $T = 2\pi\sqrt{LC}$, so wird $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, folglich $i = \frac{u}{r}$ und $\varphi = 0$. Man sagt: bei der Periodendauer $T = 2\pi\sqrt{LC}$ $\left(\text{oder der Frequenz } \frac{1}{T}\right)$ tritt in dem Stromkreis Resonanz (Spannungsresonanz) ein. Vgl. S. 155 u. 252. Auch bei Parallelschaltung von L und C kann Resonanz eintreten, die man durch die Bezeichnung „Stromresonanz" von der „Spannungsresonanz" der Reihenschaltung unterscheidet, weil sich im ersten Falle zwei hohe Teilströme, im zweiten zwei hohe Teilspannungen zu einem sehr kleinen Gesamtstrom bzw. einer sehr kleinen Gesamtspannung zusammensetzen. Die Bedingung für die Stromresonanz ergibt sich aus

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}(1 - \omega^2 LC) - \omega RC, \tag{6}$$

für $\varphi = 0$ zu

$$\omega^2 LC = 1 - \frac{R^2 C}{L}; \tag{6a}$$

sie unterscheidet sich von der für Spannungsresonanz gültigen durch das Glied $\frac{R^2 C}{L}$, das aber praktisch oft (nämlich wenn $R^2 \ll \omega^2 L^2$) klein gegen 1 ist. Bei Resonanz hat der Wirkwiderstand einen Höchstwert vom Betrage $\frac{L}{CR}$, während der Blindwiderstand Null ist.

Die Vorgänge, namentlich die technischen, werden durch das Vorige nicht erschöpft. Besonders sind folgende Einflüsse zu beachten:

c) Nichtsinusförmige Vorgänge. Abhängigkeit der Induktivität von der Stromstärke. Die bisher angenommene Konstanz der Induktivität gilt nicht mehr in Stromkreisen, welche Eisen magnetisieren. Da die Feldstärke die magnetische Permeabilität des Eisens beeinflußt, so hängt die Induktivität von der Stromstärke ab. Strom und Spannung haben unähnlichen Verlauf, auch bei sinusförmiger Spannung ist der Strom verzerrt. Bei geringer Verzerrung genügen in manchen Fällen (z. B. bei Transformatoren), wo nur mäßige Magnetisierungen vorkommen, die Gleichungen angenähert der Wirklichkeit.

Bei nicht sinusförmiger Spannung ist, auch in Stromkreisen ohne Eisen, der Strom ebenfalls nicht sinusförmig, Induktivität schwächt seine Verzerrung, Kapazität verstärkt sie. Um aus der Spannung die Stromstärke berechnen zu können und umgekehrt, muß man die Zusammensetzung der Kurve der Spannung oder des Stromes aus Grund- und Oberschwingungen kennen (S. 170) und für jede Schwingung gesondert rechnen. Über die Definition der Phasenverschiebung bei nicht sinusförmigem Strom vgl. S. 150.

d) Hautwirkung (Skineffekt). Infolge der Gegeninduktion der einzelnen Stromfäden einer dicken geraden Leitung werden die inneren Stromfäden gegen die äußeren abgeschwächt und in der Phase verzögert. Hierdurch wird bei steigender Wechselzahl für einen geraden guten Leiter der Wirkwiderstand größer als der Ohmsche, nämlich im Verhältnis $\left(1 + \frac{1}{12}\frac{\omega^2}{\gamma^2} - \frac{1}{180}\frac{\omega^4}{\gamma^4} \cdots\right) : 1$, wo γ den Widerstand von 1 cm in CGS bedeutet (s. Bd. 1, S. 8). Für sehr große ω gilt das Verhältnis $\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{\omega}{\gamma}} : 1$. Falls das Leitungsmetall magnetisch ist, hat man $\frac{\mu}{\gamma}$ statt $\frac{1}{\gamma}$ einzuführen, wo μ die magnetische Permeabilität ist.

Vgl. Zenneck, Ann. Phys. **11**, 1135, 1903. Über die Änderung der Selbstinduktion des geraden Drahtes vgl. S. 203.

Dieselbe Erscheinung tritt schon bei niederen Frequenzen und in verstärktem Maße bei Spulen aus massivem Draht auf (Dolezalek), wo der Wirkwiderstand mit wachsender Frequenz nach einem von der Spulenform abhängigen Gesetz steigt, auch die Selbstinduktion sich etwas ändert. Über die Mittel, den Effekt zu verringern, und Literatur s. S. 207.

e) Wirbelströme. In gut leitenden, geschlossenen Metallmassen, die von starken magnetischen Wechselfeldern eines Stromleiters getroffen werden, entstehen durch Induktion kurzgeschlossene Ströme (Wirbelströme), welche rückwirkend den Wirkwiderstand des Stromleiters über den Ohmschen erhöhen, seine Selbstinduktion vermindern; die Wirkung entspricht derjenigen, welche die Sekundärwicklung eines Transformators auf die primäre ausübt. Vgl. z. B. S. 105. Zur Vermeidung der Wirbelströme unterteilt man die Metallmassen und wählt schlecht leitende Stoffe. Nutzbarmachung von Wirbelströmen z. B. zur Bremsung.

f) Abweichungen vom quasistationären Strömungszustand. Häufig ist die Kapazität nicht in Kondensatoren konzentriert, sondern über aufgespulte Leiter oder Kabel der Länge nach verteilt. Dann verliert der Satz von der gleichzeitigen Gleichheit der Stromstärke in der ganzen Leitung seine Gültigkeit. Die Theorie führt in diesen Fällen auf eine Differentialgleichung, die sog. Telegraphengleichung (Kelvin, Kirchhoff, Rayleigh), deren Lösungen Aufschluß über alle Kabelerscheinungen geben. Vgl. Wallot, Einführung in die Theorie der Schwachstromtechnik, Berlin 1940; Feldtkeller, Vierpoltheorie. Leipzig 1938. Anstatt streng zu rechnen, kann sich die Theorie häufig damit behelfen, daß sie Kapazitäten einführt, die in Gestalt von Kondensatoren in Nebenschaltung zu den Leitungsteilen gedacht werden. Die Kapazitäten treten dann mit den Widerständen dieser Teile und mit der Schwingungszahl multipliziert in das Resultat ein (S. 152). Bei technischem Wechselstrom der Frequenz 50 haben diese Produkte in der Regel einen kleinen Betrag, so daß hier die Kapazitäten nur in Sonderfällen eine Rolle spielen und meist nur die Induktivität in Frage kommt.

Besondere technische Bedeutung haben die bei plötzlichen Schaltvorgängen, Kurzschlüssen, Funkenübergängen, Blitzschlägen u. ä. in ausgedehnten Leitungsnetzen auftretenden nichtstationären Strömungszustände, die „Wanderwellen", die vorübergehend außerordentlich hohe Spannungen oder Ströme, „Überspannungen" bzw. „Überströme" hervorrufen können.

Vgl. Wagner, Elektromagnetische Ausgleichsvorgänge in Freileitungen und Kabeln Leipzig 1908. Vgl. S. 155 u. 173.

Vielfach ist auch der Energieverlust im Dielektrikum in Rechnung zu stellen. Vgl. S. 323 u. 327.

g) Leistung und Leistungsfaktor. In einem Leiter, zwischen dessen Enden die Spannung u herrscht und in dem gleichzeitig — in der Richtung der Spannung positiv gerechnet — der Strom i fließt, beträgt die in der Zeit T verrichtete elektrische Arbeit $\int_0^T iu\,dt$, die mittlere Leistung N wird demnach, wenn T die Dauer der Periode ist, allgemein dargestellt durch

$$N = \frac{1}{T}\int_0^T iu\,dt. \tag{7}$$

Leiter mit Phasenverschiebung. Ist φ der Phasenverschiebungswinkel, so gilt für Sinusvorgänge

$$N = JU\cos\varphi. \tag{8}$$

$\cos\varphi$ heißt der Leistungsfaktor. Er ist gleich dem Quotienten aus der Leistung N und dem Produkt UJ der Effektivwerte von Strom und Spannung.

Auch für nicht sinusförmige Ströme oder bei Anwesenheit von Eisen, wo Strom und Spannung einen unähnlichen Verlauf haben, wo also die Phasendiffe-

renz sich nicht mehr als konstante zeitliche Verschiebung definieren läßt, schreibt man trotzdem N in der Form $N = JU\cos\varphi$. Der Leistungsfaktor $\cos\varphi$ ergibt sich aus der einzelnen Messung von N, J und U. Auch in diesen Fällen pflegt man $\arccos\varphi$ die Phasenverschiebung zu nennen.

Gebräuchlich sind folgende allgemeine Bezeichnungen:

Scheinleistung	$N_s = UJ$	Scheinwiderstand	$R_s = \frac{U}{J}$
Leistung	N	Wirkwiderstand	$R_w = \frac{N}{J^2}$
Blindleistung	$N_b = \sqrt{(UJ)^2 - N^2}$	Blindwiderstand	$R_b = \sqrt{\left(\frac{U}{J}\right)^2 - \left(\frac{N}{J^2}\right)^2}$.

AEF, Entwurf Wechselstromgrößen, ETZ 45, 710, 1924; Küpfmüller, Einführung in die theoretische Elektrotechnik. Berlin 1940.

B. Rechnen mit Wechselstromgrößen; graphische und symbolische Darstellung

Die Summe von Sinusvorgängen gleicher Periode, aber verschiedener Amplitude und Phase gibt wieder einen Sinusvorgang derselben Periode. Schaltet man daher unverzweigte Leitungsteile der in Abschn. A besprochenen Art mit verschiedener Selbstinduktion und Kapazität in Reihe oder parallel, so bleiben Spannungen und Ströme in allen Teilen der Leitung sinusförmig von gleicher Periode. Sie unterscheiden sich lediglich durch Amplitude oder Effektivwert und Phase, die ihrerseits abhängen von Widerstand, Induktivität und Kapazität in dem betreffenden Leitungsteil. Es gelten folgende Sätze:

In allen unverzweigt in Reihe geschalteten Leitungsteilen verschiedener Induktivität und Kapazität ist der Strom bei nicht zu schnellen Wechseln der gleiche nach Stärke und Phase. Die Spannungen sind nach Größe und Phase verschieden; ihre Effektivwerte berechnen sich nach Gl. (3) und (5) als Produkte aus effektiver Stromstärke und Scheinwiderständen, verhalten sich also direkt wie die Scheinwiderstände; die Phasenwinkel zwischen Spannung und Strom berechnen sich aus Gl. (5a).

Für alle parallel geschalteten Leitungen verschiedener Induktivität und Kapazität, welche zwischen zwei Punkten eines Wechselstromkreises verlegt sind, ist die Wechselspannung nach Größe und Phase gleich. Die Ströme sind nach Stärke und Phase verschieden; ihre Effektivwerte berechnen sich nach Gl. (3), sind also den Scheinwiderständen umgekehrt proportional; ihre Phasenverschiebung gegen die Spannung folgt aus Gl. (5a).

a) Graphische Darstellung. Werden in üblicher Weise u und i als Ordinaten über t als Abszisse aufgetragen und wird der Maßstab für i so gewählt, daß bei Abwesenheit von Selbstinduktion die Kurven für u und i zusammenfallen, so ergibt sich z. B. durch die Wirkung einer im Kreise liegenden Selbstinduktion für i eine gegen u in der Phase verschobene und in der Amplitude niedrigere Kurve. In Abb. 95 sind außer den Kurven für u und i noch der Verlauf der Leistung und die mittlere Leistung $N = UJ\cos\varphi = \frac{u_m i_m}{2}\cos\varphi$ eingetragen.

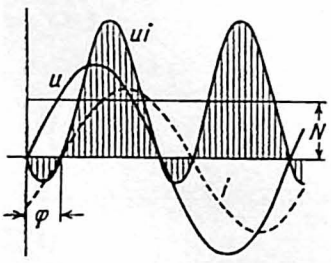


Abb. 95. Verlauf von Strom, Spannung und Leistung

Die Beziehungen zwischen Spannung, Stromstärke und Zeit lassen sich noch in anderer Weise geometrisch veranschaulichen. Fruchtbar ist z. B. die Darstellung im Vektordiagramm. Jeder sinusförmig veränderlichen Größe wird ein Strahl in der Zeichenebene in der Weise zugeordnet, daß durch die Länge des Strahls die Amplitude, durch den Winkel mit dem Anfangsstrahl die Phasenverschiebung gegen die dem Anfangsstrahl entsprechende Sinusgröße festgelegt ist. Der Dauer einer Periode

entspricht ein Winkel von 360°. Auch in diesem Polardiagramm der Wechselstromgrößen findet die Zusammensetzung zweier Vektoren durch geometrische Addition (z. B. $U_1 \mathbin{\widehat{\pm}} U_2 = U$) statt. Diese Operation ist jedoch nur durch die Darstellungsart bedingt und hat nichts mit der Natur der Wechselströme zu tun, deren Augenblickswerte sich stets algebraisch addieren. Zeichnerisch werden gewöhnlich die Effektivwerte zugrunde gelegt, die praktisch mit den Meßinstrumenten bestimmt werden.

In Abb. 96 ist das Diagramm für den allgemeinen Wechselstromkreis gegeben, bei dem R, L, C in Reihe an eine Klemmenspannung U angeschlossen sind. Es sei J der Stromvektor in einem beliebigen Augenblick. Nach dem Ohmschen Gesetz ist die Spannung am Widerstand U_R in Phase mit J. Aus der allgemeinen Beziehung $e = -L\frac{di}{dt}$ ergibt sich, daß die EMK der Selbstinduktion E_L dem Strom J um 90° nacheilt. Aus der allgemeinen Gleichung $i = C\frac{du}{dt}$ folgt, daß der Ladestrom J des Kondensators der Klemmenspannung am Kondensator U_C um 90° voreilt. Die Resultierende aus E_L, $(-U_C)$ und $(-JR)$ ergibt die Klemmenspannung U des Wechselstromkreises: $E_L = U \mathbin{\widehat{+}} U_C \mathbin{\widehat{+}} U_R$. Führt man statt der EMK der Selbstinduktion E_L die Klemmenspannung U_L ein, so gilt $O = U \mathbin{\widehat{+}} U_L \mathbin{\widehat{+}} U_C \mathbin{\widehat{+}} U_R$. U_L eilt dem Strome J um 90° vor. Man sieht, daß U kleiner sein kann als jede der Teilspannungen an Kondensator und Selbstinduktion, vgl. auch S. 324.

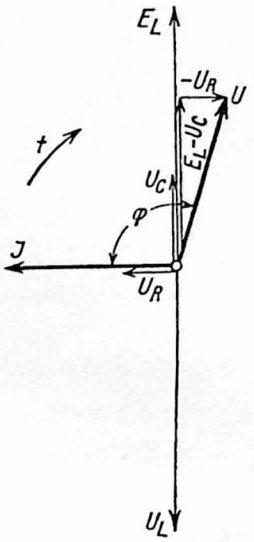


Abb. 96.
Wechselstromdiagramm

Als weiteres Beispiel der graphischen Veranschaulichung sei die Entstehung eines Drehfeldes erläutert. Wir betrachten als einfachsten Fall zwei rechtwinklig gekreuzte Spulen (Abb. 97a), die von Zweiphasen-Strom gespeist werden derart, daß der Wechselstrom in Spule I (x-Wicklung) ein magnetisches Feld vom Augenblickswert $\mathfrak{H}_x$ und dem Scheitelwert $\mathfrak{H}_{x_0}$ hervorruft, in Spule II (y-Wicklung) ein Feld vom Augenblickswert $\mathfrak{H}_y$ und der Amplitude $\mathfrak{H}_{y_0} = \mathfrak{H}_{x_0}$, das aber gegen das erste eine voreilende Phasenverschiebung von 90° hat. Es liegen also zwei räumlich und zeitlich gegeneinander verschobene, gleiche Wechselfelder vor. Zu einer beliebigen Zeit t, zu der die den Vektoren entgegengesetzt rotierend gedachte Zeitlinie mit der y-Achse den Winkel ωt einschließe, ergeben sich nach Abb. 97b die Augenblickswerte $\mathfrak{H}_x$ und $\mathfrak{H}_y$ der beiden Wechselfelder der Größe nach durch Projektion der Amplituden auf die Zeitlinie. Die Richtung ist die der x- bzw. y-Achse. Aus den beiden räumlich um 90° verschobenen Augenblickswerten der Felder erhält man durch vektorielle Addition den Augenblickswert $\mathfrak{H}$ des resultierenden Magnetfeldes von der Größe der Amplitude jedes der beiden Wechselfelder. Wie Abb. 97b zeigt, hat $\mathfrak{H}$ in jedem beliebigen Zeitpunkt dieselbe Größe; seine Lage fällt mit der der Zeitlinie zusammen. D. h. das resultierende Feld ist ein Drehfeld, das mit konstanter Geschwindigkeit von dem zeitlich voreilenden zum zeitlich nacheilenden Wechselfeld wandert. Bei der Darstellung nach Abb. 97b sind entsprechend der zeitlichen und räumlichen Ver-

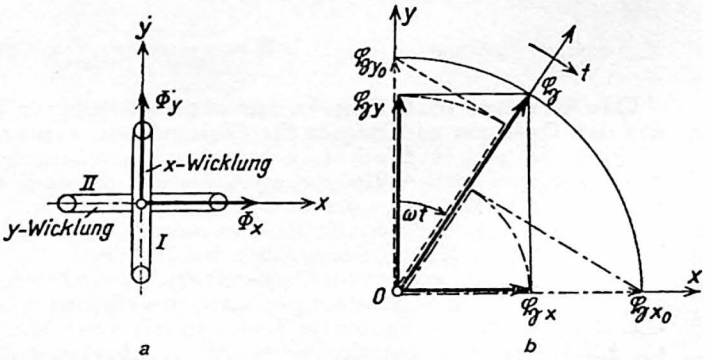


Abb. 97. Entstehung eines Drehfeldes

schiebung der beiden Felder zwei verschiedene Diagrammarten überlagert. Die Augenblickswerte der Wechselfelder werden in einem Zeitdiagramm der oben erläuterten Art gewonnen, die Bildung der Resultierenden erfolgt in einem Raumdiagramm.

Unter den Mehrphasen-Systemen ist von besonderen Interesse das Dreiphasen-System (Drehstromsystem). Liegen bei diesem drei gleiche, räumlich und zeitlich um 120° gegeneinander verschobene Wechselfelder vor, so ergibt sich als resultierendes Magnetfeld wieder ein Drehfeld. Seine Amplitude ist das $\frac{3}{2}$ fache der jedes Wechselfeldes.

Görges in Strecker, Handb. d. Elektrotechnik. Berlin 1925; Kloß, Wiss. Veröff. a. d. Siemenskonz. 2, 166, 1922; Kafka, Vektorrechnung u. ihre Anwendung in d. Wechselstromtechnik. Leipzig 1926; Hauffe, Symbolische Behandlung d. Wechselströme. Berlin 1928.

b) Symbolische Methode. Man kann die Zusammenhänge im Wechselstromkreis auch darstellen durch Anwendung komplexer Zahlen als Symbole für Spannung, Strom und Wechselstromwiderstand. Es bedeute $j = \sqrt{-1}$, e die Basis der natürlichen Logarithmen. Das Symbol

$$\mathfrak{E} = U e^{j\alpha}$$

bedeute eine sinusförmige Spannung vom Effektivwert U und der Phase α,

$$\mathfrak{J} = J c^{j\beta}$$

einen Sinusstrom gleicher Periode vom Effektivwert J und der Phase β,

$$\mathfrak{R} = R_s e^{j\varphi} = R_w + j R_b \tag{9}$$

den sogenannten Widerstandsoperator eines Leitungsstücks, welches den Scheinwiderstand $R_s = \sqrt{R_w^2 + R_b^2}$ hat und zwischen Spannung und Strom einen Phasenwinkel $\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{R_b}{R_w}$ erzeugt. Es gelte also $R_w = R_s \cos\varphi$, $R_b = R_s \sin\varphi$. Hiernach ist der Widerstandsoperator einer Selbstinduktion L mit dem Widerstand R

$$\mathfrak{R} = R + j\omega L,$$

der Widerstandsoperator einer Kapazität C

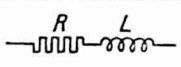
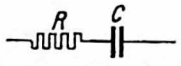
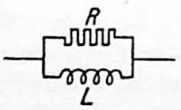
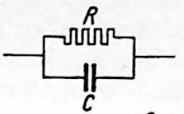
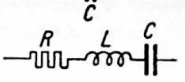
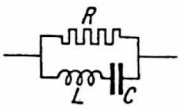
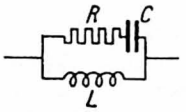
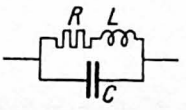
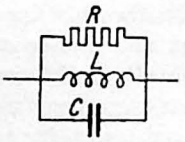
$$\mathfrak{R} = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C} \quad \text{(vgl. S. 324)}.$$

Die Gesetze und Regeln für sinusförmigen Wechselstrom ergeben sich aus den Gesetzen und Regeln für Gleichstrom, wenn man für E, I, R die Symbole $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{R}$ einführt und jede Gleichung zwischen komplexen Symbolen in die zwei ihr gleichwertigen reellen Bedingungen zerlegt. Hierbei wird bald die eine, bald die andere Darstellungweise der komplexen Größen (Gl. 9) bequemer sein. Meist lassen sich je nach den Größenverhältnissen von R, L, C und ω einzelne Glieder vernachlässigen oder als Korrektionsgrößen behandeln.

Berücksichtigung von Gegeninduktivitäten. Induzieren sich die Zweige 1 und 2 eines Sinusstromnetzes gegenseitig, so hat man bei Aufstellung der komplexen Gleichungen für geschlossene Leitungsteile nach der Kirchhoffschen Regel (S. 1) als EMK der Gegeninduktion (S. 219) im Zweige 1 das Symbol $\pm j\omega L_{12}\mathfrak{J}_2$ (Vorzeichen je nach Richtung der Induktion), im Zweige 2 das Symbol $\pm j\omega L_{12}\mathfrak{J}_1$ außer den übrigen EMK einzuführen.

Über graphische Anwendungen der komplexen Darstellung s. Hauffe, Ortskurven der Starkstromtechnik. Berlin 1932.

c) Ergebnisse. Für die wichtigsten einfachen Kombinationen von Wechselstromgrößen ist nachstehend eine Übersicht der Phasenbeziehungen gegeben (Jaeger, Elektrische Meßtechnik. Leipzig 1928). Es bedeute $\delta = 1 - \omega^2 LC$; $\zeta = 1 - \frac{1}{\omega^2 LC}$, dann gilt für den Wirkwiderstand R_w und für tg φ:

Nr.	Schaltung	R_w	$\operatorname{tg}\varphi$
1		R	$\frac{\omega L}{R}$
2		R	$\frac{-1}{\omega RC}$
3		$\frac{R}{1+\operatorname{tg}^2\varphi}$	$\frac{R}{\omega L}$
4		$\frac{R}{1+\operatorname{tg}^2\varphi}$	$-\omega RC$
5		R	$\frac{\omega L\zeta}{R}$
6		$\frac{R}{1+\zeta^2\operatorname{tg}^2\varphi}$	$\frac{R}{\omega L\zeta^2}$
7		$\frac{R}{\zeta^2+\frac{R^2}{(\omega L)^2}}$	$\frac{R}{\omega L}-\frac{\zeta}{\omega RC}$
8		$\frac{R}{\delta^2+(\omega RC)^2}$	$\frac{\omega L\delta}{R}-\omega RC$
9		$\frac{R}{1+\operatorname{tg}^2\varphi}$	$\frac{R\delta}{\omega L}$

2. Erzeugung von Wechselströmen

Zusammenfassende Darstellungen über Maschinen und Transformatoren in Lehrbüchern der Elektrotechnik und z. B. Handb. d. Phys., Bd. 17. Über Messungen an Wechselstromerzeugern s. z. B. Brion-Vieweg, Starkstrommeßtechnik. Berlin 1933; über Bewertung und Prüfung vgl. auch die einschlägigen Regeln des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, Vorschriftenbuch. Berlin 1941.

A. Maschinen und technische Geräte

a) Wechselstrommaschinen. Mit Maschinen sind alle Frequenzen bis zu etwa 10000 Hz bequem erzeugbar. Übliche Maschinenspannungen gehen bis zu 500 V, doch sind auch einige 1000 V direkt herstellbar. Durch besondere Maßnahmen bei der Konstruktion kann gut sinusförmiger Verlauf der Spannung erreicht werden, wenigstens für gewisse Belastungsbedingungen, z. B. bei $\cos\varphi \approx 1$.

Über Spezialmaschinen, bei denen zum Teil mit mehrfacher Frequenzwandlung in oder außerhalb der Maschine gearbeitet wird, s. z. B. Wien, Ann. Phys. **4**, 425, 1901; Duddell, Phil. Mag. (6) **9**, 299, 1905; Dornig, ETZ **40**, 687, 1919.

b) Röhrengeneratoren. Die mit Elektronenröhren arbeitenden Generatoren, sog. Sender, sind durch die leichte Regelbarkeit der Frequenz von niedrigsten bis zu höchsten Werten und durch die Erreichbarkeit hoher Konstanz anderen Wechselstromquellen überlegen. Sie sind für Meßzwecke gut geeignet, die Sinusform meist genügend. Vgl. Abschnitt Hochfrequenz, S. 228.

Für die Umwandlung von Gleichstrom in Wechselstrom kommen gittergesteuerte Gasentladungsröhren in Frage, sog. Umrichter, z. B. Schenkel, ETZ **53**, 761, 1932.

c) Induktorien. Die Induktionsapparate bezwecken die Erzeugung hoher Scheitelspannungen, geben aber einen von der Sinusform stark abweichenden Strom. Meist wird die Ruhmkorffsche Form gebraucht. Das Induktorium besteht aus dem Eisenkern und der primären Spule mit einem Neeffschen Hammer als Unterbrecher und einer sekundären Spule, in der bei Öffnung und Schließung des Primärkreises kurzdauernde Ströme induziert werden. In Abb. 98 ist als Schnittskizze ein Platinhammer-Unterbrecher, als Seitenansicht ein Quecksilberunterbrecher gezeichnet.

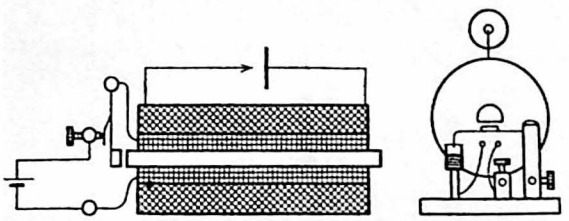


Abb. 98. Induktorien.
a) mit Hammer-Unterbrecher, b) mit Quecksilber-Unterbrecher

Bequeme Frequenzänderung gestattet ein Saitenunterbrecher. Die Schwingungszahl wird durch verschiebbare Stege oder Anspannen geregelt. Beim elektrolytischen Unterbrecher (Wehnelt) fließt der Strom von einer Platinspitze durch Schwefelsäure zu einer Bleiplatte großer Oberfläche. Verdampfungsvorgänge an der Platinspitze bewirken die Unterbrechungen, die sorgfältige Einstellung erfordern.

Quecksilberstrahl-Unterbrecher (Tesla, Boas). In einer hohlen, mit etwa 30 Umdr./s rotierenden Achse wird das Quecksilber hochgesaugt und durch eine seitliche Düse in kräftigem Strahl senkrecht zur Achse ausgespritzt. Bei jeder Umdrehung bewirkt der Strahl einen einmaligen kurzen Stromschluß. Funkenbildung wird durch Alkohol oder bei den neueren, weitgehend regelbaren Modellen durch eine Atmosphäre von Leuchtgas eingeschränkt, ferner durch Parallelschaltung eines Kondensators (meist im Induktor eingebaut).

d) Summer. Statt der Unterbrechungen werden im Primärkreis des Induktors nur Widerstandsschwankungen durch einen Mikrophonkontakt bewirkt; daher annähernd Sinusform des Stroms (Mikrophonsummer).

Dolezalek, Z. Instrkde. **23**, 243, 1903; Gildemeister, ETZ **41**, 91, 1920.

Als Überlagerungssummer bezeichnet man eine Anordnung aus Schwingungskreisen mit Elektronenröhren, bei der Schwebungsschwingungen verwendet werden. Vgl. S. 238.

e) Transformatoren. Sie sind das universellste Mittel, um eine gegebene Wechselstromquelle den erforderlichen Strom- und Spannungsverhältnissen anzupassen. Vorzugsweise finden Transformatoren in Verbindung mit Wechselstromgeneratoren zur Erzeugung starker Ströme und hoher Spannungen Verwendung. Als Übersetzung (auch Übersetzungsverhältnis) bezeichnet man das Verhältnis der Windungszahl der Oberspannungswicklung zu der der Unter-

spannungswicklung. Für Laboratoriumszwecke werden Transformatoren für Stromstärken bis 100000 A gebaut, wobei wegen der elektrodynamischen Kräfte zwischen den Windungen besondere Konstruktionsmaßnahmen erforderlich sind. Hohe Spannungen technischer Frequenz sind bis zu etwa 2000 kV durch Transformatoren hergestellt worden. Von einigen hundert Kilovolt an wählt man meist das Hilfsmittel der Isolationsunterteilung durch Staffelschaltung. Mehrere Transformatoren werden hintereinander geschaltet; jeder nachfolgende wird vom vorhergehenden gespeist und entsprechend dessen Oberspannung isoliert aufgestellt (Stufen-Schaltung).

Zusammenstellung bei Bouwers, Elektrische Höchstspannungen. Berlin 1939. Über Hochfrequenz-Hochspannungstransformatoren s. z. B. H. Müller, Z. techn. Phys. **11**, 405, 1930; Hochhäusler, Arch. Elektrot. **26**, 518, 1932.

f) Stoßgeneratoren. Neben den stationären hohen Gleich- und Wechselspannungen haben auch die kurzzeitigen, einmaligen Ladungen und Entladungen (nichtstationäre Vorgänge; Wanderwellen vgl. S. 173) Bedeutung gewonnen. Die Erzeugung der „Spannungsstöße" erfolgt meist mittels Kondensatoren. Als sehr fruchtbar hat sich das von Marx angegebene Prinzip der Spannungsvervielfachung erwiesen, bei dem verschiedene Kondensatoren in Parallelschaltung aufgeladen werden und sich nach Erreichung ihrer vollen Ladespannung über zwischengeschaltete Funkenstrecken selbsttätig in Reihe schalten und in dieser Anordnung auf das Prüfobjekt entladen. Abb. 99 zeigt eine Stoßschaltung nach Marx zur Spannungsverdreifachung. Die Aufladung der Kondensatoren geschieht über Gleichrichter (Glühventile) und hohe Widerstände; als Prüfobjekt ist in der Abbildung ein Isolator angenommen.

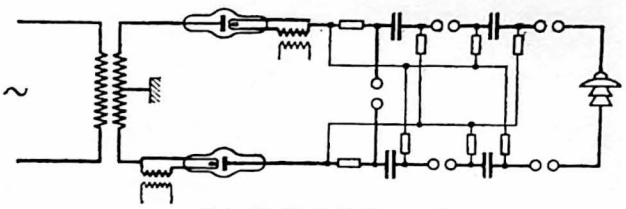


Abb. 99. Stoßschaltung

Marx, ETZ **46**, 1298, 1925. Mit einer Verzwölffachungsanlage für 2400 kV haben Brasch und Lange, Z. Phys. **70**, 10, 1931, Versuche zur Erzeugung sehr schneller Kathodenstrahlen ausgeführt. Diese Forscher haben auch die Verwendung natürlicher Gewitterelektrizität studiert (am Monte Generoso, bis 8000 kV). Peek entwickelte bei der General Electric Co. eine Stoßanlage bis 10 000 kV, Electrician **109**, 444, 1932. Eine Höchstspannungsanordnung, bei der Kugeln durch reibende Bänder aufgeladen werden, bei Van Atta, Samson und Van de Graaff, Phys. Rev. [2], **44**, 316, 1933; vgl. ferner S. 414. Zusammenfassung bei Elsner, Z. VDI **83**, 623, 1939. Über die Bestimmung der Kennwerte von Spannungsstößen mit anzeigenden Meßgeräten s. Debus u. Hueter, ETZ **61**, 797, 1940.

B. Hilfsmittel zur Isolierung reiner Sinusströme

Bei allen Messungen, deren Ergebnis von der benutzten Frequenz abhängt, muß man mit reinem Sinusstrom beobachten. Die meisten Wechselstromquellen geben Ströme, die sich aus Grundschwingung und harmonischen Oberschwingungen zusammensetzen. Um die Grundschwingung von den meist schwachen Oberschwingungen zu reinigen, dienen folgende Mittel:

a) Elektrische Resonanz (S. 148). Man schaltet in Reihe mit der Induktivität L des Wechselstromkreises eine Kapazität $C = \frac{1}{\omega^2 L}$, dann sinkt der

Scheinwiderstand für die Grundschwingung mit der Kreisfrequenz ω auf den Betrag R des Ohmschen Widerstandes des Kreises, für die Oberschwingungen ist er nach S. 147, Gl. (5) größer.

Orlich, Aufnahme u. Analyse von Wechselstromkurven. Berlin 1906. Ein direkt zeigendes Oberwellenmeßgerät bei Hueter, ETZ **52**, 471, 1931.

b) Resonanz des Stromzeigers. Stimmt man das wenig gedämpfte, schwingende System des Vibrationsgalvanometers (S. 158) genau auf die Grundfrequenz des Wechselstroms ab, so ist für diese die Empfindlichkeit des Instruments viel größer als für die Oberschwingungen, deren Gegenwart daher kaum stört.

c) Kettenleiter. Werden nach Art der Abb. 100 (zweigliedrige Spulenleitung) in die Hinleitung des Stroms eine Anzahl Spulen von der Selbstinduktion L und kleinem Widerstand, zwischen Hin- und Rückleitung Kon-

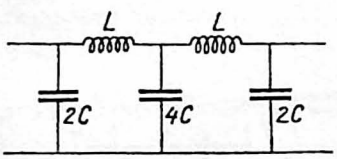


Abb. 100.
Spulenleitung

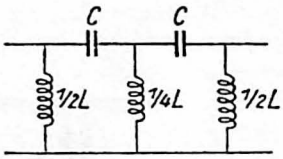


Abb. 101.
Kondensatorleitung

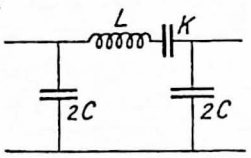


Abb. 102.
Eingliedrige Siebkette

densatoren von der Kapazität $2C$ und $4C$ geschaltet, so übt diese Kombination durch Reflexion auf die ankommenden Sinusströme je nach ihrer Frequenz ω eine ganz verschiedene dämpfende Wirkung aus. Ist $\omega < \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (Eigenfrequenz eines Kettengliedes), so ist die Dämpfung gering. In der Nähe der Eigenfrequenz steigt die Dämpfung sehr schnell an und nimmt für $\omega > \frac{1}{\sqrt{LC}}$ beträchtliche Werte an. Die Spulenleitung eignet sich also dazu, einen Wechselstrom von Oberschwingungen zu befreien. — Vertauscht man in der Kette die Rollen der Kondensatoren und Spulen miteinander, so erhält man eine Kondensatorleitung (Abb. 101, zweigliedrig) von umgekehrten Eigenschaften. Ist $\omega < \frac{1}{\sqrt{LC}}$, so wird die ankommende Sinuswelle stark gedämpft, ist $\omega > \frac{1}{\sqrt{LC}}$, wird sie mit geringer Dämpfung durchgelassen. Mittels einer Kondensatorleitung kann daher eine höhere Frequenz von einer tieferen befreit werden. — Um aus übereinandergelagerten Wechselströmen irgendeine Frequenz oder einen Frequenzbereich auszusondern, bedient man sich entweder passend abgestimmter Spulen- und Kondensatorleitungen, die man in Reihe schaltet, oder man benutzt sog. Siebketten (Abb. 102, eingliedrig), die nur solche Frequenzen ω ohne wesentliche Dämpfung durchlassen, für die $\sqrt{\frac{1}{LK}} < \omega < \sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{1}{LK}}$. Meist genügen wenige Kettenglieder.

Wagner, Arch. Elektrot. **8**, 61, 1919; ETZ **40**, 388 u. 394, 1919 (Anwendungen); Elektr. Nachr.-Techn. **5**, 1, 1928. Praktische Beispiele für Brückenzwecke bei Hohle, Arch. Elektrot. **25**, 183, 1931. Zusammenfassung bei Feldtkeller, Siebschaltungstheorie. Leipzig 1939.

3. Messungen bei Wechselstrom

A. Allgemeines

Keinath, Die Technik elektrischer Meßgeräte, 2. Bd. München 1928; Jaeger, Elektrische Meßtechnik. Leipzig 1928; Arch. techn. Messen. Leipzig 1931—1942; Brion-Vieweg, Starkstrommeßtechnik. Berlin 1933. Palm, Elektrische Meßgeräte u. Meßeinrichtungen, Berlin 1942; Pflier, Elektrische Messung mechanischer Größen, Berlin, 1940. Vgl. ferner Regeln für Meßgeräte des Verbandes Deutscher Elektrotechniker im VDE-Vorschriftenbuch. Berlin 1941.

B. Messung von Strom, Spannung und Leistung

a) Stromanzeiger. Die folgenden nur für Wechselstrommessungen geeigneten Instrumente werden fast ausschließlich für Nullmethoden benutzt (Nullinstrumente).

α) Telephon. Es ist im ganzen hörbaren Frequenzbereich brauchbar, doch hängt die Empfindlichkeit stark von der Frequenz ab, einmal wegen der Eigentöne der Membran und des Luftraumes zwischen Membran und Trommelfell, dann wegen des mit der Frequenz steigenden Scheinwiderstandes. Das Telephon ist also für jede Versuchsanordnung der Wechselstromfrequenz und den Widerstandsverhältnissen entsprechend zu wählen. Telephone mit abstimmbarer Membran (Resonanztelephon, Monotelephon) beschreibt Seibt. Ein normales Ohr nimmt mit einem Telephon im Gebiet der Resonanzfrequenz (meist 800 bis 1200 Hz) Ströme von der Ordnung 10^{-8} bis 10^{-9} A noch wahr. Die Empfindlichkeit kann durch Lautverstärker vervielfacht werden. Für Wechselstrom von etwa 50 Hz sind Telephon und Ohr wenig empfindlich. Das Telephon kann für Messungen in der Wechselstrombrücke nur benutzt werden, wenn die Nullabgleichung der Brücke praktisch unabhängig von der Wechselstromfrequenz ist oder wenn reine Sinusströme vorliegen, da sonst ein gutes Tonminimum nicht erreichbar ist.

Zusammenfassung über Telephon und Mikrophon bei Meißner, Handb. d. Phys. **16**, 167, 1927; vgl. ferner Bd. 1, S. 119; Seibt, ETZ **41**, 625, 1920. Vgl. auch Bd. 1, S. 113 (Elektroakustik).

Beim sog. optischen Telephon (M. Wien) ist eine gewellte Membran mit Eisenplättchen zwischen zwei Hufeisenmagneten gespannt, die ebenso wie die des Hörtelephons aus einem permanenten Magneten mit kleinen Elektromagneten gebildet werden. Durch deren periodische Erregung gerät die Membran in Schwingungen, die auf einen an abstimmbarem Faden befestigten Spiegel übertragen werden. Bei niedrigen Frequenzen sind 10^{-9} A noch beobachtbar.

β) Vibrationsgalvanometer sind den Gleichstromgalvanometern ähnlich und können wie diese sowohl als Nadel- wie als Drehspulengalvanometer gebaut werden. Der Hauptunterschied besteht in der kleinen Schwingungsdauer, die man stets der Periodendauer des Meßstromes gleichmachen muß. Die Instrumente werden also wie das optische Telephon nur in Resonanz benutzt, sind deshalb abstimmbar eingerichtet und erfordern nicht, wie das Hörtelephon, unbedingt reinen Sinusstrom, da sie bei Abstimmung auf die Grundschwingung nur sehr geringe Empfindlichkeit für die Oberschwingungen haben.

Nach einem von Meißner und Adelsberger angegebenen Prinzip kann man Vibrationsgalvanometer so bauen, daß sie in einem gewissen Bereich (z. B. zwischen 48 und 52 Hz) frequenzunabhängig sind. Man schaltet zu diesem

Zwecke in Reihe mit der Selbstinduktion des Galvanometers einen Kondensator, so daß ein Schwingungskreis entsteht. Die Unabhängigkeit wird durch die Überlagerung der beiden gegeneinander verschobenen Resonanzkurven des Galvanometers allein und des Schwingungskreises erreicht.

Meißner u. Adelsberger, Z. techn. Phys. **13**, 475, 1932.

1. Nadelvibrationsgalvanometer. Dieses benutzt Torsionsschwingungen einer gespannten Saite, deren Eigenton durch Länge oder Dicke verändert wird. Die Erregung geschieht durch Eisenstäbchen, die an der Saite in der Nähe von vier über Kreuz stehenden Telephon-Elektromagnetspulen befestigt sind. Der Wechselstrom ist so geführt, daß seine elektromagnetische Wirkung das durch die permanenten Stahlpole magnetisierte Eisenstäbchen zum Vibrieren bringt. Beobachtet wird die Verbreiterung eines Spaltbildes.

Das Instrument von Schering und Schmidt, das in der Starkstromtechnik bevorzugt im Gebrauch ist, wird wesentlich anders und bequemer abgestimmt. Die Nadel, ein auf einen dünnen gespannten Bronzedraht aufgeklebtes Eisenblättchen, befindet sich im Felde eines starken Gleichstromelektromagneten, so daß ihre Eigenfrequenz in weiten Grenzen durch Variieren des Magnetisierungsstromes verändert werden kann. Schwingungssysteme für verschiedene Frequenzbereiche (bis zu 2000 Hz) lassen sich, in einem Einsatz angeordnet, leicht auswechseln. Bei der vervollkommneten Bauart nach Rump hat das Instrument die Form der Abb. 103. Der Eisenkern ist aus lamelliertem Nickeleisen nach Art eines Manteltransformators aufgebaut, auf dessen Mittelkern die Wechselstromspule sitzt. Das System erhält ein Blättchen aus Kobaltstahl, das magnetisiert ist. In der Abbildung sind die Gleichstromspulen für die zusätzliche Magnetisierung bzw. Abstimmung nicht gezeichnet, sie sind unter der Wechselstromspule angebracht. Der geschlossene Eisenaufbau macht das Instrument gegen äußere Störfelder ziemlich unempfindlich. Durch Anwendung eines Eisenpanzers ist es möglich, den Einfluß äußerer magnetischer Störungen zu vermeiden. Das Gerät ist auch transportabel ausführbar und kann durch einen permanenten Magneten abgestimmt werden.

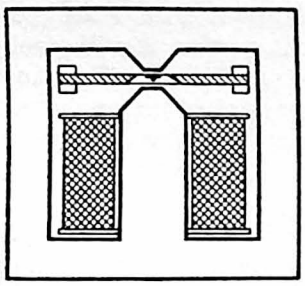


Abb. 103. Vibrationsgalvanometer

Bei dem Nadelvibrationsgalvanometer von Agnew besteht das schwingende System aus einem feinen Stahldraht, der auf dem einen Pol eines permanenten Magneten so befestigt ist, daß sein freies Ende zwischen den Polen eines Elektromagneten schwingen kann, welcher von dem zu messenden Strom erregt wird. Beobachtet wird mit einem Mikroskop von 50—100facher Vergrößerung.

Agnew, Bull. Bur. Stand. **16**, 37, 1920. Schering u. Schmidt, Z. Instrkde. **38**, 1, 1918; **39**, 140, 1919; Rump, Phys. Z. **40**, 493, 1939.

Über ein Vibrationsgalvanometer mit sehr leichtem Magnetsystem zwischen den Polen eines aufgeschlitzten Elektromagnetringes, bis etwa zu 3000 Hz vgl. Wien, Ann. Phys. **4**, 439, 1901; ferner Tinsley, Electrician **69**, 939, 1912.

2. Drehspul-Vibrationsgalvanometer sind hochempfindlich, aber weniger widerstandsfähig als die Nadeltype; sie werden entweder mit einfacher Schleife (Mühlenhöver), ähnlich dem Bifilarsystem des Oszillographen von Blondel (S. 171) oder mit einer Spule von mehreren Windungen (Campbell) hergestellt. Ein ringförmiger permanenter Stahlmagnet mit sehr schmalem Luft-

spalt erzeugt das Magnetfeld. Die stromführenden Drähte des Bifilarsystems oder die Metallbänder des Spulensystems, zwischen denen die Spule aufgehängt ist, geben die Richtkraft. Grob wird durch Verschieben von Stegen, fein durch Spannungsänderung abgestimmt.

Formen von Campbell, Proc. Phys. Soc. **26**, 120, 1914; Duddel, Phil. Mag. [6], **18**, 168, 1909; Schering u. Schmidt, Arch. Elektrot. **1**, 254, 1912; Zöllich, ebd. **3**, 369, 1915.

3. Die Resonanzempfindlichkeit eines Vibrationsgalvanometers ist in hohem Maße von den Verlusten abhängig, die bei den Torsionsschwingungen durch Reibung, Wirbelströme u. dgl. hervorgerufen werden. Diese Verluste wirken auf die Schwingungen des Systems ebenso dämpfend wie der im Schließungskreis fließende Extrastrom, der durch die Rückwirkungsspannung entsteht, welche das schwingende System als Rückwirkung seiner Bewegung im Vibrationsgalvanometer induziert. Daher ist die Dämpfung des Instruments vom Widerstand des Schließungskreises abhängig, und die Eigenschaften des Vibrationsgalvanometers ändern sich, wenn die äußeren Widerstände geändert werden (um so mehr, je größer die Rückwirkung ist). Wichtig ist bei einem Vibrationsgalvanometer die Spaltbildverbreiterung, angegeben in Tausendsteln (= mm bei einem Skalenabstand von 1 m), gemessen bei kleinem äußerem Widerstand und einer angelegten Wechselspannung von 10^{-6} V (Spannungsempfindlichkeit), bzw. bei sehr großem äußerem Widerstand und einem Wechselstrom von 10^{-6} A (Stromempfindlichkeit). Gleichstromempfindlichkeit nennt man den einseitigen Ausschlag für 10^{-6} A. Als Resonanzbreite bezeichnet man diejenige (in v.H. ausgedrückte) Verstimmung der erregenden Frequenz gegenüber der Resonanzfrequenz, bei der die Stromempfindlichkeit auf die Hälfte der Resonanzempfindlichkeit zurückgeht. Schwache Dämpfung des Systems ergibt eine große Resonanzempfindlichkeit bei geringer relativer Empfindlichkeit gegen störende Oberwellen, erfordert aber wegen der geringen Resonanzbreite eine sehr konstante Wechselstromfrequenz; außerdem wird bei niedrigen Frequenzen die Abklingzeit unbequem groß, d. h. die Zeit, in der ein Ausschlag nach Abschalten der erregenden Spannung auf den zehnten Teil zurückgeht.

Das Nadelgalvanometer in der Ausführung nach Rump (Modell der PTR) hat bei 50 Hz eine Stromempfindlichkeit bis 10^{-9} A und eine Spannungsempfindlichkeit bis $3 \cdot 10^{-7}$ V.

Zur Theorie vgl. auch Schering, Handb. d. Phys. **16**, 304, 1927. Allgemeines über Empfindlichkeit von Nullinstrumenten in Brückenschaltungen bei Spielhagen, Z. Phys. **77**, 346, 1932. Über ein Vibrationselektrometer s. Greinacher, ETZ **34**, 1485, 1913. Über ein Vibrationswattmeter für kleine Phasenverschiebungen s. Biermanns, Arch. Elektrot. **9**, 182, 1920.

b) Allgemeines über Strom-, Spannungs- und Leistungsmesser. Die Messungen werden im allgemeinen auf Gleichstrommessungen zurückgeführt, indem man Instrumente benutzt, deren mit Gleichstrom ausgeführte Eichungen auf Wechselstrom übertragen werden können. Instrumente dieser Art sind Elektrodynamometer, Elektrometer, Hitzdrahtstrommesser; sie zeigen bei Wechselstrom die effektiven Größen, unabhängig von Frequenz und Kurvenform, im allgemeinen richtig an.

Fehler, insbesondere bei höheren Wechselstromfrequenzen, werden hauptsächlich durch Induktionserscheinungen bewirkt, z. B. beim Dynamometer

durch die Selbstinduktion der Spulen oder auch durch Induktion auf benachbarte Leiter wie etwa metallische Rahmen der Spulen oder endlich auch durch Hautwirkung bei dicken Stromleitern (S. 148). Dynamometer und Elektrometer geben im allgemeinen genauere Ergebnisse als Hitzdrahtinstrumente und können außer zu Strom- und Spannungsmessung auch zur Bestimmung der Leistung benutzt werden. Alle drei Instrumentenarten haben eine Empfindlichkeit, die dem Quadrat des Ausschlags proportional ist, geben daher bei schwachen Wechselströmen nur kleine Ausschläge.

Durch Neben- und Vorwiderstände können die Strom- oder Spannungsmeßbereiche der Instrumente erweitert werden. Bei Anwendung eines Nebenschlusses ist zu beachten, daß sich der Wechselstrom dem Verhältnis der Scheinwiderstände entsprechend teilt, daß daher die Stromverteilung nur dann bei Gleich- und bei Wechselstrom dieselbe ist, wenn die Selbstinduktionen der beiden Zweige in dem gleichen Verhältnis zueinander stehen wie ihre Ohmschen Widerstände. Meist sind besonders gebaute Nebenschlüsse erforderlich (S. 225f.). Bei Messung stärkerer Ströme ist darauf zu achten, daß die Zuleitungen zum Strommesser mit Nebenschluß, besonders bei Hitzdrahtstrommessern, gut bifilar geführt werden, weil sonst durch das magnetische Wechselfeld, welches durch die Nebenschlußschleife tritt, die Angaben zu hoch werden können.

Über die Fehler von Präzisionsleistungsmessern s. El. Wirtsch. **38**, 257, 1939.

c) Elektrodynamometer (S. 24) sind wegen der Unabhängigkeit der Ausschläge von der Stromrichtung für Wechselströme benutzbar. Wegen der Trägheit der beweglichen Spule, die den einzelnen Kraftimpulsen nicht zu folgen vermag, ist der Ausschlag dem Quadrat der effektiven Stromstärke proportional. Der zu messende Strom oder ein der zu messenden Spannung proportionaler, meist durch einen induktionslosen Vorwiderstand hinreichend geschwächter Strom wird durch die hintereinander geschalteten Spulen des Dynamometers geleitet. Die Ausschläge ergeben, mit dem durch Gleichstromeichung ermittelten Faktor reduziert, die effektiven Größen.

Bei eindrähtiger Aufhängung der beweglichen Spule kann man für schwache Wechselströme die untere Zuleitung durch platiniertes Blech in verdünnter Schwefelsäure bewirken, welches zugleich dämpft. Den durch die Oberfläche tretenden dünnen Stiel platiniert und glüht man. Besser ist es, die Zuleitung durch ein dünnes flaches Band zu bewerkstelligen.

Empfindliche Galvanometer für Wechselströme erhält man, wenn man in einem Drehspulgalvanometer den feststehenden Dauermagneten durch einen Elektromagneten ersetzt, der mit Wechselstrom erregt wird. Das Arbeiten mit einem solchen Apparat erfordert wegen der Induktionswirkungen, wegen Remanenz und Hysteresis des Eisens mannigfache Vorsichtsmaßregeln.

Weibel, Bull. Bur. Stand. **14**, 23, 1918; Pfeiffer, Ann. Phys. (4) **84**, 395, 1927. Über eisengeschirmte und eisengeschlossene dynamometrische Instrumente s. Keinath, Z. Fernmeldetechnik **2**, 2, 1921, über ein Dynamometer für starke Wechselströme bei hoher Frequenz s. Agnew, Bull. Bur. Stand. **8**, 651, 1913.

Das eisenlose Elektrodynamometer ist der klassische Leistungsmesser (Wattmeter). Die feststehende Spule wird vom Hauptstrom J durchflossen, die bewegliche von einem der Spannung U proportionalen Strom. Damit bei Wechselstrommessungen der Strom in der beweglichen Spule mit der Spannung U möglichst genau in Phase und unabhängig von der Frequenz ist, werden der

beweglichen Spule induktionsfreie Widerstände vorgeschaltet. Zur Messung kleiner Leistungen dienen Torsionswattmeter mit Fadenaufhängung und Spiegelablesung. Die gebräuchlichen Wattmeter haben eine in Spitzen gelagerte Drehspule und Zeigerablesung sowie häufig mehrere schaltbare Strom- und Spannungsmeßbereiche. Üblich sind beim Strom Umschaltungen 1 : 2 : 4, z. B. 5 A, 10 A, 20 A. Für höhere Stromstärken benutzt man Stromwandler und den 5-A-Meßbereich. Kleinster Spannungsmeßbereich sind meist 30 V bei 1000 Ω Widerstand. Die beiden Anschlußarten eines Leistungsmessers bei Einphasenwechselstrom sind aus Abb. 104a und b ersichtlich. W ist die Wechselspannungsquelle, V ein Verbraucher. Die Stromspule des Wattmeters habe den Widerstand R_1, die Spannungsspule (mit Vorwiderstand) R_2. Die aus den Instrumentausschlägen errechneten Werte müssen, je nachdem man die Leistungsabgabe der Stromquelle N_W oder die Leistungsaufnahme des Verbrauchers N_V bestimmen will, um die folgenden Werte korrigiert werden:

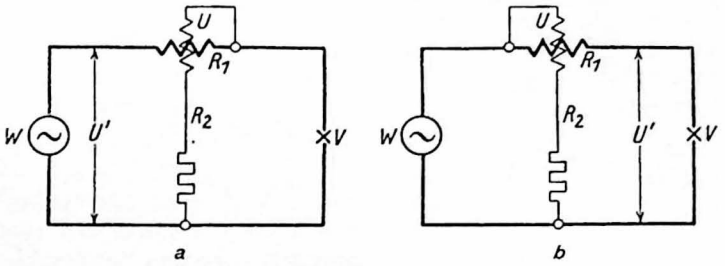


Abb. 104. Schaltungen eines Leistungsmessers

a (Abb. 104a)	b (Abb. 104b)
$N_W = J\,U' \cos\varphi = J\,U \cos\varphi + J^2 R_1$;	$N_W = J'\,U \cos\varphi = J\,U \cos\varphi + \frac{U^2}{R_2}$
$N_V = J'U \cos\varphi = J\,U \cos\varphi - \frac{U^2}{R_2}$;	$N_V = J\,U' \cos\varphi = J\,U \cos\varphi - J^2 R_1$.

Allgemein ergibt sich die zu bestimmende Leistung N aus dem beobachteten Ausschlag α zu

$$N = \frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T} iu\,dt = C \cdot R_2 \cdot \alpha,$$

wo C die dynamometrische Konstante und $C R_2$ die Wattmeterkonstante ist.

Für die Eichung mit Gleichstrom beobachtet man den Ausschlag β, wenn die feste Spule von dem gemessenen Strom J, die bewegliche von dem gemessenen Strom J_b durchflossen wird. Die Größe dieser Ströme muß der Drahtdicke angepaßt werden. Dann ist $C = \frac{J \cdot J_b}{\beta}$.

Fremde Magnetfelder können stören, bei Gleichstrom das Erdfeld; deshalb und wegen etwaiger Unsymmetrien in der relativen Lage beider Spulen ist zu kommutieren. Auch das elektrische Feld zwischen beiden Spulen kann zu Fehlern Anlaß geben. Der Vorwiderstand muß so geschaltet sein, daß zwischen den beiden Spulen keine hohe Potentialdifferenz auftritt.

Für viele Zwecke bestehen Sonderausführungen, z. B. für Drehstrom- und für Blindleistungsmessung; zusammenfassende Darstellung z. B. bei Skirl, Wechselstromleistungsmessungen. Berlin 1930.

d) Thermische Instrumente. Die in einem stromdurchflossenen Draht entwickelte Wärme ist proportional dem Quadrat des Stromes, d. h. von der

Stromrichtung unabhängig. Hitzdrahtinstrumente zeigen daher sowohl Gleichstrom wie Wechselstrom an; hauptsächlich dienen sie zur Messung der effektiven Wechselstromstärke.

α) Hitzdrahtstrommesser mit Ausdehnung (Abb. 105). In den Grenzen, innerhalb deren der Widerstand hinreichend konstant, die abgegebene Wärmemenge dem Temperaturüberschuß über die Umgebung und die Ausdehnung der Temperaturerhöhung proportional ist, mißt die Ausdehnung eines freien Drahtes das Quadrat der Stromstärke. Die Ausdehnung wird durch Übertragung auf einen drehbaren Zeiger (oder Spiegel) oder aus der Senkung eines belasteten Drahtes gemessen. Als Leiter eignen sich Eisen, Nickel und namentlich Platiniridium. Die Empfindlichkeit läßt sich durch Einschluß des Hitzdrahtes in ein hohes Vakuum bedeutend steigern. Technisch sind die Hitzdrahtamperemeter jetzt durch Thermoumformer (s. β) stark verdrängt.

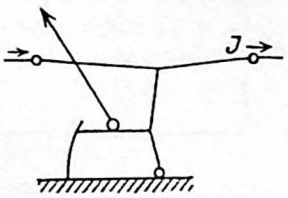


Abb. 105. Hitzdrahtstrommesser

Hartmann-Kempf, ETZ **31**, 269, 1910.

β) Hitzdraht mit Thermoelement. Die Erwärmung des Hitzdrahts wird auf eine Thermokette (S. 163) übertragen, deren Strom man mißt. Man bildet z. B. ein Thermokreuz dadurch, daß der Hitzdraht aus zwei thermoelektrisch verschiedenen Drähten besteht, die kreuzweise umeinandergeschlungen, verlötet oder zusammengeschweißt sind (etwa Platin-Patentnickel; Konstantan-Eisen oder -Manganin). Die anderen Drahtenden sind zu einem die Thermokraft messenden Galvanometerkreise geschlossen.

Die von einem Gleichstrom in der Kontaktstelle, je nach seiner Richtung, entwickelte oder absorbierte Peltier-Wärme macht die Ausschläge beim Kommutieren unsymmetrisch. Das fällt großenteils weg, wenn auf einen homogenen Hitzdraht ein feines Thermoelement quer aufgelötet ist, z. B. Eisen-Konstantan auf Platin.

Voege, ETZ **27**, 467, 1906; vgl. auch S. 283. Technische Meßbereiche von 5 mA an.

Über gesteigerte Empfindlichkeit durch mehrere Thermoelemente im Vakuum s. Schering, Z. Instrkde. **32**, 69 u. 101, 1912; Guggenheimer, ETZ **33**, 73, 1912.

Thermogalvanometer Der Hitzdraht (bestehend aus einem 3 bis 4 mm langen platinierten Quarzfaden) strahlt gegen ein Antimon-Wismut-Thermoelement, welches den Schluß einer schmalen Schleife aus Silberdraht bildet. Die Schleife hängt zwischen starken Magnetpolen am Quarzfaden mit Spiegel und wird durch den Strom im Magnetfelde abgelenkt. Empfindlichkeit von $2 \cdot 10^{-5}$ A für 10 mm Ausschlag bei 1000 mm Skalenabstand bis $2 \cdot 10^{-3}$ A.

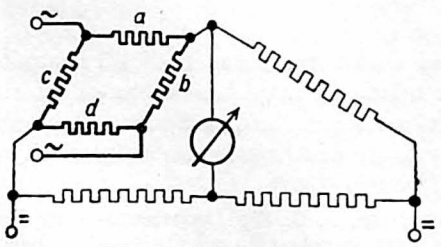


Abb. 106. Barretter-Anordnung

Duddell, Phil. Mag. [6], **8**, 97, 1904. Über Thermowattmeter s. S. 326.

γ) Hitzdrahtwiderstand in der Wheatstoneschen Brücke (Barretter); in der Doppelbrücke nach dem Bolometerprinzip (Paalzow und Rubens). In der großen Verzweigung (Abb. 106), welche durch ein einige Zeit zuvor ge-

schlossenes, konstantes Element gespeist wird, sind die Widerstände so abgeglichen, daß das Galvanometer keinen Strom zeigt. Der zu messende Gleich- oder Wechselstrom wird dann durch das Viereck $abcd$ geschickt, in welchem $a : b = c : d$ (z. B. $a = b = c = d$) gemacht ist, damit die beiden Stromquellen sich gegenseitig nicht beeinflussen. — Durch die Stromwärme ändert sich der Widerstand des Vierecks, und das Galvanometer zeigt einen der Leistung des zu messenden Stromes proportionalen Ausschlag. Um von äußeren Änderungen ungestört zu bleiben, gestaltet man einen Nachbarzweig der großen Verzweigung dem Viereck kongruent und schließt beide Zweige in dasselbe Kästchen ein. Das Verfahren ist äußerst empfindlich (S. 67 u. 285).

Gati, Phys. Z. **10**, 897, 1909.

e) Dreheiseninstrumente (Weicheiseninstrumente). Da sich bei einem Richtungswechsel des Stromes auch die Polarität des Eisens ändert, so ist die Kraftwirkung bei derartigen Instrumenten unabhängig von der Richtung des Stromes, also auch zur Messung von Wechselströmen geeignet. Im allgemeinen zeichnen sich die Instrumente durch einfachen Bau und durch Billigkeit aus. Die Unterschiede zwischen den Anzeigen bei Gleichstrom und Wechselstrom von 50 Hz, ebenso der Einfluß der Kurvenform und der Frequenz bis gegen 1000 Hz und der Fremdfelder können klein gehalten werden durch Auswahl und Bemessung der Werkstoffe. Für Präzisionszwecke sind astatische Dreheiseninstrumente gebaut worden.

Siemens-Z. **11**, 444, 1931; vgl. auch S. 27. Über Feinmeßgeräte ohne Astasierung s. Toeller, Arch. Elektrot. **33**, 67, 1939.

f) Drehfeld- und Induktionsmeßgeräte, in der Technik als Zähler, Schalttafel- und Registrierinstrumente wegen ihres starken Drehmoments viel gebraucht, beruhen auf der Wirkung zweier phasenverschobener magnetischer Wechselfelder gleicher Frequenz, welche in einem geschlossenen Leiter Wirbelströme erzeugen. Ein Wirbelstrom in einem ruhenden Leiter erfährt kein bewegendes Moment durch den ihn erzeugenden Wechselfluß Φ_1, da er diesem um 90° in der Phase nacheilt, wohl aber durch einen fremden um den Winkel α gegen Φ_1 phasenverschobenen Fluß Φ_2. Bei einem drehbar gelagerten Leiter ist das mittlere Drehmoment proportional $\Phi_1 \Phi_2 \sin \alpha$. Der Leiter, jetzt meist eine Scheibe, früher eine Trommel aus Aluminium, geht durch die Luftspalte zweier Elektromagnete; wird der eine an die Wechselspannung U gelegt, der andere vom Strome J durchflossen, so ist das Drehmoment proportional der Leistung $UJ \cos \varphi$; wenn $\sin \alpha = \cos \varphi$ ist, d. h. bei $\cos \varphi = 1$, muß Φ_u um genau 90° gegen Φ_i verschoben sein. Diese 90°-Einstellung wird dadurch erzielt, daß nicht der Hauptfluß der Spannungsspule, welcher um weniger als 90° hinter u hereilt, den Leiter durchsetzt, sondern nur ein passend magnetisch geschalteter Streufluß; zur Feinabgleichung dienen verstellbare magnetische Nebenschlüsse oder Kurzschlußwindungen mit Widerstand auf der Strom- oder Spannungsspule. Bremst man den Leiter mit einem permanenten Magneten (Wirbelstrombremsung), so ist die Zahl der Umdrehungen proportional der elektrischen Arbeit; man erhält einen Wattstundenzähler (Ferraris-Zähler). Wirkt dem Drehmoment eine Spiralfeder entgegen, so ist der Ausschlag eines mit dem Drehteil verbundenen Zeigers ein Maß der Leistung. Sind zwei oder mehr Elektromagnete radial angeordnet, so rotiert das resultierende Feld im Raume (Drehfeld, S. 151).

Bei Spannungs- und Stromzeigern werden beide Spulen von der Spannung oder von dem Strome gespeist; in der einen Spule wird aber der Fluß durch vorgeschalteten Widerstand oder durch Kurzschlußwindungen in der Phase gegen den Fluß der anderen Spule verschoben und so ein Drehmoment erzielt. Man kann auch nur eine Spule anwenden, den Fluß teilen und dem einen Teil eine Phasenverschiebung gegen den anderen Teil geben. Alle diese Geräte mit Eisen geben nur in dem engen Frequenzbereich, für das sie bestimmt sind, richtige Werte. Bei höherer Frequenz ist die Verstärkung der Flüsse durch Eisen entbehrlich; eine bewegliche, kurzgeschlossene Spule im Felde zweier gekreuzter fester Spulen dient als Dynamometer.

Über Drehfeldrichtungszeiger s. z. B. Brauer, AEG-Mitt. 445, 1938.

g) Elektrostatische Meßinstrumente. Hauptsächlich werden Quadrantelektrometer benutzt und als direkt zeigende Instrumente Multizellularvoltmeter, vgl. S. 138, über Hochspannungsvoltmeter auch S. 167. Elektrometrische Meßmethoden haben den Vorzug, daß der Meßapparat praktisch keine Selbstinduktion besitzt und keine Energie verzehrt, ferner daß der Zuleitungswiderstand und meist auch die Kapazität des Instruments bei den gebräuchlichen Wechselzahlen außer Betracht bleiben. Längere Doppelschnüre sind ihrer großen Kapazität wegen zu vermeiden. Für das Elektrometer gilt bei Wechselströmen Formel (2) S. 131, wenn die linearen Glieder der Potentiale weggelassen werden. Kommutieren ist für Wechselstrommessungen notwendig.

Zusammenfassende Vorschriften bei Orlich, ETZ **30**, 435 u. 466, 1909; ferner Petersen, Hochspannungstechnik. Stuttgart 1911 u. Arch. Elektrot. **1**, 95, 1912 (besonders über Messung kleiner Leistungen [Verluste] mit dem Elektrometer).

Mit dem Quadrantelektrometer in Doppelschaltung mißt man das Quadrat der effektiven Spannung U. Die mit Gleichspannung ermittelte Konstante des Elektrometers gilt bei nicht zu hohem Widerstande des Aufhängedrahtes der Nadel ohne weitere Korrektionen auch für die Wechselstrommessung.

Die effektive Stromstärke J wird dadurch gefunden, daß man U an den Enden eines induktionsfreien Widerstandes R im Stromkreise mißt als $J = \frac{U}{R}$. Da in diesem Falle $U^2 = (J\,R)^2$ ist, so ergibt sich aus dem U^2 proportionalen Ausschlag des Elektrometers auch die Leistung innerhalb R als $\frac{U^2}{R}$.

Um die Leistung innerhalb eines Leitungsteiles, in welchem Strom und Spannung nicht in Phase sind, zu messen, legt man unter Benutzung der Quadrantenschaltung die ganze Spannung dieses Teiles zwischen Nadel und Gehäuse, während die Quadranten mit den Enden eines in die Leitung eingeschalteten induktionsfreien Widerstandes R verbunden werden. Dann ergibt sich aus dem beim Kommutieren der Quadranten beobachteten Ausschlag α und der mit Gleichspannung ermittelten Elektrometerkonstanten C die gesuchte Leistung zu $N = \frac{C\alpha}{R} - \frac{1}{2} J^2 R$, wo das von J^2 abhängende Glied meist nur eine kleine Korrektion bildet.

Über den elektrostatischen Schutz vgl. S. 124, bes. auch Fischer, Phys. Z. **7**, 376, 1906; wegen Kontaktpotentialdifferenzen der Quadrantenpaare H. Schultze, Z. Instrkde. **28**, 61, 1908.

h) Gleichrichterinstrumente. Zur Messung kleiner Wechselströme und auch als Spannungsmesser kann man Kombinationen von Drehspulmeßgeräten mit

Trockengleichrichtern (Kupfer-Kupferoxydul oder Selen) verwenden. Handelsübliche Instrumente in Spitzenlagerung sind bis herunter zu 0,2 mA für den vollen Ausschlag verwendbar. Voltmeter bei etwa 2 mA Stromverbrauch für den vollen Ausschlag mit Meßbereichen von 3 V aufwärts sind im Handel. Für feine Messungen ist der Temperaturfehler zu beachten. Der Frequenzbereich beträgt etwa 20 bis 5000 Hz Durch die Einführung einer Hilfsspannung kann die Empfindlichkeit und die Exaktheit der Gleichrichtung erhöht werden.

Überblick über die Meßverfahren mit Gleichrichtern bei Pfannenmüller, Arch. Elektrot. **28**, 356, 1934. Über Schwingkontakt-Gleichrichter s. z. B. Froböse, ebd. **32**, 209, 1938. Vgl. ferner ATM V 3222, 1934.

Über Messungen mit Detektor und Galvanometer s. S. 278, über Röhrenvoltmeter S. 280.

i) Meßwandler sind Transformatoren (S. 154) mit genau bekanntem Übersetzungsverhältnis, die als Spannungs- oder Stromwandler zur Messung hoher Spannungen (bis 220 kV) oder starker Ströme (bis etwa 10000 A) gebraucht werden. Durch kleinen Spannungsverlust, geringe Streuung und schwache Sättigung des Eisens wird bewirkt, daß zwischen Primär- und Sekundärstrom oder -spannung nahezu Proportionalität, geringe Abweichung von der idealen Phasenverschiebung (180°) und Unabhängigkeit des Übersetzungsverhältnisses von der Periodenzahl bestehen. Durch Verwendung hochpermeabler Nickeleisenlegierungen für die Kerne lassen sich außerordentlich genaue „Normalwandler" herstellen. Bei den besten Stromwandlern kann der Stromfehler unter 0,01 %, der Fehlwinkel unter 1′ gehalten werden. Bei den Spannungswandlern sind für den Spannungsfehler etwa 0,1 %, für den Fehlwinkel 1′ bis 2′ erzielbar. Für die meisten technischen Meßzwecke genügen billige Ausführungen mit geringerer Genauigkeit. Die Schaltung und Klemmenbezeichnung von Strom- und Spannungswandlern bei Einphasenwechselstrom ist aus Abb. 107 ersichtlich.

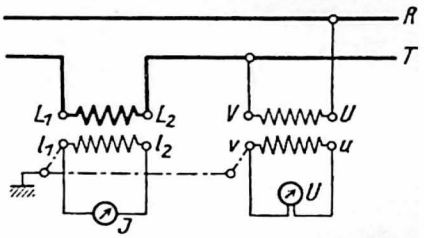


Abb. 107. Schaltung von Meßwandlern

Meßwandler werden in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt auf ihre Fehler geprüft. Vgl. z. B. Schering, u. Alberti, Arch. Elektrot. **2**, 263, 1914; Hohle, Phys. Z. **38**, 389, 1937. Zusammenfassung bei Goldstein, Die Meßwandler. Berlin 1928; Bruckman, Elektrizitätszähler u. -wandler. Leipzig 1926; ferner Regeln für Meßwandler des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, VDE-Vorschriftenbuch. Berlin 1941.

k) Kompensationsmethoden. Die Anordnungen ähneln den bei Gleichstrom üblichen, besonders der Thomson-Brücke, doch müssen die zu kompensierenden Spannungen, gleiche Frequenz und Kurvenform vorausgesetzt, nicht nur der Größe, sondern auch der Phase nach gleich sein. Die Phasenabgleichung kann mit Hilfe von besonderen Maschinen (Phasenschiebern) oder von Kapazitäten und Induktivitäten erreicht werden. Als Nullinstrument dient meist ein Vibrationsgalvanometer. Kurvenverzerrungen und der Mangel einer dem Normalelement bei Gleichstrom entsprechenden Normalspannung lassen schwer die gleiche Genauigkeit wie bei Gleichstrom erreichen.

Ausführlich bei v. Krukowski, Vorgänge in d. Scheibe eines Induktionszählers u. d. Wechselstromkompensator als Hilfsmittel zu deren Erforschung. Berlin 1920; hier wird als Genauigkeitsgrenze 0,5 bis 1‰ für Spannungen bis zu 0,5 V herunter

angegeben; Déguisne, Arch. Elektrot. **14**, 487, 1925; Vogel, ETZ **48**, 1361, 1927; Geyger, Arch. Elektrot. **23**, 447, 1930. Vgl. ferner Schering, Handb. d. Phys. **16**, 355, 1927. Eine Anwendung zur Messung des Übersetzungsverhältnisses und des Phasenfehlers von Meßwandlern bei Schering u. Alberti, Arch. Elektrot. **2**, 263, 1914. Allg. Lit.: Krönert, Meßbrücken und Kompensatoren. München u. Berlin 1935.

l) Indirekte Leistungsbestimmung. α) Durch Messung von Strom und Spannung. In einer induktionsfreien Leitung (Glühlampen) mißt man J und U, dann ist $N = J \cdot U$. Mit Selbstinduktion kommt der Faktor $\cos\varphi$ hinzu, also muß noch die Verschiebung φ bestimmt werden (S. 168).

β) Durch Messung von Strom und Widerstand. Ist in der Leitung kein Eisen (keine Hysterese) und auch keine fremde EMK (z. B. Polarisation in Zersetzungszellen) oder Wirbelstrom vorhanden, so findet nur Energieumsatz in Joulesche Wärme des Nutzwiderstandes r statt; dann ist N, auch wenn Selbstinduktion und Phasenverschiebung bestehen, durch Stromstärke und Widerstand gegeben: $N = J^2 r$.

γ) Durch drei Spannungsmessungen. In Reihe mit dem Verbrauchskreis (Endpunkte ab) wird ein induktionsloser Widerstand R (Endpunkte bc) geschaltet. Man mißt die effektiven Spannungen U zwischen ac, U_1 zwischen ab, U_2 zwischen bc. Dann ist die gesuchte Leistung zwischen ab: $N = \frac{(U^2 - U_1^2 - U_2^2)}{2R}$.
Um Fehler durch den Eigenverbrauch der Spannungsmesser zu vermeiden, benutzt man zweckmäßig Elektrometer.

δ) Durch drei Strommessungen. Dem Verbrauchskreis wird ein induktionsloser Widerstand R parallel geschaltet. Man mißt den unverzweigten Strom I und die beiden Zweigströme I_1 und I_2. Dann ist die gesuchte Leistung $N = \frac{1}{2} R \cdot (I^2 - I_1^2 - I_2^2)$.

C. Messung hoher Spannungen

a) Meßfunkenstrecken. Das gebräuchlichste Meßgerät zur Bestimmung hoher und höchster Spannungen ist die Kugelfunkenstrecke. Über Aufbau, Handhabung und Meßwerte s. „Regeln für Spannungsmessungen mit der Kugelfunkenstrecke in Luft" des Verbandes Deutscher Elektrotechniker. Zusammenstellung von Werten für einige der genormten Kugeldurchmesser in Tab. 64. Wichtig ist die Aufstellung in genügender Entfernung (mindestens $= 2\frac{1}{2}$fachem Durchm.) von allen Gegenständen (auch Isolatoren), durch die das Feld zwischen den Kugeln gestört würde. Bei hohen Spannungen bestehen Unterschiede, je nachdem beide Kugeln isoliert sind oder die eine geerdet ist. Die Dicke der Kugelstiele soll etwa ein Fünftel des Halbmessers der Kugel betragen. Unter Umständen muß die „Funkenverzögerung" durch Ionisierung der Entladungsstrecke aufgehoben werden; Bestrahlung mit ultraviolettem Licht, z. B. von einem anderen Funken. Die Kugelfunkenstrecke spricht auf Scheitelwerte an, sie ist daher für Gleich- und Wechselspannung brauchbar, mit Vorsicht sogar für Stoßspannungen; die Polarität ist zu berücksichtigen. Zur Verhinderung des Abbrandes und zum Schutz der Anlage schaltet man bei niedrigen Frequenzen (nicht bei Hochfrequenz) Vorwiderstände in Reihe, Größenordnung $\frac{1}{5}$ bis 1 Ω je Volt. An Genauigkeit sind auch bei sorgsamer Messung kaum 2% erzielbar, bei kleinen Schlagweiten und Kugeln bis 5%.

Die genormten Werte begegneten vielfacher Kritik; Zusammenfassung mit ausf. Lit. bei Weicker u. Hörcher, ETZ **59**, 39, 1938. Vorschläge zur Verbesserung u. a. durch Anwendung von Käfigen um den Schlagraum bei Toepler, z. B. Z. techn. Phys. **13**, 386, 1932. Über den Einfluß der Feuchtigkeit auf die Entladungsspannung s. Franck, Arch. Elektrot. **21**, 318, 1929. Über die Nomenklatur der Entladungsformen s. Toepler, Z. techn. Phys. **10**, 73 u. 113, 1929.

Meßwerte für andere Funkenstrecken, z. B. „Kugel-Platte geerdet", bei Kastenbein u. Kellermeyer, ETZ **52**, 969, 1931, „gekreuzte Zylinder" (bei großer Präzision billig herstellbar) bei Werner, Arch. Elektrot. **22**, 1, 1929, „parallele Zylinder" bei Löber, ebd. **14**, 511, 1925. Zusammenfassende Darstellung auch über Nadel- und Platten-Funkenstrecken bei Franck, Meßentladungsstrecken (Ionenstrecken). Berlin 1931.

b) Hochspannungsvoltmeter. α) Das Grundprinzip vieler Instrumente ähnelt dem der Coulombschen Drehwaage, meist ist von zwei gegenüberstehenden Leitern (Platten oder Kugeln) der eine oder ein Teil des einen beweglich angeordnet. Die dem Quadrat der Feldstärke folgende Bewegung (Anziehung oder Abstoßung) dieses Elementes dient als Maß der Spannung.

Z. B. Hueter, ETZ **56**, 1319, 1935.

Größere praktische Bedeutung hat das Hochspannungsvoltmeter von Starke und Schröder (Arch. Elektrot. **26**, 279, 1932) erlangt, ein direkt zeigendes Spiegelinstrument, das bis zu den höchsten Spannungen gebaut werden kann; es ist mit niedrigen, anderweitig leicht meßbaren Spannungen von z. B. 2—10 kV eichbar. Vgl. auch S. 138 (Elektrometer). Das Pendelelektrometer nach Rogowski (Wingen, ETZ **53**, 1034, 1932) arbeitet nach dem Prinzip des Blättchenelektrometers, das durch Sprühschutz für Hochspannung brauchbar gemacht wird. Eine Spannungswaage bei Palm, ebd. **47**, 873, 1926. Ein Voltmeter, das mit der Abstoßung zweier Kugeln arbeitet, bei Zdralek, Arch. Elektrot. **25**, 458, 1931. Ein Quadrantvoltmeter, tragbar bis 6 kV, bei Täuber-Gretler, Bull. S. E. V. **25**, 556, 1934.

β) Zur Bestimmung hoher Wechselspannungen kann man den Ladestrom messen, den eine an der Spannung liegende, definierte Kapazität bekannter Größe aufnimmt. Die Scheitelwert-Meßeinrichtung für Hochspannung von Haefely beruht auf der Messung des Ladestromes eines aus zwei Kugeln bestehenden Kondensators. Aus der einen Kugel ist eine Kalotte ausgeschnitten und gut isoliert wieder eingesetzt. Der auf diese Kalotte bei Erdung des übrigen Teils der Kugel fließende Ladestrom wird mittels Elektronenröhren gleichgerichtet und an einem Gleichstromgalvanometer abgelesen.

Stoerk u. Holzer, Z. techn. Phys. **10**, 317, 1929. Für die Ladestrommessung kommen auch die Milliamperemeter der Gleichrichtertype (S. 164) in Verbindung mit Hochspannungs-Meßkondensatoren (S. 179) in Betracht.

Die verschiedensten Effekte sind als Meßprinzip bei Hochspannung vorgeschlagen worden.

Beim Koronavoltmeter nach Whitehead (J. Amer. elektr. Eng. **47**, 892, 1928) wird das Einsetzen des Sprühens an einem Draht beobachtet, beim Thermo-Ionen-Voltmeter nach Thornton (ETZ [Ref.] **53**, 824, 1932) wird ein Hitzdraht durch den von der nahen Hochspannung bewirkten Ionenwind gekühlt und in der Brücke gemessen. Ein Voltmeter nach Art eines kleinen Hochspannungsgenerators bei Kirkpatrick, Rev. sci. instr. **3**, 430, 1932. Zusammenstellung weiterer Vorschläge in Brion-Vieweg, Starkstrom-Meßtechnik. Berlin 1933. Über Spannungsmessung durch Beobachtung der kurzwelligen Grenze eines Röntgenspektrums s. S. 408.

c) Spannungsteiler. Zur Messung hoher Spannungen dienen Spannungsteiler, für die man entweder Widerstände der S. 7f. beschriebenen Art benutzt oder zwei in Reihe geschaltete verlustfreie Kondensatoren, deren effektive Spannungen sich nach S. 178 wie ihre Scheinwiderstände, also umgekehrt wie die Kapazi-

täten verhalten. Die kleine Kapazität (Größenordnung z. B. $10^{-4}\,\mu$F) wird in Form eines Luftkondensators von sehr großen Dimensionen auf die Hochspannungsseite geschaltet, als große Kapazität dient etwa ein Glimmerkondensator, an dessen Belegungen ein Elektrometer gelegt wird. Bei Wechselstrom von 50 Hz hat eine Kapazität von $10^{-4}\,\mu$F einen Scheinwiderstand von etwa 30 Megohm. Die Stromstärke ist entsprechend gering.

Bei Spannungsteilung durch Widerstände kann deren Kapazität gegen die Umgebung zu Fehlern Anlaß geben. Über Spannungsteilung durch Kondensatoren vgl. z. B. Schering u. Engelhardt, Z. Instrkde. **47**, 281, 1927. Ein Spannungsteiler-Voltmeter mit Porzellankondensatoren bis 600 kV_{eff} bei Palm, ETZ **47**, 873, 1926. Über Hochspannungsteilung bei Untersuchungen mit dem Kathodenstrahloszillograph s. Rogowski u. a., Arch. Elektrot. **23**, 579, 1930.

d) Kompensationsschaltungen. In brückenähnlichen Anordnungen kann durch Kompensation kleiner Teilspannungen auf den Betrag einer hohen Spannung geschlossen werden. Wichtig sind derartige Schaltungen z. B. für die Ermittlung des Übersetzungsfaktors F von Transformatoren, der sich mit der Belastung ändert und besonders bei kapazitiver Last um 100 % und mehr von der Übersetzung, d. i. dem Windungszahlverhältnis (S. 154) abweichen kann. Nach Schering wird die Spannung auf beiden Seiten des Transformators unterteilt, auf der Oberspannungsseite fest kapazitiv (s. Abschn. c), auf der Unterspannungsseite mit veränderlichen Widerständen. Die kleinen Teilspannungen werden über ein Vibrationsgalvanometer und einen zur Phasenabgleichung dienenden Widerstand gegeneinander geschaltet (Abb. 108). Es ist $F = \frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \cos\alpha$; $\operatorname{tg}\alpha = \varrho\,\omega\,C_2$.

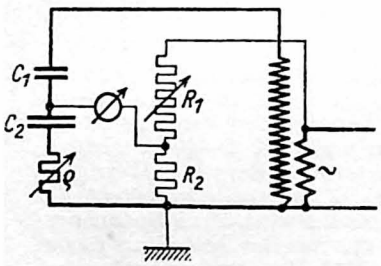


Abb. 108. Übersetzungsverhältnis von Transformatoren

Schering, Z. Instrkde. **44**, 97, 1924. Eine ähnliche Schaltung, bei der jedoch im wesentlichen die Teile der Scheringschen Verlustmeßbrücke (S. 327) benutzt werden, haben Schering u. Brülle beschrieben, ETZ **54**, 51, 1933. Vgl. auch Literatur S. 166 (Kompensationsmethoden).

D. Messung der Phasenverschiebung

Messung von N mit dem Leistungsmesser und gleichzeitig von J und U ergibt den Leistungsfaktor $\cos\varphi = \frac{N}{JU}$. Eine Phasenverschiebung zweier Ströme um 90° erkennt man also daran, daß ein Elektrodynamometer, dessen Rollen je von einem Strom durchflossen sind, in Ruhe bleibt.

Die direkte Messung des Leistungsfaktors erfolgt mit Leistungsfaktormessern der Kreuzspultype. Diese Zeigerinstrumente sind eisenlose Dynamometer (S. 160) mit einer festen Spule, die vom Hauptstrom durchflossen wird, und zwei rechtwinklig zueinander auf gemeinsamer Achse befestigten beweglichen Spannungsspulen, deren Ströme durch eine Kunstschaltung in der Phase gegeneinander verschoben sind. Die Stromzuführung geschieht mit dünnen Federn ohne Richtkraft, das Gerät hat daher in stromlosem Zustand keine definierte Nullstellung.

Die Instrumente werden auch als sog. Kreuzeiseninstrumente ausgeführt; Kühnel, ETZ **45**, 1002, 1924, ferner als eisengeschlossene Dynamometer mit großem Drehmoment für Registrierzwecke.

Über die Messung sehr kleiner Phasenverschiebungen, Verlustwinkel, von Kondensatoren und Phasenwinkel von Widerständen vgl. S. 324 u. S. 225, Phasenfehler von Meßwandlern vgl. S. 165.

Zur Herstellung von Phasenverschiebungen in Wechselstromkreisen dienen Drosselspulen, Ein- und Dreiphaseninduktionsmotoren, Ringtransformatoren. Vgl. z. B. Brion-Vieweg, Starkstrommeßtechnik. Berlin 1933.

E. Messung der Frequenz

a) Durch Resonanz. Dieses Verfahren wird in der Technik am häufigsten gebraucht. Der Wechselstrom durchfließe einen Elektromagnet mit vorgesetzter eiserner Feder, die zum Mitschwingen angeregt wird. Die Feder wird durch Verkürzen usw. auf maximales Mitschwingen abgestimmt. Meist ist eine größere Anzahl von Federn bekannter, abgestufter Schwingungsdauern vorhanden, von denen man diejenige aussucht, die von einem Elektromagnet am stärksten erregt wird. Die gebräuchlichen Frequenzmesser haben für das Intervall 1 Hz zwei Zungen.

Man kann etwa $\frac{1}{4}$ Hz schätzen, z. B. Hartmann-Kempf, Phys. Z. **11**, 1183, 1910.

b) Stroboskopisch. Zur Bestimmung der Frequenz bzw. Drehzahl von mechanisch schwingenden oder umlaufenden Systemen kann man stroboskopische Methoden mit Vorteil wegen ihrer Verlustfreiheit anwenden. Die Frequenz einer Wechselstrommaschine ergibt sich z. B. als $\frac{np}{60}$, wenn n die Umlaufszahl/min und p die Zahl der Polpaare bedeuten. Die stroboskopischen Verfahren beruhen darauf, daß bewegte Merkzeichen, etwa eine „stroboskopische Scheibe" (Abb. 109), mit Hilfe von intermittierendem Licht (Glimmlampe) von passendem Rhythmus zu scheinbar verlangsamter Bewegung oder zum scheinbaren Stillstand gebracht werden. Dieses Verfahren ist besonders wichtig für die Bestimmung von Schwebungsfrequenzen (Schlüpfung) bei Asynchronmotoren.

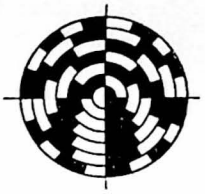


Abb. 109. Stroboskopische Scheibe

Zusammenfassung bei Linckh u. Vieweg, Arch. Elektrot. **15**, 509, 1926, ferner **23**, 77, 1929. Über Koinzidenzvergleiche mit Normaluhr s. Martin, Z. techn. Phys. **20**, 104, 1939.

c) Frequenzmeßbrücke (Abb. 110). Der Wechselstrom von der niedrigen Frequenz f tritt bei A und B ein und aus; $r_1 = r_2$ und r_3 sind induktionsfreie Widerstände, r_3 regelbar. Die Wechselinduktion L_{12} muß primär eine kleine Selbstinduktion haben, damit Strom und Spannung im Zweige des Widerstandskastens R wesentlich gleiche Phase haben. Das Vibrationsgalvanometer bleibt in Ruhe, wenn 1. $2\pi f r_3 c = 1$; 2. $f = \frac{R}{4\pi L_{12}}$. Die Bedingungen werden unabhängig voneinander durch Regeln von r_3 und R erfüllt. Für $L_{12} = \frac{1}{4\pi}$ Henry gibt R die Periodenzahl an. Höhere Frequenzen verlangen Berichtigungen.

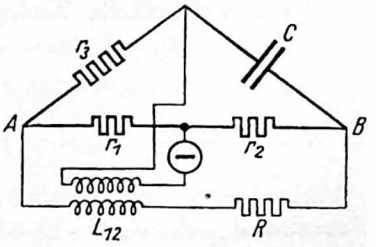


Abb. 110. Frequenzmeßbrücke

Schering u. Engelhardt, Z. Instrkde. **40**, 123, 1920. — Auch die Resonanzmethoden (S. 155) sind brauchbar. Über eine andere Art Frequenzmeßbrücke, welche keinen Kondensator, sondern zwei Gegeninduktivitäten enthält und bei direkter Ablesung Frequenzen von 180—4000 s^{-1} bis auf etwa $1\,‰$ zu messen gestattet, vgl. Campbell, Proc. Phys. Soc. **37**, 97, 1925.

d) Direkt zeigende Geräte. Zeigerfrequenzmesser nach dem Prinzip der elektrischen Resonanz sind von Martienssen, ETZ **31**, 204, 1910 u. Keinath, ebd. **37**, 271, 1916 angegeben worden. Auch Leistungsfaktormesser (s. o.) können in Spezialschaltung zur Frequenzmessung dienen. Über ein unmittelbar anzeigendes Verfahren durch Kondensatorentladung s. Wahl, ENT **15**, 171, 1938.

F. Messung der Kurvenform

Orlich, Aufnahme u. Analyse von Wechselstromkurven. Braunschweig 1906.

a) Augenblickskontakt. Dieses Verfahren kommt für Wechselstromaschinen in Anwendung. Mit der Welle läuft eine Scheibe (Joubertsche Scheibe) um, deren Peripherie einen leitenden Kontakt mit sich führt. Dieser sei z. B. mit dem einen Maschinenpol dauernd verbunden, so daß er die augenblickliche Spannung dieses Pols hat. Der Kontakt berührt bei jedem Umlauf eine feststehende, aber mit einem konzentrischen Teilkreise längs der Peripherie der Scheibe einstellbare Feder in einer durch ihre Einstellung bestimmten Phase des Umlaufs. Mit dieser Feder und andererseits dem zweiten Maschinenpole seien die Klemmen eines Elektrometers oder Galvanometers verbunden. Dem Meßinstrument sei ein Kondensator geeigneter Größe parallel geschaltet. Der Ausschlag zeigt die Spannung an dem gewählten Punkte an; die Spannungskurve konstruiert man aus einer Anzahl solcher Bestimmungen.

Die Stromkurve wird erhalten, wenn die beschriebene Kontaktleitung statt an die Maschinenpole an einen induktionsfreien Teil der Stromleitung von bekanntem Widerstande gelegt ist. Gleichzeitig aufgenommene Spannungs- und Stromkurven geben die Phasenverschiebung.

Kurvenindikatoren, welche die Ausschläge des Galvanometers usw. auf einen Zylinder projizieren, der mit einer Kontaktfeder gleichzeitig um denselben Winkel verstellt wird, z. B. von Franke, ETZ **23**, 496, 1902; Hospitalier, Z. Instrkde. **22**, 166, 1902 u. a.

Mit dem Helmholtzschen Pendelunterbrecher lassen sich Schwingungskurven bis etwa 30 kHz aufnehmen, indem man den einen Kontakt den Schwingungsvorgang auslösen, den anderen — verstellbaren — ihn unterbrechen läßt.

Untersuchung über die Genauigkeit der kleinen Zeiten mittels Kathodenoszillograph bei Fucks, Arch. Elektrot. **23**, 589, 1930.

b) Experimentelle Zerlegung in harmonische (Sinus-)Schwingungen. Nach der Fourierschen Reihe drückt man einen periodischen Strom J von der Hauptperiode τ aus, wenn wieder $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ ist,

$$J = J_0 + J_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + J_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + J_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \cdots.$$

Verlaufen, wie gewöhnlich, die beiden Halbwellen zur Nullachse symmetrisch, so sind J_0, J_2, J_4 ... gleich Null.

Die Konstanten J_n und φ_n der Reihe lassen sich mit dem Dynamometer bestimmen, wenn die eine Rolle von dem zu analysierenden Strom, die andere von Sinusströmen der Periode τ bzw. $\frac{1}{2}\tau$, $\frac{1}{3}\tau$ usw. durchflossen wird (Des Coudres).

Oder man untersucht die relative Stärke, in welcher die Teilschwingungen 1 (2) 3 (4) 5 ... vertreten sind, indem man nach und nach Resonanzkreise anlegt, die auf diese Schwingungszahlen abgestimmt sind (Pupin und Armagnat).

Über harmonische Analysatoren s. z. B. Klingelhöffer, Z. Instrkde. **54**, 224, 1934; ferner Mader-Ott, Kempten, Druckschr. 341. Über planimetrische Methoden s. z. B. Adler, ETZ **52**, 1387, 1932 (Effektivwertplanimeter), ferner Koehler u. Walther, Arch. Elektrot. **25**, 747, 1931. Über graphische Methoden Zusammenfassung bei Runge-König, Numerisches Rechnen. Berlin 1924.

c) Elektrodynamischer Oszillograph. Mittels eines Drehspul-, Saiten- oder Nadelgalvanometers von sehr kurzer Eigenschwingungsdauer (bis etwa 12000 Hz) wird der augenblickliche Stromzustand ohne merkliche Verzögerung wiedergegeben (Blondel 1893, Duddell 1897). Der jetzt am meisten verwendete Typ ist der Schleifenoszillograph. Er besteht aus einem feinen Metallband, das bifilar, oben über eine Isolierrolle mit Spannvorrichtung laufend, im Spalt eines kräftigen Elektromagneten (für 110 oder 220 V) oder permanenten Magneten ausgespannt ist. Die Schleife trägt ein wenige Quadratmillimeter großes Spiegelchen und befindet sich in einer Büchse mit einem dämpfenden Öl. Die Gleichstromempfindlichkeit liegt zwischen 0,3 und 20 mA/mm bei 1 m Skalenabstand. Das Bild eines Spalts wird nach Reflexion am Schleifenspiegel durch eine Zylinderlinse als Punkt auf dem photographischen Papier einer Trommel oder auf der Vorrichtung für visuelle Beobachtung zusammengezogen. Es werden Geräte mit bis zu 12 Schleifen hergestellt; als Zeitmarke kann eine Stimmgabel mit Spiegel dienen.

Vgl. über Dämpfung und andere Einzelheiten Schering im Handb. d. Phys. **16**, 304, 1927.

Über das Oszillographieren der Kurvenformen bei Hochspannung s. Schering u. Burmester, Z. Instrkde. **44**, 97, 1924; Halbach, Arch. Elektrot. **21**, 535, 1929.

d) Piezoelektrischer Oszillograph. Einen empfindlichen statischen Hochspannungsoszillographen unter Anwendung des piezoelektrischen Prinzips hat v. Philippoff angegeben. Ein Teil — einige hundert Volt — der zu untersuchenden Hochspannung wird einem Quarzsystem zugeführt und übt piezoelektrische Verstellkräfte auf einen Spiegel aus. Empfindlichkeit bis 200 V/mm, Frequenz bis 15000 Hz (vgl. auch S. 268).

v. Philippoff, ETZ **53**, 405, 1932.

e) Glimmlichtoszillograph. Das negative Glimmlicht an gestreckten Drahtelektroden einer Geißlerschen Röhre wird im rotierenden Spiegel beobachtet. Unter der Voraussetzung, daß die Länge des Glimmlichtes der Stromstärke proportional ist (Wilson), stellt die Umgrenzungskurve des Bildes die Stromkurve dar. Um genügend große Amplituden zu erhalten, braucht man Ströme von einigen Milliampere.

Gehrcke, Verh. D. Phys. Ges. **7**, 63, 1905. In Verbindung mit einer Hochfrequenz-Verstärkeranordnung ermöglicht der Apparat die Analyse auch von sehr schwachen Wechselströmen, z. B. Mikrophonströmen, Engelhardt u. Gehrcke, Z. techn. Phys. **6**, 153, 1925.

f) Elektronenstrahloszillograph (Kathodenstrahloszillograph, Braunsches Rohr).

Zusammenfassende Darstellung bei Alberti, Braunsche Kathodenstrahlröhren und ihre Anwendung. Berlin 1932; Brüche u. Scherzer, Geometrische Elektronenoptik. Berlin 1934; v. Ardenne, Fernsehempfang. Berlin 1935; v. Borries, Z. VDI **80**, 1135, 1936; Brüche u. Recknagel, Elektronengeräte, Berlin 1941.

Ein trägheitsloses Mittel zur Kurvenaufnahme auch bei Schwingungen höchster Frequenz bilden die Kathodenstrahlen (S. 357), wie sie in der Braunschen Röhre verwandt werden. Durch Konzentrierung und Ausblendung wird ein

feines Bündel erzeugt, das als Punkt auf einen Leuchtschirm oder eine photographische Schicht trifft, nachdem es ein System von Spulen oder Platten zur elektromagnetischen oder statischen Ablenkung passiert hat.

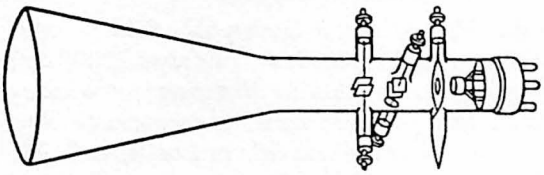


Abb. 111. Braunsche Röhre

α) Niederspannungsröhren (Abb. 111). Bei diesen werden langsame Elektronen durch Verwendung von Glühelektroden benutzt. Als Leuchtschirm dient Sidotblende (ZnS) oder Kalzium-Wolframat (blaue Fluoreszenz). Die Oszillographen, zu deren Betrieb Netzanschlußgeräte angefertigt werden, erreichen die Empfindlichkeit, wenn auch nicht die Präzision der Schleifenoszillographen, sind aber auch für höhere Frequenzen brauchbar.

Man verwendet meist hochevakuierte Röhren, doch werden auch noch gasgefüllte benutzt, die höhere Empfindlichkeit bei gegebener Anodenspannung (bis 4000 V) aufweisen, aber den Nachteil einer Nullpunktstörung durch die Wirkung der Ionen besitzen. Kathodenstrahloszillographen stehen in tragbarer, handlicher Ausführung technisch zur Verfügung, meist mit Vollnetzanschluß, oft zusammen mit Verstärkern.

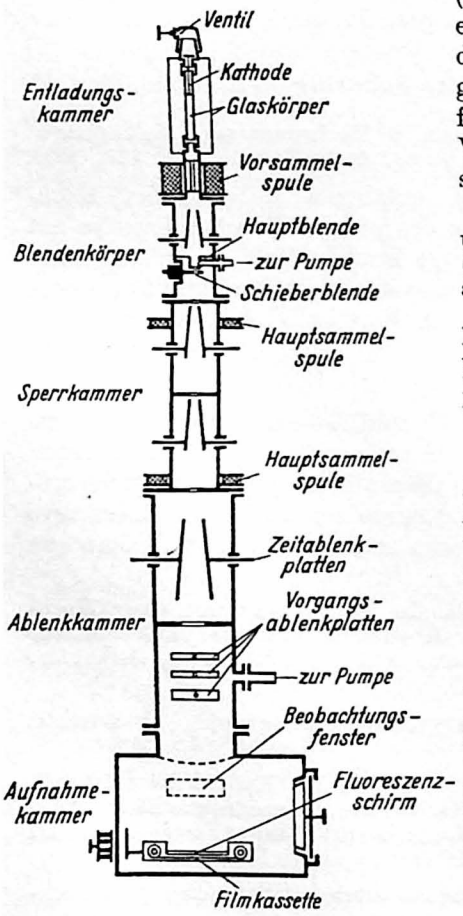


Abb. 112.
Hochspannungs-Kathodenoszillograph

Für gleichzeitige Beobachtung von Strom und Spannung gibt es Kunstschaltungen (z. B. Schäfer, Z. techn. Phys. **17**, 266, 1936), aber auch Mehrstrahlröhren.

Über Elektrodenanordnung bei sehr hohen Frequenzen s. Hollmann, Z. Hochfrequenzt. u. Elektroak. **40**, 17, 1932. Anwendung zur Kurvenaufnahme bei Hochspannung bei Vieweg u. Pfestorf, ETZ **53**, 913, 1932.

β) Hochleistungs-Kathodenoszillographen (Dufour). Sie sind prinzipiell ähnlich gebaut, nur werden schnelle Elektronen verwandt, die meist durch Hochspannungsentladung (bis 70 kV) aus kalter Kathode erzeugt werden.

Diese Kathodenoszillographen sind zu hoher Vollendung gebracht worden durch Arbeiten von Rogowski, Flegler u. a. (zahlreiche Aufsätze im Arch. Elektrot. z. B. **15**, 297, 1925; **20**, 609, 1928); ferner durch Orlich, Matthias, Knoll u. a.: Forsch.-H. d. Studienges. f. Höchstspannungsanlagen, Nr. 1. Berlin 1927. Eine dritte Haupttype wurde entwickelt von Binder, Krug u. a., z. B. Z. techn. Phys. **11**, 113, 1930.

Abb. 112 zeigt schematisch den Aufbau des Rogowskischen Kathodenoszillographen. Es ist gelungen, noch über einmalige Vor-

gänge, die sich in 10^{-9} s abspielten, ein Urteil zu gewinnen. Die Kathodenoszillographen werden überwiegend in Ganzmetallausführung hergestellt und sind für Außen- und Innenaufnahmen eingerichtet. Außenaufnahmen durch Fenster oder mit Kontaktphotographie oder durch Lenardfenster, Innenaufnahmen durch Einbringen von Film oder Papier ins Hochvakuum. Durch besondere Ablenksysteme (Sperrkammern) wird vermieden, daß der Strahl vorzeitig den Film schwärzt. Für mehrphasige Vorgänge wurden mehrstrahlige Kathodenoszillographen entwickelt, entweder durch Ausblendung aus einem Anfangsstrahl (Knoll) oder durch Erzeugung mehrerer Strahlen in einem Rohr (Boekels).

γ) Die Zeitablenkung. Das Auseinanderziehen der zunächst in eine Linie fallenden Schwingungskurve in einer dazu senkrechten Richtung läßt sich für Schwingungen mäßiger Frequenz mit einem rotierenden Spiegel erreichen. Für höhere Frequenzen muß man elektrische oder magnetische Hilfsablenkungen des Strahls verwenden. So kann man der zu untersuchenden Schwingung eine zweite dazu senkrechte überlagern, man bekommt dann Lissajoussche Figuren, aus denen sich die gesuchte Schwingungsfigur ableiten läßt. Um die Schwingungskurve direkt in rechtwinkligen Koordinaten zu erhalten, muß man die Hilfsablenkung der Zeit proportional erfolgen lassen. Am Ende der Periode muß die Ablenkung plötzlich wieder Null werden (Kippschwingung). Nach Rogowski läßt sich das erreichen, indem man einen Kondensator über eine vorgeschaltete Elektronenröhre gleichmäßig, d. h. mit konstantem Sättigungsstrom auflädt, so daß seine Spannung proportional mit der Zeit ansteigt. Parallel zu dem Kondensator liegt eine Funkenstrecke, die am Ende der Periode durchschlagen wird, so daß die Spannung am Kondensator wieder auf Null sinkt.

Nach Gábor, Freundlich u. a. können Elektronenröhren-Anordnungen zur Zeitablenkung, besonders bei einmaligen, unerwarteten Vorgängen dienen (Kipprelais). Ein Mikrozeitschalter bei Binder, ETZ **52**, 899, 1931.

g) Kurvenform der Wanderwellen. Neben der Spannungshöhe, die sich mit Kugelfunkenstrecken messen läßt, ist die Bestimmung der Steilheit der Stirn und der Verlauf des Abfalls (Rücken) von Wanderwellen wichtig.

Über Messungen des Energieinhalts von Wanderwellen s. Franck, ATM V 3417.

α) Der Elektronenstrahl-Oszillograph (s. o.) ist das überlegenste Mittel zur Aufzeichnung und Messung sowohl periodischer hochfrequenter Vorgänge wie einmaliger, extrem kurzzeitiger Vorgänge. Für die Erforschung der elektromagnetischen Ausgleichsvorgänge, der sog. Wanderwellen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit längs Leitungen ausbreiten und die in Form der Gewitterwirkungen große technische Bedeutung haben, ist er das Meßgerät.

β) Schleifenmethode. Läuft eine Wanderwelle entlang einer Leitung, so werden der Reihe nach alle Punkte jedes Stranges unter Spannung gesetzt. Die zwischen zwei Punkten a und b der Leitung auftretende Spannung hängt von dem Abstand s dieser Punkte voneinander und von der augenblicklichen Lage gegenüber der herannahenden Wellenstirn ab. Um die Längsausdehnung des Wellenkopfes zu bestimmen, hat man festzustellen, bei welchem kleinsten Abstand s der zwei Punkte noch die volle Spannung U auftritt. Bei gegebenem kleinen Abstand der Punkte a und b erhält man aus der zugehörigen

Spannung ein Maß für den Spannungsanstieg. Nach Binder werden nun nicht von den Punkten a und b des geraden Stranges Verbindungsleitungen nach einem Meßgerät gezogen, da dies die zu untersuchende Wanderwelle beeinflussen und die Messung stören würde, sondern die Hauptleitung wird zu einer Schleife gebogen, so daß die Meßpunkte dicht beieinander liegen. Abb. 113 zeigt eine solche Schleifenleitung, bei der das Meßgerät, eine Kugelfunkenstrecke F, leicht verschoben werden kann. Der Kondensator C wird mit Gleichspannung aufgeladen und über den Doppelschalter auf die Schleifenleitung entladen. Vgl. auch Lechersche Drahtsysteme, S. 333.

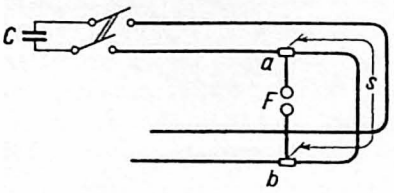


Abb. 113. Schleifenleitung

Binder, Die Wanderwellenvorgänge auf experimenteller Grundlage. Berlin 1928.

γ) Lichtenbergsche Figuren (Klydonograph). Die Spannungsmessung mit dem Klydonographen beruht auf der Erzeugung und Auswertung von Bildern, die durch elektrische Entladungen auf photographischen Schichten hervorgerufen werden. Eine Metallspitze berührt als Elektrode die Schichtseite einer Platte oder eines Films, deren andere Seite auf einer Metallplatte, der Gegenelektrode, aufliegt. Wird zwischen die beiden Elektroden eine Spannung im Bereich von etwa 2—20 kV gelegt, so zeigt die entwickelte Schicht eine „Lichtenbergsche Figur". Bei positiver Spitze erhält man ein Bild mit sich verästelnden Strahlen, deren Enden scharf begrenzt sind, während bei negativer Spitze die Figur aus breitflächigen, verwachsenen Sektoren mit verschwommen auslaufenden Enden besteht. Unter sonst gleichen Bedingungen ist die positive Figur größer als die negative. An Hand von Eichkurven wird aus dem Durchmesser der Bilder auf die Höhe der Spannung geschlossen. Die Zeit, während der die Spannung einwirken muß, damit man eine ausmeßbare Lichtenbergsche Figur erhält, ist außerordentlich klein. Es sind mit Hilfe des Klydonographen Spannungen gemessen worden, die im ganzen nur etwa $3 \cdot 10^{-8}$ s lang bestanden und deren Anstieg sich in etwa $1 \cdot 10^{-8}$ s vollzogen hatte.

H. Müller, Z. techn. Phys. **8**, 49, 1927; Hartje, ETZ **53**, 939, 1932. Über Ladungsmessungen an Lichtenbergfiguren s. Conradt, Z. techn. Phys. **20**, 109, 1939.

V. Kapazität

1. Allgemeines

a) Definitionen. Kapazität C eines Leiters heißt das Verhältnis seiner Ladung zu seinem Potential; sie ist mithin numerisch gleich der Elektrizitätsmenge, welche ihn zum Potential 1 lädt, während gegebenenfalls vorhandene, influenzierbar nahe befindliche Leiter auf dem Potential 0 gehalten werden.

Sind n Leiter vorhanden, welche die Potentiale v_1, $v_2 \ldots v_n$ besitzen, so sind die Elektrizitätsmengen Q auf den einzelnen Leitern zu berechnen nach den Maxwellschen Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= c_{11}v_1 + c_{12}v_2 + \cdots + c_{1n}v_n, \\ Q_2 &= c_{21}v_1 + c_{22}v_2 + \cdots + c_{2n}v_n \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$c_{11}, c_{22}, \ldots$ nennt Maxwell Kapazitäten der Leiter 1, 2, ... und $c_{12}, c_{13} \ldots$ Induktionskoeffizienten. Letztere (auch Influenzierungskoeffizienten genannt) sind stets negativ. Die Kapazitäten und Induktionskoeffizienten sind von den geometrischen Abmessungen und den Dielektrizitätskonstanten der zwischen den Leitern befindlichen Isolatoren abhängig.

Für praktische Anwendungen sind die folgenden Gleichungen oft zweckmäßiger (Erdpotential $v_0 = 0$):

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= k_{10}v_1 + k_{12}(v_1 - v_2) + k_{13}(v_1 - v_3) + \cdots + k_{1n}(v_1 - v_n) \\ Q_2 &= k_{20}v_2 + k_{12}(v_2 - v_1) + k_{23}(v_2 - v_3) + \cdots + k_{2n}(v_2 - v_n) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

wobei zwischen den Koeffizienten c und k die folgenden Beziehungen bestehen:

$$\left.\begin{aligned} c_{11} &= k_{10} + k_{12} + k_{13} + \cdots + k_{1n} \\ c_{22} &= k_{20} + k_{12} + k_{23} + \cdots + k_{2n} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

und

$$-c_{12} = -c_{21} = k_{12} = k_{21}. \quad (4)$$

Die Größen k, die sämtlich positiv sind, werden Teilkapazitäten genannt, z. B. k_{12} = Teilkapazität des Leiters 1 gegen Leiter 2. Die Größen $c_{11}, c_{22}, \ldots$ sind ihrer Natur nach Betriebskapazitäten (vgl. unten!).

Bei den gewöhnlichen Kondensatoren sind in der Regel nur zwei Belegungen vorhanden; haben diese große Flächen und geringen Abstand voneinander (Glimmer- und Papierkondensatoren), so sind die Teilkapazitäten k_{10} und k_{20} gegen Erde meist sehr klein gegenüber der Teilkapazität k_{12}, die man dann schlechtweg die Kapazität des Kondensators nennt.

Bei nicht abgeschirmten Kondensatoren geringeren Kapazitätswertes (Drehkondensatoren) sind die Teilkapazitäten k_{10}, k_{20} meist nicht gegen k_{12} zu vernachlässigen. Da sich k_{10} und k_{20} mit der Lage des Kondensators zur Erde ändern, in sehr geringem Maße auch k_{12}, so haftet solchen Kondensatoren eine bei genaueren Messungen wohl zu beachtende Unbestimmtheit an, die nur durch völlige Abschirmung beider Belegungen mittels einer leitenden Hülle zu beseitigen ist. Die drei Teilkapazitäten eines solchen abgeschirmten Kondensators, k_{12} sowie k_{10}, k_{20} (gegen Hülle) sind dann eindeutig definierte Konstanten; je nach der Schaltungsweise hat der Kondensator eine verschiedene Betriebskapazität, z. B. $k_{12} + k_{10}$ oder $k_{12} + k_{20}$, je nachdem Belegung 2 oder 1 mit der Hülle leitend verbunden wird, oder angenähert $k_{12} + k_{10}k_{20}/(k_{10} + k_{20})$, wenn beide Belegungen von der Hülle isoliert sind.

Über die Definition des Verlustwinkels und der Ableitung vgl. S. 323.

b) Einheiten (vgl. Bd. 1, S. 9). Es ist 1 Farad (F) = 10^3 Millifarad (mF) = 10^6 Mikrofarad (μF) = 10^9 Nanofarad (nF) = 10^{12} Picofarad (pF) $\approx 0{,}9 \cdot 10^{12}$ cm. Statt pF wird häufig auch $\mu\mu$F gebraucht.

Die Bezeichnung cm für die elektrostatische Kapazitätseinheit ergibt sich daraus, daß diese die Dimension einer Länge hat. Eine Kugel vom Radius p cm besitzt die Kapazität p cm, sofern ihre Entfernung von anderen Leitern groß gegen p ist. Vgl. auch die Tabellen 72 und 73 im Anhang.

Orlich, Kapazität und Induktivität. Braunschweig 1909; Rein-Wirtz, Radiotelegraphisches Praktikum. Berlin 1922; Banneitz, Taschenbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie. Berlin 1927; Coursey, Electrical Condensers. London 1927; Zickner, Über Kondensatoren und ihre Eichung. Leipzig 1928; Campbell and Childs, The Measurement of Inductance, Capacitance and Frequency. London 1935; Krönert, Meßbrücken und Kompensatoren: München u. Berlin 1935; Hague, Alternating Current Bridge Methods. London 1938; Straimer, Der Kondensator in der Fernmeldetechnik. Leipzig 1939; Blechschmidt, Präzisionsmessungen von Kapazitäten, dielektrischen Verlusten und Dielektrizitätskonstanten, Braunschweig 1940; Giebe, Handb. d. Phys. **16**, 470, 1927; Hoffmann, Handb. d. Exp. Phys. **10**, 107, 1930.

2. Berechnung

Die Formeln ergeben die Kapazität in elektrostatischen Einheiten (cm), wenn die Längen in cm ausgedrückt werden. Sie setzen ferner einen Raum von der Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = 1$ (Vakuum, angenähert Luftraum) voraus. Ist $\varepsilon > 1$, so wird C um den Faktor ε vergrößert.

A. Einfache Körper

a) Kugel (vom Radius r):

$$C = r. \tag{5}$$

b) Gestrecktes Rotationsellipsoid, große Achse $2g$, kleine Achse $2k$:

$$C = \frac{\sqrt{g^2 - k^2}}{\ln \frac{g + \sqrt{g^2 - k^2}}{k}}. \tag{6}$$

Für kleine k/g (endlicher gerader Draht, $2g = l$, $k = r$)

$$C = \frac{l}{2 \ln \frac{l}{r}}. \tag{7}$$

c) Gedrücktes Rotationsellipsoid, Bezeichnungen wie oben:

$$C = \frac{g}{\operatorname{arc\,tg} \frac{g}{k}}. \tag{8}$$

Für kleine k/g (Kreisscheibe, $2g = d$)

$$C = \frac{d}{\pi}. \tag{9}$$

B. Kondensatoren

Über genaue Abmessung und Berechnung sowie Literatur s. z. B. Coffin, Proc. Amer. Acad. **39**, 415, 1904; Rosa u. Dorsey, Bull. Bur. Stand. **3**, 433, 1907; Woodrow, Phys. Rev. **35**, 434, 1913.

a) Kugelkondensator, innerer Halbmesser r, äußerer r'; die äußere Kugel sei geerdet:

$$C = \frac{rr'}{a} = r + \frac{f}{4\pi a} = \frac{\sqrt{ff'}}{4\pi a}, \tag{10}$$

wenn $a = r' - r$ der Abstand der Kugelflächen ist und diese die Größen f und f' besitzen.

b) Zylinderkondensator von der Länge l, dem inneren Radius r, dem äußeren $r + a$. Wenn l sehr groß gegen r, so gilt für den inneren Zylinder

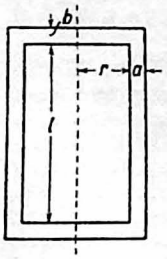


Abb. 114. Konaxiale konzentrische Zylinder

$$C = \frac{l}{2 \ln \left(1 + \frac{a}{r}\right)}; \tag{11}$$

ist zugleich a klein gegen r, so wird

$$C = \frac{lr}{2a}. \tag{12}$$

Besitzt der Zylinderkondensator senkrecht zur Achse stehende Endflächen, so füge man zu l in der Formel (12) die Endkorrektion

$$\delta l = \delta x + \delta y \cdot \frac{a}{b} \tag{13}$$

hinzu, wobei

$$\delta x = \frac{2}{\pi}\left[2b \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{b} - a \ln \frac{4a^2}{(a^2+b^2)}\right] \tag{14}$$

$$\delta y = \frac{2}{\pi}\left[2a \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{a} - b \ln \frac{4b^2}{(a^2+b^2)}\right]. \tag{15}$$

Hierin ist $a \ll r$ und $b \ll r$ vorausgesetzt (Abb. 114).

Kaufmann, Phys. Z. **8**, 75, 1907.

Über einen Schutzzylinderkondensator s. Rosa u. Dorsey, Bull. Bur. Stand. **3**, 433, 1907. Vgl. auch S. 179.

c) Doppelleitung. Zwei parallele Zylinder vom gleichen Radius r, der gleichen Länge l und dem Achsenabstand a, wobei $r \ll a \ll l$ vorausgesetzt wird:

$$C = \frac{l}{4 \ln \frac{a}{r}}. \tag{16}$$

d) Parallele Flächen. Bei relativ sehr kleinem Abstande a ist, wenn f die Fläche bedeutet, genähert

$$C = \frac{f}{4\pi a}. \tag{17}$$

Die Plattendicke sowie die nach den Rändern zunehmende Dichtigkeit der Ladung bringen um so größere Berichtigungen, je weniger a gegen die Abmessungen der Fläche verschwindet; s. auch das Folgende.

e) Kreisplattenkondensator. α) Zwei Kreisplatten, eine Platte geerdet; Radius r, Abstand a, Plattendicke d. Genähert ist, wenn $a \ll r$

$$C = \frac{r^2}{4a}. \tag{17a}$$

Mit Rücksicht auf die Ladungen der Ränder gilt

$$C = \frac{r^2}{4a} + \frac{r}{4\pi}\left[\ln \frac{16\pi r}{a} + 1 + f\left(\frac{d}{a}\right)\right]. \tag{18}$$

Kirchhoff, Ges. Abh. Leipzig 1882, S. 112, wo der Abstand aber $= 2a$ gesetzt und ferner die Ladung einer Platte für die Potentiale $+1$ und -1 angegeben wird.

β) Drei Kreisplatten, die beiden äußeren geerdet:

$$C = \frac{r^2}{2a} + \frac{r}{\pi}\left[1{,}1078 + \frac{2}{3} f\left(\frac{2d}{a}\right)\right]. \tag{19}$$

Grüneisen u. Giebe, Verh. D. Phys. Ges. **14**, 921, 1912; gilt streng nur für $d = 0$; die Dickenkorrektion ist experimentell bestätigt.

γ) Eine Kreisplatte in der Mitte zwischen zwei sehr großen (theoretisch unendlich großen), geerdeten ebenen Platten beliebiger Form und Dicke; d Dicke der Kreisplatte, a ihr Abstand von jeder der geerdeten Platten:

$$C = \frac{r^2}{2a} + \frac{r}{\pi}\left[2 \ln 2 + 2f\left(\frac{d}{4a}\right)\right]. \tag{20}$$

Die Funktion f in Gl. (18), (19), (20), die bei unendlich dünnen Platten zu 0 wird, hat die Form

$$f(x) = (1+x)\ln(1+x) - x \ln x, \tag{21}$$

für welche einige Zahlenwerte in der folgenden Tabelle angegeben sind:

Werte der Funktion f

x	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,20	0,40	0,60	0,80	1,0	1,2	1,4
$f(x)$	0,098	0,168	0,230	0,285	0,335	0,54	0,84	1,06	1,24	1,39	1,52	1,63

Thomson, Rec. Res. in El. and Magn., Art. 237. Oxford 1893.

Über das elektrische Feld zwischen Kondensatorplatten s. Kaufmann, Phys. Z. 8, 75, 1907.

f) Schutzring-Kondensator. Dies Gerät wird zu genauen Messungen oft gebraucht. Darunter versteht man eine Kreisplatte 2 (Abb. 115) als Kollektor, unter Belassung eines schmalen Luftringes umgeben von einer weiteren, meist kreisringförmigen Platte 0, gegenübergestellt einer parallelen, großen Kondensatorplatte 1. Kreisplatte und Schutzring werden zu gleichem Potential geladen, wobei dieser die Ungleichmäßigkeit der Ladung an den Rändern um so mehr vermindert, je dichter er umschließt. Als Ladungsmenge gilt nur die Ladung der Kreisplatte. r sei der Radius der Kollektorplatte, r' der innere Radius des Schutzrings, a der Plattenabstand. Näherungsformel:

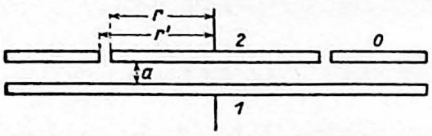


Abb. 115. Schutzringkondensator

$$C = \frac{(r + r')^2}{16a}. \tag{22}$$

Thomson, Phil. Mag. **12**, 97, 1906. Eine genaue Formel bei Kirchhoff, Ges. Abh. Leipzig 1882, S. 117, wo $\frac{1}{2}(r + r')$ mit R bezeichnet und das Doppelte der Ladung angegeben ist. Eine andere Formel bei Maxwell, El. u. Magn. I, Berlin 1883, § 201. S. auch Rosa u. Dorsey, Bull. Bur. Stand **3**, 433, 1907.

C. Kombination von Kondensatoren

Bei Parallelschaltung zweier Kondensatoren addieren sich die Blindleitwerte ωC, also auch die Kapazitäten

$$C = C_1 + C_2. \tag{23}$$

Die Verlustfaktoren (vgl. Dielektrika S. 323) addieren sich dem Kapazitätsanteil entsprechend:

$$\operatorname{tg} \Delta = \frac{C_1 \operatorname{tg} \delta_1 + C_2 \operatorname{tg} \delta_2}{C_1 + C_2}. \tag{24}$$

Bei Reihenschaltung addieren sich die Blindwiderstände $\frac{1}{\omega C}$, hieraus folgt

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \tag{25}$$

Für die Verlustfaktoren gilt

$$\operatorname{tg} \Delta = \frac{C_1 \operatorname{tg} \delta_2 + C_2 \operatorname{tg} \delta_1}{C_1 + C_2}. \tag{26}$$

3. Ausführungsformen

A. Feste Kondensatoren

a) Meßkondensatoren. α) Für Niederspannung. Für feinere Meßzwecke benutzt man

1. Luftkondensatoren, deren Belegungen durch eine sie allseitig umschließende leitende Hülle elektrisch gegen andere Leiter abgeschirmt sein sollen. Für kleine Kapazitätsbeträge bilden zwei parallele Metallplatten nach Kohlrausch die einfachste, aber wegen mangelnder Abschirmung nur bei sehr kleinem Plattenabstand einigermaßen definierte Form. Besser sind Kondensatoren mit drei Platten, von denen die beiden äußeren leitend verbunden werden, oder Schutzringkondensatoren (Literatur s. oben). Feste Isolatoren (Quarzglas, Bernstein, Magnesiumsilikate) sind beim Aufbau von Luftkondensatoren sparsam zu verwenden. Gut konstruierte Luftkondensatoren sind praktisch verlustfrei.

Konstruktion von Normalluftkondensatoren (Modelle der PTR): Giebe, Z. Instrkde. **29**, 269, 1909; Schering u. Schmidt, ebd. **32**, 253, 1912. Neuere Formen, bei denen beide Belegungen vom Gehäuse isoliert sind, für Kapazitäten zwischen 10 und $10^4\,\mu\mu$F s. Giebe u. Zickner, Z. Instrkde. **53**, 1, 49, 97, 1933; Ausführungen bis $10^5\,\mu\mu\text{F} = 0{,}1\,\mu$F, ebenda.

Die einzelnen Stufen der PTR-Konstruktion sind auf runde Werte abgeglichen; die von den Herstellern erreichte Genauigkeit der Abgleichung (Abweichung vom Nennwert) ist bei mittleren und größeren Werten im allgemeinen $\leqq 1\,‰$, die zeitliche Konstanz etwa $0{,}2\,‰$. Die Apparate lassen sich ohne zusätzliche Verbindungskapazität parallelschalten und sind daher nach Art von Gewichtssätzen benutzbar. Anschluß der kleinen und mittleren Werte an die Meßanordnung erfolgt durch einen besonderen Untersatz. Temperaturkoeffizient meist $+$ 2 bis $5 \cdot 10^{-5}/^0$ C.

Eine andere Konstruktion bei Ogawa, Res. El. Lab. Tokyo Nr. 277, 1930.

2. Kondensatoren mit festen Dielektriken zeigen im allgemeinen bei Gleichspannung Rückstandsbildung (Nachwirkung, dielektrische Absorption), bei Wechselspannung Energieverluste, die im wesentlichen nicht durch den auch bei Gleichspannung vorhandenen Leitungsstrom verursacht werden. Ein Maß dieser Verluste, infolge deren das Dielektrikum erwärmt wird, ist der Verlustwinkel δ (S. 323). Meist wird tg δ (Verlustfaktor) angegeben. Für kleine Winkel ist δ (d. h. arc δ) praktisch = tg δ und = cos φ.

Geringe Verluste zeigt Glimmer; tg δ liegt bei guten Glimmerkondensatoren unter oder wenig über $1 \cdot 10^{-4}$. Der Temperaturkoeffizient der Kapazität beträgt meist $-$ 1 bis $-$ $2 \cdot 10^{-4}/^0$C; starke Temperaturschwankungen verursachen oft dauernde Kapazitätsänderungen.

Giebe u. Zickner, Arch. Elektrot. **9**, 109, 1922; Meyer, Telegr.- u. Fernspr.-Techn. **4**, 1, 1923. Über die zeitliche Konstanz vgl. Curtis, Sparks, Hartshorn and Astbury, Bur. Stand. J. Res. **8**, 507, 1932.

β) Für Hochspannung. 1. Schutzzylinder-Kondensator nach Petersen. Zwei Metallrohre sind konzentrisch so ineinander befestigt, daß zwischen beiden kein festes Dielektrikum liegt. Der notwendige Abstand bedingt entsprechende Dimensionen. Der äußere Zylinder (Radius R) ist an den Enden trompetenartig erweitert und mit Sprühschutzwülsten versehen. Der innere Zylinder (r) ist mit Schutzzylindern ausgerüstet. Für höhere Spannungen als etwa 100 kV werden die Abmessungen unbequem. Die Durchschlagsspannung bei gegebenem R wird ein Maximum für das Radienverhältnis

$$\frac{R}{r} = e. \tag{27}$$

Ortsfester Einbau ist vor fahrbaren Konstruktionen der Stabilität halber vorzuziehen; hierin liegt eine gewisse Beschränkung der Anwendbarkeit.

Semm, Arch. Elektrot. **9**, 30, 1920; Rayner, N. P. L. Coll. Res. **22**, 191, 1930.

2. Preßgaskondensatoren. Preßgasfüllung (Luft, N, CO_2) erhöht die Durchschlagsfestigkeit; bis 10 at wächst diese proportional mit dem Druck, später langsamer, weshalb man über 20 at nicht hinausgeht.

Wien, Ann. Phys. **29**, 679, 1909. Über einen Preßgaskondensator bis etwa 400 kV, Kapazität $40\,\mu\mu$F, s. Schering u. Vieweg, Z. techn. Phys. **9**, 442, 1928.

Als Hochspannungskondensatoren mit festem Dielektrikum haben sich

3. Flaschen aus Minosglas bis zu 20 kV bewährt. Sie sind durch Reihenschaltung bis zu 100 kV belastbar und praktisch spannungs- und temperatur-

unabhängig. $\varepsilon \sim 8$; $\operatorname{tg}\delta \sim 1‰$. Manche Flaschenkonstruktionen haben Ölfüllung (Sprühschutz).

Schering, Z. Instrkde. **45**, 192, 1925.

Die Prüfung von Kapazitätsnormalen kann in der PTR ausgeführt werden.

b) Gebrauchskondensatoren. α) Für Niederspannung aller Frequenzen verwendet man Luft- oder Glimmerkondensatoren. Seit kurzem ersetzt man Glimmer auch durch Polystyrole (Styroflex); die Verlustwinkel solcher Kondensatoren sind zwar klein, doch wird die Konstanz von Glimmerkondensatoren noch nicht erreicht, auch die Wärmebeständigkeit ist gering.

Linder, ETZ **61**, 945, 969, 1940.

Geeignet als Dielektrikum sind mit chlorierten Naphthalinen (Nibren, Haftax, $\varepsilon \sim 5$, nicht brennbar, doch bei höherer Temperatur nicht beständig) oder mit Wachsen (Paraffin, chemisch aufgebaut; Ceresin, bergmännisch gewonnen, $\varepsilon \sim 2$) behandelte Papiere.

Der Verlustfaktor guter Papierkondensatoren beträgt bei 50 Hz etwa $3—5 \cdot 10^{-3}$, er wächst in der Regel mit der Frequenz.

Über Kapazität und Phasenwinkel von Paraffinpapier-Kondensatoren in Abhängigkeit von Temperatur und Frequenz: Grover, Bull. Bur. Stand **7**, 495, 1911; Jordan, Verh. D. Phys. Ges. **14**, 451, 1912; ETZ **32**, 127, 160, 1911; Schäfer, Arch. Elektrot. **23**, 351, 1930. Über den Einfluß des Leitermaterials vgl. Linder, Z. Fernmeldetechn. **13**, 145, 1932.

β) Für Hochspannung bei Hochfrequenz dienen vielfach Ölkondensatoren, auch Glimmerkondensatoren in Reihenschaltung; als hochbelastbares Dielektrikum wird ferner Glas (Minosglas, siehe oben!) benutzt, neuerdings auch keramische Stoffe (Magnesiumsilikate: Calit, Frequenta, mit niedrigen Verlusten; Titandioxyd mit Zusätzen: Condensa, Kerafar, mit hoher Dielektrizitätskonstante; Magnesiumtitanate: Tempa, Diacond, mit geringem Temperaturkoeffizienten der Dielektrizitätskonstante).

Für Hochspannung bei technischen Frequenzen sind Hartpapierkondensatoren (Papier mit Bakelitlack behandelt) sowie in neuerer Zeit Ölpapierkondensatoren (Papier mit Mineralöl getränkt) im Gebrauch. Auch hier wird Reihenschaltung angewandt. Die Verluste betragen bei Ölpapier etwa $1{,}5—3 \cdot 10^{-3}$; bei Hartpapier sind sie höher.

Glimmer: Gerth u. Gönningen, ETZ **50**, 1156, 1929. Glas: Schott, Jb. drahtl. Tel. **18**, 82, 1921. Keramische Stoffe: Albers-Schönberg, Hochfrequenz-Keramik. Dresden u. Leipzig 1939.

Auch Kondensatoren mit flüssigen Dielektriken zeigen Energieverbrauch, meist infolge von Leitfähigkeit. Doch gibt es Öle mit sehr geringen Verlusten, z. B. Paraffinöl, das wenig Feuchtigkeit aufnimmt und auch chemisch stabil ist.

Tank, Ann. Phys. **48**, 307, 1915 (Lit.).

c) Kondensatoren für Sonderzwecke. α) Blockkondensatoren sollen so große Kapazität, also so kleinen Scheinwiderstand haben, daß sie einen Wechselstrom ohne wesentliche Schwächung durchlassen. Sie dienen dazu, Gleichspannung von gewissen Teilen eines Wechselstromnetzes fernzuhalten.

Für Hochfrequenzmessungen werden Glimmerkondensatoren oder keramische Kondensatoren, meist in Röhrchenform, für Niederfrequenz Papierkonden-

satoren benutzt, da die Anforderungen an die Verlustfreiheit hier in der Regel geringer sind. Die im allgemeinen zugelassene Toleranz der Kapazitätswerte beträgt $\pm$ 10%. Keramische Stoffe hoher Dielektrizitätskonstante (Kerafar, Condensa), die im wesentlichen aus Rutil (TiO_2) bestehen, haben z. T. bei Tonfrequenzen nicht unerhebliche dielektrische Verluste.

β) Als Phasenschieber in Starkstromnetzen werden Kondensatoren von großer Kapazität (mehrere hundert Mikrofarad) verwendet; das Dielektrikum besteht aus Papier, das im Vakuum mit Mineralöl imprägniert ist. Ölpapier hat alle anderen Dielektriken weitgehend verdrängt. Statt des Öles wird vielfach chloriertes Diphenyl (Clophen) verwendet, das im Falle eines Durchschlags nicht brennt. Die Kondensatoren werden in eisernen Wannen mit Durchführungsisolatoren eingebaut.

Stehelin, Bull. Schweiz. Elektrot. Ver. **22**, 509, 1931; Bauer, Der Kondensator in der Starkstromtechnik. Berlin 1934.

γ) Durch Elektrolytkondensatoren sind sehr große Kapazitäten auf kleinem Raum herstellbar. Sie bestehen im Prinzip aus zwei Metallelektroden (in der Regel Al) in einem Elektrolyten. Durch Formierung mit Gleichspannung bildet sich auf einer der Metalloberflächen eine sehr dünne Oxydschicht aus, die als Dielektrikum wirkt, während der zweite Metallkörper sowie der Elektrolyt nur als Zuleitung dienen.

Man unterscheidet nasse und trockene Ausführungsformen. Bei der nassen Form ist die Anode ein spiralig aufgerolltes oder rippenartig gefaltetes Al-Blech, die Kathode das Al-Gehäuse, das den Elektrolyten enthält. Bei Trocken-Elektrolytkondensatoren, die aus Al-Folie in Streifenform unter Zwischenlage eines Trägers für den Elektrolyten (Papier, Gewebe) gewickelt werden, erhält der Elektrolyt z. B. durch Gelatinisieren eine konsistente Form. Die Kapazitätsgrößen gehen von einigen Mikrofarad (für Belastungen bis zu mehreren hundert Volt) bis zu einigen tausend Mikrofarad (für Spannungen von wenigen Volt).

Die Dicke des Dielektrikums und damit die Kapazität läßt sich durch den Formierungsprozeß beeinflussen; nach einem Durchschlag ohne allzu großen Energienachschub regeneriert sich der Kondensator selbsttätig.

Die Verluste sind ziemlich erheblich ($\mathrm{tg}\,\delta \sim 10^{-2}$ bei 50 Hz), sie steigen mit der Frequenz.

Schulze, E. u. M. **27**, 247, 1909; Hoesch, Elektrot. Z. **52**, 928, 1931; Zickner, Z. Instrkde. **53**, 244, 1933; Güntherschulze u. Betz, Elektrolytkondensatoren. Berlin 1937; Coursey, Electrolytic condensers. London 1937.

B. Kapazitätssätze

Glimmerkondensatoren, nach Art der Widerstandskästen in Sätzen als Stöpsel- oder Dekaden-Kurbelkondensatoren zusammengebaut, werden als Präzisionsgeräte (auf runde Werte abgeglichen, abgeschirmt, hohe Konstanz, geringer Verlustwinkel, hohe Isolation) für Meßzwecke gebaut. Für weniger hohe meßtechnische Ansprüche, z. B. für Abstimmung von Niederfrequenzkreisen, werden auch Papierkondensatoren als Stöpsel- oder Kurbelkondensatoren hergestellt.

Kurbeln bzw. Stöpsel von Meßkondensatoren müssen gut sauber gehalten und von Zeit zu Zeit mit hauchfein aufzutragendem Petroleum oder gereinigtem säurefreiem Knochenöl abgewischt werden, da anderenfalls Übergangswiderstände und damit Verluste entstehen. Zu beachten ist, daß auch nach Abschaltung sämtlicher Abteilungen eine Kapazität zwischen den Kondensatorklemmen

liegenbleibt (Schaltungskapazität); sie beträgt beim Stöpselkondensator etwa 30 $\mu\mu$F, beim Kurbelkondensator meist mehr, bis zu 100 $\mu\mu$F. Ferner beeinflussen sich die einzelnen Abteilungen älterer Apparate gegenseitig ein wenig.

Curtis, Bull. Bur. Stand. **6**, 431, 1911; Giebe u. Zickner, Arch. Elektrot. **11**, 109, 1922; Meyer, Z. Fernmeldetechn. **4**, 1, 1923. Weiteres über die elektrischen Eigenschaften von Sätzen s. S. 179 unter „Kondensatoren mit festen Dielektriken".

Über eine neuere Kurbelkonstruktion s. Zickner, Z. Instrkde. **53**, 18, 1933.

C. Kondensatoren von veränderbarer Kapazität (Kapazitätsvariatoren)

a) Drehkondensatoren für Meßzwecke haben meist halbkreisförmige Platten oder Halbzylinder und ergeben daher lineare Abhängigkeit der Kapazität C vom Drehwinkel φ. Zweckmäßig ist die Charakterisierung des Apparates durch Anfangskapazität C_0 und Steigungsfaktor $\alpha = \mathrm{d}C/\mathrm{d}\varphi$, d. i. die Kapazitätszunahme je Bogengrad, da man dann den Kapazitätswert für jede Einstellung leicht mit relativ hoher Genauigkeit im Kopf errechnen kann; es ist

$$C = C_0 + \alpha\varphi. \tag{28}$$

Nur am unteren Skalenende treten größere Abweichungen von der Formel auf.

Die Randkurve der beweglichen Platten läßt sich so gestalten, daß die Kapazität in Abhängigkeit vom Drehwinkel (Eichkurve) einem bestimmten Gesetz folgt, z. B. quadratisch vom Drehwinkel abhängt.

Durch Ölfüllung lassen sich Kapazität und Durchschlagsspannung heraufsetzen.

Technische Drehkondensatoren enthalten neben Luft meist auch festes Dielektrikum und sind dann nicht völlig verlustfrei. Drehkondensatoren ohne meßbare Verluste sind in der PTR konstruiert worden. Diese Drehkondensatoren lassen sich mit den auf S. 179 erwähnten festen Normalluftkondensatoren ohne zusätzliche Verbindungskapazitäten parallel schalten. Hierunter befinden sich auch Drehkondensatoren sehr kleinen (wenige Mikromikrofarad) und sehr großen (bis 5000 $\mu\mu$F) Meßbereiches.

Schering u. Schmidt, Z. Instrkde. **32**, 253, 1912; Giebe u. Zickner, Arch. Elektrot. **11**, 109, 1922; Z. Instrkde. **53**, 1, 49, 97, 1933.

Die bei manchen Messungen (Bestimmung sehr kleiner Kapazitäten, vgl. S. 197) störende Anfangskapazität läßt sich in speziellen Schaltungen durch einen Kondensator mit drehbarer Abschirmung auf 0 heruntersetzen.

Zickner, ENT **7**, 443, 1930.

b) Zylinderkondensatoren haben eine Kapazität, die von der axialen Verschiebung des beweglichen Systems linear abhängt. Die Kapazitätsdifferenz zweier Einstellungen ist, wenn die Dimensionen bekannt sind, exakt berechenbar.

Gerdien, Phys. Z. **5**, 294, 1904; Wulf, ebd. **26**, 353, 1925.

c) Plattenkondensator nach Kohlrausch. Bei kleinem Plattenabstand ist die Kapazitätskurve stark gekrümmt, bei großem ist die Kapazitätsänderung pro Längeneinheit sehr gering. Bei unabgeschirmten Formen hängt die Kapazität, insbesondere bei großem Abstand, stark von der Umgebung (Erde, andere Leiter) ab, ist also mangelhaft definiert. Abgeschirmte Formen eignen sich zur Bestimmung sehr kleiner Kapazitäten.

Über eine solche s. Giebe u. Zickner, Z. Instrkde. **53**, 53, 1933.

4. Messung von Kapazitäten

A. Allgemeines

Ein verlustfreier Luftkondensator ist das einzige Gerät, mit dem sich ein Blindwiderstand auch bei höheren Frequenzen rein darstellen läßt. Erst bei sehr hohen Frequenzen wird der Wirkwiderstand merklich.

Als Normale für Messungen von hoher Genauigkeit eignen sich nur Luftkondensatoren; ihre Kapazität hat, bei zweckmäßiger Konstruktion, für Gleichstrom und für Wechselstrom beliebiger Frequenz einen und denselben Betrag. Für Kondensatoren mit festen und flüssigen Dielektriken, selbst schon für gute Glimmerkondensatoren, ergibt die Gleichstrommessung eine größere Kapazität als die Bestimmung mit Wechselstrom.

Mit zunehmender Frequenz des Wechselstroms nimmt die Kapazität zunächst rasch, dann langsamer ab; dementsprechend ist sie auch von der Dauer der einzelnen Gleichstromladungen und -entladungen sowie von der Zahl ihrer Wiederholungen abhängig. Mit Gleichstrom erhält man daher eindeutig bestimmte Werte für die Kapazität nur bei Anwendung besonderer Stromschlüssel, durch die sich bestimmte Zeiten für die Dauer und die Aufeinanderfolge von Ladung und Entladung einhalten lassen.

Zeleny, Phys. Rev. **22**, 65, 1906; Curtis, Bull. Bur. Stand. **6**, 431, 1911.

Für Wechselstrommessungen eicht man die Kondensatoren deshalb am besten mit Wechselstrom, und zwar von der in Frage kommenden Frequenz und mit Rücksicht auf die in die Messung eingehende Betriebskapazität (S. 175), wobei man an geeigneter Stelle erdet und nicht allein die Kondensatoren, sondern auch die übrige Schaltung abschirmt, um eine bestimmte Spannungsverteilung zu erhalten.

Bei kleineren Kapazitäten ist die Kapazität der Zuleitungen gesondert zu bestimmen; verdrillte Zuleitungen sind ihrer großen Kapazität und hohen dielektrischen Verluste wegen zu vermeiden.

Schlechte Isolation der Belegungen kann die Resultate besonders bei den Gleichstrommethoden erheblich fälschen; bei den Wechselstrommethoden niedriger oder mittlerer Frequenz ergeben sich dann sehr große Verlustwinkel. Es empfiehlt sich, vor der Ausführung der Kapazitätsmessung die Isolation des Kondensators zu prüfen.

Die Kapazität eines einzelnen Leiters ist in derselben Weise zu messen wie eine Kondensatorkapazität, als zweite Belegung gilt dann die Erde. Infolge des Einflusses der Umgebung (Tisch, Zimmerwände, andere Leiter usw.) können hier, z. B. für eine Kugel, die Messungen von der Berechnung beträchtlich abweichen.

Für genaue Messungen empfiehlt sich das Substitutionsverfahren. Man ersetzt nach Ausführung der Messung den zu untersuchenden Kondensator C_x durch ein Normal C_N möglichst gleichen Kapazitätswertes, worauf die Messung wiederholt wird. Beobachtet wird nur die kleine Differenz $C_x - C_N$; sofern diese $= 0$, hat man direkt $C_x = C_N$. Das Verfahren bietet den Vorteil, daß die Differenzbildung die Fehler der Meßanordnung in der Regel zum Fortfall bringt. Absolute Meßmethoden werden durch Anwendung des Verfahrens zu relativen.

B. Absolute Messung
(Zurückführung einer Kapazität auf andere physikalische Größen)

a) Durch Strom- und Spannungsmessung. Aus den Angaben der Instrumente (Abb. 116) sowie der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ ergibt sich

$$C = \frac{i}{\omega e}. \tag{29}$$

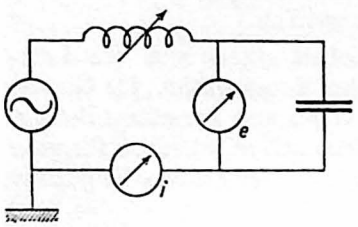


Abb. 116. Kapazitätsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung

Voraussetzungen sind geringe Verluste des Kondensators und quasistationärer, sinusförmiger Strom. Bei höheren Frequenzen stimmt man den Stromkreis zweckmäßig mit Hilfe einer regelbaren Selbstinduktion auf die Erregerfrequenz ab. Als Voltmeter ist ein statisches Instrument geeignet, dessen Kapazität bei kleineren Kondensatoren als Korrektion eingeht. Bei niedrigen Frequenzen eignet sich das Verfahren nur für große Kapazitäten. Die Meßgenauigkeit ist durch die Ablesegenauigkeit der Instrumente bedingt und übersteigt im allgemeinen 1 % nicht.

Sind die Verluste nicht zu vernachlässigen, so ist eine besondere Leistungsmessung erforderlich. Hierfür eignet sich das Thermowattmeter (S. 160ff.).

b) Mit dem ballistischen Galvanometer. α) Entladungsmethode. Diese Methode bedient sich der Anordnung Abb. 117. Aus dem ballistischen Reduktionsfaktor $\mathfrak{P}$ (S. 84) und der EMK der Batterie E ergibt sich die Kapazität C des Kondensators für den Ausschlag s absolut zu

$$C = \mathfrak{P}\,\frac{s}{E}\,k^{\frac{1}{2\pi}\cdot \operatorname{arc\,tg}\frac{2\pi}{\Lambda}}. \tag{30}$$

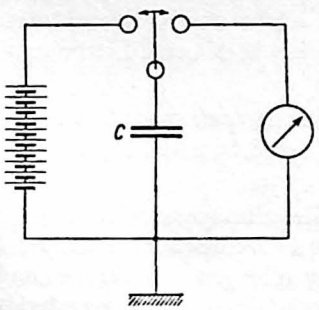


Abb. 117. Entladungsmethode

Der statische Reduktionsfaktor des Galvanometers und die Batteriespannung fallen heraus, wenn man die Batterie durch das Galvanometer und einen gegen ihren inneren Widerstand sehr großen Widerstand R schließt; der konstante Ausschlag sei s_0. Der mit derselben Batterie geladene Kondensator gebe bei der Entladung durch das Galvanometer den Ausschlag s. Der Widerstand von Batterie und Galvanometer in Reihe sei R', die Schwingungsdauer des ungedämpften Systems T, das Dämpfungsverhältnis k und $\Lambda = \ln k$. Dann ist (Tab. 16)

$$C = \frac{T}{2\pi}\,\frac{1}{R+R'}\,\frac{s}{s_0}\,k^{\frac{1}{2\pi}\cdot \operatorname{arc\,tg}\frac{2\pi}{\Lambda}}. \tag{31}$$

Bei größeren Ausschlägen wird s auf den doppelten Sinus des halben Winkels, s_0 auf die Tangente umgerechnet (Tab. 15).

Verfügt man nicht über einen hinreichend großen Widerstand R, so legt man einen Nebenschluß an das Galvanometer; vgl. S. 26.

β) Mit Dauerablenkung. Wenn eine Kapazität C in 1s νmal von der EMK E geladen und durch ein Galvanometer entladen wird (Abb. 117), so ist die mittlere Stromstärke in diesem gleich $E \cdot C\nu$; d. h. die so behandelte

Kapazität verhält sich ähnlich wie ein Widerstand $1/Cv$ in einem Stromkreise, der sonstige Widerstände nicht enthält, und die Messung läßt sich auf eine Widerstandsbestimmung zurückführen (S. 43, Abschn. b).

Mißt man am Galvanometer, dessen Reduktionsfaktor $\mathfrak{C}$ bekannt ist, den Ausschlag s, so ist, wenn der Widerstand von Galvanometer und Batterie gegen $1/Cv$ zu vernachlässigen ist,

$$i = \mathfrak{C}s = ECv, \text{ also } C = \frac{\mathfrak{C}s}{vE}. \tag{32}$$

Siemens, Pogg. Ann. **102**, 66, 1857; Klemenčič, Wien. Ber. **89**, 298, 1884.

Um Kapazitäten zu vergleichen, genügt es meist, die beobachteten Ausschläge durch einander zu dividieren. Vgl. auch S. 187.

Man eliminiert $\mathfrak{C}$ und E, wenn man dieselbe Batterie durch das Galvanometer und einen großen vorgeschalteten Widerstand R schließt. Der Ausschlag sei s_0, dann gilt, insofern die anderen Widerstände gegen R verschwinden,

$$i_0 = \mathfrak{C}s_0 = \frac{E}{R}, \quad \text{also} \quad C = \frac{1}{vR} \cdot \frac{s}{s_0}. \tag{33}$$

s/s_0 wählt man nicht weit von 1, wodurch auch Korrektionen am einfachsten vermieden werden.

Bei sehr raschem Wechsel wird die ohne Rückstandsbildung geltende Kapazität gemessen; verschiedene Wechselzahlen liefern ein Urteil über den in den ersten Augenblicken sich bildenden Rückstand. Vorausgesetzt wird jedoch die Innehaltung der Grenze von v, oberhalb deren die Ladung zur vollen Spannung und die Entladung bis zum Potential Null nicht mehr stattfindet. Die Zeit, in der ein Potentialunterschied auf seinen $x$ten Teil sinkt, wird durch $t = rC \cdot \ln x$ dargestellt, also muß die Berührungsdauer um so größer sein, je größer C und der Galvanometerwiderstand ist.

Für $x = 1000$ wird $t = 6{,}9rC$, beträgt also z. B. für $r = 10\,\Omega$ und $C = 1\,\mu\text{F}$ $6{,}9 \cdot 10^{-5}$ s. Es reicht demnach meistens eine sehr kurze Zeit aus.

Über die Anordnung s. Abb. 117. Man ersetzt die Wippe durch einen rotierenden Unterbrecher, dessen Drehzahl mit dem Chronographen und einer Normaluhr gemessen und durch einen empfindlichen Tourenregler (Bd. 1, S. 67) konstant gehalten wird.

Rosa u. Grover, Bull. Bur. Stand. **1**, 176, 1905; Giebe, Z. Instrkde. **29**, 205, 1909; **52**, 345, 1932.

Zweckmäßig ist auch ein durch eine Elektronenröhre betriebener Stimmgabel-Unterbrecher. Vgl. hierzu S. 154.

Curtis u. Moon, Sci. Pap. Bur. Stand. **22**, 487, 1927.
Eine andere Unterbrecherkonstruktion (Vibrationsrelais und phonisches Rad mit Unterbrecher) bei Skancke, Z. Instrkde. **48**, 432, 1928.

γ) Mit dem Differentialgalvanometer. Eine sehr genaue Nullmethode erhält man aus der vorigen durch die Anwendung eines Differentialgalvanometers, dessen Windungen gleichzeitig, die eine den Kondensator-, die andere den Batteriestrom aufnehmen.

Himstedt, Ann. Phys. **35**, 126, 1888; Rosa u. Dorsey, Bull. Bur. Stand. **3**, 545, 1907.

δ) In der Brücke (Maxwell-Thomson). Dieses Verfahren benutzt ebenfalls wiederholte Ladung und Entladung des Kondensators und liefert neben der

vorigen Nullmethode die genauesten Ergebnisse. Man schaltet den Kondensator wie in der Abb. 118, erdet den Stromzuführungspunkt der Brücke zwischen R_1 und C und gleicht die Widerstände bis zur Stromlosigkeit der Brücke ab, d. h. so, daß die Ladeströme des Kondensators den konstanten Strom kompensieren. $1/C\nu$ kann als Widerstand des Kondensatorzweiges angesehen werden (S. 184), somit wird

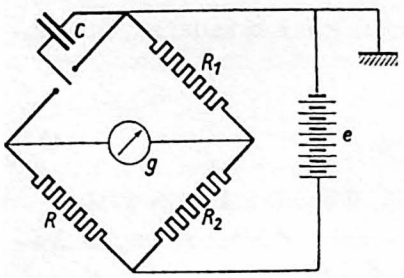


Abb. 118. Maxwell-Thomson-Brücke

$$C = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{R_2}{R R_1} \cdot F. \tag{34}$$

Da $1/C\nu$ meist sehr groß ist, braucht man große Widerstände, R_1/R_2 kann in der Regel nicht $= 1$ gewählt werden. Die Methode gestattet sowohl für ab geschirmte wie für ungeschirmte Kondensatoren die Betriebskapazitäten $k_{12} + k_{10}$, $k_{12} + k_{20}$ und, wenn man beide Belegungen miteinander verbindet und gegen die geerdete Schutzhülle bzw. gegen Erde auflädt, $k_{10} + k_{20}$ zu messen (vgl. auch S. 189).

Berichtigungen. Man hat hier vernachlässigt, daß im Schließungskreise des Kondensators noch der Widerstand der Verzweigung durch R, R_1, R_2, Galvanometer (Widerstand $= g$) und Batterie (Widerstand $= e$) liegt.

Für den Berichtigungsfaktor gilt

$$F = \frac{1 - \dfrac{R_2^2}{(R_1 + R_2 + e)\,(R + R_2 + g)}}{\left[1 + \dfrac{R_2}{R} \cdot \dfrac{e}{(R_1 + R_2 + e)}\right]\left[1 + \dfrac{R_2}{R_1} \cdot \dfrac{g}{(R + R_2 + g)}\right]}. \tag{35}$$

Thomson, Phil. Trans. (A) **174**, 707, 1883.

Man wählt Galvanometer mit kleinem Widerstand, um die Korrektion klein zu machen.

Rosa u. Grover, Bull. Bur. Stand. **1**, 172, 1905; Rosa u. Dorsey, ebd. **3**, 433, 1907; Giebe, Z. Instrkde. **29**, 269, 301, 1909; **52**, 345, 1932; Curtis u. Moon, Sci. Pap. Bur. Stand. **22**, 487, 1927.

Zur Messung der Schaltungskapazität (Zuleitungs- und Unterbrecherkapazität) schaltet man bei unveränderter Lage der Zuleitungsdrähte die nicht geerdete Belegung ab; man muß dann die Widerstände und dementsprechend die Batteriespannung größer wählen.

Die kleine Induktivität und Kapazität der Widerstände fälscht das Resultat nicht, was einen großen Vorzug des Verfahrens gegenüber den Wechselstrommethoden bildet.

Diesselhorst, Ann. Phys. **19**, 383, 1906.

c) Mit Hilfe einer Induktivität. α) Durch Vergleichung mit einer Selbstinduktion in der Brücke; s. S. 213, Abschn. α und β; ferner S. 200.

Butterworth, Proc. Phys. Soc. **34**, 1, 1921.

β) Durch Resonanz in der Brückenschaltung, s. S. 214, Abschn. γ.

γ) Im Schwingungskreis bei Hochfrequenz, s. S. 214, Abschn. δ.

δ) Durch Vergleichung mit einer Gegeninduktion, s. S. 224.

Geyger, Arch. Elektrot. **21**, 529, 1929; Campbell, Proc. Phys. Soc. **43**, 564, 1931.

C. Relative Messung (Vergleichung zweier Kapazitäten)

a) Mit dem Elektrometer. α) Durch Ladungsteilung. Der Kondensator C_1 wird, mit einem Elektrometer (Kapazität c) verbunden, zur Spannung V geladen. Der vorher abgeleitete Kondensator C_2 wird zugeschaltet: die Spannung sinke auf V'. Dann ist

$$C_2 : (C_1 + c) = (V - V') : V'. \tag{36}$$

Die Methode wird bequem für große Kapazitäten, bei denen c einen geringen Einfluß hat. Sie stellt, wie alle Elektrometer- und Galvanometermethoden, erhebliche Anforderungen an die Isolation.

Eine ähnliche Methode für kleine Kapazitäten bei Barton, Rev. sci. instr. **3**, 123, 1932.

β) In der Brücke. Man wählt R_1 und R_2 (Abb. 119) so, daß beim Einschalten des vorher abgeleiteten Elektrometers kein Ausschlag entsteht, dann ist

$$C_1 : C_2 = R_2 : R_1. \tag{37}$$

Dies Verfahren ist auch für sehr kleine Kapazitäten brauchbar.

Clay, Z. Phys. **78**, 250, 1932.

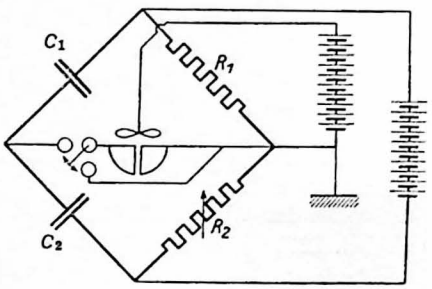


Abb. 119. Kapazitätsvergleichung in der Brücke mit Elektrometer

b) Mit dem ballistischen Galvanometer. α) Durch Einzelentladung. Man lädt die Kondensatoren nacheinander zu der gleichen Spannung auf und entlädt sie einzeln (Abb. 117), bei großer Spannung unter Einschaltung eines genügenden Widerstandes, durch dasselbe Galvanometer. Die Kapazitäten verhalten sich wie die ballistischen Ausschläge, wobei man mit Vorteil die Multiplikationsmethode (S. 83) anwenden kann. Für rohe Messungen genügt eine einfache Wippe mit drei Kontakten, etwa Quecksilbernäpfen; für genauere Messungen ist ein besonderer Schlüssel erforderlich (vgl. S. 183). Das Verfahren ist geeignet für größere Kapazitäten.

β) Durch gleichzeitige Entladung. Man lädt den zu messenden Kondensator und einen zweiten meßbar veränderlichen auf gleiche Spannung gegen Erde, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen, trennt sie von der Spannungsquelle ab und entlädt sie gegeneinander. Beide Kapazitäten sind einander gleich, wenn sich die Ladungen neutralisieren, was mit einem Elektrometer oder einem in den Entladungsweg eingeschalteten ballistischen Galvanometer geprüft wird. Die Vergleichskapazität wird so lange geändert, bis die Instrumente keinen Ausschlag mehr anzeigen. Das Verfahren ist ebenfalls für größere Kapazitäten geeignet.

Ist der Vergleichskondensator nicht regelbar, so lädt man zu verschiedenen Spannungen V_1, V_2 auf, deren Verhältnis so lange geändert wird, bis die Ladungsmengen auf beiden Kondensatoren einander gleich sind, die Instrumente also keinen Ausschlag geben. Dann ist

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{V_2}{V_1}. \tag{38}$$

Zur Herstellung des erforderlichen Spannungsverhältnisses schließe man eine Gleichspannung durch einen großen Widerstand R und verbinde je eine Belegung

der Kondensatoren mit je einem Ende von R. Durch eine mit den anderen beiden Belegungen verbundene Erdleitung teilt man alsdann R so in zwei Teile R_1, R_2, daß

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} \qquad (38\,a)$$

wird.

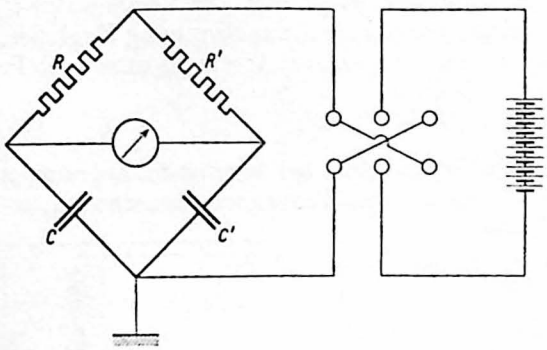


Abb. 120. Kapazitätsvergleichung in der Brücke mit ballistischem Galvanometer

γ) In der Brücke (Abb. 120). Werden R und R' so eingeregelt, daß beim Wenden des Gesamtstromes kein Ausschlag entsteht, so ist

$$C : C' = R' : R; \qquad (39)$$

R und R' können zusammen aus einem Draht mit Schleifkontakt bestehen. Das Verfahren eignet sich für Kapazitäten größeren Betrages.

c) In der Wechselstrom-Brücke. α) Kapazitätsmessung. Diese Methode (Abb. 121) gibt sehr genaue Ergebnisse, auch bei sehr kleinen Kapazitäten. W bedeutet eine Wechselstromquelle; zwischen F und G liegt ein Telephon oder Vibrationsgalvanometer. Wenn dieses stromlos ist, so gilt

$$C_1 : C_2 = R_4 : R_3. \qquad (40)$$

Im allgemeinen ist jedoch die Erfüllung dieser Bedingung nicht ausreichend, um die Brücke völlig stromlos zu machen, weil die Phasenwinkel der Kondensatoren wegen dielektrischer Verluste nicht genau $-90°$, die der Widerstände nicht genau $0°$ sind. Zwischen den Phasenwinkeln der vier Zweige der Wechselstrombrücke (Abb. 121) muß die Beziehung

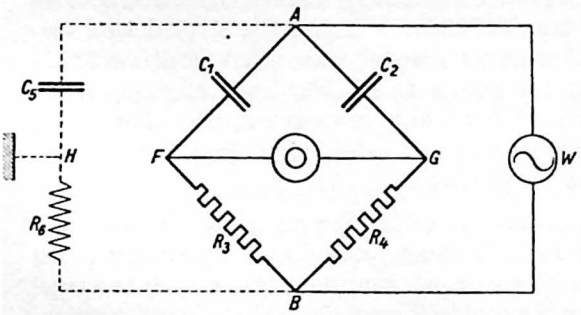


Abb. 121. Kapazitätsvergleichung in der Wechselstrombrücke

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \delta_1 - \delta_2 = \varphi_3 - \varphi_4 \qquad (41)$$

bestehen, wo δ_1, δ_2 die Verlustwinkel von C_1, C_2 bezeichnen (S. 323). Um die Gl. (41) zu erfüllen, muß man einen der vier Winkel einregeln, was entweder durch Vorschalten eines kleinen Widerstandes ϱ zu C_1 oder C_2 (Wien) oder durch Parallelschalten einer kleinen Kapazität C_3 bzw. C_4 zu R_3 oder R_4 (Schering) geschehen kann.

Wien, Wied. Ann. **44**, 689, 1891; Schering, Z. Instrkde. **40**, 124, 1920; Wagner u. Wertheimer, Phys. Z. **13**, 368, 1912; Joachim, Ann. Phys. **60**, 570, 1919 (hohe Frequenzen); Butterworth, Proc. Phys. Soc. **34**, 8, 1921; Giebe u. Zickner, Arch. Elektrot. **11**, 109, 1922; Curtis, J. Amer. Inst. E. E. **48**, 453, 1929.

Technische Brückenformen, leicht transportabel und deshalb meist mit Summererregung (etwa 300—800 Hz) ausgestattet, sind für Kapazitätsmessungen geringerer Genauigkeit (etwa 1% bis höchstens 1‰) geeignet.

Über eine Ausführung, die durch Umlegen eines Umschalters in eine Selbstinduktionsmeßbrücke verwandelbar ist, vgl. Zickner, Arch. Elektrot. **19**, 49, 1927. Über eine Hochfrequenzmeßbrücke vgl. Küpfmüller, ENT **2**, 263, 1925; Jaumann, ETZ **52**, 985, 1931.

β) Messung des Verlustwinkels von Kondensatoren. Stehen für R_3, R_4 winkelfreie Widerstände oder solche gleicher Zeitkonstante (S. 225) und für C_2 ein Kondensator mit bekanntem Verlustwinkel oder ein Normalluftkondensator zur Verfügung, so ergibt die Methode aus Gl. (41) den Verlustwinkel von C_1 als $\delta_1 = \omega \varrho C_2$ (Wien) oder $\delta_1 = \omega R_4 C_4$ (Schering). Für sehr genaue Messungen oder wenn die Winkel φ_3, φ_4 der Widerstände nicht bekannt sind, wendet man Substitutionsverfahren an, indem man den zu messenden Kondensator C_1 bei einer zweiten Brückeneinstellung durch einen auf gleiche Kapazität abzugleichenden Luftkondensator ersetzt. Aus der Differenz der für die beiden Brückenabgleichungen notwendigen Widerstände ϱ bzw. Kapazitäten C_4 ergibt sich der gesuchte Verlustwinkel; der Winkel von C_2 braucht dann nicht bekannt zu sein.

Auch die Brückenmethoden zur Vergleichung von Kapazitäten mit Selbstinduktionen (S. 213/214 und S. 200) können zur Messung von Verlustwinkeln benutzt werden.

Meyer, ETZ **44**, 779, 1923.

Über technische Brücken und andere Einrichtungen für Verlustwinkelmessungen s. S. 326. Über Verlustwinkelmessungen mit dem Differentialtransformator vgl. S. 194; über Messungen im Schwingungskreis mit Hochfrequenz vgl. S. 195; über Messungen bei großen Kondensatoren vgl. S. 199.

Über einen Kondensator-Verlustmesser für Hochfrequenz s. Jaumann, ETZ **52**, 985, 1931.

Für Verlustmessungen bei Hochspannung wird in der Regel die oben genannte Schering-Brücke angewandt (Abb. 121). Als Normal dient ein Petersen-Zylinderkondensator (S. 179) oder einer der dort genannten Preßluftkondensatoren. Die Widerstände werden praktisch so gewählt, daß tg δ an C_4 direkt abgelesen werden kann.

Über eine Anordnung zur Messung des Verlustwinkels von großen Kapazitäten bei hohen Spannungen, wo die beträchtlichen Ladeströme die Brückenwiderstände der Schaltung Abb. 121 überlasten würden, s. S. 201.

γ) Die Messung der Teil- und Betriebskapazitäten (S. 175) von abgeschirmten Kondensatoren und von Kabeln sowie ihrer Verlustwinkel kann in der Brücke bei den nebenstehend angegebenen Schaltungsweisen (mit Hilfszweig AHB, vgl. S. 188) erfolgen. Dabei geht keine andere als die jeweils in FA liegende Kapazität in das Meßresultat ein. Die Messungen Nr. 1 bis 3 können auch ohne Hilfszweig, unter direkter Erdung von B ausgeführt werden; bei Nr. 4—6 ist dies zwar möglich, aber weniger einfach, weil jeweils eine der nicht in FA eingeschalteten Teilkapazitäten sich parallel zu FB legt und somit eine bei Verlustmessungen zu berücksichtigende Phasen-

Schaltungen zur Messung von Teil- und Betriebskapazitäten

Nr.	Hülle 0 an	Belegung 1 an	Belegung 2 an	Kapazität in Zweig FA
1	A	F	A	$k_{12} + k_{10}$
2	„	A	F	$k_{12} + k_{20}$
3	„	F	F	$k_{10} + k_{20}$
4	„	F	H	k_{10}
5	„	H	F	k_{20}
6	H	F	A	k_{12}

verschiebung hervorruft. Für nicht abgeschirmte Kondensatoren kann man in Schaltung Abb. 121 nur k_{12} messen. Die direkte Messung der für Kabel wichtigen Betriebskapazität $k_{12} + k_{10}k_{20}/(k_{10} + k_{20})$ erfordert besondere Schaltungen.

Jordan, ETZ **43**, 10, 1922; Küpfmüller u. Thomas, ebd. 461; Wellmann, ebd. **44**, 457, 1923; Meyer, ebd. 781.

Über Messung von Kapazität und Verlustwinkel an Drehstromkabeln unter betriebsmäßiger Beanspruchung, wobei Brückenanordnung und Beobachter (in einem Faraday-Käfig) hohe Spannung gegen Erde haben, vgl. Bormann u. Seiler, ETZ **49**, 239, 1928.

δ) Technik der Messung mit Wechselstrombrücken. Blindwiderstände ebenso wie Wirkwiderstände kommen in der Regel nicht „rein" vor. Selbstinduktionen sind niemals frei von Widerstand und Eigenkapazität, Kapazitäten besitzen mehr oder weniger Eigeninduktion und meist auch Ableitung (als Vor- oder Parallelwiderstand darstellbar), Gegeninduktionen eine „Unreinheit" (S. 219). Widerstände sind je nach ihrer Wickelungsform mit mehr oder weniger großen Resten von Kapazität und Selbstinduktion behaftet (S. 225). Das gleiche gilt für alle Verbindungen (Einfach- und Doppelleitungen).

Für genauere Messungen (insbesondere für die Präzisionsmethoden mit Wechselstrom höherer Frequenz, d. h. Brücken-, Kompensations- und Schwingungskreismethoden) ist die Wirkung dieser Restgrößen entweder durch folgende Vorsichtsmaßregeln zu beseitigen oder rechnerisch zu berücksichtigen. Die Angaben beziehen sich zunächst auf Wechselstrombrücken, sinngemäß abgewandelt auch auf andere Wechselstrommethoden, und zwar, um Wiederholungen zu vermeiden, auch auf solche zur Messung von Induktivitäten und Zeitkonstanten.

1. Leitungsführung. Zur Verringerung der Selbstinduktion der Zuleitungen in jedem Brückenzweige sowie zur Herabsetzung ihrer gegenseitigen induktiven Beeinflussung legt man die vier Brückeneckpunkte nahe aneinander und führt die Zuleitungen bifilar. Man legt diese Zuleitungen um so dichter aneinander, je weniger ihre Kapazität die Messung beeinflußt (kleine Induktivitäten, große Kapazitäten, niedrige Widerstände, niedrige Frequenz). Für kapazitätsempfindliche Anordnungen (große Induktivitäten, kleine Kapazitäten, hohe Widerstände, hohe Frequenz) sind meist konzentrische Kabel (in Metallröhren frei gespannte Drähte, Hochfrequenzkabel, s. Abschirmung, S. 191) erforderlich, deren Ableitung jedoch klein zu halten ist. Nach Möglichkeit sind kurze Leitungen zu benutzen, doch erfordern Induktivitäten oft größere Längen, damit die Meßanordnung nicht im Streufeld der Spule liegt. Verdrillte Litzen verwende man nur, wenn ihre Kapazität und ihre meist ziemlich erheblichen dielektrischen Verluste nicht stören (Stromquellen- und Indikatorzweig). Strom- und Indikatorleitung werden von unten bzw. oben senkrecht herangeführt. Galvanische Koppelungen zwischen den Brückenzweigen oder zwischen diesen und Erde lassen sich stets durch hinreichende Isolation aller Brückenteile vermeiden. Zweckmäßig ist ein Kommutator im Stromquellenzweig; auch Spulen werden durch Umdrehen oder Umpolen auf eventuell vorhandene Koppelungen mit anderen Brückenzweigen überprüft. Solche müssen durch geeignete Stellung der Spule auf ein Minimum herabgedrückt werden; kleine restliche Differenzen werden gemittelt. Der größte Teil aller in der Brücke auftretenden Fehler wird durch Anwendung des Substitutionsverfahrens ausgeschaltet, dem deshalb für Messungen von höchster Genauigkeit stets der Vorzug zu geben ist.

Giebe, Z. Instrkde. **31**, 6, 1911; Giebe u. Zickner, Arch. Elektrot. **11**, 109, 1922.

2. Erdung. Wechselstrombrücken sind grundsätzlich zu erden, weil dadurch die Lage der an den Brückeneckpunkten liegenden Erdkapazitäten innerhalb der Schaltung und damit ihr Einfluß auf das Meßergebnis festgelegt wird (Abschn. Abschirmung, s. unten). Die Erdkapazität eines Brückeneckpunktes setzt sich zusammen aus der Erdkapazität der dort zusammenhängenden Leiter und den Erdkapazitäten der dem Eckpunkt benachbarten Enden der an diese Leiter angeschlossenen Blind- oder Wirkwiderstände. Es ist also zu beachten, daß der Einfluß der Teilkapazitäten eines Brückenzweiges gegen Erde in einem anderen Brückenzweig zur Wirkung kommen kann. Die Frage, wo geerdet wird, ist dahin zu beantworten, daß der Erdungspunkt so gewählt wird, daß der obengenannte Einfluß möglichst klein wird. Zu erden ist daher in der Regel einer der Stromzuführungspunkte, da diese meist eine größere Erdkapazität aufweisen als die Indikatorleitungen; diese liegt alsdann der Brücke parallel und geht in die Gleichgewichtsbedingungen nicht ein. Gewöhnlich wird derjenige Stromzuführungspunkt geerdet, der durch den kleineren Scheinwiderstand vom Indikatorzweig getrennt ist, bei symmetrischen Brücken also meistens der zwischen den beiden Widerständen liegende Eckpunkt. Da bei solchen Schaltungen der Spannungsabfall an diesen Widerständen klein gegen die an den Blindwiderständen liegende Spannung gemacht werden kann, so kann man hierdurch den gesamten Indikatorzweig auf niedrigem Potential halten, d. h. den Einfluß der Streukapazitäten an seinen Enden einschränken.

Gänzlich aus der Brücke entfernen kann man den Einfluß der Erdkapazitäten an den Brückenecken durch Anwendung eines an die Stromzuführungspunkte gelegten Hilfszweiges AHB nach Wagner (Abb. 121), der die gleiche Spannungsverteilung aufweist wie die Brückenhälften AFB und AGB und im Punkte H geerdet ist. Man gleicht zunächst roh die Hauptbrücke $AFBG$ und darauf, nach Umschaltung des Indikators von FG auf FH, die Hilfsbrücke ab, legt den Indikator wieder auf FG und führt nunmehr die Feinabgleichung der Hauptbrücke aus. Falls nötig, ist die Umschaltung mehrfach abwechselnd vorzunehmen. Bei diesem Verfahren wird der Indikatorzweig spannungslos gegen Erde, ohne selbst geerdet zu sein. Die Erdkapazitäten der Brückenecken liegen sämtlich im Hilfszweig oder im Hilfsindikatorzweig, die für die Gleichgewichtsbedingungen der Hauptbrücke keine Rolle spielen. Eine ähnliche Schaltung hat Dye angegeben.

Wagner, ETZ **32**, 1001, 1911; Dye, Elecn. **87**, 55, 1921.

3. Abschirmung. Um die stets unbestimmte Streuung gegen Erde sowie die kapazitive Koppelung zwischen den Brückenzweigen (einschließlich Stromquelle und Indikator) zu vermeiden, sind die in die Brücke eingeschalteten Apparate nebst ihren Zuleitungen durch leitende Hüllen abzuschirmen. Für die Leitungen eignet sich die Form konzentrischer Kabel (Leitungsführung S. 190), die gleichzeitig praktisch induktionsfrei sind. Die Hüllen der dem Erdungspunkt benachbarten Brückenzweige sind zu erden, die des ihm gegenüberliegenden spannungsführenden Brückeneckpunktes mit diesem zu verbinden. Die Erdkapazität der letzteren beeinflußt das Brückengleichgewicht nicht. Die Hülle des Indikators ist an einen der Indikatoreckpunkte anzuschließen; an welchen von beiden richtet sich nach dem durch die Erd- und Streukapazität der Indikatorhülle hervorgerufenen Einfluß, der möglichst klein zu machen ist. Gegebenenfalls ist dieser Einfluß durch eine zweite, geerdete Indikatorhülle festzulegen, so daß er berücksichtigt werden kann. Bei Brücken,

die mehrere Blind- oder Wirkwiderstände in demselben Brückenzweig in Reihe enthalten, legt man ihre Hüllen meist an den benachbarten Eckpunkt, sie können unter Umständen einander umschließen, doch ist in solchen Fällen stets die Wirkung des hierdurch verursachten Teilkapazitätsnetzes zu beachten. Dies führt insbesondere bei Hochfrequenzmessungen zu Brücken mit mehrfacher Abschirmung. Man kann die oben angegebene Art des Anschlusses der Schirme auch ändern, sofern nur dem erörterten Grundsatz geringster Störwirkung Rechnung getragen wird oder die Störeinflüsse numerisch zu berücksichtigen sind. Eine die gesamte Brückenanordnung restlos umschließende, zusammenhängende Abschirmung kann die Erdung ersetzen. Auch bei der Kunstschaltung nach Wagner (Abschn. Erdung, S. 191) verfährt man in gleicher Weise; durch Erdung der Schirme kann man hier sämtliche Streukapazitäten gegen die Schirme aus der Brücke entfernen.

Ferromagnetische sowie wirbelstromführende Schirme, z. B. bei Selbstinduktionsspulen, sind für exakte Meßzwecke ihrer Rückwirkungen wegen nur mit Vorsicht verwendbar.

Giebe u. Zickner, Arch. Elektrot. **11**, 109, 1922.

4. Empfindlichkeit. Abgesehen von der Empfindlichkeit des Indikators und der Energie der Stromquelle, hängt die Einstellgenauigkeit der Brücke noch von ihren schaltungsmäßigen Eigenschaften ab. Der Fall größter Empfindlichkeit bei kleinster Energieaufnahme ist gegeben, wenn die vier Scheinwiderstände gleich sind und der Stromquellen- und Indikatorwiderstand zum Brückenwiderstand zwischen den Strom- bzw. Indikatorzuführungen konjugiert ist. Der Fall ist häufig praktisch nicht zu verwirklichen. Ist der Strom im Meßobjekt gegeben und spielt die Energieaufnahme keine Rolle, so ergibt sich das Optimum bei großem Widerstand des mit dem Meßobjekt in Reihe liegenden und kleinem Widerstand des parallel an der Stromzuführung liegenden Brückenzweiges. Praktisch arbeitet man meist mit gleicharmiger Brücke, weil hier die Verhältnisse am übersichtlichsten werden und man die Möglichkeit hat, die Brückenzweige zu kommutieren. Stromquellen- und Indikatorzweig lassen sich durch zwischengeschaltete abgeschirmte Übertrager an die Widerstandsverhältnisse der Brücke weitgehend anpassen. Zur Steigerung der Empfindlichkeit kann ein geeigneter Verstärker verwendet werden, sofern, z. B. durch Symmetrierung oder einen abgeschirmten Eingangsübertrager, dafür gesorgt wird, daß der Verstärker das Brückengleichgewicht nicht beeinflußt.

Der Anschluß der Stromzuführungen geschieht in der Regel (bei gleicharmigen Brücken) so, daß der Strom zwei parallele, symmetrische Zweige durchfließt. Die prinzipiell gleichwertige Schaltung, bei der Stromquelle und Indikator miteinander vertauscht sind, hat praktisch häufig den Nachteil geringerer Empfindlichkeit.

Meyer, ENT **1**, 31, 1924; Schering, ETZ **52**, 1133, 1931; Warfvinge, Arch. Elektrot. **11**, 189, 1922; Schering, Z. Instrkde. **33**, 117, 1913; Tamm, Z. techn. Phys. **14**, 472, 1933; Fischer, Z. Instrkde. **54**, 137, 1934.

5. Abgleichung. Über die Bedingungen für das Verschwinden des Brückenstromes vgl. S. 188. Geht eine der in die Brücke eingeschalteten Größen in beide Gleichgewichtsbedingungen ein, so sind diese nicht voneinander unabhängig. Man nimmt in diesem Falle die Abgleichung zweckmäßig so vor, daß die oben genannte Größe ungeändert bleibt. Dann lassen sich die Bedingungen meist

einzeln nacheinander erfüllen, häufig eine davon (angenähert) durch eine Gleichstromeinstellung (Widerstandsabgleichung). Andernfalls muß man das Gleichgewicht durch abwechselndes Ändern zweier Größen vornehmen, so daß die Annäherung an das Minimum (Konvergenz) mehr oder weniger schnell erfolgt. Stets muß der Indikator die Ruhelage völlig erreichen; ist das nicht der Fall, so kann die Messung nicht als zuverlässig gelten.

Bezüglich der Bedingungen für die Konvergenz sowie des Konvergenzmaßes vgl. Küpfmüller, E. u. M. **51**, 204, 1933.

Geht die Frequenz in eine der Bedingungen oder in beide ein, so ist die Brücke frequenzabhängig. In diesem Falle muß entweder ein rein sinusförmiger, also z. B. durch eine vorgelegte Siebschaltung (S. 156) gereinigter Strom oder ein abstimmbarer Indikator verwendet werden, wenn der Einfluß der Oberfrequenzen, für deren jede das Minimum in der Regel bei einer anderen Einstellung liegt, beseitigt werden soll. (Vibrationsgalvanometer, Resonanztelephon, Resonanzkreis.)

6. Stromquelle und Indikator. Als Stromquelle für Niederfrequenz ist das Ortsnetz mit (in Deutschland) meist 50 Hz bequem; die Anschaltung erfolgt über einen Transformator, da das Netz in der Regel nicht geerdet werden kann. Für Tonfrequenzen benutzt man Mittelfrequenzmaschine, Stimmgabelsummer oder Röhrengenerator; letzterer hat infolge seiner bequemen Bedienbarkeit alle übrigen Stromquellen im ganzen Frequenzgebiet weitgehend verdrängt. Sehr geeignet sind Schwebungsgeneratoren mit angeschlossenem Kraftverstärker, da sie ein sehr großes Frequenzbereich mühelos zu bestreichen gestatten. Für geringere Ansprüche an die Konstanz und für tragbare Meßgeräte haben sich die verschiedenen Summerkonstruktionen bewährt, für besonders hohe Konstanz Oszillatoren mit Quarzsteuerung. Für das Gebiet hoher und höchster Frequenzen kommt nur der Röhrengenerator in Frage, der einen praktisch einwelligen Strom liefert, was für die übrigen Stromquellen mit Ausnahme des Stimmgabelsummers meist nicht zutrifft. Wegen der stets vorhandenen unerwünschten Teilkapazitäten und Induktivitäten ist es bei genauen Messungen empfehlenswert, mit Sinusstrom zu arbeiten, auch dann, wenn in den Bedingungen die Frequenz nicht auftritt. Über die Mittel hierzu vgl. S. 155.

Der Indikator ist der Meßfrequenz entsprechend zu wählen. Für Niederfrequenz wird im allgemeinen das Vibrationsgalvanometer, zweckmäßig mit elektromagnetischer Abstimmung, benutzt.

Schering u. Schmidt, Z. Instrkde. **38**, 1, 1918; **39**, 140, 1919; Rump, Phys. Z. **35**, 232, 1933.

Es besitzt den Vorzug großer Selektivität, die durch elektrische Koppelung mit einem Schwingungskreis auch auf ein Frequenzband ausgedehnt werden kann. Vgl. auch S. 158.

Meißner u. Adelsberger, Z. techn. Phys. **13**, 475, 1932.

Für Tonfrequenzen wird allgemein das Telephon (vgl. S. 157) benutzt, für besondere Zwecke (oberwellenführende Meßfrequenz) mit abstimmbarer Membran (Resonanztelephon).

Seibt, ETZ **41**, 625, 1920.

Für Hochfrequenz legt man mit Vorteil in die Brückendiagonale einen auf die Meßfrequenz abgestimmten Resonanzkreis, der mit einer Gleichrichteranordnung (aperiodischer Kreis mit Detektor und Galvanometer oder Röhrengleich-

richter mit Galvanometer, für besonders hohe Empfindlichkeit in kompensierter Schaltung) ausgerüstet ist.

Schulze u. Zickner, Arch. Elektrot. **24**, 111, 1930.

Eine Reihe von Indikatoren sind frequenzunabhängig. Hierher gehören die erwähnten Gleichrichterschaltungen, ferner auch der Trockengleichrichter (Kupferoxydul-, Selen-Gleichrichter) mit Gleichstrominstrument, jedoch zweckmäßig mit Vorspannung.

Carsten u. Walter, Siemens-Z. **11**, 156, 1931.

Der Schwinggleichrichter besitzt eine durch die Meßfrequenz (technische Frequenz oder niedere Tonfrequenz) gesteuerte schwingende Zunge, welche den Indikatorstrom gleichrichtet und die Anzeige durch ein Gleichstromgalvanometer ermöglicht. Durch Vorschaltung eines Phasenschiebers kann man ihn phasenempfindlich schalten und damit die reelle und imaginäre Brückenbedingung unabhängig voneinander erfüllen.

Krönert, Z. techn. Phys. **14**, 474, 1933.

Für höhere (und niedere) Frequenzen kann man den Trockengleichrichter in phasenempfindlicher Schaltung benutzen.

Walter, Z. techn. Phys. **13**, 363, 1932.

Neuerdings werden auch Abstimmanzeigeröhren (Magisches Auge) mit Erfolg zur Brückenabgleichung im ganzen Frequenzbereich verwendet.

Cath, Philips Techn. Rdsch. **2**, 270, 1937.

Instrumente mit quadratischer Abhängigkeit des Ausschlages von der Meßgröße (Dynamometer, thermische Instrumente, Elektrometer in idiostatischer Schaltung) sind zwar prinzipiell als Indikator geeignet, jedoch als Nullinstrumente wegen ihrer bei kleinen Ausschlägen geringen Empfindlichkeit weniger zweckmäßig.

d) Mit dem Differentialtransformator (Abb. 122). Prüfobjekt C_1 und Normal C_2 liegen in Reihe mit winkelfreien (S. 225) Widerständen R_1 und R_2 in den beiden Zweigen des Differentialtransformators. Für Stromlosigkeit des Indikators gelten die Beziehungen:

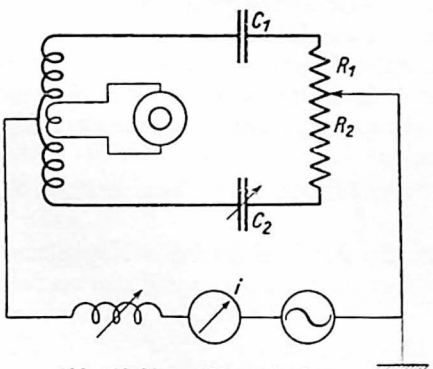


Abb. 122. Kapazitätsvergleichung mit Differentialtransformator

$$C_1 = C_2, \tag{42}$$

$$\operatorname{tg}\delta_1 = \omega(R_2 - R_1)C_2 + \operatorname{tg}\delta_2. \tag{43}$$

Vor der Messung ist die symmetrische Lage der Sekundärspule durch eine Hilfsmessung mit gegensinnig in Reihe geschalteten Primärspulen zu prüfen. Durch einen Induktivitätsvariator im Hauptkreis wird die Anordnung auf die Meßfrequenz abgestimmt; hierdurch wird Empfindlichkeitssteigerung und Stromreinigung erreicht. Doch muß der Strom quasistationär bleiben. Der Indikator richtet sich nach der Frequenz (S. 193). Vgl. auch S. 212 und S. 223.

Elsas, Wied. Ann. **35**, 828, 1888; **44**, 654, 1891; Trowbridge, Phys. Rev. **20**, 65, 1905; Hund, Jb. drahtl. Tel. **10**, 305, 1916. Über eine ähnliche Schaltung zur Messung der betriebsmäßigen Kapazität von Kabeln sowie ihrer Verlustwinkel vgl. Kühle, ETZ **43**, 1205, 1922.

e) Mit dem Mikrofaradmeter. Das Meßwerk ist im Prinzip ein Eisendynamometer. Die Drehspule trägt zwei Wicklungen, die gegensinnig geschaltet sind und deren Strom durch den in Reihe liegenden Prüf- bzw. Normalkondensator bestimmt wird. Eine dritte Wicklung der Drehspule liefert die Richtkraft. Gemessen wird also die Differenz der Drehmomente. Das Instrument ist praktisch unabhängig von Spannungs- und Frequenzschwankungen. Sein Meßbereich beträgt bis zu $10\,\mu$F und seine Genauigkeit etwa 0,5—1 % des Skalenendwertes, je nach Meßbereich.

Bercovitz, ETZ **46**, 312, 1925; Blamberg, Arch. Elektrot. **17**, 281, 1926; Helios **36**, 241, 249, 1930.

Über ein ähnliches Instrument, auch zur Messung von Induktivitäten (Induktometer), vgl. Täuber-Gretler, Bull. Schweiz. El. Ver. **19**, 395, 1928.

f) Durch Kippschwingungen. Der Kondensator wird über einen hohen Widerstand durch Gleichspannung aufgeladen; er entlädt sich über eine Glimmlampe, sobald deren Zündspannung erreicht ist. Die Frequenz des Vorganges hängt von Kapazität, Widerstand sowie von Zünd- und Löschspannung ab. Man wählt die Konstanten so, daß die Frequenz einem musikalischen Ton entspricht, der durch ein eingeschaltetes Telephon hörbar gemacht wird. Wird der Kondensator C_x durch einen veränderbaren Meßkondensator C_N ersetzt und auf gleiche Tonhöhe eingestellt, so gilt $C_x = C_N$.

Geffcken u. Richter, Z. techn. Phys. **5**, 511, 1924.

Ein nach diesem Verfahren arbeitendes Meßgerät („Glimmbrücke") besitzt sehr großen Meßbereich ($10\,\mu\mu$F bis $10\,\mu$F). Seine Meßgenauigkeit beträgt etwa 1%. Es ist auch zum Messen hoher Widerstände ($10^3 - 10^8\,\Omega$) brauchbar.

Da der Zusammenhang zwischen den genannten Konstanten und der Frequenz bekannt ist, so ist durch Messung der Frequenz und des Widerstandes auch eine absolute Kapazitätsmessung möglich.

Würschmidt, Verh. D. Phys. Ges. **11**, 360, 1909.

g) Im Schwingungskreis. α) Durch Substitution. Man bildet aus der zu messenden Kapazität C_x und einer beliebigen Spule einen Schwingungskreis und hält dessen Frequenz mittels eines Vergleichskreises nach der Resonanzausschlags- oder Schwebungstonmethode oder mittels piezoelektrischer Resonatoren (S. 268) konstant. Dann ersetzt man die Kapazität, ohne die Zuleitung zu ändern, durch einen geeichten variablen Kondensator C_N; der Betrag desselben, welcher die gleiche Frequenz wiederherstellt, gibt die gesuchte Größe.

Ist C_N verlustfrei, C_x dagegen nicht, so wird der Resonanzausschlag des Indikators (bei Benutzung eines Wellenmessers) mit C_N größer sein als mit C_x. Bringt man ihn durch Zuschalten von Widerstand R_N wieder auf den früheren Wert, so ist $\omega C_N R_N = \operatorname{tg}\delta$ der Verlustwinkel, also das logarithmische Dämpfungsdekrement des Kondensators

$$\vartheta = \pi \cdot \operatorname{tg}\delta = \frac{2\pi^2 v}{\lambda} C_N R_N = \pi R_N \sqrt{\frac{C_N}{L}}. \tag{44}$$

Diese Gleichung erfordert die Kenntnis von L oder λ.

Über die Hochfrequenzverluste von Kondensatoren vgl. Offermann, Jahrb. draht. Tel. **26**, 152, 1925; Callis, Phil. Mag. **1**, 428, 1926; Sayce, J. sci. instr. **3**, 116, 1926; Brown, Wiebusch u. Colby, Phys. Rev. **29**, 887, 1927; Dye, Proc. Phys. Soc. **40**, 285, 1928; Wilmotte, J. sci. instr. **5**, 369, 1928; Sutton, Proc. Phys. Soc. **41**, 126, 1929; Ramsey, Proc. Inst. Rad. Eng. **18**, 1226, 1930; Darmstaedter, Arch. Elektrot. **24**, 704, 1930; Moullin, Proc. Roy. Soc. London **137**, 116, 1932.

β) Mit dem Induktivitätsvariator. Man verbindet nacheinander jeden der beiden Kondensatoren mit dem Induktivitätsvariator zu einem Schwingungskreis und stellt jedesmal mit dem Variator dieselbe Frequenz her. Dann verhalten sich die Kapazitäten umgekehrt wie die zugehörigen Selbstinduktionen. Eine vielleicht vorhandene Abhängigkeit der Kapazität des Variators von der Einstellung geht als Berichtigung ein.

Sind C_x und C_n erheblich voneinander verschieden, so sind die Methoden α und β nicht anwendbar. Man benutzt dann feste, geeichte Selbstinduktionsnormale, deren Eigenkapazitäten jedoch bekannt sein müssen. Oder man verfährt wie folgt:

Ist $C_x < C_N$, so wird die Messung

γ) in Parallelschaltung mit dem Normal ausgeführt. Man macht eine Einstellung mit dem veränderbaren Meßkondensator C_N allein, wobei $C_N = C_a$, und eine Einstellung mit $C_N \parallel C_x$, wobei $C_N = C_b$. Hieraus folgt

$$C_x = C_a - C_b. \tag{45}$$

Ist $C_x > C_N$, so wählt man die zweite der beiden Einstellungen

δ) in Reihenschaltung mit dem Normal und findet

$$C_x = \frac{C_a C_b}{C_a - C_n}. \tag{46}$$

Bei Reihenschaltung geben die Teilkapazitäten der Kondensatoren gegen die Umgebung sowie die Spulenkapazität häufig zu beträchtlichen Meßfehlern Anlaß. Die Schaltung ist daher nur für die Ermittelung von Annäherungswerten brauchbar. Besser ist in diesem Falle eine Messung

ε) mit Hilfe von Oberschwingungen. Nach Abstimmung der Erregerfrequenz auf die Eigenwelle des C_x enthaltenden Kreises wird C_x durch C_N ersetzt und nun mit C_N auf eine Oberschwingung des Erregers abgestimmt. Wählt man die n-te Oberwelle, so gilt

$$C_x = n^2 C_N. \tag{47}$$

Durch Anwendung eines festen Normals C_N und eines Induktionsvariators lassen sich die Verfahren γ, δ, ε entsprechend abändern.

D. Sonderverfahren zur Messung kleiner Kapazitäten

Mehrere der in den Abschn. B und C angeführten Methoden lassen sich für diesen Zweck verwenden; besonders geeignet sind die auf S. 185, δ, auf S. 187, a, β und, bei Kenntnis der Elektrometerkapazität c, auch die unter a, α, ferner die in den Abschn. c (S. 188), f (S. 195) und g, γ (S. 196) aufgeführten Methoden. Mit der Methode c (S. 188) oder b, δ (S. 185) lassen sich kleine Kapazitäten (z. B. 10 pF, etwa die Anfangskapazität von Drehkondensatoren) relativ oder absolut gut messen, wenn man Spannungen von einigen hundert Volt und Frequenzen von z. B. 100—300 bei der absoluten Methode und von etwa 500—1000 bei der Wechselstrommethode verwendet; doch ist die Definition so kleiner Kapazitäten sowie die der unvermeidlichen Zuleitungskapazitäten schwierig.

Die in dieser Beziehung erreichbare Grenze beträgt bei einiger Vorsicht absolut etwa 0,1 pF, relativ noch weniger.

Mittel, um weiter zu kommen, bei Rosa u. Dorsey, Bull. Bur. Stand. **3**, 442, 1907; Schering, Z. Instrkde. **46**, 116, 1926 u. **47**, 283, 1927.

Für sehr kleine Kapazitäten, z. B. Röhrenkapazitäten, kommen insbesondere in Betracht die Messungen:

a) In der Wechselstrombrücke. Benutzt man als Normal einen Drehkondensator ohne Anfangskapazität nach S. 182, a (letzter Absatz), wobei die Belegungen an die Punkte A und G der Brücke (Abb. 121), das Gehäuse an den geerdeten Punkt B angeschlossen werden, so ergibt sich eine Anordnung, mit der auch sehr kleine Kapazitäten ohne Substitution mit relativ hoher Genauigkeit meßbar sind. Sie eignet sich auch für die Bestimmung von Teilkapazitäten.

Zickner, ENT **7**, 443, 1930. Weitere Literatur vgl. Schering, Z. Instrkde. **47**, 283, 1927 (sehr genaue Vergleichung kleiner Kapazitäten); Wheeler, Proc. Inst. Rad. Eng. **16**, 476, 1928; Walsh, ebd. 482; Hoch, ebd. 487; Sammelreferat Z. Fernmeldetechn. **9**, 184, 1928; Schlesinger, Z. techn. Phys. **11**, 537, 1930.

Andere Verfahren zur Messung kleiner Kapazitäten s. Klotz, Telefunken-Ztg. **9**, 34, 1928; Loughren u. Parker, Proc. Inst. Rad. Eng. **17**, 957, 1929; Bruun, Jb. drahtl. Tel. **35**, 105, 1930; Barlow, Phil. Mag. **11**, 184, 1931; Lampe, Z. Phys. **79**, 254, 1932.

b) Durch Schwebungen. Die zu bestimmende Kapazität wird dem Kondensator eines von zwei miteinander interferierenden Hochfrequenzkreisen parallel gelegt. Die resultierende Frequenz wird in den Hörbarkeitsbereich verlegt und durch einen dritten Kreis mit Gleichrichter und Telephon wahrnehmbar gemacht. Sie bildet z. B. zusammen mit einem Tonnormal (Stimmgabel) Schwebungen, deren Frequenz sich ändert, wenn der Prüfkondensator geändert oder abgeschaltet wird. Man kann die Kapazität aus der Schwebungsänderung und den Daten des Schwingkreises errechnen (Absolutbestimmung) oder die Schwebungsänderung durch den geeichten Schwingkreiskondensator rückgängig machen, dessen Änderung dann den gesuchten Wert ergibt (Relativmessung).

Es existiert eine ganze Reihe ähnlicher Überlagerungsverfahren: Pungs u. Preuner, Phys. Z. **20**, 543, 1919; Herweg, Verh. D. Phys. Ges. **21**, 572, 1919; Hammer, Ber. Naturf. Ges. Freiburg (Br.) **22**, 2, 1920; Falckenberg, Ann. Phys. **61**, 167, 1920; Sammelreferat Jb. drahtl. Tel. **16**, 372, 1920; Glitsch, Phys. Z. **23**, 544, 1922; Tasker u. Jones, Sci. **56**, 79, 1922; Weihe, Jb. drahtl. Tel. **32**, 185, 1928 (Lit.); Niemeyer, Diss. Hannover 1929.

Spezielle Methoden erfordert ferner die Ermittelung von

c) Elektrometerkapazitäten. α) Durch Ladungsteilung. Man verfährt nach S. 187, a, α, wobei der Kondensator C_1 sehr klein gemacht oder weggelassen wird.

Eine verbesserte Methode s. Clay, Z. Phys. **78**, 250, 1932; Rinkel, Phys. Z. **33**, 544, 1932.

β) Durch Ionisationsstrommessung. Diese Methode ist dann sehr geeignet, wenn das Elektrometer zu Ionisationsmessungen verwandt wird und ihm zu diesem Zweck bereits eine Ionisationskammer zugeschaltet ist. Man beschickt die Kammer mit etwas frei ausgebreitetem Uranoxyd oder mit einer anderen konstanten Strahlenquelle und bestimmt die Wanderungsgeschwindigkeiten α_1 und α_2 der Nadel 1. unter Zuschaltung eines Kondensators von der

Kapazität C und 2. ohne diesen Kondensator. Die Kapazität c des Elektrometers einschließlich der der Kammer und ihrer Zuleitung berechnet sich dann aus der Gleichung

$$\frac{C+c}{c} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}. \tag{48}$$

Ähnliche Verfahren s. Kolhörster, Phys. Z. **31**, 280, 1930.

γ) Durch Influenz. Die innere Belegung eines Kondensators von der Kapazität C sei mit dem zunächst geerdeten Elektrometer verbunden, während die äußere Belegung auf ein bekanntes Potential V geladen wird. Man isoliere nun das Elektrometer und erde die Außenbelegung. Hierdurch wird auf das isolierte System (Elektrometer + Innenbelegung) die Elektrizitätsmenge CV übertragen. Entspricht jetzt der am Elektrometer beobachtete Ausschlag V' Volt, so ergibt sich die Elektrometerkapazität c aus der Gleichung

$$CV = (C + c)\,V'. \tag{49}$$

Als Kondensator eignet sich, auch für die unter α und β angegebenen Verfahren, ein konzentrischer Doppelzylinder, dessen Kapazität etwa ebenso groß sein soll wie die des Elektrometers (Berechnung S. 176). Man beachte ferner, daß sich die Kapazität des Verbindungsdrahts zwischen Elektrometer und Kondensator zu der Elektrometerkapazität addiert.

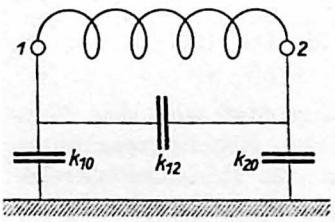


Abb. 123. Spulenkapazität

Harms, Phys. Z. **5**, 47, 1904; Hoffmann, ebd. **15**, 360, 1914.

d) Spulenkapazitäten. Die längs einer Spule von der Selbstinduktion L verteilte Kapazität wirkt wie ein der Spule parallel geschalteter Kondensator C, der sich je nach der Potentialverteilung aus drei Teilkapazitäten k_{12}, k_{10}, k_{20} in verschiedener Weise zusammensetzen kann (Abb. 123). Erdet man Klemme 1, so ist

$$C = k_{12} + k_{20}, \tag{50}$$

erdet man Klemme 2, so wird entsprechend

$$C = k_{12} + k_{10}. \tag{51}$$

Ohne Erdung folgt (angenähert) die Betriebskapazität

$$C = k_{12} + \frac{k_{10}k_{20}}{k_{10} + k_{20}}. \tag{52}$$

Da bei größeren, mehrlagigen Spulen k_{10} und k_{20} verschiedene Werte haben, so kann man z. B. das innere bzw. äußere Spulenende durch Kapazitätsmessungen bei verschiedener Erdung ermitteln.

Über die Berechnung einfacher Fälle s. Breit, Phys. Rev. **17**, 649, 1921 u. **18**, 133, 1921; Phil. Mag. **43**, 969, 1922; **44**, 729, 1922; Hallén, Arch. Elektrot. **31**, 690, 1937.

α) Aus der Grundschwingung der Spule. Die offene Spule wird durch einen Röhrengenerator erregt und ihre Grundwelle λ mit dem Wellenmesser bestimmt. Dann ist

$$C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 v^2 L}. \tag{53}$$

β) Durch Extrapolation. Der Spule wird ein Drehkondensator parallel geschaltet und die Eigenwellen λ_1 und λ_2 des Kreises für zwei Einstellungen des Drehkondensators C_1 und C_2 bestimmt. Dann gilt

$$C = \frac{\lambda_2^2 C_1 - \lambda_1^2 C_2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}. \tag{54}$$

Kenntnis der Selbstinduktion der Spule ist nicht erforderlich. Die Metallmasse des Drehkondensators beeinflußt den Wert der Spulenkapazität etwas, ebenso die Verbindungsleitung. Die Messung kann auch in einfacher Weise graphisch ausgewertet werden.

Weitere Methoden bei Behnken, Phys. Z. **14**, 430, 1913; Giebe u. Alberti, Z. techn. Phys. **6**, 136, 1925. Über diese Messung der Spulenkapazität in der Selbstinduktionsbrücke s. S. 212. Vgl. auch S. 207 und 214.

e) Ultramikrometer. α) Nach Whiddington. Anwendung des Schwebungsverfahrens zur Messung kleiner Größen beliebiger Natur, sofern sich diese mit einer Kapazitätsänderung in zahlenmäßig bekannter oder meßbarer Weise verknüpfen lassen. Die hörbare Schwebungsfrequenz schwebt ihrerseits zählbar langsam mit einem konstanten Normalton; die Anzahl der Schwebungen pro Sekunde wird beobachtet. Die relative Empfindlichkeit beträgt etwa $1 \cdot 10^{-6}$ bis $1 \cdot 10^{-7}$.

Whiddington, Phil. Mag. **40**, 634, 1920. Anwendungen vgl. Pflüger, Phys. Z. **22**, 73, 1921 (Winkelmessung); Sucksmith, Phil. Mag. **43**, 223, 1922 (Temperaturmessung); Whiddington u. Hare, ebd. **46**, 607, 1923 (Druckmessung); Whiddington u. Long, ebd. **49**, 113, 1925 (Mikrowaage); Schulze, Arch. Elektrot. **18**, 683, 1927; Z. Phys. **50**, 448, 1928 (Magnetostriktion).

β) Nach Dowling. Die Anodenstromänderung eines selbsterregten Hochfrequenzgenerators geeigneter Schaltung beim Ändern des Schwingkreiskondensators wird zur Registrierung dieser Kapazitätsänderung benutzt, wobei im Anodenkreis ein Gleichstromgalvanometer mit Kompensation des Anodenstromes verwendet wird (Registriergerät). Die Empfindlichkeit (etwa wie bei dem Verfahren von Abschn. *a*) reicht aus, um beispielsweise das Wachstum von Pflanzen innerhalb einiger Minuten zu registrieren.

Dowling, Phil. Mag. **46**, 81, 1923.

Weitere Verfahren s. Dowling, Proc. Dubl. Soc. **16**, 175, 1921; Gunn, Phil. Mag. **48**, 224, 1924; Reisch, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **38**, 101, 1931 (hier auch Anwendungen und Literatur); Kozma, Diss. T. H. Karlsruhe 1934. Über ein niederfrequentes (800 Hz) Registrierverfahren für kleine Kapazitätsänderungen (Empfindlichkeit etwa $1 \cdot 10^{-5}$) vgl. Schulze u. Zickner, Arch. Elektrot. **24**, 111, 1930. Über ein piezoelektrisches Ultramikrometer vgl. Hubbard, Phys. Rev. (2) **49**, 865, 1936.

Ähnliche Verfahren haben technische Bedeutung erlangt, z. B. als Dickenmeßgeräte sowie als Feuchtigkeitsmesser für Papierbahnen.

Carsten u. Walter, Siemens-Z. **11**, 363, 1931.

E. Sonderverfahren zur Messung großer Kapazitäten

Einige der oben genannten Verfahren sind für Kapazitäten bis zu etwa 10 μF noch anwendbar, so z. B. die auf S. 184 in Abschn. a (unter Voraussetzung sehr geringer Verluste) und S. 186, c, α, ferner die in den Abschn. c (S. 188), e und f (S. 195), sowie g, δ (S. 196) angegebenen. Andere, an sich geeignete Methoden sind wegen der erfahrungsgemäß häufig unzureichenden Isolation großer Kapazitäten nicht zu benutzen.

a) Mit Watt-, Volt- und Amperemeter. Man verfährt, wie auf S. 184 in Abschn. a angegeben. Sind die Verluste merklich, so ist außerdem eine Leistungsmessung auszuführen. Man findet dann

$$C = \frac{J}{\omega U}\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} \tag{55}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{N}{\sqrt{U^2 J^2 - N^2}}. \tag{56}$$

Da die Wirkleistung dennoch oft klein gegen die Blindleistung sein wird, so ist ein Wattmeter zu wählen, welches trotz hoher Stromstärken hinreichende Leistungsempfindlichkeit aufweist. Geeignet ist z. B. das Thermowattmeter. Das Verfahren erfordert sinusförmigen Strom.

Zickner u. Pfestorf, ETZ **51**, 1681, 1930.

b) Durch Vergleichung mit einer regelbaren Induktivität. Die Schaltung ist die der Abb. 130. Nach Einstellung des Brückengleichgewichtes mit Wechselstrom nicht zu hoher Frequenz ersetzt man diesen durch Gleichstrom, das Vibrationsgalvanometer bzw. Telephon durch ein Drehspulgalvanometer und gleicht erneut ab. Dann gilt, wenn $r_{2\sim}$ die Wechselstromeinstellung, $r_{2=}$ die Gleichstromeinstellung von r_2 bedeuten,

$$C = \frac{L}{r_1 r_4}(1 + \operatorname{tg}^2 \delta) \tag{57}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{r_1 r_4}{\omega L}\left(\frac{1}{r_{2=}} - \frac{1}{r_{2\sim}}\right). \tag{58}$$

Bei höheren Frequenzen verursacht eine vielleicht vorhandene Widerstandserhöhung des Variators infolge von Hautwirkung eine Berichtigung, die z. B. mit Hilfe eines verlustfreien Kondensators hinreichender Größe ermittelt werden kann.

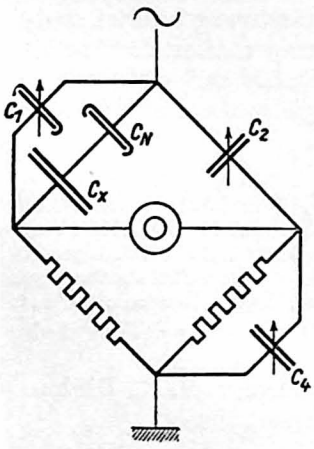


Abb. 124.
Bestimmung großer Kapazitäten durch Reihenschaltung

Wegen des Präzisionswiderstandes r_2 ist das Verfahren nur für niedrige Spannungen verwendbar.

Zickner, Z. Instrkde. **50**, 298, 1930.

c) In der Brücke durch Reihenschaltung mit einem Normal (Abb. 124). Meßverfahren nach Methode c, S. 188. Im Meßzweig liegen C_x und C_N in Reihe, dem ganzen Zweige parallel ein Drehkondensator größeren Bereiches. C_N kann z. B. ein guter Glimmerkondensator geeigneter Größe (etwa $1‰$ bis 10 % von C_x) sein. Da die Erdkapazitäten k_{10} und k_{20} von C_x und C_N klein sind gegen die Teilkapazitäten k_{12}, so sind die durch die Reihenschaltung entstehenden Fehler zu vernachlässigen. Nach erfolgter Abgleichung schließt man C_x kurz und gleicht mit den beiden Drehkondensatoren C_1 und C_4 erneut ab. Dann gilt, wenn die Einstellungsdifferenzen mit ΔC_1 bzw. ΔC_4 bezeichnet werden und $\operatorname{tg} \delta_N$ den Verlustfaktor des Normals bedeutet,

$$C_x = C_N\left(\frac{C_N}{\Delta C_1} - 1\right) \tag{59}$$

$$\operatorname{tg} \delta_x = \omega R \Delta C_4 \cdot \frac{C_N}{\Delta C_1} + \operatorname{tg} \delta_N. \tag{60}$$

Zickner, Z. Instrkde. **52**, 170, 1932.

d) Mit der Schering-Brücke. Um Überlastungen der Brückenwiderstände zu vermeiden, wird die Brücke nach Abb. 121, S. 188, wie Abb. 125 abgeändert. R_3 ist ein kleiner, aber hochbelastbarer Widerstand, R_5 und R_6 haben normale Ausführung. Für diese Anordnung gelten die Gleichgewichtsbedingungen

$$C_1 = C_2 \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{R_3 + R_5 + R_6}{R_6} \tag{61}$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \omega R_4 \left(C_4 - C_2 \cdot \frac{R_5}{R_6} \right). \tag{62}$$

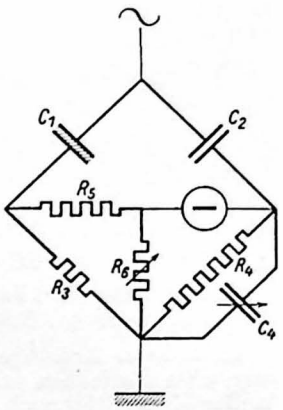


Abb. 125. Bestimmung großer Kapazitäten mit der Hochspannungsbrücke

Die Brücke ist nur abgleichbar, wenn

$$\frac{C_1}{C_2} > \frac{R_4}{R_3} \tag{63}$$

ist.

Mit dieser Anordnung lassen sich z. B. Elektrolytkondensatoren auch unter Gleichstrom-Vorspannung messen, indem man diese mit Strombegrenzungs-Vorwiderstand und kapazitivem Nebenschluß zu beiden in die Stromzuführungsleitung legt. Im allgemeinen unterscheiden sich die mit und ohne Vorspannung gemessenen Werte nur wenig, wenn die Wechselspannung klein gegen die Betriebsspannung des Kondensators ist und nur kurzzeitig angelegt wird.

Schering u. Burmester, Z. Instrkde. **44**, 98, 1924.

Über die zu beobachtenden Vorsichtsmaßregeln s. Zickner u. Pfestorf, Z. techn. Phys. **12**, 210, 1931; Helios, **37**, 389, 1931. Über die Frequenzabhängigkeit vgl. Wachenhusen, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **57**, 125, 1941.

Weitere Methoden bei Bauder u. Janssen, E. u. M. **50**, 581, 1932.

Über ein technisches Meßgerät in Brückenschaltung vgl. Campbell, Proc. Phys. Soc. **39**, 145, 1927. Über ein Induktionsdynamometer (Meßbereich 0,005 bis 10 μF) vgl. Täuber-Gretler, Bull. Schweiz. El. Ver. **19**, 395, 1928.

5. Ermittelung der kritischen Geschwindigkeit aus Berechnung und Messung einer Kapazität

Das Verhältnis der Dimensionen (Tab. 73) einer elektrostatisch gemessenen Kapazität zu denen einer elektromagnetisch gemessenen hat die Dimension des Quadrates einer Geschwindigkeit, die kritische Geschwindigkeit genannt wird. Dies gilt auch von den Einheiten.

Clausius, Wied. Ann. **16**, 540, 1882.

Das Verhältnis der Zahlen, welche dieselbe Kapazität im elektrostatischen oder im elektromagnetischen CGS-System messen, ist nach der Maxwellschen elektromagnetischen Theorie numerisch gleich dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit v. Das Verhältnis der elektrostatischen zur elektromagnetischen Einheit der Kapazität ist demnach $1/v^2$. Im folgenden soll der Index $_m$ oder $_s$ bedeuten, daß die Größe in elektromagnetischen oder in elektrostatischen CGS-Einheiten ausgedrückt ist.

Die Bestimmung von C_s erfolgt aus den geometrischen Abmessungen eines Kondensators von einfacher Form und Berechnung nach theoretisch abgeleiteten Formeln (S. 176).

C_m läßt sich nach den elektrischen Methoden S. 184 ff. messen, genau namentlich nach S. 185, Abschn. b, γ und b, δ. Man findet

$$v^2 = \frac{C_s}{C_m}. \tag{64}$$

Für hohe Genauigkeit ist die präzisionsmechanische Herstellung und Ausmessung geeigneter Kondensatoren eine ebenso schwierige Aufgabe wie ihre elektrische Messung. Praktisch herstellbar sind für diesen Zweck nur ziemlich kleine Kapazitäten, etwa 50—150 $\mu\mu$F.

Zu beachten ist, daß die Resultate auf dem internationalen Ohm beruhen. Da dieses um $5 \cdot 10^{-4}$ zu groß ist (vgl. Bd. 1, S. 7), so ist v um die Hälfte dieses Fehlers, also um $25 \cdot 10^{-5}$ zu vergrößern.

Eingehendes und Literatur bei Abraham, Rapp. au Congr. Paris **2**, 247, 1900; Rosa u. Dorsey, Bull. Bur. Stand. **3**, 605, 1907.

In älteren Arbeiten werden auch andere elektrische Größen zur Bestimmung von v im statischen und magnetischen System gemessen. Prinzipiell benutzbar sind außer Kapazität noch Stromstärke, Widerstand, Spannung und Ladung (Maxwell u. Jenkin, B. A. Reports **33**, 130, 1863). Die Stromstärke (Vorschlag von Kohlrausch 1852, vgl. Kohlrausch, Fünf Abhandlungen über absolute elektrische Strom- und Widerstandsmessung. Leipzig 1904, S. 103, ist zur genauen Bestimmung von v ungeeignet. Für den Widerstand liegt nur ein von Rosa u. Dorsey (Bull. Bur. Stand. **3**, 605, 1907) ausgearbeiteter, aber nicht ausgeführter Vorschlag vor. Bezüglich Spannung vgl. Maxwell, Phil. Trans. **158**, 643, 1868; bezüglich Ladung Kohlrausch u. Weber, Pogg. Ann. **99**, 10, 1856; Rowland, Phil. Mag. **28**, 304, 1889. Diese Arbeiten haben wegen ihrer geringeren Genauigkeit nur noch historisches Interesse.

Über optisch-terrestrische Methoden zur Bestimmung von v vgl. Bd. 1, S. 380.

VI. Induktivität

1. Selbstinduktion

A. Allgemeines

a) Definitionen. Selbstinduktion L einer geschlossenen Strombahn heißt das Verhältnis des Induktionsflusses Φ durch diese Strombahn (Windungsfläche) zu dem ihn umschlingenden Strom i. Sie ist nur von den geometrischen Dimensionen des Leiterkreises abhängig und daher aus diesen berechenbar, wenn es sich um relativ einfache, einer mathematischen Behandlung zugängliche Leiter- bzw. Spulenformen handelt. Für ungeschlossene Leiter hat der Begriff der Selbstinduktion nur unter bestimmten Voraussetzungen Sinn. Nach obigem ist

$$L = \frac{\Phi}{i}, \tag{1}$$

also

$$-\frac{d\Phi}{dt} = e = -L\frac{di}{dt}, \tag{1a}$$

d. h. der Faktor L bestimmt die Höhe der induktiven Spannung bei einer Stromänderung.

Windungsfläche einer Spule mit gerader Achse nennt man die Summe aller von den Einzelwindungen begrenzten Flächen, projiziert auf eine zur Spulenachse senkrechte Ebene. Hierbei ist der Drahtdurchmesser als klein gegen den Windungsdurchmesser angenommen.

b) Einheiten. Man setzt (Bd. 1, S. 9)

$$1 \text{ Henry (H)} = 10^3 \text{ Millihenry (mH)} = 10^6 \text{ Mikrohenry } (\mu\text{H}) = 10^9 \text{ Nanohenry (nH)} \approx 10^9 \text{ cm}.$$

Im absoluten elektromagnetischen System hat die Induktivität die Dimension einer Länge, daher wird für ihre Einheit auch die Bezeichnung der Längeneinheit (cm) verwendet. Vgl. Tab. 73 im Anhang.

Maxwell, Elektrizität u. Magnetismus II. Berlin 1883; Mascart-Joubert, Elektrizität u. Magnetismus II. Berlin 1888; Drude, Physik d. Äthers. 2. Aufl. Stuttgart 1912; Hak, Eisenlose Drosselspulen. Leipzig 1938; Mie, Handb. d. Exp.-Phys. (1), **11**, 274, 1932. Ferner s. S. 175.

B. Berechnung

Vorausgesetzt ist ein Raum von der Permeabilität 1 (Vakuum, Luftraum). Ferromagnetische Körper in der Nähe der stromführenden Leiter heben die Gültigkeit der Formeln auf.

Werden die Längen in cm gemessen, so erhält man L ebenfalls in cm.

a) Einfache Figuren aus Draht von der Dicke 2ϱ.

α) Gerader Draht, l = Länge, groß gegen ϱ:

$$L = 2l\left[\ln\frac{2l}{\varrho} - 0{,}75\right]. \tag{2}$$

β) Einfacher Kreis, R = Halbmesser, groß gegen ϱ:

$$L = 4\pi R\left[\ln\frac{R}{\varrho} + 0{,}33\right]. \tag{3}$$

γ) Rechteck mit den gegen ϱ großen Seiten a und b; ferner sei $\sqrt{a^2 + b^2} = p$.

$$L = 4\left[a \ln\frac{2ab}{\varrho(a+p)} + b \ln\frac{2ab}{\varrho(b+p)} - 2(a+b-p)\right] + (a+b). \tag{4}$$

Hieraus folgt für ein Quadrat von der Seite a:

$$L = 8a\left[\ln\frac{a}{\varrho} - 0{,}52\right]. \tag{5}$$

δ) System zweier langer paralleler Drähte für Hin- und Rückleitung eines Stromes (Bifilardrähte, Doppelleitung); a = Abstand ihrer Achsen. In hinreichender Entfernung von den Enden beträgt die Selbstinduktion der Länge l des Paares

$$L = l\left[4 \ln\frac{a}{\varrho} + 1\right]. \tag{6}$$

Die folgende Tabelle gibt L in cm für l = 100 cm.

Selbstinduktion von Doppelleitungen

a/ϱ	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L	377	539	655	744	817	878	932	979	1021
a/ϱ	12	15	20	25	30	40	60	80	100
L	1094	1183	1298	1388	1460	1576	1738	1853	1942

ε) Konzentrisches Kabel, Länge l groß gegen die Radien ϱ_1 und ϱ_2, $\varrho_1 > \varrho_2$:

$$L = 2l\left[\ln\frac{\varrho_1}{\varrho_2} + 0{,}25\right]. \tag{7}$$

Der Querschnitt des Mantels ist hierin vernachlässigt.

Kirchhoff, Pogg. Ann. **121**, 551, 1864; Wien, Wied. Ann. **53**, 928, 1894; Rayleigh, Proc. Rov. Soc. London **86**, 562, 1912.

Über Formeln und Methoden zur Berechnung der Selbstinduktion von Dreiecken, Sechs- und Achtecken und allgemein von ebenen Figuren beliebiger Form (geschlossene Antennen) vgl. Grover, Sci. Pap. Bur. Stand. **18**, 735, 1923; Bashenoff, ENT **6**, 22, 1929; E. u. M. **47**, 1027, 1929.

Die Ausdrücke (2) bis (7) gelten für langsame Änderungen des Stromes, solange nämlich dieser den Querschnitt gleichmäßig ausfüllt. Für so schnelle Schwingungen, daß die Ströme nur in der Oberfläche verlaufen (S. 148), ist zu ersetzen:

in (2) $-0{,}75$ durch -1; in (3) $+0{,}33$ durch $+0{,}079$; in (4) $+(a+b)$ durch Null; in (5) $-0{,}52$ durch $-0{,}77$; in (6) a durch $a/2 + \sqrt{a^2/4 - \varrho^2}$ und ferner $+1$ durch Null, endlich in (7) $+0{,}25$ durch Null.

Über die Stromverteilung bei schnellen Schwingungen vgl. auch Sommerfeld, Ann. Phys. **15**, 673, 1904.

b) Spulen. Bezüglich allgemeinerer und genauerer Formeln als die folgenden, meist nur genäherten Ausdrücke und Tafeln zur Berechnung wird auf die angegebene Literatur verwiesen.

Vgl. ferner Waitz in Winkelmanns Handb. d. Phys. **5**, 592, 1908; Stefan, Wied. Ann. **22**, 114, 1884; Rosa u. Grover, Bull. Bur. Stand. **8**, 117, 1911; Grover, Sci. Pap. Bur. Stand. **14**, 537, 1918; Phys. Rev. **18**, 136, 1921; Esau, Jb. draht. Tel. **15**, 2, 1920; Schering, Z. Instrkde. **43**, 82, 1923.

α) Einlagige Zylinderspule vom Halbmesser r, der Windungszahl N und der beliebigen Länge l. Hierfür gilt

$$L = rN^2Q, \tag{8}$$

wo Q eine mittels elliptischer Integrale berechenbare Funktion von $2r/l$ ist; s. folgende Tabelle.

	Wert des Faktors Q für									
$\frac{2r}{l}=$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,			3,632	5,234	6,710	8,075	9,339	10,513	11,608	12,631
1,	13,59	14,49	15,34	16,14	16,90	17,61	18,30	18,95	19,58	20,18
2,	20,75	21,30	21,82	22,32	22,81	23,28	23,74	24,18	24,60	25,02
3,	25,42	25,80	26,18	26,54	26,90	27,25	27,59	27,91	28,23	28,54
4,	28,85									

Lorenz, Wied. Ann. **7**, 161, 1879; Rosa u. Grover, Bull. Bur. Stand. **8**, 117, 1911.

Über eine durch Drahtquerschnitt und Ganghöhe bedingte Korrektion vgl. ebd. S. 122. Für großen Drahtquerschnitt s. Grover, Proc. Inst. Rad. Eng. **17**, 2053, 1929; Bur. Stand. J. Res. **3**, 163, 1929.

Vgl. auch Hickman, Bull. Bur. Stand. **19**, 83, 1923; Grover, Proc. Inst. Rad. Eng. **12**, 193, 1924; Snow, Sci. Pap. Bur. Stand. **21**, 431, 1926; Grover, Bur. Stand. J. Res. **1**, 487, 1928 (hier auch Lit.); Müller, E. u. M. **49**, 29, 1931.

Über eine Formel für kleine N vgl. Strasser, Ann. Phys. **17**, 763, 1905; auch Esau, Jb. drahtl. Tel. **5**, 378, 1912; **14**, 271, 1919.

β) Gestreckte einlagige Spule mit N Windungen von dem gegen l kleinen Halbmesser r. Genähert ist

$$L = 4\pi^2 N^2 (\sqrt{l^2 + r^2} - r) \frac{r^2}{l^2}, \tag{9}$$

also, wenn r sehr klein gegen l ist,

$$L = 4\pi^2 N^2 \frac{r^2}{l} = \frac{\Lambda^2}{l}, \tag{10}$$

wobei Λ die gesamte Länge des aufgewickelten Drahtes bedeutet.

γ) Einlagige Flachspule, äußerer Radius $= r_a$, innerer $= r_i$. Hierfür gilt

$$L = r_a N^2 F, \tag{11}$$

wobei F eine Funktion des Quotienten r_i/r_a ist, deren Wert aus folgender Tabelle entnommen werden kann:

$r_i/r_a =$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$F =$	6,970	8,556	10,51	12,86	15,65	18,97	23,01	28,09	34,92	45,74	∞

Spielrein, Arch. Elektrot. **3**, 187, 1915.

Weitere Formeln, auch für mehrlagige Flachspulen, s. Esau, Jb. drahtl. Tel. **5**, 212, 1911 u. **14**, 386, 1919; Emde, E. u. M. **30**, 221, 246, 267, 1912.

δ) Für kurze und für flache Spulen gelten folgende empirische Näherungsformeln mit einer Genauigkeit von $\pm$ 3% (mittlerer Halbmesser $r = (r_a + r_i)/2$, wobei r_a = Außenradius, r_i = Innenradius, N = Windungszahl; l = axiale Länge, h = radiale Höhe des rechteckigen Wickelungsquerschnittes).

$$L = 21\, N^2 r \sqrt[4]{\left(\frac{r}{l+h}\right)^3} \quad \text{für} \quad \frac{r}{l+h} \text{ zwischen 0 und 1} \tag{12}$$

$$L = 21\, N^2 r \sqrt{\frac{r}{l+h}} \quad \text{für} \quad \frac{r}{l+h} \text{ zwischen 1 und 3.} \tag{13}$$

Korndörfer, ETZ **38**, 521, 1917. Dort auch Formeln zur Berechnung hochbelastbarer Drosselspulen mit und ohne Eisen, unter Berücksichtigung der zulässigen Erwärmung. Ähnliche Berechnungen bei Brooks, Bur. Stand. J. Res. **7**, 289, 1931.

Für flache Spulen ($h/l \geqq 7$) ist bei allen Werten von $r/(1 + h)$ zwischen 0 und 3 (Gl. 13) zu benutzen. Gut proportionierte Spulen bei geringem Drahtverbrauch erhält man für $r = l + h$. Dann gehen Gl. (12) und (13) über in

$$L = 21\, N^2 r. \tag{14}$$

Für Selbstinduktionsnormale wählt man häufig $r_a = 2l$, $r_i = l$, also quadratischen Wickelungsquerschnitt. Dann wird bei gegebener Selbstinduktion die Drahtlänge ein Minimum. Aus Gl. (12) erhält man unter diesen Bedingungen

$$L = 25{,}4\, N^2 l. \tag{15}$$

Für genauere Vorausberechnung benutzt man die Stefansche Formel.

Stefan, Wied. Ann. **22**, 114, 1884; Giebe, Z. Instrkde. **31**, 33, 1911.

ε) Für Spulen beliebiger Form bei rechteckigem Wickelungsquerschnitt gilt die Formel (Bezeichnungen wie unter δ)

$$L = \frac{4\pi^2 r^2 N^2}{l} \cdot k, \tag{16}$$

wobei k einen Faktor darstellt, der von den Spulendimensionsverhältnissen $l/2r$ und $h/2r$ abhängig ist. k ist aus der folgenden Tabelle zu ermitteln.

k in Abhängigkeit von $l/2r$ und von $h/2r$
(nach Coursey berechnet)

$l/2r$	$h/2r$											
	0,0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,05	0,124	0,102										
0,06	0,141	0,118										
0,07	0,158	0,134										
0,08	0,174	0,149										
0,09	0,189	0,164										
0,1	0,203	0,177	0,159									
0,2	0,320	0,291	0,268	0,232								
0,3	0,405	0,375	0,350	0,308	0,276							
0,4	0,472	0,442	0,415	0,370	0,332	0,304						
0,5	0,526	0,495	0,467	0,420	0,379	0,346	0,321					
0,6	0,570	0,539	0,510	0,461	0,418	0,383	0,353	0,331				
0,7	0,607	0,576	0,547	0,495	0,451	0,414	0,381	0,356	0,338			
0,8	0,638	0,606	0,577	0,524	0,478	0,440	0,405	0,378	0,358	0,343		
0,9	0,665	0,633	0,604	0,550	0,503	0,465	0,426	0,397	0,375	0,358	0,349	
1	0,688	0,656	0,626	0,571	0,523	0,484	0,445	0,414	0,389	0,371	0,359	0,356
2	0,818	0,786	0,754	0,695	0,641	0,592	0,544	0,503	0,472	0,446	0,424	0,409
3	0,874	0,841	0,809	0,749	0,692	0,640	0,590	0,548	0,508	0,474	0,446	0,428
4	0,902	0,869	0,837	0,775	0,717	0,663	0,612	0,567	0,526	0,491	0,461	0,437
5	0,920	0,887	0,855	0,793	0,733	0,678	0,626	0,578	0,536	0,499	0,467	0,442
6	0,932	0,899	0,866	0,804	0,744	0,688	0,635	0,587	0,543	0,504	0,471	0,444
7	0,942	0,909	0,876	0,813	0,753	0,697	0,642	0,594	0,549	0,509	0,474	0,446
8	0,948	0,915	0,882	0,819	0,758	0,702	0,647	0,598	0,552	0,512	0,476	0,447
9	0,954	0,921	0,888	0,824	0,763	0,707	0,651	0,601	0,555	0,514	0,478	0,448
10	0,959	0,926	0,893	0,829	0,768	0,711	0,655	0,605	0,558	0,516	0,479	0,448
20	0,979	0,946	0,913	0,848	0,785	0,727	0,669	0,617	0,567	0,524	0,483	0,448
30	0,986	0,953	0,920	0,854	0,791	0,732	0,673	0,620	0,570	0,525	0,483	0,448
40	0,989	0,956	0,923	0,857	0,794	0,734	0,675	0,621	0,571	0,525	0,483	0,448
50	0,992	0,959	0,926	0,860	0,797	0,736	0,677	0,622	0,571	0,525	0,483	0,448

Für die Berechnung von Flachspulen macht man von der Tatsache Gebrauch, daß die Selbstinduktion praktisch ungeändert bleibt, wenn l und h bei ungeändertem r miteinander vertauscht werden.

Die Formel (16) ist auch anwendbar für Stufenwickelung sowie für Honigwabenspulen und ähnlich gewickelte Spulen. Die Genauigkeit beträgt einige Prozent.

Coursey, Proc. Phys. Soc. **31**, 155, 1919. Vgl. auch Grover, Sci. Pap. Bur. Stand. **18**, 451, 1923; Wheeler, Proc. Inst. Rad. Eng. **16**, 1398, 1928; **17**, 580, 1929.

c) Kombination von Spulen. Bei Reihenschaltung zweier Spulen addieren sich Blindwiderstände und Wirkwiderstände einzeln, also

$$L = L_1 + L_2 \tag{17}$$

$$r = r_1 + r_2, \tag{18}$$

sofern die Spulen sich magnetisch nicht beeinflussen. Ist dies der Fall, so gilt, wenn M den Koeffizienten ihrer Gegeninduktion bedeutet,

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M. \tag{19}$$

Für den Wirkwiderstand gilt angenähert Gl. (18), solange $M \ll L_1$ und L_2 oder die Frequenz hinreichend niedrig ist.

Bei Parallelschaltung addieren sich Blind- und Wirkleitwerte einzeln, wenn keine Beeinflussung vorhanden:

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \tag{20}$$

$$r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}. \tag{21}$$

Für Beeinflussung vom Betrage M gilt

$$L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \pm 2M}. \tag{22}$$

Für den Wirkwiderstand gilt näherungsweise Gl. (21) unter den gleichen Bedingungen wie oben.

C. Ausführungsformen

a) **Spulen festen Wertes.** α) Selbstinduktionsnormale. Als solche dienen meist mehrlagige, auf Marmor oder Porzellan gewickelte Spulen. Der Marmor wird im Vakuum mit geschmolzenem, auf etwa 160° erwärmtem Paraffin getränkt. Auch gut getrocknetes, mit Paraffin getränktes Mahagoniholz hat sich bewährt. Die Wicklungskerne werden so bemessen, daß für die gewünschte Induktivität bei quadratischem Wicklungsquerschnitt und bei gegebener Dicke des Wicklungsdrahtes die Drahtlänge, also der Widerstand, ein Minimum wird (S. 205). Zur Vermeidung von Wirbelströmen sind die Anschlußklemmen möglichst klein zu halten und dicht nebeneinander an einer Stelle tunlichst geringer Feldstärke anzuordnen. Eisengehalt des Wicklungskernes, z. B. des früher hierzu verwandten Serpentins, bedingt Abhängigkeit des Selbstinduktionskoeffizienten von der Stromstärke (S. 148). Um die Hautwirkung zu vermindern, wickelt man die Spulen aus Litzen, die aus dünnen, isolierten, miteinander verdrillten Drähten hergestellt sind, doch läßt sich die Widerstandserhöhung durch Hautwirkung meist nicht restlos vermeiden. Der geringe Restbetrag ist bei niedrigen Frequenzen (bis etwa 5000 Hz) proportional dem Quadrat der Frequenz; doch sind Abweichungen von diesem Verhalten (offenbar infolge von Lötstellen oder Aderbrüchen in der Litze) nicht selten.

Bei Hochfrequenzströmen können Litzenspulen eine größere Widerstandserhöhung zeigen als Massivdrahtspulen von gleicher Form und demselben Gleichstromwiderstand.

Zur Konstruktion und Berechnung vgl. Giebe, Z. Instrkde. **31**, 6, 33, 1911; Brooks, Bur. Stand. J. Res. **7**, 289, 1931.

Über die Widerstandserhöhung durch Hautwirkung vgl. z. B. Dolezalek, Ann. Phys. **12**, 1142, 1903; Lindemann, Verh. D. Phys. Ges. **11**, 682, 1909; **12**, 572, 1910; Jb. drahtl. Tel. **4**, 561, 1911; Esau, Ann. Phys. **34**, 57, 1911; Lindemann u. Hüter, Verh. D. Phys. Ges. **15**, 219, 1913; Rogowski, Arch. Elektrot. **8**, 269, 1919; Morecroft, Proc. Inst. Rad. Eng. **10**, 26, 1922.

Die längs einer Spule verteilte Kapazität wirkt wie ein der Spule parallel geschalteter Kondensator c. Nach S. 152, Gl. (12) wirkt daher die Spule bei Frequenzen, die noch hinreichend weit unterhalb ihrer Eigenfrequenz bleiben, so, als hätte sie die Selbstinduktion $L_\omega = L_0(1 + \omega^2 L_0 c)$ und den Widerstand $R_\omega = R_0' \cdot (1 + 2\omega^2 L_0 c)$, wobei R_0' der durch Hautwirkung dem Gleichstromwiderstand R_0 gegenüber bereits erhöhte Wert ist.

Die Spulenkapazität von handelsüblichen Selbstinduktions-Normalen größeren Wertes zeigt, selbst bei sonst völlig gleichen Stücken, oft erhebliche Größenunterschiede.

Über die Kapazität von Selbstinduktionsspulen vgl. S. 198 u. 212; ferner Lit. bei Wallot, Arch. Elektrot. **10**, 233, 1921. Über die Kapazität dünndrähtiger Spulen hoher Windungszahl vgl. Marx u. Karolus, Phys. Z. **24**, 67, 1923.

Genau berechenbare Normale wickelt man einlagig auf Glas-, Porzellan- oder Marmorzylinder von großem Durchmesser.

Grüneisen u. Giebe, Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **5**, 1, 1921; Curtis, Moon u. Sparks, N. B. S. J. Res. **16**, 1, 1936; **21**, 375, 1938; Jouaust, Picard u. Hérou, Bull. Soc. Franc. El. Juli 1938.

Im Hörfrequenzbereich ist die Selbstinduktion praktisch frequenzunabhängig. Bei Hochfrequenz ziehen sich die Stromfäden nahe der der Spulenachse zugewandten Leiteroberfläche zusammen (Hautwirkung), so daß der wirksame Durchmesser verringert wird, wodurch die Selbstinduktion etwas abnimmt.

Coffin, Bull. Bur. Stand. **2**, 275, 1906. Über Selbstinduktionsnormale für Hochfrequenz, die besonders kapazitätsarm gewickelt sein müssen, s. Giebe u. Alberti, Z. techn. Phys. **6**, 138, 1925.

Die Prüfung von Selbstinduktionsnormalen kann in der PTR. ausgeführt werden.

β) Gebrauchsspulen. Einlagige Zylinderspulen haben, sofern sie nicht auf einen dielektrisch ungünstigen Träger gewickelt sind, den Vorzug geringer Dämpfung; Flachspulen außerdem den größerer Raumersparnis bei fast ebenso geringer Dämpfung. Kleine Werte der Selbstinduktion werden am besten freitragend, aus blankem (für sehr hohe Frequenzen versilbertem) Draht hergestellt. Gute Isolation für Hochspannungsspulen liefert Einbetten in Öl. Bei Hochfrequenz hat auch die Drahtisolation Einfluß auf den Wirkwiderstand; am günstigsten verhält sich Emaillelack, doch wird die Lackschicht leicht beschädigt, wodurch Kurzschlußwindungen entstehen können.

Wagner, Arch. Elektrot. **3**, 105, 1914.

Für größere Selbstinduktionswerte benutzt man mehrlagige Spulen kapazitätsarmer Wicklung (Honigwabenspule, Stufenwicklung). Spulen mit Hochfrequenzeisenkern sind zwar dämpfungsarm, aber für höhere Genauigkeitsansprüche nicht hinreichend unabhängig von der Stromstärke.

Über eine Vergleichung der Eigenschaften von Spulen verschiedener Wicklung s. Ettenreich, Jb. drahtl. Tel. **19**, 308, 1922.

γ) Drosselspulen sind Leiter, deren Selbstinduktion groß ist gegen ihren Ohmschen Widerstand, so daß der Scheinwiderstand hinreichend groß wird, um den Wechselstrom nicht merklich durchzulassen. Sie dienen z. B. dazu, ein Gleichstromnetz gegen Wechselspannungen zu schützen, die etwa durch Resonanz zum Durchschlagen von Isolationen führen könnten, sowie zur Herstellung von Phasenverschiebungen (S. 168). Auch die z. B. beim Ein- und Ausschalten eines Stroms entstehenden Wanderwellen (S. 173) werden von Drosselspulen zurückgehalten.

Drosselspulen für Nieder- und Mittelfrequenz werden meist mit geschlossenem (lamelliertem) Eisenkern ausgeführt. Durch einen Luftspalt im Eisenkern läßt sich die Drosselwirkung beeinflussen.

Turner, Proc. Inst. Rad. Eng. **17**, 1822, 1929; Hermanspann, Jb. drahtl. Tel. **33**, 81, 1929; Scott, Proc. Inst. Rad. Eng. **18**, 1750, 1930; Emde, E. u. M. **48**, 521, 1930.

b) Spulensätze, Variatoren (Variometer). Erstere können, wie Gewichtssätze, aus einzelnen Stücken bestehen oder aus (eisenfreien) Spulen, die nach Art der Rheostaten durch Stöpselung geschaltet werden. Doch ist gegenseitige Beeinflussung kaum zu vermeiden. Zweckmäßig ist ein mehrere Dekaden umfassender ($\sim 10\,\mu$H bis ~ 10 mH) Satz von Toroidspulen mit ferromagnetischem Kern (Permalloy, besser Perminvar, da dann die Stromabhängigkeit geringer ist).

Shackelton, J. Inst. E. E. **46**, 159, 1927.

Bei den Teilwerten unterteilter Selbstinduktionsnormale bereitet die Definition der Spulenkapazität Schwierigkeiten, weshalb diese bei höheren Frequenzen nur bedingt brauchbar sind. Bequemer, auch deswegen, weil der Widerstand konstant bleibt, ist ein Paar konzentrischer Spulen, die meßbar gegeneinander verschoben oder gedreht werden können. Erstere Ausführung (Schlittenvariometer) hat meist eine gekrümmte Eichkurve; bei Drehspulvariometern ist diese oft innerhalb eines großen Teiles der Skala praktisch linear. Dadurch, daß die Wicklungen aus mehreren Abteilungen bestehen, die man gleich- oder entgegenschaltet, entsteht ein System mit Selbstinduktionskoeffizienten von weitem Bereich, z. B. zwischen $L = 0{,}4$ mH und 120 mH. Doch wird bei kleineren Selbstinduktionswerten oft der Widerstand relativ groß. Flachspulvariometer in gegensinniger Schaltung gehen bis zu bemerkenswert kleinen Selbstinduktionswerten herunter, haben also großen relativen Variationsbereich.

Brillouin, C. R. **93**, 1010, 1881; Ayrton u. Perry, Elecn. **34**, 546, 1895; Wien, Wied. Ann. **57**, 249, 1896; Hausrath, Z. Instrkde. **27**, 302, 1907. Über einen astasierten Variator der Selbstinduktion mit gleichmäßiger Skala: Brooks u. Weaver, Bull. Bur. Stand. **13**, 569, 1917.

D. Messung von Selbstinduktionen

Eine Selbstinduktion ist infolge des stets vorhandenen Drahtwiderstandes und aus anderen Gründen kein reiner Blindwiderstand. Der Wirkwiderstand wächst mit wachsender Frequenz.

Banneitz, Taschenbuch d. drahtlosen Telegraphie u. Telephonie. Berlin 1927, S. 353ff. Dort auch Literatur.

a) Allgemeines. Über Gesichtspunkte für den Aufbau der Meßanordnungen vgl. S. 190: Technik der Messung mit Wechselstrombrücken. Ferner ist folgendes zu beachten: Selbstinduktion und Kapazität der Zuleitungen sind gegebenenfalls als Berichtigung zu berücksichtigen. Sind mehrere Spulen in der Anordnung, so ist ihre Gegeninduktion entweder durch großen Abstand oder geeignete Lage unschädlich zu machen. Ist die gegenseitige Beeinflussung, die durch Kommutieren erkannt wird, klein gegen die Meßgrößen, so können die Ergebnisse gemittelt werden.

Die Widerstände sollen möglichst kapazitäts- und induktionsfrei (S. 225) sein.

Lange, unifilare, geradlinig oder kreisförmig ausgespannte Schleifdrähte sind ihrer Selbstinduktion wegen zu vermeiden. Man benutzt einen ganz kurzen (z. B. 2 cm langen) Schleifdraht, nur zur Feineinstellung, und als Zusatzwiderstände (S. 51) ausgespannte Bifilardrähte, deren Länge durch Klemmen verändert werden kann. Haben die bifilaren Zusatzwiderstände gleiche Drahtstärke und gleichen Abstand, also, auf die Längeneinheit gerechnet, gleichen Widerstand und gleiche Selbstinduktion und demnach für beliebige Längen gleiche Zeitkonstante, so entstehen bei beliebigen Brückenverhältnissen, auch für hohe

Frequenzen, keine Fehler durch die Selbstinduktion der Bifilardrähte. Vgl. S. 188, Formel (41); $\varphi_3 - \varphi_4$ wird $= 0$.

Giebe, Ann. Phys. **24**, 941, 1907.

Für Präzisionsmessungen an Spulen höheren Betrages sind Abschirmungen zu verwenden, in denen etwaige Wirbelstrombildung durch geeignete Unterteilung (kamm- oder mäanderförmig) verhindert ist. Der Indikator erhält zwei Hüllen, von denen die äußere mit dem geerdeten, die innere mit demjenigen benachbarten Brückeneckpunkt verbunden wird, der von dem geerdeten durch den kleineren Widerstand getrennt ist. Bei dieser Anordnung beeinflusst die Kapazität zwischen den Hüllen die Brückeneinstellung nicht merklich.

Giebe, Z. Instrkde. **31**, 6, 33, 1911; Grüneisen u. Giebe, Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **5**, 1, 1921; Wilmotte, Phil. Mag. **6**, 788, 1928.
Über magnetische Abschirmung vgl. Marchant u. Miller, Proc. Roy. Soc. London **111**, 604, 1926; Ollendorf, ENT **6**, 479, 1929; Loos, Jb. drahtl. Tel. **36**, 13, 1930; Kaden, Hochfrequenztechn. **40**, 92, 1932.

b) Absolute Messung (Zurückführung einer Selbstinduktion auf andere physikalische Größen). α) Durch Messung des Scheinwiderstandes. Ein Leiter vom Ohmschen Widerstande R und der Selbstinduktion L zeigt einem Sinusstrome von der Frequenz ν (Kreisfrequenz $2\pi\nu = \omega$) gegenüber den Scheinwiderstand $S = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ (S. 147). Die Messung von R und S durch Strom- und Spannungsbestimmung bei Gleich- und Wechselstrom ergibt mithin

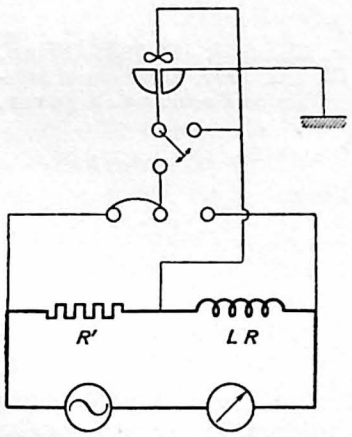


Abb. 126.
Selbstinduktionsbestimmung durch Scheinwiderstandsmessung

$$L = \frac{\sqrt{S^2 - R^2}}{\omega}. \tag{23}$$

Statt R kann man auch $\varphi = \text{arc tg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ nach S. 147 u. 153 messen.

Die Scheinwiderstandsbestimmung kann auch nach der Abzweigungsmethode ausgeführt werden. Ein Leiter vom Widerstand R und der Induktivität L wird mit einem induktionslosen Widerstande R' in den Kreis eines Sinusstromes von der Frequenz ν geschaltet (Abb. 126). Man legt ein Elektrometer in Doppelschaltung (S. 131) oder ein Dynamometer von verschwindender Selbstinduktion bzw. mit vorgeschaltetem großem Widerstande oder endlich ein Hitzdrahtgalvanometer zuerst an die Enden von R, dann an die von R' und mißt die mittleren Quadrate V und V' der Klemmspannungen oder der Zweigströme; dann ist

$$V : V' = (R^2 + \omega^2 L^2) : R'^2. \tag{24}$$

Joubert, C. R. **91**, 161, 1880.

Wird V' durch geeignete Wahl von R' gleich V gemacht, so ist

$$L = \frac{\sqrt{R'^2 - R^2}}{\omega}. \tag{25}$$

Mit einem in den Hauptstrom eingeschalteten Wechselstrommesser hält man die Stromstärke konstant. Die Methode verlangt niedere Frequenzen, wo Hautwirkung nicht auftritt.

Ist der Strom nicht sinusförmig, so ist die rechte Seite von Gl. (25) mit einem Faktor F zu multiplizieren, der sich aus den Effektivwerten i_1, i_3, i_5 ... der 1., 3., 5. ... Oberfrequenz nach der Formel zusammensetzt:

$$F = \sqrt{\frac{i_1^2 + i_3^2 + i_5^2 + \cdots}{i_1^2 + (3i_3)^2 + (5i_5)^2 + \cdots}}. \tag{26}$$

Vgl. hierüber und über Schaltungen für sehr genaue Messung Rosa u. Grover, Bull. Bur. Stand. **1**, 125, 1905.

Ist (bei höheren Frequenzen) auch der Wirkwiderstand zu ermitteln, so ist außer der Wechselstrom- und Spannungsmessung auch die Leistungsmessung erforderlich. Man erhält dann für den Wirkwiderstand

$$R_\omega = \frac{N}{i^2_{\text{eff}}}. \tag{27}$$

Bei Hochfrequenz kann die Methode angewendet werden, wenn der Wirkwiderstand gegen den Scheinwiderstand vernachlässigt werden kann. Der Kreis aus Spule || Spannungsmesser, Strommesser und Stromquelle wird dann zweckmäßig durch einen eingeschalteten veränderbaren Kondensator auf die Erregerfrequenz abgestimmt, die mit einem lose angekoppelten Wellenmesser ermittelt wird.

β) In der Gleichstrombrücke. Die zu messende Selbstinduktion L sei im Brückenzweige 1 enthalten (Abb. 127); g ist ein ballistisches Galvanometer vom Widerstand g. Die übrigen Zweige seien induktions- und kapazitätsfrei. Die Widerstände werden so abgeglichen, daß in g kein Strom fließt, also daß $r_1/r_2 = r_3/r_4$ ist. Der Hauptstrom J wird unterbrochen; durch den dabei in L entstehenden Induktionsstoß mache das Galvanometer den Ausschlag s. Sein Dämpfungsverhältnis sei k; $\Lambda = \ln k$. Wir bezeichnen, wenn $R_i = (r_1 + r_2)(r_3 + r_4)/\Sigma r$ der Widerstand der abgeglichenen Brücke zwischen den Indikatorklemmen ist:

$$w = \frac{R_i + g}{r_4} \cdot \Sigma r. \tag{28}$$

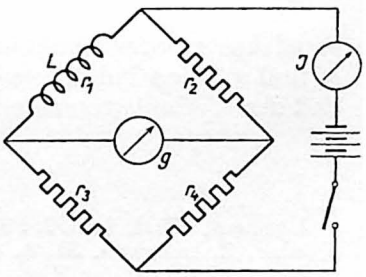


Abb. 127.
Selbstinduktionsbestimmung in der Brücke mit ballistischem Galvanometer

Dann ist die Selbstinduktion L des Leiters 1

$$L = w \frac{\mathfrak{B}\, s}{J} k^{\frac{1}{2\pi} \cdot \operatorname{arc\,tg} \frac{2\pi}{\Lambda}}. \tag{29}$$

$\mathfrak{B}$ bedeutet den ballistischen Reduktionsfaktor des Galvanometers (S. 84).

Dorn, Wied. Ann. **17**, 773, 1882.

Anstatt den Stammstrom J zu messen, kann man einfacher an g selbst den Ausschlag s' bei Dauerstrom beobachten, nachdem man einen kleinen Widerstand r in den Zweig r_1 zugeschaltet hat. Dann ist, wenn τ die Schwingungsdauer des Galvanometers bedeutet,

$$L = r \cdot \frac{\tau}{2\pi} \cdot \frac{s}{s'} \cdot k^{\frac{1}{2\pi} \cdot \operatorname{arc\,tg} \frac{2\pi}{\Lambda}}. \tag{30}$$

Zeleny, Phys. Rev. **24**, 257, 1907.

Diese und andere Methoden (S. 184b) werden genauer durch Beobachtung mit periodisch rasch unterbrochenem Strom. Mittels eines periodischen Kontakts (Disjunktor) wird bewirkt, daß nur die Öffnungs- oder die Schließungsströme durch das Galvanometer gehen.

Himstedt, Ann. Phys. **22**, 276, 1884.

γ) In der Wechselstrombrücke. Die Schaltung ist die gleiche wie bei der Vergleichung zweier Selbstinduktionen (Abb. 128), nur, daß einer der Induktivitäten (L_2) ein Widerstand r parallel geschaltet ist. Der Strom in der Brückendiagonale verschwindet, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

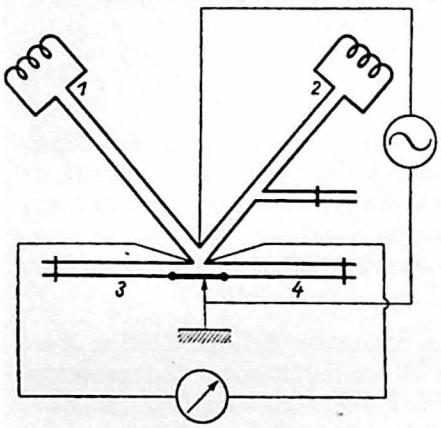


Abb. 128. Giebesche Bifilarbrücke

$$\omega^2 L_1 L_2 = r_1 \cdot (r + r_2) - r r_2 \cdot \frac{r_3}{r_4} \quad (31)$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{r \cdot r_3 - r_1 r_4}{r \cdot r_4 + r_2 r_4}. \quad (32)$$

Aus den Widerständen und der Frequenz des Wechselstromes sind die Absolutwerte von L_1 und L_2 berechenbar.

Wien, Wied. Ann. **58**, 553, 1896; Dolezalek, Ann. Phys. **12**, 1142, 1903.

c) Relative Messung (Vergleichung zweier Selbstinduktionen). α) In der Wechselstrombrücke (Maxwell). In den Zweigen 1 und 2 der Brücke (Abb. 128, Bifilarbrücke) mögen sich, hinreichend weit voneinander aufgestellt, die Leiter mit den Selbstinduktionen L_1 und L_2 nebst Widerstandskasten oder Drahtwiderständen befinden (Gesamtwiderstände r_1 und r_2); r_3 und r_4 seien induktionsfrei. Die Widerstände werden derartig abgeglichen, daß der Wechselstromzeiger ruhig bleibt. Dann ist

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}. \quad (33/34)$$

Lorenz, Wied. Ann. **7**, 167, 1879; Wien, Wied. Ann. **44**, 689, 1891; **53**, 928, 1894; Giebe, Z. Instrkde. **31**, 6, 33, 1911; hier auch Näheres über Messung des Wirkwiderstandes und der Kapazität von Spulen in der Brücke.

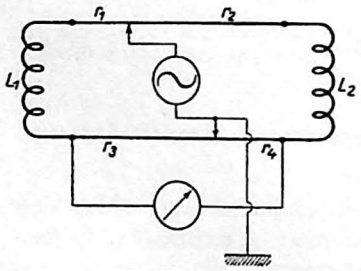


Abb. 129. Selbstinduktionsvergleichung mit Schleifdrähten

Für weniger genaue Messungen an großen Spulen genügt ein gewöhnlicher Schleifdraht, der zweckmäßig durch passende Widerstände beiderseitig verlängert werden kann (Abb. 129). Der Gleitdraht $r_1 r_2$ dient zur Widerstandsabgleichung und ist daher zweckmäßig aus dünnem Widerstandsdraht herzustellen; nötigenfalls ist noch einseitig Widerstand zuzuschalten. Die Spulenwiderstände sind zu r_1 bzw. r_2 zu addieren.

Über technische Brückenkonstruktionen nach diesem Verfahren für Messungen geringer Genauigkeit (etwa 1%) vgl. Dolezalek, Z. Instrkde. **23**, 240, 1903.

β) Mit dem Differentialtransformator. Meßverfahren und Schaltungsschema sind prinzipiell die gleichen wie für Kapazitäten (vgl. S. 194, ferner

Abb. 122), nur sind die Kapazitäten C_1 und C_2 durch die zu vergleichenden Selbstinduktionen, von denen eine veränderbar sei, der Induktionsvariator im Hauptkreis durch einen passenden Kapazitätsvariator zu ersetzen. Für Stromlosigkeit gilt

$$L_1 = L_2. \tag{35}$$

Die auf S. 194 gegebenen Hinweise für die Ausführung der Messung sind sinngemäß abgewandelt auch hier anzuwenden. Vgl. auch S. 223.

Macht man Messungen bei verschiedenen Frequenzen, darunter einer tiefen (50 Hz), oder kennt man die Gleichstromwiderstände der Spulen, so läßt sich aus der Änderung des Verhältnisses R_1/R_2 die wirksame Widerstandserhöhung der einen Spule ermitteln, wenn die der anderen bekannt ist. Bei Hochfrequenz treten infolge der Streukapazitäten und Gegeninduktionen der Anordnung Fehlerquellen auf.

Hund, Hochfrequenzmeßtechnik, 2. Aufl. Berlin 1928, S. 122.

d) Vergleichung einer Selbstinduktion mit einer Kapazität. Derartige Messungen nehmen eine Zwitterstellung zwischen absoluten und relativen Messungen ein, da einerseits Blindwiderstände miteinander verglichen werden, andererseits diese aber nicht von gleichen Dimensionen sind (S. 186, Abschn. c). Zu beachten ist, daß alle Größen in demselben, zweckmäßig im praktischen elektromagnetischen Maßsystem auszudrücken sind.

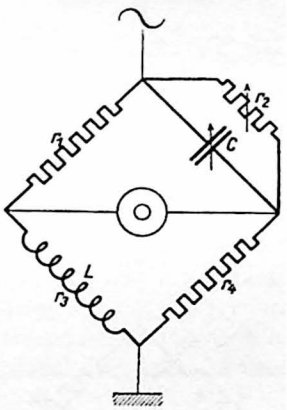


Abb. 130. Maxwell-Brücke

α) Nach Maxwell. Der Zweig 3 (Abb. 130) enthalte die Selbstinduktion L; r_1, r_2, r_4 sind induktionslose Widerstände; zu r_2 wird ein Kondensator von der Kapazität C parallel geschaltet, d. h. die Enden von r_2 werden durch kurze Drähte mit den beiden Belegungen verbunden. Bleibt der Wechselstromanzeiger ruhig, so ist (S. 153 u. 188)

$$\frac{L}{C} = r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3. \tag{36/37}$$

Die Bedingungen lassen sich mit regelbarem r_2 oder r_3 und C unabhängig voneinander erfüllen.

Vgl. auch Meyer, ENT **1**, 29, 1924.

Über eine handliche Meßbrücke zur Bestimmung von Induktivitäten nach dieser Methode vgl. Zickner, Arch. Elektrot. **19**, 49, 1927.

Da L/C meist groß ist, haben auch r_1, r_2, r_4 hohe Beträge, deren verteilte Kapazitäten sich wie parallel geschaltete Kondensatoren (S. 152) bei genauen Messungen störend bemerkbar machen. Die hieraus und aus Induktivitäten entstehenden Fehler werden durch eine zweite Brückeneinstellung ausgeschaltet, bei der L durch einen Bifilardraht vom Widerstand r_3 und der kleinen berechenbaren Selbstinduktion l, C durch die kleine Kapazität c ersetzt wird. Dann gilt

$$\frac{(L-l)}{(C-c)} = r_1 r_4. \tag{38}$$

Da sowohl das Verhältnis zwischen Selbstinduktion und Kapazität wie auch der absolute Wert der Kapazität (S. 185, γ und δ) sehr genau bestimmbar sind, gilt dies auch für die aus beiden abgeleitete Selbstinduktion.

Grüneisen u. Giebe, Ann. Phys. **63**, 179, 1920 u. Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **5**, 1, 1921.

β) Nach Anderson (Abb. 131). Man stellt mittels Gleichstrom die Bedingung her

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}. \tag{39}$$

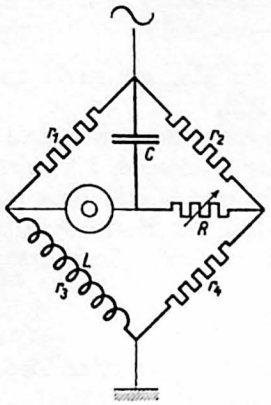


Abb. 131. Anderson-Brücke

Der Widerstand R wird so geregelt, daß die Stromlosigkeit auch bei Wechselstrom besteht; dann gilt

$$\frac{L}{C} = r_2 r_3 + R(r_1 + r_3). \tag{40}$$

Vorzug der Methode: Auch bei festem C sind beide Nullbedingungen voneinander unabhängig.

Anderson, Phil. Mag. **31**, 329, 1891.

γ) Resonanzbrückenmethode (Abb. 132). Steht ein Sinuswechselstrom von bekannter und sehr konstanter Frequenz zur Verfügung, z. B. ein geeichter Röhrensender, so ist folgendes Verfahren bequem: Die Selbstinduktion L vom Widerstande r_1 wird in Reihe mit einem regelbaren Kondensator C in Zweig 1 geschaltet; r_2, r_3, r_4 sind induktionsfreie Widerstände. Der Brückenstrom verschwindet, wenn

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4} \tag{41}$$

und

$$CL = \frac{1}{\omega^2}. \tag{42}$$

Man wählt passend $r_3 = r_4$ und regelt r_2 und C oder r_2 und ω.

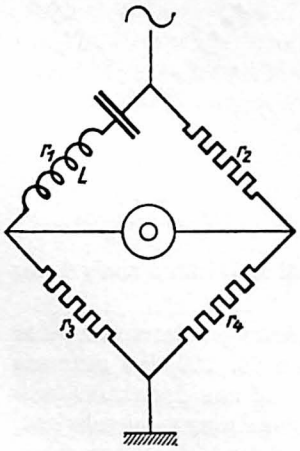


Abb. 132. Resonanzbrücke

Die Methode ist bis zu sehr hohen Frequenzen (z. B. 10^6 Hz) brauchbar und eignet sich besonders gut zur Messung des Wirkwiderstandes (S. 147, Abschn. b) von Selbstinduktionsspulen in weitem Frequenzbereich. Auch zur Frequenzmessung wird die Schaltung gebraucht.

Grüneisen u. Giebe, Z. Instrkde. **30**, 147, 1910; **31**, 152, 1911; Giebe u. Goens, ebd. **45**, 187, 1925.

δ) Im Schwingungskreis. Man verbindet C und L zu einem Schwingungskreis, stellt mit dem Erregerkreis Resonanz her und bestimmt die Schwingungsdauer τ mit dem Wellenmesser. Dann läßt sich L nach der Formel $\tau = 2\pi\sqrt{CL}$ aus C oder C aus L berechnen.

Bei Hochfrequenz sind die Spulenkapazität sowie die Selbstinduktion des Kondensators häufig nicht gegen C bzw. L zu vernachlässigen, also als Berichtigungen anzubringen. Zur Vermeidung kapazitiver und induktiver Beeinflussung (Wirbelströme) müssen Spule und Kondensator hinreichend weit voneinander entfernt sein; 0,5 m wird in der Regel ausreichen. Eine Doppelleitung oder besser eine konzentrische Rohrleitung, deren Eigenschaften im Zusammenhang mit denen der Spule festzulegen sind, liefert die Verbindung.

Genaue Messungen (etwa $1 \cdot 10^{-4}$) erfordern Abschirmung von Spulen und Kondensatoren.

Giebe u. Alberti, Z. techn. Phys. **6**, 92, 1925.

Die Methode läßt sich einfach in ein relatives Meßverfahren überführen.

Man verbindet nacheinander jede der beiden Selbstinduktionen L_x und L_N mit demselben Drehkondensator zu einem Schwingungskreis und stellt mit dem Kondensator jedesmal dieselbe Frequenz her. Dann verhalten sich die Selbstinduktionen umgekehrt wie die zugehörigen Kapazitäten.

Sind L_x und L_N stark voneinander verschieden, so lassen sich die auf S. 196, γ bis ε beschriebenen Verfahren, sinngemäß abgeändert, anwenden. Zu beachten ist, daß gegenseitige Beeinflussung der Spulen vermieden wird.

Harris, Proc. Inst. Rad. Eng. **17**, 516, 1929; Oliphant, J. sci. instr. **9**, 121, 1932.

Bei einem auf diesem Verfahren beruhenden technischen Hochfrequenzmeßgerät für Selbstinduktionen zwischen 3 mH und 0,5 μH (2 Meßbereiche) wird die Spule zu einem geeichten Drehkondensator parallel geschaltet und bildet so den Schwingungskreis eines quarzgesteuerten Röhrengenerators. Mit Hilfe mehrerer Kristalle verschiedener Eigenfrequenzen läßt sich auch die Spulenkapazität ermitteln.

Jaumann, ETZ **52**, 985, 1931.

e) Messung kleiner Selbstinduktionen ($< \sim 10\,\mu$H). Von den bereits angegebenen Methoden sind diejenigen brauchbar, bei denen die Abgleichung mit einer stetig regelbaren Kapazität erfolgen kann, weil sie keine Induktivitätsnormale erfordern und die Zuleitungsinduktivität durch Differenzmessungen auszuschalten gestatten. Es sind dies das Verfahren nach Maxwell (S. 213, Lit. siehe dort), das insbesondere in der Abänderung von Grüneisen und Giebe gute Ergebnisse liefert, ferner das von Anderson (S. 214) sowie die Resonanzbrücke (S. 214).

Schwierigkeiten entstehen dadurch, daß die Gegeninduktion zwischen der Spule und ihrer Zuleitung nicht mehr zu vernachlässigen ist. Die Ergebnisse beziehen sich daher auf eine bestimmte Lage der Zuleitungen. Bei Differenzmessungen ist gegebenenfalls die Selbstinduktion des Kurzschlusses zu berücksichtigen. Auch die bei Tonfrequenzen meist niedrige Zeitkonstante kleiner Selbstinduktionen stört z. B. bei Brückenmessungen dadurch, daß die Phaseneinstellung unempfindlich wird. Die Methoden erfordern daher höhere Tonfrequenzen oder Hochfrequenz.

Über ein handliches Meßgerät in Brückenschaltung vgl. Campbell, Proc. Phys. Soc. **39**, 145, 1927.

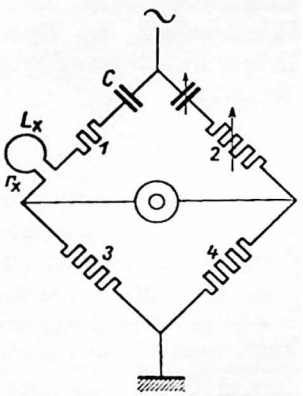


Abb. 133. Brückenschaltung zur Bestimmung kleiner Selbstinduktionen

α) In der Bifilarbrücke. Die Spule L_x, r_x wird in den Zweig 4 der Schaltung Abb. 128 gelegt. Hierbei sei $L_x \ll L_1$ und L_2, $r_x \ll r_4$. Nach Abgleichung der Brücke wird L_1 kurzgeschlossen und das Gleichgewicht durch Ändern des Widerstandes r_2 um den Betrag Δr_2 wieder hergestellt. Dann gilt

$$L_x = \frac{r_3 \Delta r_2}{\omega^2 L_1}. \qquad (43)$$

Giebe, Ann. Phys. **24**, 941, 1907.

β) In der Kapazitätsbrücke. In einer gleicharmigen Kapazitätsbrücke, die zunächst abzugleichen ist, wird die Spule L_x mit dem festen Kondensator

in Zweig 1 in Reihe gelegt (Abb. 133). Dadurch tritt in Zweig 2 eine Einstellungsänderung ΔC bzw. Δr auf. Dann gilt, wenn C und ω so gewählt werden, daß $\Delta C \ll C$ bleibt,

$$L_x = \frac{\Delta C}{\omega^2 C^2} \tag{44}$$

$$r_x = \Delta r. \tag{45}$$

Die Frequenz muß zwar hoch liegen, aber noch weit unterhalb der Eigenfrequenz des Zweiges 1 bleiben.

Starr, J. sci. instr. **10**, 361, 1933.

γ) Mit Hochfrequenz. Wie für kleine Kapazitäten, so kann man auch für kleine Selbstinduktionen die Hochfrequenzmethoden (S. 195) zur Messung verwenden. Die Spule L_x wird (in Reihe) in den einen zweier miteinander interferierender Schwingungskreise gelegt. Man verfährt wie S. 197. Durch Kurzschließen der Spule ändert sich die Schwebungsfrequenz. Die Änderung dient zur Berechnung von L_x (aus den Daten des Kreises C oder L) oder sie wird durch eine Kondensatordrehung rückgängig gemacht. Die eingestellte Kapazitätsdifferenz ΔC ergibt

$$L_x = L \frac{\Delta C}{C}. \tag{46}$$

Man kann den zweiten Kreis samt Indikator für geringere Genauigkeitsansprüche auch durch einen Resonanzanzeiger (aperiodischen Kreis, Röhrengalvanometer) ersetzen.

Für sehr kleine Selbstinduktionen brauchbar ist auch die Abgleichung mit Hilfe eines Induktionsvariators in Form eines in einem Metallrohr gerade ausgespannten Drahtes mit meßbar verschiebbarem Kontakt, wobei das Rohr als Rückleitung dient.

Fortescue, J. sci. instr. **10**, 301, 1933.

δ) Selbstinduktion von Kondensatoren. Man schließt den Kondensator durch eine kleine berechenbare Selbstinduktion L_1 (Drahtkreis) und mißt die Eigenwelle λ_1 des Systems. Ein zweiter Drahtkreis anderen Durchmessers L_2 liefere die Eigenwelle λ_2. Dann ergibt sich für die Selbstinduktion L_c des Kondensators

$$L_c = \frac{\lambda_2^2 L_1 - \lambda_1^2 L_2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}. \tag{47}$$

Die Auswertung kann auch graphisch erfolgen. Kenntnis der Kapazität des Kondensators ist nicht erforderlich. Bei Kenntnis der Kapazität erhält man jedoch durch Berechnung aus C und L_1, λ_1 oder L_2, λ_2 eine höhere Genauigkeit.

Ähnliche Methoden bei Ward, J. sci. instr. **13**, 251, 1936.

Weitere Verfahren zur Messung kleiner Selbstinduktionen s. Campbell, Proc. Phys. Soc. **50**, 655, 1938.

f) Messung großer Selbstinduktionen ($> \sim 1$ H). Geeignet sind einige der unter b und c besprochenen Methoden, z. B. die unter α (S. 210) und β (S. 211) angeführten, ferner vgl. Absatz α und β (S. 212). Schwierigkeiten entstehen insbesondere durch den relativ starken Einfluß der Spulenkapazität, genauere Messungen sind daher nur bei wirbelstromfreier Abschirmung (S. 210) der Spule möglich. Auch Resonanzmethoden (S. 214) können brauchbar sein. Sofern es

sich um Spulen mit Eisenkern handelt, ist zu beachten, daß die Selbstinduktion von der Stromstärke abhängt und nur im Zusammenhang mit dieser definiert ist.

Bei Messungen in der Wechselstrombrücke benutzt man zweckmäßig eine der folgenden Abwandlungen.

α) Nach Hay. Die Schaltung unterscheidet sich von der Brücke nach Maxwell (Abb. 130) nur durch Reihenschaltung von C und r_2 an Stelle von Parallelschaltung. Dies hat bei Eisenspulen den Vorzug, daß die Spule durch einen außerhalb der Brücke direkt meßbaren Gleichstrom vormagnetisiert werden kann. Der Indikator ist in diesem Falle durch einen Vorschaltkondensator hinreichender Größe zu blockieren.

Setzt man $\omega C r_2 = \operatorname{tg} \delta_2$, so ergeben sich die Gleichgewichtsbedingungen

$$\frac{L}{C} = \frac{r_1 r_4}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_2} \tag{48}$$

$$r_2 r_3 = r_1 r_4 \frac{\operatorname{tg}^2 \delta_2}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_2} . \tag{49}$$

Da die Brücke frequenzabhängig ist, so benutzt man als Indikator mit Vorteil ein Vibrationsgalvanometer, weil ein solches auf die Oberfrequenzen nicht anspricht.

Hay, El. Rev. **67**, 965, 1910; Landon, Proc. Inst. Rad. Eng. **16**, 1771, 1928; Hartshorn, J. sci. instr. **6**, 113, 1929.

β) Nach Schering. Die Schaltung (Abb. 134) ist gegenüber der Maxwellbrücke (Abb. 130) insofern abgewandelt, als die Phasenbedingung nicht durch einen dem Kondensator parallel liegenden Widerstand, sondern durch einen Kondensator erfüllt wird, der einem der Widerstände parallel geschaltet ist. Bezeichnet man den Verlustwinkel der Spule, analog der bei Kondensatoren gebräuchlichen Bezeichnungsweise, mit $\operatorname{tg} \zeta = r_3/\omega L$, so lauten die Gleichgewichtsbedingungen

$$\frac{L}{C} = \frac{r_1 r_4}{1 + \operatorname{tg}^2 \zeta} \tag{50}$$

$$\operatorname{tg} \zeta = \omega C_4 r_4 . \tag{51}$$

Die Brücke kann zur schnellen und bequemen Messung von Pupinspulen dienen. Da bei solchen Spulen für 800 Hz $\operatorname{tg} \zeta$ etwa von der Größenordnung 10^{-2}, $\operatorname{tg}^2 \zeta$ also gegen 1 zu vernachlässigen ist, so kann man bei passender Wahl der Widerstände erreichen, daß L an C, $\operatorname{tg} \zeta$ an C_4 unmittelbar ablesbar werden.

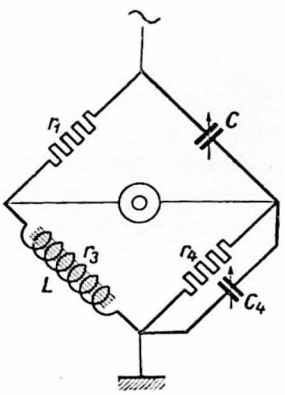


Abb. 134. Brückenschaltung zur Bestimmung großer Selbstinduktionen

Schering, Z. Instrkde. **47**, 285, 1927.

Eine ähnliche Schaltung hat Owen angegeben. Hier ist die Parallelschaltung $r_4 \parallel C_4$ (Abb. 134) durch eine Reihenschaltung $r_4 \rightarrow C_4$ ersetzt. Die Gleichgewichtsbedingungen sind frequenzunabhängig. Auch Messungen unter Gleichstromvorbelastung sind ausführbar. Nach dieser Schaltung werden auch technische Meßinstrumente hergestellt.

Owen, Proc. Phys. Soc. **27**, 39, 1914; Walcher, Helios **44**, 1366, 1938.

γ) Mit dem Dynamometer. Ein eisenloses dynamometrisches Amperemeter wird, bei Verbindung zweier Spulenenden, so geschaltet, daß die eine

Spule mit der zu messenden Eisenspule, die andere mit einem Kondensator in Reihe liegt (Abb. 135). Ein Voltmeter liegt parallel zur Stromquelle. Dann gilt unter der Voraussetzung, daß die Wirkwiderstände gegen die Blindwiderstände zu vernachlässigen sind:

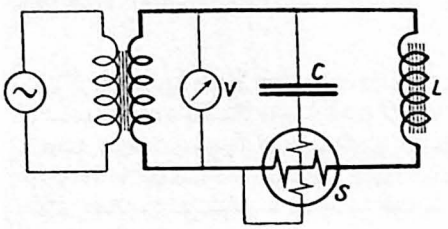


Abb. 135. Selbstinduktionsbestimmung mit dem Dynamometer

$$\frac{L}{C} = k\frac{V^2}{S^2}. \tag{52}$$

V ist die Angabe des Voltmeters, S der Ausschlag des Amperemeters; die Konstante k läßt sich experimentell ermitteln oder aus der Eichung des Instrumentes ableiten. Auch Messungen bei Gleichstrom-Vorbelastung sind ausführbar, wenn in Reihe mit der Eisenspule ein Gleichstrom-Amperemeter und eine Batterie gelegt werden.

Willoughby, Proc. Phys. Soc. **46**, 292, 1934. Eine ähnliche Methode bei Pegler, Proc. Phys. Soc. **47**, 964, 1935.

δ) Mit Watt-, Volt- und Amperemeter. Die Schaltung entspricht der Abb. 136. Zu beachten ist, daß Spannungsmesser und Spannungsspule des Wattmeters stets parallel an derselben Spannung U liegen müssen. Gegebenenfalls ist die Spannungsspule umzupolen. Wegen des Stromes in diesen beiden Zweigen vom Widerstande r_v bzw. r_w ist die abgelesene Leistung N_0 um den Betrag

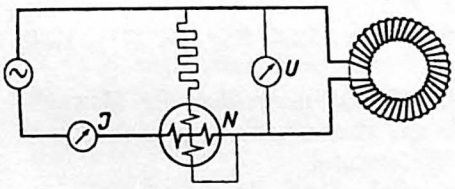


Abb. 136. Selbstinduktionsbestimmung mit Watt-, Volt- und Amperemeter

$$2n_0 = U^2\left(\frac{1}{r_v} + \frac{1}{r_w}\right), \tag{53}$$

der abgelesene Strom J_0 um den Betrag

$$i_0 = \frac{N_0 - n_0}{J_0}\left(\frac{1}{r_v} + \frac{1}{r_w}\right) \tag{54}$$

zu verringern. Sind die berichtigten Werte N und J, so erhält man

$$L = \frac{U}{\omega J}\sqrt{1 - \cos^2\varphi} \tag{55}$$

$$\cos\varphi = \frac{N}{UJ} \tag{56}$$

$$r = \frac{N}{J^2}. \tag{57}$$

Das Verfahren verlangt sinusförmigen Strom. Läßt man das Wattmeter fort, so erhält man den Näherungswert

$$L = \frac{U}{\omega J}, \tag{58}$$

wobei die Stromberichtigung den Wert U/r_v hat und der Wirkwiderstand gegen den Blindwiderstand vernachlässigt wird.

Wright u. Bowditch, Proc. Inst. Rad. Eng. **16**, 373, 1928; Teuchert, ETZ **53**, 103, 1932; Pécheux, Rév. gén. Electr. **18**, 235, 1934. Vgl. auch Martens, Physikalische Grundlagen d. Elektrotechnik. 2. Bd. Braunschweig 1915, S. 118.

Weitere Methoden s. Strigel, Jb. drahtl. Tel. **29**, 10, 1927; Turner, Proc. Inst. Rad. Eng. **16**, 1559, 1928; Dohnal, E. u. M. **48**, 430, 1930; Robertson u. Nickle, Gen. El. Rev. **33**, 464, 1930.

2. Gegeninduktion

A. Allgemeines

a) Definition. Fließt in einer von zwei benachbarten geschlossenen Strombahnen ein Strom, so durchsetzt im allgemeinen ein Teil des mit ihm verketteten Induktionsflusses die zweite Strombahn.

Gegeninduktion zwischen den Strombahnen heißt das Verhältnis des beide Strombahnen (Windungsflächen, S. 202) durchsetzenden gemeinsamen Teilflusses zu dem den Gesamtfluß umschlingenden Strom, also je nachdem die erste oder die zweite Strombahn den Strom führt:

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{i_1} \quad \text{oder} \quad M_{21} = \frac{\Phi_{21}}{i_2}. \tag{1}$$

Die Gegeninduktion hängt nur von den geometrischen Abmessungen der Strombahnen und ihrer Lage zueinander ab und ist daher in einigen geometrisch übersichtlichen Fällen berechenbar. Stets gilt $M_{12} = M_{21} = M$. Bei einer Stromänderung in dem einen Kreise bestimmt der Faktor M die Höhe der in dem anderen Kreise induzierten EMK:

$$-\frac{d\Phi_{12}}{dt} = e = -M\frac{di_1}{dt}. \tag{2}$$

Eine entsprechende Gleichung folgt aus der zweiten Definition. Für ungeschlossene Leiter ist der Begriff der Gegeninduktion nicht festgelegt; doch kann er unter bestimmten Voraussetzungen über den Verlauf der Strombahnen außerhalb dieser Leiter als Rechengröße verwendet werden.

Die Gegeninduktion zwischen zwei Spulen kann, z. B. durch Drehung der einen von beiden, den Wert 0 erreichen und im Gegensatz zur Selbstinduktion negative Werte annehmen. Sie ist bei niedrigen Frequenzen ein praktisch reiner Blindwiderstand.

Infolge der Kapazitäten und Ableitungen (S. 207 u. 324) der Spulen sowie der Spulenwiderstände einer Gegeninduktion ist die Phasenverschiebung zwischen Primärstrom und Sekundärspannung bei höheren Frequenzen um einen kleinen Winkel ζ von 90^0 verschieden. Diesem „Phasenfehler" entspricht ein scheinbarer Wirkwiderstand ϱ (Unreinheit), der durch die Beziehung

$$\varrho = \omega M \operatorname{tg} \zeta \tag{3}$$

bestimmt ist.

b) Einheiten. Die Einheit der Gegeninduktion ist die gleiche wie die der Selbstinduktion, das Henry, vgl. S. 203.

Schrifttum s. S. 175 u. 203; ferner Rosa u. Grover, Bull. Bur. Stand. **8**, 1, 1911.

B. Berechnung

Voraussetzungen wie S. 203.

a) Einfache Drahtfiguren. Zwei koaxiale Kreise in parallelen Ebenen. r sei der kleinere, r' der größere Radius; $x = r' - r$; $y =$ Abstand der Kreisflächen; $d = \sqrt{x^2 + y^2}$.

$$\begin{aligned} M = {} & 4\pi r\left[1 + \frac{1}{2}\frac{x}{r} + \frac{1}{16}\frac{(x^2+3y^2)}{r^2} - \frac{1}{32}\frac{(x^3+3xy^2)}{r^3} + \cdots\right]\ln\left(\frac{8r}{d}\right) \\ & + 4\pi r\left[-2 - \frac{1}{2}\frac{x}{r} + \frac{1}{16}\frac{(3x^2-y^2)}{r^2} - \frac{1}{48}\frac{(x^3-6xy^2)}{r^3} + \cdots\right]. \end{aligned} \tag{4}$$

King, Phys. Rev. **18**, 139, 1921; Grover, Bur. Stand. J. Res. **1**, 487, 1928 (hier auch Lit.); Snow, ebd. **1**, 531, 1928; **3**, 255, 1929.

Für den Fall, daß die Kreise in derselben Ebene liegen, vgl. Esau, Jahrb. drahtl. Tel. **16**, 257, 1920; Russell, J. I. E. E. **67**, 655, 1929.

Über die Gegeninduktion von Rechtecken und Quadraten s. Martens, Ann. Phys. **29**, 959, 1909; Esau, ebd. **61**, 410, 1920; von rechteckigen bzw. quadratischen einlagigen Spulen (Rahmenantennen) Esau, Jb. drahtl. Tel. **14**, 271, 386, 1919; **17**, 342, 1921; Rolf, ebd. **19**, 127, 1922.

b) Spulen. α) Benachbarte koaxiale kurze Spulen lassen sich in erster Annäherung auf einen Ausdruck zurückführen, der aus dem für Einzelkreise durch Multiplikation mit dem Produkte der beiden Windungszahlen entstanden ist.

Über genauere Rechnung z. B. durch Einführung äquivalenter Radien vgl. Lyle, Phil. Mag. **3**, 310, 1902; Nagaoka, Proc. Phys. Soc. **25**, 31, 1912.

Über die Gegeninduktion von mehrlagigen Spulen s. Esau, Jb. drahtl. Tel. **17**, 242, 1921; hier auch Näherungsformeln.

β) Zwei konzentrische koaxiale gleich lange Spulen von n_1 und n_2 Windungen/cm und den Halbmessern r_1 und r_2; es sei $r_1 > r_2$ und beide klein gegen die Länge l. Ohne Endkorrektion würden gelten

$$M = 4\pi^2 n_1 n_2 r_2^2 \cdot l = \frac{A_1 A_2}{l} \cdot \frac{r_2}{r_1}, \tag{5}$$

wobei A_1 und A_2 die Drahtlängen bedeuten. Die Berichtigung wird berücksichtigt, indem man l' von l abzieht:

$$l' = r_1\left[1 - \frac{1}{8}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - \frac{1}{64}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4 - \cdots\right]. \tag{6}$$

Esau, Jb. drahtl. Tel. **17**, 83, 179, 1921; hier auch Flachspulen; Müller, Arch. Elektrot. **17**, 336, 1926.

γ) Parallel übereinandergeschobene lange und kurze Spule. Die gegen ihren Halbmesser r lange (oder ringförmig geschlossene) Spule trage gleichmäßig n Windungen auf ihrer Längeneinheit (reduzierte Windungszahl). Die kurze Spule habe die Gesamtwindungszahl N und die Gesamtwindungsfläche f (S. 202); sie liege entfernt von den Endflächen der anderen.

1. Die kurze Spule liege innen; dann gilt

$$M = 4\pi n f. \tag{7}$$

2. Die kurze Spule liege außen; sie umschließe die innere hinreichend dicht, daß der mit den Spulen verkettete Induktionsfluß für beide Spulen den gleichen Wert hat hat. Dann ist

$$M = 4\pi^2 n r^2 N. \tag{8}$$

Setzt sich die lange Spule aus mehreren (k) gleich dicht gewickelten Lagen von den Halbmessern $r_1 r_2 \ldots r_k$ zusammen, so ist r als geometrischer Mittelwert aus

$$r^2 = \frac{r_1^2 + r_2^2 + \cdots + r_k^2}{k} \tag{9}$$

zu berechnen, wobei dann n für die Summe aller Windungen gilt.

C. Ausführungsformen

Wickelt man eine Spule statt mit einem Draht gleichzeitig mit zwei nebeneinanderliegenden, so erhält man zwei Selbstinduktionen und eine Gegeninduktion, alle gleich groß, außerdem bei Reihenschaltung beider Wicklungen eine Selbstinduktion von vierfachem Betrage; doch kann die große Kapazität beider Wicklungen gegeneinander stören. Als Normale der Gegeninduktion sind solche Spulen deshalb nur für Niederfrequenz geeignet. Besser ordnet man zwei Spulen koaxial übereinander oder nebeneinander an.

Giebe, Z. Instrkde. **31**, 6, 33, 1911.

Ein genau berechenbares Normal einer Gegeninduktion besteht aus zwei einlagigen, auf denselben Marmorzylinder von großem Durchmesser gewickelten und in Reihe geschalteten Drahtwickelungen. Der aus einer der beiden Wickelungen austretende Kraftfluß spaltet sich in zwei Teilflüsse, von denen der eine in die zweite Wicklungshälfte eintritt, während der andere sich um die erste Wicklungshälfte herum unmittelbar schließt. Ähnliches gilt für die andere Hälfte. Infolgedessen wird der gemeinsame Teilfluß von einem ringförmigen, symmetrisch liegenden, durch Kompensation der Teilflüsse nahezu feldfreien Raum umschlossen, in dem die Sekundärwicklung angeordnet ist. Diese ist eine kurze, weite, mehrlagige Spule von mehreren hundert Windungen. Das Berechnungsverfahren stützt sich auf eine Formel von Jones. Der Vorzug dieser Konstruktion besteht darin, daß kleine Fehler in den Maßen des Abstandes zwischen Primär- und Sekundärwicklung oder Verschiebungen von beiden gegeneinander den Betrag der Gegeninduktion sehr wenig beeinflussen.

Jones, Proc. Roy. Soc. London **63**, 192, 1898; Campbell, ebd. London **87**, 391, 1912; Dye, ebd. **101**, 315, 1922; Dye u. Hartshorn, Coll. Res. N. P. L. **21**, 1, 1929; Astbury, Phil. Mag. **25**, 290, 1938.

Mit Selbstinduktionsvariatoren lassen sich auch veränderbare Gegeninduktionen schalten.

Über meßbar zu verändernde Vergleichsnormale der Gegeninduktion s. Campbell, Phil. Mag. **15**, 155, 1908; Proc. Phys. Soc. **21**, 69, 1910.

Die Prüfung von Gegeninduktionsnormalen kann in der PTR. ausgeführt werden.

D. Messung von Gegeninduktionen

a) Allgemeines. Strom im primären und Spannung im sekundären Leiterkreise sind bei niedrigen Frequenzen um praktisch genau 90^0 in der Phase verschoben, ähnlich wie bei einem verlustfreien Kondensator; bei höheren Frequenzen stören verschiedene Einflüsse den obigen Zusammenhang, so daß ein Wirkwiderstandsglied auftritt. Doch liegen diese Verhältnisse im allgemeinen günstiger als bei der Selbstinduktion.

Außer der Eigenkapazität jeder der Spulen kommt für Gegeninduktivitäten noch die Kapazität beider Spulen gegeneinander bei Wechselströmen höherer Frequenz zur Wirkung; Schwierigkeiten entstehen bei den Wechselstrommethoden hauptsächlich durch die letzte. Vgl. auch S. 219.

Dye u. Butterworth, Nat. Phys. Lab. Rep. **82**, 1922; **83**, 1923; Hartshorn, Proc. Phys. Soc. **38**, 302, 1926.

b) Absolute Messung. α) Mit dem ballistischen Galvanometer. Durch den einen Leiter werde der gemessene Strom i geschickt, der andere sei durch ein ballistisches Galvanometer zu einem Kreise vom Widerstande r geschlossen. Unterbrechung oder Schließung des primären Kreises bewirke im sekundären einen Stromstoß, der den Ausschlag s hervorruft; dann ist

$$M = \mathfrak{B} \cdot r \frac{s}{i} k^{\frac{1}{2\pi} \cdot \operatorname{arctg} \frac{2\pi}{\Delta}}. \tag{10}$$

Über die Bedeutung dieser Größen vgl. S. 211.

Mit Hilfe eines Stromunterbrechers im primären Stromkreis, welcher den Strom i in einer Sekunde ν mal unterbricht, wobei aber mittels eines periodischen

Kontakts (Disjunktor, vgl. S. 212) nur die Schließungs- oder die Öffnungsströme in der induzierten Spule zustande kommen, kann man die Bestimmung von M auf dauernde Ausschläge zurückführen.

Die Ablenkung eines Galvanometers im sekundären Stromkreis sei hierbei α_1, der induzierende Strom i gebe an demselben Galvanometer den Ausschlag α_2, dann ist

$$M = \frac{r}{\nu} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2}. \tag{11}$$

Himstedt, Wied. Ann. **54**, 305, 1895.

β) Mit Hilfsphase (Abb. 137). Durch die Primärspule von M wird ein Sinusstrom $A \cos \omega t$ geleitet, die Sekundärspule wird durch ein Vibrationsgalvanometer und einen induktionsfreien Widerstand r geschlossen, an dessen Enden ein zweiter gegen den vorigen in der Phase um 90° verschobener Sinusstrom $B \sin \omega t$ (der z. B. von einer zweiten Maschinenwicklung geliefert werden kann) zugeleitet wird. Man regelt r so, daß das Galvanometer in Ruhe bleibt, dann ist

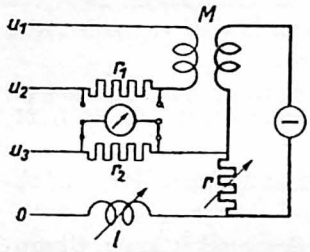


Abb. 137. Gegeninduktionsbestimmung mit Hilfsphase

$$M = \frac{B}{A} \cdot \frac{r}{\omega}. \tag{12}$$

Das Verhältnis $\frac{B}{A}$ ergibt sich durch Spannungsmessung an den induktionsfreien Widerständen r_1 und r_2; hierdurch ist die Genauigkeit des Verfahrens begrenzt. Die richtige Phasenverschiebung wird mittels des kleinen Selbstinduktionsvariators l eingestellt.

Campbell, Proc. Roy. Soc. London **87**, 398, 1912.

c) Relative Messung. Bei manchen der folgenden Nullmethoden lassen sich Wechselstromquelle und Indikator auch durch Gleichstromquelle und ballistisches Galvanometer ersetzen.

Über den allgemeinen Aufbau der Meßanordnungen vgl. S. 190 u. 209.

α) Zurückführung auf eine Selbstinduktion. Man schalte die beiden Spulen erst gleich-, dann gegensinnig hintereinander und bestimme in beiden Fällen den Selbstinduktionskoeffizienten des Systems. Ist dieser gleich L_a bzw. L_b, so gelten die Gleichungen

$$M = \frac{(L_a - L_b)}{4}, \tag{13}$$

$$L_1 + L_2 = \frac{(L_a + L_b)}{2}. \tag{14}$$

Man verbindet die Spulen durch kurze Doppelleitungen, deren Induktivität zu vernachlässigen oder berechenbar ist, zu einer einzigen Selbstinduktion, deren Enden dicht beieinander liegen. Ist die Kapazität zwischen den Spulen klein, so kann man das Verfahren auch bei Hochfrequenz anwenden.

β) Vergleichung mit einer Selbstinduktion. Die Zweige 1, 3, 4 der Wechselstrombrücke (Abb. 138) enthalten winkelfreie Widerstände, im Zweig 2 liegt die eine Wicklung (Selbstinduktion L_2, Widerstand R_2) der Gegeninduktion M, während ihre andere Wicklung derart in den Hauptstromzweig ein-

geschaltet ist, daß M und L_2 einander entgegenwirken. L_2 muß größer als M sein. Sind die Widerstände so abgeglichen, daß das Nullinstrument stromlos ist, so gilt

$$R_1 R_4 = R_2 R_3, \tag{15}$$

$$M\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = L_2. \tag{16}$$

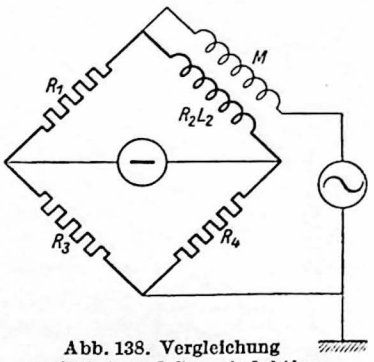


Abb. 138. Vergleichung von Selbst- und Gegeninduktion

Empfehlenswert ist die Methode für die Eichung eines Gegeninduktionsvariators in einer Anzahl von Stellungen. Da die beiden Nullbedingungen nicht unabhängig voneinander zu befriedigen sind, so ist die Abgleichung etwas mühsam.

Über eine bequemere Schaltung vgl. Maxwell, El. u. Magn. II, § 756, Berlin 1883; Rowland, Phil. Mag. **45**, 66, 1898.

Über Abänderungen der Methode, bei welcher u. a. auch in Zweig 1 eine Selbstinduktion eingeschaltet wird, und über Fehlerquellen vgl. Campbell, Proc. Roy. Soc. London **21**, 75, 1910; **22**, 207, 1910; Phil. Mag. **19**, 497, 1910.

γ) Vergleichung zweier Gegeninduktionen. Steht ein Variator der Gegeninduktion zur Verfügung und liegt die unbekannte Gegeninduktion in dessen Meßbereich, so ist die Vergleichung sehr einfach. Die Primär- bzw. Sekundärwicklungen beider Induktivitäten werden, in Reihe geschaltet, an eine Wechselstromquelle bzw. ein Telephon gelegt, und zwar so, daß die Sekundärspannungen entgegengesetzte Richtung haben. Der Variator wird geändert, bis das Telephon schweigt, dann sind beide Gegeninduktionen einander gleich.

Sind beide Gegeninduktionen unveränderbar, so schaltet man nach Abb. 139. Zu den Sekundärwicklungen (Widerstände R_1, R_2, Selbstinduktionen L_1, L_2) sind zwei induktionsfreie Widerstände r_1 und r_2 und ein kleiner Selbstinduktionsvariator l_1 in Reihe geschaltet, und zwar so, daß sich die Sekundärspannungen, umgekehrt wie oben, unterstützen. Man bringt durch abwechselndes Regeln von r_1 oder r_2 und l_1 das Telephon zum Schweigen, dann gilt

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{r_1 + R_1}{r_2 + R_2} = \frac{L_1 + l_1}{L_2}. \tag{17/18}$$

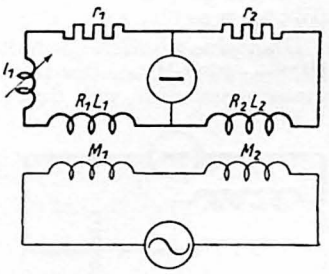


Abb. 139. Vergleichung zweier Gegeninduktionen

Wählt man r_1 und r_2 hinreichend groß, so kommt es auf genaue Abgleichung des Selbstinduktionsverhältnisses nicht an. Gegeninduktion zwischen l_1 und den übrigen Spulen ist zu vermeiden; Gegeninduktion zwischen den Sekundärwicklungen beeinflußt nur L_1 und L_2, nicht M_1 und M_2 in obiger Gleichung.

Vertauscht man in Abb. 139 Stromquelle und Telephon, so erhält man die Schaltung des „Differentialtransformators" (S. 194), bei welcher, umgekehrt wie oben, aus einem bekannten Verhältnis M_1/M_2, das im einfachsten Fall gleich 1 gemacht wird, das Verhältnis zweier Wirk- und zweier Blindwiderstände bestimmt werden kann. Die Blindwiderstände können kapazitiver oder induktiver Art sein. Man erhält so eine auch bei hohen Frequenzen benutzte Differentialmethode für Wechselströme, ähnlich den bei Gleichstrommessungen angewandten.

Hausrath, Nernst-Festschrift. Halle 1912; Trautwein, Jb. drahtl. Tel. **18**, 261, 1921. — Vgl. auch S. 194 und S. 212.

d) Vergleichung von Gegeninduktion und Kapazität. Vgl. die Bemerkung zu Abschn. d, S. 213.

Die folgenden Nullmethoden unterscheiden sich von den Brückenmethoden dadurch, daß hier zwei um 180° in der Phase verschobene Wechselspannungen am Nullinstrument sich aufheben.

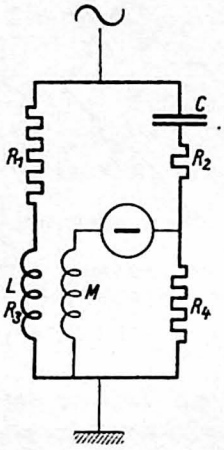


Abb. 140. Kompensationsschaltung nach Carey Foster

α) Nach Carey Foster. Die Schaltung wird nach Abb. 140 vorgenommen. Wird C und einer der Widerstände so geregelt, daß das Nullinstrument stromlos ist, so gelten die beiden Beziehungen

$$M = (R_1 + R_3)\, R_4\, C; \tag{19}$$

$$L = M\left(1 + \frac{R_2}{R_4}\right). \tag{20}$$

Es muß $L \geqq M$ sein.

Carey Foster, Proc. Phys. Soc. **8**, 137, 1887, mit ballistischem Galvanometer; Heydweiller, Ann. Phys. **53**, 499, 1894; Campbell, Phil. Mag. **14**, 494, 1907.

Man wählt die Verhältnisse zweckmäßig so, daß $\omega L < R_1 + R_3$ und $(R_2 + R_4) < 1/\omega C$ ist, dann kommt es im wesentlichen auf Erfüllung der Bedingung (19) und nur wenig auf die von (20) an, was die Abgleichung vereinfacht. Schaltungen, bei denen Stromquelle und Nullinstrument in Abb. 140 miteinander vertauscht sind, werden ebenfalls angewandt. Die Erdung erfolgt dann am besten in einem Hilfszweig (S. 191).

Schering u. Engelhardt, Z. Instrkde. **41**, 139, 1921; Dye, Electrician **87**, 55, 1921. Über Fehlerquellen vgl. Campbell, Proc. Roy. Soc. London **87**, 405, 1912; Butterworth, Proc. Phys. Soc. **33**, 334, 1921.

Über eine ähnliche Schaltung, die kleine Gegeninduktionen der Größenanordnung 10^{-4} — 10^{-2} H bei der technischen Frequenz 50 bequem bis auf wenige Promille zu messen gestattet, vgl. Schering u. Engelhardt, Z. Instrkde. **40**, 122, 1920.

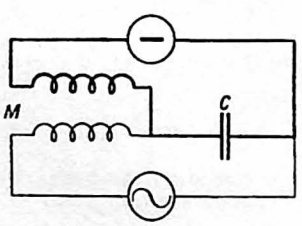


Abb. 141. Resonanzkompensator nach Campbell

β) Durch Resonanz. Die Primärspule der Gegeninduktion M (Abb. 141) liegt in Reihe mit der Kapazität C an einer Wechselspannung. Die Sekundärspule wird so geschaltet, daß die sekundäre Spannung die entgegengesetzte Richtung der Kondensatorspannung hat, und C so abgeglichen, daß das Nullinstrument stromlos ist. Dann gilt

$$\omega^2 M C = 1 \tag{21}$$

als einzige Nullbedingung.

Die Methode erfordert sehr reinen Sinusstrom und konstante Frequenz (Röhrensender, Vibrationsgalvanometer). Dielektrische Verluste in C, Spulenkapazitäten in M können vollständige Nullabgleichung unmöglich machen.

Campbell, Phil. Mag. **15**, 166, 1908.

3. Zeitkonstante von Widerständen

A. Allgemeines

a) Definition. Der Phasenwinkel eines Widerstandes r mit kleiner Kapazität C und Selbstinduktion L ist nach S. 153 angenähert

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \omega \left(\frac{L}{r} - rC \right) = \omega \Theta . \qquad (1/2)$$

Θ hat die Dimension einer Zeit und wird (wirksame) Zeitkonstante des Widerstandes genannt. Bei kleinen Werten von r überwiegt die Wirkung der Selbstinduktion (φ positiv), bei großen die der Kapazität (φ negativ). Beide Wirkungen heben sich auf, so daß φ in weitem Frequenzbereich Null wird, wenn $L/C = r^2$ ist, eine Bedingung, die bei nicht zu kleinen Beträgen von r durch geeigneten Bau des Widerstandes praktisch erfüllbar ist (winkelfreier Widerstand).

Orlich, Verh. D. Phys. Ges. **12**, 949, 1910; Curtis u. Grover, Bull. Bur. Stand. **8**, 495, 1912; Phys. Rev. **32**, 612, 1912; Hüter, Ann. Phys. **40**, 381, 1913 (auch Lit.); Wagner, ETZ **36**, 606, 1015; Gall, J. sci. instr. **5**, 222, 1918; Behr u. Tarpley, Proc. Inst. Rad. Eng. **20**, 1101, 1932.

Für den Wirkwiderstand bei Wechselstrom kann der mit Gleichstrom gemessene Widerstand, auch im Falle $\varphi = 0$, nur dann eingesetzt werden, wenn L und C hinreichend klein sind. Für Meßwiderstände ist dies anzustreben.

b) Berechnung. Zur Berechnung eignen sich nur geometrisch einfache Formen. Gebräuchlich sind für kleinere und mittlere Widerstandswerte zwei parallel zueinander ausgespannte und zur Schleife verbundene Drähte aus Manganin oder Konstantan. Die Selbstinduktion solcher Bifilardrähte ist nach Gl. (6) S. 203, ihre Kapazität nach Gl. (16), S. 177 berechenbar. Die Zeitkonstante eines konzentrischen Kabels ist mit Hilfe der Gl. (7), S. 204 und Gl. (11) bzw. (12), S. 176 ebenfalls berechenbar.

Söchting, E. u. M. **55**, 414, 1937.

Zu beachten ist, daß die Kapazität der Doppelleitung ebenso wie die des Kabels mit Rücksicht auf die einseitige Verbindung beider Leiter miteinander (Schleife) nur mit einem Drittel ihres Wertes eingeht.

c) Ausführungsformen. Widerstände mit sehr kleiner Zeitkonstante erhält man, wenn man schmale, dünne Metallbänder auf dünne Glimmerblätter aufwickelt oder wenn man einen Manganindraht unifilar zwischen zwei gegenüberliegenden Seiten eines rechteckigen Metallrahmens isoliert hin- und herführt. Bei einer Drahtstärke von 0,05 mm und einem Abstand von 1 mm zwischen je zwei Nachbardrähten erhält man auf einem beiderseitig bespannten Rahmen von etwa 9×12 cm^2 einen Widerstand von etwa 4000 Ω. Beide Formen können zur Steigerung der Belastbarkeit in Petroleum benutzt werden.

Feußner, ETZ **20**, 611, 1899; Grüneisen u. Giebe, Wiss. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanst. **5**, 88, 1921.

Für kleine Widerstandswerte ist praktisch nur die Selbstinduktion bestimmend für die Zeitkonstante.

Um bei solchen, z. B. Nebenschlußwiderständen für die Messung starker Ströme, die Selbstinduktion möglichst herabzusetzen, verwendet man bifiliar gewickelte Bänder oder konzentrische Rohre aus Manganin.

Orlich, Z. Instrkde. **29**, 241, 1909; Paterson u. Rayner, J. Inst. E. E. **42**, 455, 1909; Zusammenstellung neuerer Apparate bei Hague, Instrument Transformers. London 1936, S. 325.

Meßwiderstände (S. 8) müssen in sehr hohem Maße induktions- und kapazitätsfrei sein. Auch für bifilar oder nach Chaperon gewickelte Widerstände ist bei höheren Wechselstromfrequenzen, z. B. 1000, der Phasenwinkel φ, um welchen der Strom gegenüber dem Spannungsabfall am Widerstand verschoben ist, meist nicht klein genug, wenn hohe Meßgenauigkeit gefordert wird.

In Präzisions-Widerstandskästen mit Kurbelkontakten haben bifilar bzw. nach Chaperon bzw. nach Wagner gewickelte Rollen von 1000 Ω Zeitkonstanten Θ von etwa -40 bzw. -20 bzw. $-3 \cdot 10^{-8}$ s; für Rollen von 10000 Ω ist bei bifilarer Wicklung $C \sim 900\,\mu\mu$F, $\Theta \sim -9 \cdot 10^{-6}$ s, bei Chaperon-Wicklung $C \sim 100\,\mu\mu$F, $\Theta \sim 1 \cdot 10^{-6}$ s. Nach Wagner kann man für nicht in Kästen eingebaute Rollen von 10000 Ω Zeitkonstanten der Größenordnung 10^{-6} s erreichen. Durch den Einbau wird jedoch Θ infolge der Kapazität von Klemmen und Kontaktklötzen meist um mehr als eine Zehnerpotenz vergrößert. Das Entsprechende gilt für sehr kleine Widerstände in Kästen, wo die Selbstinduktion der unvermeidlichen Zuleitungen die Größenanordnung 10^{-7} s für Θ nicht zu unterschreiten gestattet.

Chaperon, C. R. **108**, 799, 1889. Über die Erdkapazität von Widerständen und über die Kapazität zwischen den einzelnen Abteilungen von Widerstandssätzen vgl. Orlich u. Schultze, Arch. Elektrot. **1**, 1, 1913; Wagner, ETZ **36**, 606, 1915.

Für sehr große Beträge sind wegen ihres verschwindend kleinen Phasenwinkels Kundtsche Widerstände (S. 8, dort auch andere Formen) bei nicht zu hoher Strombelastung geeignet. Die Selbstinduktion hoher Drahtwiderstände spielt meist gar keine Rolle, sondern nur ihre Kapazität; deshalb ist unifilare Wicklung hier zulässig und oft günstiger als bifilare. Einlagige, mit dünnem Manganindraht (0,05 mm) unifilar gewickelte Spulen von großem Durchmesser, bei denen die Windungsrichtung jeweils nach einer größeren Anzahl von Windungen umgekehrt wird, haben, wenn die Wicklungsbreite etwa gleich dem Durchmesser ist, kleine Zeitkonstanten; bei einem Spulendurchmesser von 35 cm kann man etwa $5 \cdot 10^5$ Ω erhalten. Zur Herstellung hoher Drahtwiderstände eignen sich ferner in Seidenband eingewebte Widerstandsdrähte (Silkowid). Kohlenstoffwiderstände (Carbowid), schraubenförmig um einen zylindrischen Isolator gelegt, sind praktisch winkelfrei und hinreichend konstant.

Silitwiderstände sind nicht winkelfrei.

Alberti u. Güntherschulze, Z. techn. Phys. **6**, 11, 1925.

B. Messung von Zeitkonstanten

a) In der Brücke (Abb. 142). Man ermittelt die Differenz $\Delta C_2 = C_{2x} - C_{2N}$, indem man für den zu untersuchenden Widerstand R_x einen solchen von bekanntem, etwa berechenbarem oder verschwindend kleinem Phasenwinkel R_N, wobei $R_x = R_N$ ist, substituiert. Dann gilt für die gleicharmige Brücke

$$\Theta_x = \Theta_N - R_2 \Delta C_2. \tag{3}$$

Wagner, ETZ **36**, 606, 621, 1915; Hüter, Ann. Phys. **39**, 1350, 1912.

Ist Θ_x induktiver Natur, so schaltet man den Drehkondensator dem Widerstand R_4 parallel und verfährt entsprechend. Dann ist

$$\Theta_x = \Theta_N + R_4 \Delta C_4. \quad (4)$$

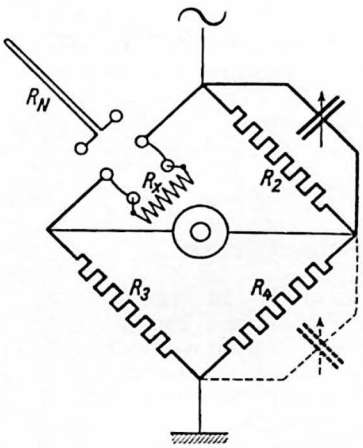


Abb. 142. Zeitkonstantenbestimmung in der Brücke

In der Brückenschaltung nach Wien (Abb. 143) wird R_x in den Brückenzweig 3 gelegt. C_1 und C_2 sind Luftkondensatoren mit Vorschaltwiderständen r_1 und r_2. Nach Abgleichung wird mit $R_N = R_x$ eine zweite Einstellung gemacht, wobei r_1 den Wert r_1' annehme. Dann gilt die Beziehung

$$\Theta_x = \Theta_N + (r_1 - r_1')C_1. \quad (5)$$

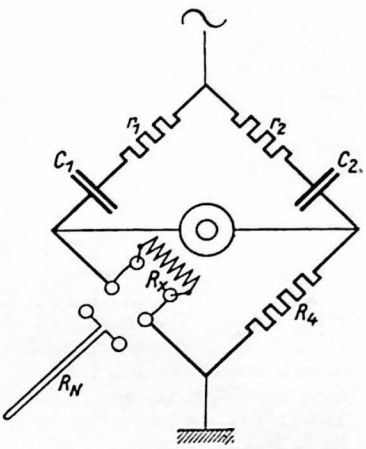


Abb. 143. Brückenschaltung zur Bestimmung von Zeitkonstanten

Die Meßgenauigkeit der Brückenmethoden beträgt bei Tonfrequenz etwa $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ s.
Wagner u. Wertheimer, ETZ **34**, 618, 1913.

b) In der Doppelbrücke. Bei kleinen Widerstandswerten treten Schwierigkeiten durch die nicht mehr zu vernachlässigenden Werte von Selbstinduktion und Widerstand der Zuleitungen auf. Sie werden bei Wechselstrom in ähnlicher Weise, wie es für Gleichstrom in der Doppelbrücke nach Thomson (S. 51) geschieht, mit einer dem Wechselstrom angepaßten Doppelbrücke auch bei Winkelmessungen vermieden. Die Schaltung Abb. 144 entspricht der Thomsonschen Schaltung. Haupt- und Hilfsbrücke sind bifilar ausgebildet und liegen dicht nebeneinander. Die zu vergleichenden Widerstände 1 und 2 liegen in Reihe, ihre Spannungsklemmen sind an Haupt- bzw. Hilfsbrücke (3, 4 bzw. 5, 6) angeschlossen. Das Brückenverhältnis wird für beide Brücken mit dem gemeinsamen Laufkontakt eingestellt und bleibt daher stets nahezu das gleiche. Vorteilhaft wird mit ungleicharmiger Brücke gearbeitet. Die Phasenabgleichung geschieht mit einem Kondensator, der je nach dem Verhältnis der Zeitkonstanten zu 4 oder zu 3 parallel zu legen ist. Dann gilt

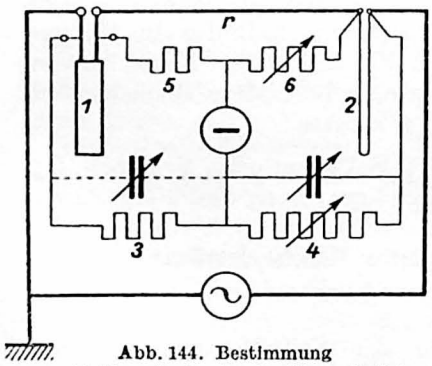


Abb. 144. Bestimmung von Zeitkonstanten in der Doppelbrücke

$$\Theta_1 - \Theta_2 = C_4 R_4 (1 + W) \text{ für } \Theta_1 > \Theta_2, \quad (6)$$

$$\Theta_2 - \Theta_1 = C_3 R_3 (1 + W) \text{ für } \Theta_1 < \Theta_2. \quad (7)$$

Hierin berücksichtigt die Größe

$$W = \frac{r}{R_1 + R_2} \quad (8)$$

den Einfluß der Verbindungsleitung r (Abb. 144).

Diese Berichtigung fällt weg, wenn man die Zweige 4 und 6 bzw. 3 und 5 gleich macht, also mit zwei gleichen Kondensatoren arbeitet.

Meßgenauigkeit $\pm 1 \cdot 10^{-7}$ s bei 50 Hz.

Schering, ETZ **38**, 421, 436, 1917; Hartshorn, Proc. Phys. Soc. **39**, 377, 1927.

Weitere Verfahren zur Messung der Phasenwinkel von Widerständen s. Giebe, Ann. Phys. **24**, 941, 1907; Taylor u. Williams, Phys. Rev. **26**, 417, 1908; Orlich, Z. Instrkde. **29**, 241, 1909; Grover u. Curtis, Bull. Bur. Stand. **8**, 455, 1912; Schering u. Schmidt, Arch. Elektrot. **1**, 423, 1913; Astbury, J. sci. instr. **8**, 221, 1931.

VII. Mittel- und hochfrequenter Wechselstrom

Zenneck u. Rukop, Lehrbuch d. drahtlosen Telegraphie. Stuttgart 1925; Banneitz, Taschenbuch d. drahtlosen Telegraphie u. Telephonie. Berlin 1927; Hund, Hochfrequenzmeßtechnik. Berlin 1928; Hollmann, Physik u. Technik d. ultrakurzen Wellen I u. II. Berlin 1936; Kammerloher, Hochfrequenztechnik I. Leipzig 1939; Groos, Einführung in Theorie u. Technik d. Dezimeterwellen. Leipzig 1937; Vilbig, Lehrbuch d. Hochfrequenztechnik. Leipzig 1942; Benz, Einführung in d. Funktechnik. Wien 1937; Möller, Behandlung von Schwingungsaufgaben mit komplexen Amplituden u. mit Vektoren. Leipzig 1937; Zinke, Hochfrequenzmeßtechnik. Leipzig 1938; Scheibe, Piezoelektrizität d. Quarzes. Dresden 1938; Feldtkeller, Einführung in d. Siebschaltungstheorie d. elektr. Nachrichtentechnik. Leipzig 1939; Ders., Einführung in d. Theorie d. Rundfunksiebschaltungen. Leipzig 1940; Richter, Elektrische Kippschwingungen, Leipzig 1940; Möller, Grundlagen u. math. Hilfsmittel d. Hochfrequenztechnik. Berlin 1940; Vilbig u. Zenneck, Fortschritte der Hochfrequenztechnik I. Leipzig 1941.

Die Betrachtungen dieses Kapitels beziehen sich fast durchweg auf Aufgaben aus dem Gebiet der ungedämpften Wechselströme, wobei die Kippschwingungen mit eingeschlossen sind. Die Anwendung gedämpfter Wechselströme bleibt schon in der Praxis auf ein schmales Gebiet unterhalb des dm-Wellenbereiches beschränkt, so daß in diesem Kapitel bis auf einige Bemerkungen über die Erzeugung gedämpfter Mikrowellen eine besondere Berücksichtigung der gedämpften Wechselströme unterbleiben konnte.

In den folgenden Ausführungen bedeuten: $\mathfrak{U}_a$, $\mathfrak{J}_a$ Vektoren oder Scheitel-, U_a, I_a Effektivwerte von Spannung und Strom bzw. Gleichspannung und Gleichstrom.

1. Erzeugung mittel- und hochfrequenter Wechselströme

A. Röhrensender

An Konstanz der Frequenz und Amplitude der Schwingungen ist der Röhrensender allen anderen Wechselstromerzeugern überlegen. Der Röhrensender besteht aus dem aus Induktivität L, Kapazität C und Ohmschem Widerstand R gebildeten Schwingungskreis, der Senderöhre, dem Rückkopplungsorgan und den die Röhre speisenden Energiequellen.

a) Senderschaltungen. Verschiedene, besonderen Verwendungszwecken angepaßte Schaltungen sind in den Abb. 145–149 dargestellt. Über das Stabilisierungselement im Gitterkreis s. S. 234 oben. Abb. 145 zeigt eine Schaltung, die in Laboratorien bei Verwendung geringer Spannungen als Transformatorschaltung oder induktive Rückkopplungsschaltung benutzt wird. Die Anodenspannung liegt zwischen Anodenkreis und dem Anschaltpunkt der Rückkopplungsspule L_g. Um den Anodenwechselstrom von

den Zuführungen zur Anodenbatterie abzuhalten, schaltet man der Anodenbatterie einen Blockkondensator C_0 parallel, dessen Wechselstromwiderstand klein gegen den Wechselstromwiderstand der Batteriezuleitungen sein muß. Es ist besonders bei sehr hohen Frequenzen zweckmäßig, den Wechselstromwiderstand der Batteriezuleitungen durch Einschaltung von Drosseln *Dr* zu erhöhen. Der Anodenkreis hat Gleichspannung gegen Erde.

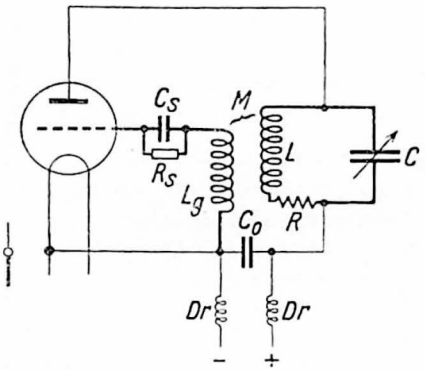


Abb. 145.
Sender mit induktiver Rückkopplung; Anodenkreis auf Anodenpotential

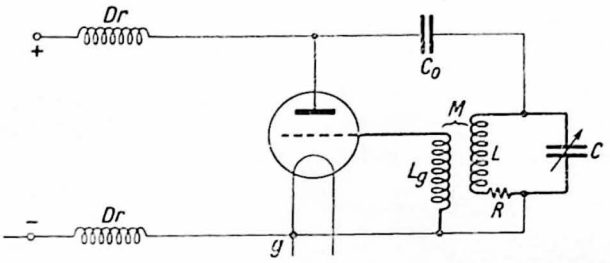


Abb. 146.
Sender mit induktiver Rückkopplung; Anodenkreis gleichspannungsfrei

Um bei hohen Spannungen aus Sicherheitsgründen die Aufladung des Anodenkreises zu vermeiden, verwendet man die Schaltung, wie sie Abb. 146 zeigt. Die Anodenspannung wird über die Drosseln *Dr* der Anode und der Kathode der Röhre zugeführt. Kann der Sender im Kathodenpunkt *g* geerdet werden, so ist die Drossel in der Kathodenzuleitung überflüssig. Im Anodenkreis liegt zwischen Anode und Schwingungskreis der Sperrkondensator C_0, dessen Wechselstromwiderstand klein gegen den Wirkwiderstand $\frac{L}{CR}$ des Schwingungskreises sein soll. Bei dieser Schaltung hat der Schwingungskreis keine Gleichspannung gegen Erde.

Eine andere Schaltung, die Spannungsteiler- oder Dreipunktschaltung, die infolge ihrer großen Variationsmöglichkeit der Frequenz gut zur

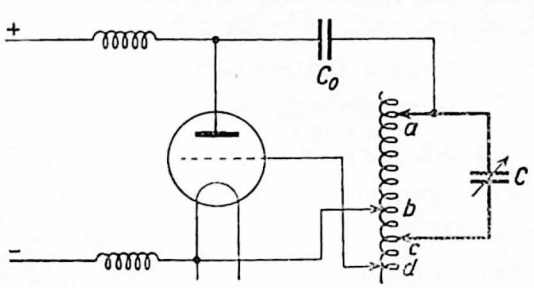


Abb. 147. Sender in Spannungsteilerschaltung

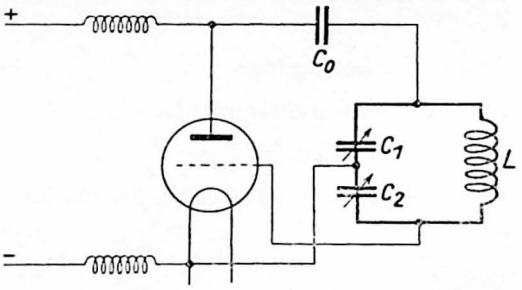


Abb. 148. Sender mit kapazitiver Rückkopplung

Erzeugung von Normalfrequenzen geeignet ist, ist in Abb. 147 gezeichnet. Die im Anodenkreis liegende Selbstinduktionsspule besteht aus einer Anzahl fortlaufender Windungen, die mit Anzapfungen versehen sind (z. B. *a*, *b*, *c*, *d*).

An Stelle der nach den Abb. 145—147 verwendeten induktiven Rückkopplung kann nach Abb. 148 auch die kapazitive Rückkopplung treten; bei ihr

ist die Kapazität der Abb. 147 durch die Induktivität L, die Anodenkreis-Induktivität ac durch die Kapazität $\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ und die Gitterkreis-Induktivität bd durch C_2 ersetzt. Diese Schaltung findet besonders bei sehr hohen Frequenzen, wo die Schaltungen in Abb. 145—147 versagen (s. a. S. 239), Verwendung.

Die bei den beschriebenen Schaltungen vorhandenen Schwingungskreise im Anodenkreis können durch einen Schwingungskreis im Gitter ersetzt werden. Eine solche Schaltung zeigt Abb. 149 (Huth-Kühn-Schaltung, innere Rückkopplung über Röhrenkapazität). Diese Schaltung ist ebenfalls für sehr kurze Wellen geeignet.

b) Fremderregter Sender. Rein sinusförmige Schwingungen (Schwingungen erster Art). Der Anodenkreis der Senderöhre enthält etwa nach Abb. 145 einen Schwingungskreis (L, C, R). Liegt am Gitter der Röhre eine sinusförmige Spannung $\mathfrak{U}_g$, so entsteht im Anodenkreis sinusförmiger Strom $\mathfrak{J}_a$, wenn die Kennlinie (s. Abb. 194, S. 294) $f(U_g, I_a)$ einen geradlinigen Teil besitzt, wenn der Arbeitspunkt auf diesem geradlinigen Teil liegt — möglichst in der Mitte des geradlinigen Teiles — und wenn die Amplitude $\mathfrak{U}_g$ nur den geradlinigen Teil der Kennlinie überstreicht. Bei Röhren mit ausgesprochenem Sättigungsstrom darf man zu diesem Zweck die Gitterwechselspannung $\mathfrak{U}_g$ höchstens gleich $\left(\frac{U_s}{2} - D\mathfrak{U}_a\right)$ machen; der Anodenwechselstrom $\mathfrak{J}_a$ wird dann $\leqq \frac{I_s}{2}$; (U_s =

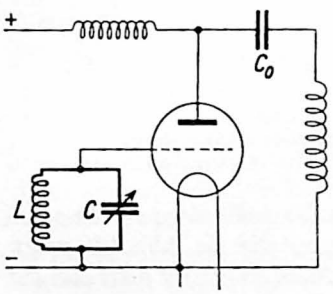


Abb. 149.
Sender in Huth-Kühn-Schaltung

Sättigungsspannung, D = Durchgriff, $\mathfrak{U}_a$ = Anodenwechselspannung, die am Anodenkreiswiderstand $\mathfrak{R}_a$ entsteht, I_s = Sättigungsstrom). Man erkennt das richtige Arbeiten des Senders daran, daß der Anodengleichstrom bei An- und Abschaltung von $\mathfrak{U}_g$ ungeändert bleibt.

Bei Senderöhren wählt man die Anodengleichspannung U_a bis zum 10fachen der Sättigungsspannung U_s. Durch passende Wahl der Gittervorspannung U_g legt man den Arbeitspunkt auf die Mitte der Kennlinie. Ist der Anodenkreis auf die Frequenz der Wechselspannung $\mathfrak{U}_g$ abgestimmt, so wird für diese der Anodenkreiswiderstand $\mathfrak{R}_a = \frac{L}{CR}$. Die Amplitude der Anodenwechselspannung $\mathfrak{U}_a$ wird im Grenzfalle gleich $U_a - U_s$; setzt man volle Aussteuerung am Gitter voraus, d. h. $\mathfrak{J}_a = \frac{I_s}{2}$, so berechnet sich daraus ein als Anodengrenzwiderstand $\mathfrak{R}_{gr}$ bezeichneter Anodenkreiswiderstand

$$\mathfrak{R}_{gr} = \frac{2(U_a - U_s)}{I_s}, \tag{1}$$

der nur von den Betriebsdaten der Röhre bestimmt wird. Bei rein sinusförmigen Schwingungen erhält man das Optimum an Leistung, wenn $\mathfrak{R}_a = \mathfrak{R}_{gr}$ gemacht wird (Wirkungsgrad 50%). Ist $\mathfrak{R}_a < \mathfrak{R}_{gr}$, so arbeitet die Röhre im unterspannten Zustand, es tritt infolge nicht ausgenutzter zugeführter Energie schädliche Röhrenerwärmung ein; ist $\mathfrak{R}_a > \mathfrak{R}_{gr}$, so arbeitet die Röhre im überspannten Zustand, geeignet zum praktischen Betrieb, es tritt jedoch Stromverzerrung ein.

Nicht sinusförmige Schwingungen (Schwingungen zweiter Art) erhält man, wenn man die Gitterspannungs-Amplitude $\mathfrak{U}_g$ so groß macht oder der Arbeitspunkt auf der Kennlinie so verschoben wird, daß die Amplitude die Kennlinie bis in den gekrümmten Teil ausfährt. Wird $\mathfrak{U}_g$ sehr groß gegen $\frac{U_s}{2}$ gemacht bei einem Arbeitspunkt auf der Mitte der Kennlinie, so erhält man bei rein Ohmschem R_a eine rechteckige Stromkurve, in der die ungeradzahligen Harmonischen stark vertreten sind (s. a. Frequenztransformation S. 246). Der Wirkungsgrad ist in solchen Fällen größer als 50 %.

c) Selbsterregter Sender. Wird der Senderöhre (Triode) am Gitter keine Fremdspannung $\mathfrak{U}_g$ zugeführt, sondern diese nach Abb. 145 durch eine Rückkopplungsspule dem Anodenkreis entnommen, so tritt Selbsterregung ein, wenn

$$\mathfrak{K} = -\frac{\mathfrak{U}_g}{\mathfrak{U}_a} = D + \frac{1}{S\,\mathfrak{R}_a} = D\left(1 + \frac{R_i}{\mathfrak{R}_a}\right) \tag{2}$$

ist. $\mathfrak{K}$ = Rückkopplungsfaktor; dieser ist beider Transformatorkopplung nach Abb. 145 gleich M/L, worin M die Gegeninduktivität und L die Induktivität der Anodenkreis-Spule bedeuten. Führt man den „Verstärkungsfaktor" μ (S. 297, Abschn. f) ein und setzt in (2) für D den Wert $1/\mu$ ein, so kommt man zu einer auch für Mehrgitterröhren brauchbaren Selbsterregungsformel. Der Rückkopplungsfaktor wird um so kleiner, d. h. die Schwingungen setzen bei um so kleinerer Gitterwechselspannung $\mathfrak{U}_g$ ein, je kleiner D bzw. je größer μ ist.

Der Zusammenhang zwischen dem entstehenden Anodenwechselstrom $\mathfrak{J}_a$ und der Steuerspannung $\mathfrak{U}_{st}$ (s. Abschn. e, S. 293) ist (Möller, Behandlung von Schwingungsaufgaben) durch die Rückkopplung $\mathfrak{R}_k$ gegeben, die sich bei Vernachlässigung der Dämpfung des Anodenkreises für die Transformatorkopplung zu

$$\mathfrak{R}_k = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\mathfrak{U}_{st}}{\mathfrak{J}_a} = \frac{M - DL}{CR} = (\mathfrak{K} - D)\cdot\mathfrak{R}_a \tag{3}$$

errechnet. Die Verbindung zur Gitter-Wechselspannung $\mathfrak{U}_g$ ergibt sich durch

$$\mathfrak{U}_{st} = \mathfrak{U}_g - \frac{DL}{CR}\,\mathfrak{J}_a = \mathfrak{U}_g - \operatorname{tg}\beta\cdot\mathfrak{J}_a . \tag{4}$$

Die Beziehungen zwischen den Spannungen, Strömen und Röhrenkonstanten lassen sich graphisch mittels der „Rückkopplungsgeraden" und der „Widerstandsgeraden" aus der Schwinglinie $\mathfrak{J}_a = f(\mathfrak{U}_{st})$ (Möller a. a. O.) gewinnen.

Die Schwinglinie wird zeichnerisch aus der statischen Röhrenkennlinie $I_a = f(U_s)_t$ (ähnlich Abb. 194) ermittelt; eine Schwinglinie ist in Abb. 150 gezeichnet. Man zieht vom 0-Punkt aus mit der aus $\operatorname{tg}\alpha = \frac{M - DL}{CR}$ berechneten Neigung α die „Rückkopplungsgerade" gegen die $\mathfrak{J}_a$-Achse; die Ordinate des damit erhaltenen Schnittpunktes S auf der Kennlinie ist gleich dem entstandenen Anodenwechselstrom $\mathfrak{J}_a$. Die unter dem nach (4) berechenbaren Winkel β von S aus eingezeichnete „Widerstandsgerade" schneidet auf der Abszisse die Gitterwechselspannung $\mathfrak{U}_g$ ab, während die Abszisse von S die Steuerspannung $\mathfrak{U}_{st}$ und den Betrag $D\mathfrak{U}_a$ abteilt.

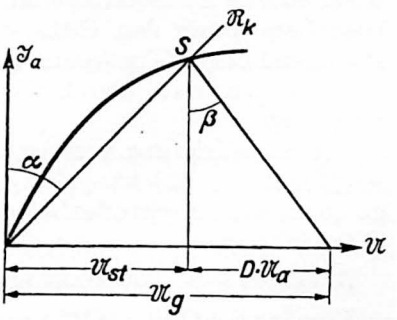


Abb. 150.
Schwinglinie und Rückkopplungsgerade R_k

B. Meßsender

Es werden im folgenden einige allgemeine Anweisungen gegeben, die bei der Erzeugung von Schwingungen konstanter Frequenz und Amplitude zu beachten sind. Da die Ansprüche an Frequenzbereich und Konstanz eines Meßsenders je nach Gebrauchszweck sehr verschieden sind, so können die Anweisungen nicht erschöpfend sein.

S. a. Graffunder, ATM 42—11, 42—12, 1938.

a) Stabilisierung von Frequenz und Amplitude rückgekoppelter Sender. α) Allgemeines. Die Frequenz des rückgekoppelten Senders in Transformatorschaltung berechnet sich beim Gitterstrom 0 zu

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}\cdot\left(1+\frac{R}{R_i}\right)}. \tag{5}$$

Infolge des Überwiegens von R_i über R ist der Einfluß von R/R_i auf f in vielen Fällen vernachlässigbar. R_i ist ein mittlerer Röhrenwiderstand, der entsprechend der mittleren Steilheit S durch die Stabilitätsbedingung für die Schwingungsamplitude

$$CR-(M-DL)S=0 \tag{6}$$

bestimmt wird. Wenn kein Gitterstrom fließt, ändert sich diese Bedingung mit schwankenden Betriebsspannungen nicht, so daß diese über R_i keine Frequenzänderungen hervorrufen. Es sind daher zur Frequenzstabilisierung in erster Linie Maßnahmen zur Konstanthaltung von L, C und R und zur Unterdrückung des Gitterstromes zu treffen.

Schweimer u. Pungs, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **43**, 181, 1934.

Von großem Einfluß auf die Frequenzkonstanz ist die Phasenkonstanz des Rückkopplungsfaktors $\mathfrak{R}$. Durch die Phase des Rückkopplungsfaktors ist die des Widerstandes $\mathfrak{R}_a$ bestimmt (2), d. h. es wird die Frequenz f erregt, die die durch $\mathfrak{R}$ gegebene Phasenbedingung an $\mathfrak{R}_a$ erfüllt. Nur wenn $\mathfrak{R}$ phasenrein ist, wird die Resonanzfrequenz f_r erregt, für die $\mathfrak{R}_a=\frac{L}{CR}$, also phasenrein wird. Starke Phasenschwankungen und damit Frequenzschwankungen werden besonders durch den Gitterstrom verursacht, der daher, wenn er nicht entsprechend obiger Forderung ganz unterdrückt werden kann, wenigstens stabilisiert werden muß. Durch die Schaltungsanordnung ist Phasenreinheit anzustreben.

Zur Stabilisierung von Amplitude und Frequenz ist folgendes zu empfehlen: möglichst lose Rückkopplung, Verwendung sehr schwach gedämpfter Schwingungskreise, Amplitudenbegrenzung durch hohen Ohmschen Widerstand in der Gitterleitung.

Barkhausen, Elektronenröhren Bd. 3, Leipzig 1935.

Eine hinsichtlich der Phasenreinheit günstige Schaltung ist die der Abb. 147, wenn man die Zapfpunkte c und d zusammenfallen läßt. Ein weiteres Mittel zur Erzielung von Phasenreinheit ist die Aufteilung der Induktivität und der induktiven Rückkopplung auf L-Zweig und C-Zweig des Schwingungskreises zu gleichen Teilen und Einschaltung gleich großer Widerstände in diese Zweige.

β) Die Schwingungskreiselemente. Diese sind mechanisch fest zu bauen (S. 180 u. 207), ihre Dimensionen sind groß genug zu wählen, so daß Erwärmung und dadurch Veränderung ihrer Größen vermieden wird. Die Schaltpunkte sind zu verschrauben oder zu verlöten. R ist gegenüber R_i klein zu machen, wenn möglich verwende man eine Senderöhre mit großem R_i. Der Sender ist gegen Zugluft zu schützen. Je höher die Frequenz des Senders, um so empfindlicher wird sie wegen der dadurch bedingten kleineren Kapazität im Schwingungskreis gegen Änderung unvermeidlicher Streukapazitäten (Handeffekt, Körpereffekt). Hiergegen hilft nur völlige metallische Abschirmung, die sich auch auf die Röhre und bei sehr hohen Frequenzen auch auf die Spannungsquellen zu erstrecken hat, und Erdung. Sender sehr hoher Frequenz sind zum Schutz gegen Erschütterungen (Trillern) auf dämpfende Unterlagen zu stellen.

Im Meter-Wellengebiet kann eine wesentliche Verringerung von R und eine Erhöhung der Frequenzkonstanz durch Verwendung von „Topfkreisen" — Kolster, Proc. Inst. Rad. Eng. **22**, 1335, 1934 — und von abgeschirmten Rohrleitungen — Hansell u. Carter, ebd. **24**, 597, 1936 — erzielt werden. Im Dezimeter-Gebiet der Magnetfeldsender wird Stabilisierung durch Hohlraumresonatoren angewandt — Morita, Rep. Rad. Res. Jap. **7**, 215, 1937. Hollmann in Fortschritte der H.F.-Techn. I, 1941.

γ) Die Betriebsspannungen. Hohe Ansprüche an Amplituden- und Frequenzkonstanz sind noch am einfachsten bei Verwendung von Akkumulatorenbatterien zu erfüllen. Besonders die Heizbatterien sollen große Kapazität bei hohem Entladestrom besitzen. Mit dem Betriebsstrom bleibe man weit unter dem zulässigen Entladestrom. Bei Senderöhren mit Reinmetallkathoden darf die Kathode stark unterheizt werden, um den Röhrenwiderstand hoch zu halten und die Röhre zu schonen; bei Verwendung von Oxydkathoden muß die vorgeschriebene Heizfadenspannung jedoch eingehalten werden. Es ist falsch, Batterien bis zur zulässigen Entladespannung auszunutzen. Vor der Verwendung bedürfen Sender und Batterien längere Zeit des „Einbrennens".

Bei Betrieb aus dem Wechselstromnetz dienen zur Erzeugung der Heizfadenspannung Trockengleichrichter, der Anodenspannung Röhrengleichrichter unter Zwischenschaltung von Beruhigungsdrosselketten. Die Kapazität der Kondensatoren einer Kette liegt in der Größenordnung bis zu 1000 μF, die Induktivität der Drosseln beträgt bis zu hundertstel H im Heiz- und bis zu 100 H im Anodenzweig.

Über Gleichrichterröhren z. Betrieb v. Senderöhren s. Kühle u. Kluge, Telefk.-Z. **77**, 69, 1937.

Bei nicht-spannungsgeregeltem Wechselstromnetz kann die hinter der Drosselkette noch vorhandene Gleichspannungsschwankung durch Glimmstabilisatoren (Abschn. d, S. 319) vermindert werden.

δ) Die Röhrenströme. Man unterdrückt den Gitterstrom durch passende negative Gittervorspannung. Ist dies nicht angängig, da die Leistung sinkt, so stabilisiert man das Verhältnis der Röhrenströme $\frac{\Im_a}{\Im_a + \Im_g}$, d. h. die Stromverteilung in der Röhre der Größe und Phase nach. Dies kann mit Hilfe eines weiteren Gitters (z. B. des Schirmgitters bei Verwendung einer Schirmgitterröhre) geschehen. Änderungen der Betriebsspannungen in der Größe von 20 bis 50% verursachen Frequenzänderungen nur in der Größe von $1 \cdot 10^{-5}$.

Ein im übrigen einfaches und wirksames Stabilisierungsmittel ist ein in die Zuleitung zum Gitter gelegtes, aus einem Kondensator C_s und parallel liegendem Ableitewiderstand R_s gebildetes Stabilisierungselement (Abb. 145). Der Stabilisierungskondensator kann auch in die Zuleitung vom Schwingungskreis zur Anode geschaltet werden. Dieser Kondensator ist durch eine Spule ersetzbar.

Grüneisen u. Merkel, Z. Phys. **2**, 277, 1920, finden beim Tonsender für C_s 0,5 μF und für R_s 20 000 Ω als günstig. Llewellyn untersucht theoretisch und experimentell die Stabilisierungsmöglichkeiten der Abb. 145—149, C_s der Abb. 145 soll sein $= C \frac{L}{L_g} \frac{1}{1-k^2}$, worin $k = \sqrt{\frac{M^2}{L \cdot L_g}}$ (Proc. Inst. Rad. Eng. **19**, 2063, 1931).

Ferner Mallett, J. El. Inst. Eng. **68**, 578, 1930, Stabilisierung mit Induktivität in Serie zum Schwingungskreis; Maske, Phys. Z. **30**, 197, 1929, Stabilisierung mit Kondensator in Serie zum Schwingungskreis nach Abb. 146; Lazaref, Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph. **33**, 55, 1929, Stabilisierung mittels Gitterkondensator C_s. Kompensation der Stromschwankungen durch Gitterspannungsänderung b. Miller u. Andrews, Rev. sci. instr. **1**, 267, 1930; Stabilisierung durch Einschaltung von Sperrkreisen in Mehrstufensendern b. Gunn, Proc. Inst. Rad. Eng. **18**, 1560, 1930.

ε) Wechselnde Belastungen des Senders, die stets mit Frequenzänderungen verbunden sind, vermindert man in ihrer Wirksamkeit durch eine hohe konstante Ruhebelastung. Noch besser ist es jedoch, dem Sender eine Kraftverstärkerstufe rückwirkungsfrei anzukoppeln; dieser wird dann die Hochfrequenzenergie entnommen.

Verwendung von Sendepentoden, s. Engelmann, Telefk.-Z. H. 79, 53, 1938. Meßsender, die im allgemeinen zur Vermeidung unerwünschter Nebenkopplungen stark abgeschirmt sein müssen, sind gebaut von S. & H.: Rel send 11b, 60 kHz bis 20 MHz, Leistung 2—2,5 W, Ausgangsspannung 1—18 V, modulierbar mit 30 bis 10 000 Hz; Rel send 14a u. Rel send 22b für geringere Ansprüche.

b) Quarzgesteuerter Sender. Der quarzgesteuerte Sender ist sämtlichen auf andere Weise stabilisierten Sendern überlegen. Die Frequenzkonstanz über lange Zeitdauer beträgt bei normalen transportablen Quarzsendern einige Milliontel, sie kann unter besonderen Vorsichtsmaßnahmen bei ortsfesten Sendern einige Zehnmilliontel und in den sog. Quarzuhren bis zu Hundertmillionteln betragen. Der Quarzsender findet sowohl im Funkbetrieb als Steuersender als auch im Laboratorium als Frequenznormal Anwendung.

Scheibe, Piezoelektrizität des Quarzes. Dresden 1938.

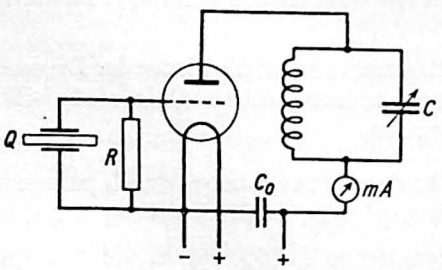


Abb. 151. Quarzsender; Parallelresonanz des Quarzes

α) Senderschaltungen. Die gebräuchlichste Schaltung ist (nach Pierce) die der Abb. 151; der Steuerquarz Q liegt im Gitterkreis einer Verstärkerröhre. Das Gitter kann, um zu hohe negative Aufladung zu verhindern, über einen Hochohmwiderstand R abgeleitet werden. In vielen Fällen empfiehlt sich Ersatz dieses Widerstandes durch eine Drossel (hoher Scheinwiderstand) in Serie mit einer Gitterbatterie. Hochohmwiderstand, Drossel und Batterie müssen von hoher Konstanz sein, um Änderungen der Gittervorspannung zu vermeiden, sonst ist es besser, auf diese Gitterkreis-

elemente zu verzichten und bei geringerer Schwingungsamplitude mit unabgeleitetem Gitter zu arbeiten (in diesem Falle ist weitestgehende elektrische Abschirmung des Senders notwendig). Im Anodenkreis der Verstärkerröhre liegt ein Schwingungskreis, der zur Aufrechterhaltung der Schwingungen eine induktive Belastung der Röhre ergeben muß. Der Kondensator C wird auf einen kleineren als der Abstimmung auf die Quarzfrequenz entsprechenden Kapazitätswert eingestellt, unter Umständen kann auf den Kondensator ganz verzichtet werden (Spulenkapazität).

Das Einsetzen der Schwingungen beobachtet man mit Hilfe des Anodenstrommessers mA an der Abnahme des Stromes, wenn man die Kapazität C (Drehkondensator), von kleinen Einstellungen des Drehkondensators anfangend, allmählich bis nahe an den Resonanzwert vergrößert; kurz vor der Resonanz werden die Schwingungen unstabil (der Strom erreicht ein Minimum) und reißen bei weiterer Steigerung von C ab; der Anodenstrom steigt wieder auf seinen ursprünglichen Wert an. Infolge der Instabilität und der größeren Abhängigkeit der Frequenz der Schwingungen von den Daten des Anodenschwingungskreises in diesem Gebiet bleibe man mit C erheblich unter dem Resonanzwert. Man nehme die dadurch bedingte kleinere Amplitude der Schwingungen in Kauf, die man durch Verstärkerstufen ja leicht vergrößern kann. Die Schnelligkeit, mit der man C zwecks Auffindens der Schwingungen verändert, muß um so kleiner sein, je kleiner die Quarzfrequenz ist, da es infolge der geringen Dämpfung des Steuerquarzes, besonders bei loser Ankopplung und geringen Betriebsspannungen, oft erheblicher Zeit (bis zu Minuten) bedarf, ehe die Amplituden einen solchen Wert erreicht haben, daß dies durch eine Stromminderung an mA sichtbar wird.

Die Schaltung nach Abb. 151 kann u. a. auch dahin abgeändert werden, daß der Steuerquarz zwischen Anode und Gitter geschaltet wird; dann muß man C, um das Einsetzen der Schwingungen zu bewirken, von großen Einstellungen her allmählich bis an den Resonanzwert verkleinern.

Man beachte, daß bei Steuerquarzen schlechter Qualität (Mangel an Planparallelität der Quarzplatte, kristalline Verwachsung, Resonanz zwischen den Eigenfrequenzen der verschiedenen Richtungen der Quarzplatte) Mehrwelligkeit auftritt, so daß der Sender in verschiedenen, nahezu gleichen Frequenzen schwingen kann!

β) Abhängigkeit der Frequenz. Die Frequenz des Senders ist fast ausschließlich durch die Eigenfrequenz des Steuerquarzes bestimmt. (Über die Eigenfrequenz von Quarzstäben oder Quarzplatten s. S. 272.) Die Eigenfrequenz wird jedoch beeinflußt durch: 1. den Quarzhalter, 2. den Ableitewiderstand im Gitterkreis, 3. die Röhrendaten, die ihrerseits wieder durch die Betriebsspannungen bedingt sind, 4. C, L und R im Anodenkreis, 5. den an die Röhre angekoppelten Verbraucherkreis, 6. die Temperatur. Die Beeinflussung der Quarzfrequenz ist (von Punkt 6 abgesehen) bei den Änderungen, die die unter 1. bis 5. aufgeführten Größen während des normalen Betriebes erleiden, wenn nicht besondere Maßnahmen getroffen werden, pro Größe von der Größenordnung von einigen Millionteln bis zu Hundertmillionteln. Wenn sich die dadurch bedingten Frequenzänderungen zum Teil auch oft aufheben, so ist doch größte Konstanz dieser Größen anzustreben. Ihr Einfluß wird dadurch verringert, daß die Kopplung zwischen dem Quarz und seiner Halterung (seinen Anregungselektroden) so

lose wie möglich gemacht wird (indem man z. B. den Anregungselektroden einen großen Abstand von den Quarzoberflächen gibt; über die Quarzhalterung s. S. 271). Bei hohen Konstanzansprüchen nimmt man für die Energielieferung Batterien; über ihre Bemessung gilt ebenso wie für die Anodenkreiselemente das unter Abschn. β und γ S. 235 Gesagte. Über den Einfluß der Temperatur und die Temperatur-Konstanthaltung s. unten ε u. S. 270.

In der Pierce-Schaltung schwingt der Steuerquarz in der durch die Elektroden- und Schaltkapazitäten mitbestimmten Parallel-Resonanzfrequenz. Man kann den zu Frequenzschwankungen Anlaß gebenden Einfluß dieser unerwünschten Kapazitäten unterdrücken, wenn man nach Heegner die Erregung des Steuerquarzes in der Serienresonanz erzwingt. Abb. 152 zeigt eine Schaltung, bei der der Steuerquarz Q zwischen zwei durch C_g, L_g und C_a, L_a gebildete Resonanzkreise geschaltet ist. R_g und R_a sind Koppelwiderstände, die möglichst groß und vorwiegend ohmisch zu wählen sind. Je kleiner die Dämpfung von Q, je größer die Steilheit S der Röhre ist, um so kleiner können die Werte von L_a und L_g gehalten werden, um so kleiner ist dann auch der Einfluß der Verstimmung der Resonanzkreise gegenüber der Eigenfrequenz von Q auf die durch die Schaltung erzeugte Steuerfrequenz, denn die Frequenzänderung bei Änderung eines Kreises ist durch das Verhältnis des Blindwiderstandes des geänderten Kreises zum Blindwiderstand des Quarzes Q gegeben.

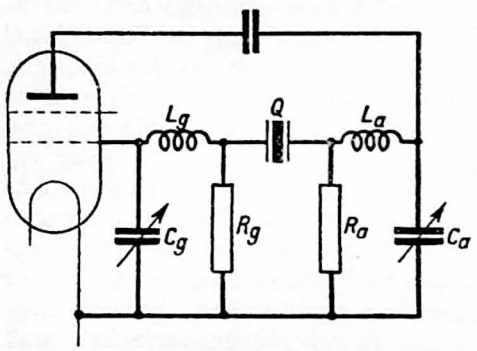


Abb. 152. Quarzsender; Serienresonanz des Quarzes

Zusammenfassung hierüber bei Bechmann, Telefk.-Z. H. **78**, 60, 1938.

γ) Der Frequenzbereich der Quarzsender erstreckt sich von 1000 Hz bis zu 100 Millionen Hz; für den Bereich höchster Frequenz verwendet man neben Quarz auch Turmalin (Straubel).

δ) Über die Halterung von Steuerquarzen gilt das unter ε, S. 268 u. 270 Gesagte.

ε) Temperatureinfluß. Je höher die verlangte Frequenzkonstanz, um so sorgfältiger müssen die Steuerquarze gegen Temperaturschwankungen geschützt werden. Der hierzu nötige Thermostat, ausgerüstet mit Quecksilberkontaktthermometer, besteht aus einer Anzahl thermischer Leiter- und Isolierschichten, die den Steuerquarz abwechselnd unter Zwischenschaltung einer Heizschicht umgeben. Die Leiterschicht besteht aus Kupfer, Aluminium, die Isolierschicht aus Luft, Daunen, Kork, Holz, Filz. Mit einer einzigen Heizschicht und einem Kontaktthermometer ist eine Temperaturkonstanz von 0,01° C, mit einem Doppelthermostat eine solche von 0,001° C zu erreichen.

c) Stimmgabelsender. Sehr konstante Schwingungen, aber im allgemeinen wesentlich tieferer Frequenz als nach Abschn. b, erhält man mit einem durch eine Stimmgabel gesteuerten Sender. Die Stimmgabel liegt als Steuer- und Koppelglied zwischen Anoden- und Gitterkreis einer Verstärkerröhre. Die Anregung der Stimmgabel erfolgt über Magnetspulen (z. B. Telephonsysteme), die den Stimmgabelzinken gegenüberstehen (Abb. 153). Die Ankopplung der Gabel an den Anodenkreis erfolgt über einen Koppelkondensator C_k, der je

nach Amplitude 3000 bis 100000 pF betragen soll. Der Kondensator C_k hält den Gleichstrom dem Magnetsystem fern, dadurch wird zusätzliche Dämpfung vermieden. Der Gitterkreis- und der Ausgangstransformator dienen zur Anpassung der Schaltung. Bei geringeren Ansprüchen an Frequenzkonstanz ist es möglich, daß man das Magnetspulsystem A in Serie mit der Primärwindung des Ausgangstransformators legt und das Magnetsystem B unter Weglassung des Gittertransformators unmittelbar mit Gitter und Kathode der Röhre verbindet.

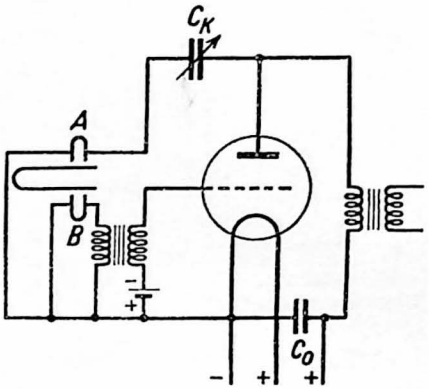


Abb. 153. Stimmgabelsender

Die Frequenz des Senders ist durch die Eigenfrequenz der Gabel bestimmt, sie hängt in geringerem Maße jedoch mit ab von 1. der Magnetisierung der Anregungssysteme, 2. dem Abstand zwischen Anregungssystem und Gabelzinken (Amplitude), 3. dem Luftdruck ($3 \cdot 10^{-7}$ der Frequenz pro Millimeter Hg), 4. der Gabeltemperatur, 5. der Stimmgabelbasis, 6. der Röhre und den Betriebsbedingungen. Zu 1. bis 3.: Man altert die Anregungssysteme künstlich, macht ihren Abstand von den Gabelzinken groß, hält die Stimmgabelamplitude durch loseste Kopplung klein, bringt die Gabel in einem luftdichten Gefäß unter. Zu 4.: Den Einfluß der Temperatur verringert man durch Wahl von Stimmgabelmaterial mit kleinem Temperaturkoeffizienten der Frequenz. Bewährt hat sich als solches Elinvar (36,0 % Ni, 12,0 % Cr, Temperaturkoeffizient der Frequenz $-4 \cdot 10^{-6}$ bis $+9 \cdot 10^{-6}$). Zu 5.: Die Stimmgabelbasis ist möglichst schwer zu machen, die Stimmgabelzinken müssen sorgfältig ausbalanciert werden. Zu 6. gilt das unter Abschn. β u. γ S. 235 Gesagte. Bei Beachtung aller dieser Dinge ist über längere Zeit eine Frequenzkonstanz bis zu $2 \cdot 10^{-7}$ erreichbar.

Eccles u. Jordan, Electrician **82**, 704, 1919; Proc. Phys. Soc. **31**, 269, 1919; Dye, Proc. Roy. Soc. London **103**, 241, 1923; Hensel, Diss. Leipzig 1928.

Zur Theorie der Röhrenstimmgabel: Watanabe, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **32**, 116, 1928; tragbarer Stimmgabelsender für Brückenmessung nach Lyons, J. sci. instr. **5**, 361, 1928; Frequenznormal nach Namba, Proc. Inst. Rad. Eng. **18**, 1017, 1930; Ausbalancierung nach Dye, Report Nat. Phys. Lab. S. 120, 1932. Über Stimmgabelsteuerung mittels Thyratron s. Kluge, ETZ **53**, 1107, 1932.

Die Stimmgabel kann mit gutem Erfolg durch einen in Longitudinalschwingung erregbaren Stahlstab ersetzt werden. Dies hat den Vorteil, daß man zur Erreichung eines möglichst kleinen Temperaturkoeffizienten Stabstücke entgegengesetzter Temperaturkoeffizienten in einem einzigen Stab kombinieren kann, ohne auf Herstellung von Legierungen angewiesen zu sein.

Becker, Ann. Phys. **10**, 533, 1931.

d) Magnetostriktive Sender (nach Pierce) finden hauptsächlich im tonfrequenten Bereich als Erzeuger konstanter Frequenzen Verwendung. Als schwingendes System wird wie nach Abschn. c ein Stab aus magnetostriktivem Werkstoff verwendet. Der Stab wird in einer seiner longitudinalen Eigenschwingungen erregt. Schaltbeispiel nach Abb. 154. Der Stab wird in einem Schwingungsknoten auf einer Schneide gelagert. Über die Stabenden greifen, ohne den Stab zu berühren,

je eine im Anoden- und Gitterkreis liegende Induktionsspule L_1 und L_2. Parallel beiden Spulen liegt die Abstimmkapazität C. Wesentlich ist, daß der Stab durch den Anodenstrom in der Spule L_1 oder durch einen Dauermagneten oder durch Vorbehandlung eine Vormagnetisierung erhält. Der Kondensator C kann bei niedrigen Frequenzen (bis zu 3000 Hz) und richtiger Wahl der Spulen L_1 und L_2 weggelassen werden. Durch Zusammensetzung des Stabes aus einem Kernstab und einem Mantelstab verschiedener Temperaturkoeffizienten kann man einen sehr kleinen Gesamttemperaturkoeffizienten erreichen. Die Abhängigkeit der Frequenz von den Betriebsbedingungen kann klein gemacht werden.

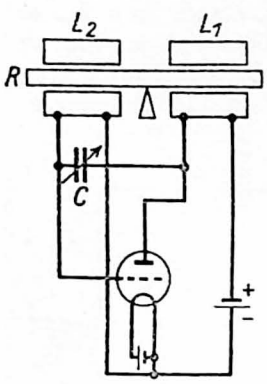


Abb. 154. Magnetostriktiver Sender

Pierce, Proc. Amer. Acad. **63**, 1, 1928; desgl. Proc. Inst. Rad. Eng. **17**, 42, 1929. Theorie nach Freimann, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **34**, 219, 1929; Vincent, Proc. Phys. Soc. **43**, 157, 1931.

Schwingungen hoher Energie nach Gaines, Phys. Rev. **37**, 109, 1931. Zur Theorie s. Giebe u. Blechschmidt, Ann. Phys. **11**, 905, 1931.

e) Tonsender, Röhrensummer. Sie finden hauptsächlich Verwendung bei akustischen Messungen (Bd. 1, S. 114), Brückenmessungen, Bestimmung der Leitfähigkeit. Die Schaltungen nach Abb. 145 bis 147 sind zur Erzeugung von Wechselströmen im Tonfrequenzgebiet geeignet. Bei Frequenzen unter 300 Hz wird die Verwendung von Luftspulen infolge Zunahme der räumlichen Größe und wachsender Dämpfung schwierig. An ihrer Stelle können Eisenspulen, die klein gehalten werden können, Verwendung finden, falls geringere Frequenzkonstanz und Abweichung des Stromes von der Sinusform statthaft sind. Es ist möglich, Tongeneratoren bis herab zu 1 Hz zu bauen.

Moeller, Z. techn. Phys. **12**, 669, 1931.

Bei einem Präzisionstonsender benutzt man die Schaltung nach Abb. 147 (Dreipunktschaltung) mit Frequenzstabilisator in der Gitterzuleitung (S. 234, oben). Der Schwingungskreis besteht aus auswechselbaren Normalen der Induktivität (S. 207) von 0,1, 0,01, 0,001 H mit parallel geschaltetem Glimmerkurbelkondensator von 1 μF Gesamtkapazität. Die Frequenz von 700 bis 46000 Hz ist aus den Schwingungskreisdaten mit einer Genauigkeit von $1 \cdot 10^{-4}$ berechenbar.

Grüneisen u. Merkel, Z. Phys. **2**, 277, 1920. Über Tonsender mit eisenlosen Spulen und Zwischenkreis zum Reinigen des Wechselstromes, geeignet für Leitfähigkeitsmessungen unter genaueren Angaben über Spulendimensionierung s. Lange, Z. Instrkde. **51**, 93, 1931.

Ein Nachteil der Tonsender nach Abb. 145 bis 147 ist außer dem großen und kostspieligen Aufwand an Kondensatoren und Spulen auch die Unmöglichkeit, die Frequenz bequem und kontinuierlich in großen Tonintervallen ändern zu können. Dies umgeht der nach dem Überlagerungsprinzip gebaute Röhrensummer, der aus zwei Sendern gleicher Hochfrequenzschaltung nach Abb. 145 bis 147 besteht, wobei die eine Frequenz f_1 konstant gehalten, die andere f_2 jedoch zur Erzeugung des Überlagerungstones $f_1 - f_2$ geändert wird. Die beiden hochfrequenten Wechselströme werden in einem Hochfrequenzverstärker überlagert, in einem Gleichrichterrohr gleichgerichtet und die resultierende

Schwebungsfrequenz niederfrequent weiterverstärkt. Der Frequenzbereich erstreckt sich von 0 bis zu den höchsten Tönen. Vorsichtsmaßnahmen, z. B. elektrische und magnetische Abschirmung der beiden Sender gegeneinander zur Vermeidung von Mitnahme, sind erforderlich. Um reinen sinusförmigen Wechselstrom im niederfrequenten Ausgangskreis zu erhalten, wird Einschaltung von Filtern sowohl in die Zuleitungen der Hochfrequenzen zum Gleichrichter als auch in die Ausgangsleitungen der Niederfrequenz nötig. Geeignete Schaltungen nach dem Überlagerungsprinzip s. a. S. 312 bis 314.

Hund, Sci. Pap. Bur. Stand. **22**, 631, 1928 u. Bur. Stand. J. Res. **2**, 355, 1929; Mead, Gen. El. Rev. **32**, 521, 1929.

Erhöhung der Frequenzkonstanz durch Stabilisierung des einen Senders f_1 mittels eines Steuerquarzes geschieht nach Abb. 151. Eichung der Kondensatorskala des Senders f_2 erfolgt in Werten der Tonfrequenz durch Festlegung von Fixpunkten am variablen Sender f_2 mittels Hochfrequenznormalen (Leuchtresonatoren) oder tonfrequenzseitig f_1—f_2 mittels Normalstimmgabeln.

Über Tonsender mit zwei quarzgesteuerten Überlagerungssendern, Tonsender mittels Steuerung durch Stufenquarz s. bei Hund, Bur. Stand. J. Res. **2**, 355, 1929; Lapham, ebd. **7**, 691, 1931; Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **39**, 186, 1932.

C. Spezialschaltungen für höchste Frequenzen (Kurz-, Ultrakurz-, Mikrowellen)

a) Allgemeines. Der Verkürzung der Wellenlänge λ durch stetige Herabsetzung von L und C des Schwingungskreises der Schaltungen nach Abb. 148 u. 149 wird durch den Einfluß der unvermeidlichen Induktivitäten und Kapazitäten der Zuleitungen und der Röhre eine untere Grenze gesetzt. Diese Grenzwelle ist mit den üblichen Rückkopplungsschaltungen nicht zu unterschreiten; nur mittels einiger Spezialschaltungen, deren Grundlage jedoch die normale Rückkopplung bleibt, kann die untere Grenze noch etwas gesenkt werden. Die schaltungstechnischen Maßnahmen haben sich hierbei auf Symmetrierung des gesamten Aufbaues, z. B. durch Gegentaktschaltungen, und auf Verdrosselung der Spannungszuführungen, besonders auch des Kathodenheizkreises zu erstrecken. Hierbei stimmt man die Heizdrosseln nicht genau auf Resonanz mit der Senderwelle ab, sondern macht sie im allgemeinen etwas kapazitiv (niedrigere Frequenz). (Entfernung des Röhrensockels hilft oft weiter.)

Grundsätzliches und Schrifttum über Drosselwirkung b. Döhler, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **52**, 9, 1938; über abgestimmte Heizdrosseln (Sperrkreis) s. Bergmann, ebd. **35**, 148, 1930. Rothe u. Kleen, Das Verhalten der Elektronenröhren bei hohen Frequenzen. Leipzig 1941.

Die Energie der Schwingungen nimmt gleichfalls stark mit der Wellenlänge ab, da die durch (1) gegebene optimale Anpassungsbedingung infolge zunehmenden Einflusses von C und R auf Kosten von L in keiner Weise mehr erfüllt werden kann. Nur durch Verwendung von Spezialröhren, bei denen besonders Verringerung der Röhrenkapazitäten und Verbesserung der durch die Röhre gegebenen Anpassungsbedingung $2\,U_a/I_s$ erreicht ist, läßt sich ein besserer Wirkungsgrad erzielen.

Spezialröhren sind: Telefunken RS 207, $\lambda = 3$ m, H-F-Leistung 300 W; RS 396, $\lambda = 1{,}25$ m, Leistung 200 W; RS 297, λ etwa 50 cm bei 3 W; SD 1, $\lambda = 33$—40 cm; SF 1, $\lambda = 1$ m; ferner die „acorn-tubes" RCA 955 und 954, $\lambda = 40$ cm bzw. $= 1$ m und RCA 887 u. 888, $\lambda = 1{,}25$ m bei 200 W; Röhren für $\lambda = 25$ cm, $= 20$ cm und

= 18 cm bei einer Nutzleistung von 3 bzw. 2 bzw. 1 W sind bei Samuel, Proc. Inst. Rad. Eng. **25**, 1234, 1937, a. ref. in Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **51**, 209, 1938 beschrieben; über Theorie u. Berechnung der Grenzfrequenz s. Zuhrt, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **49**, 73, 1937 (λ = 29,4 cm bei SD 1); s. a. Kühnhold, ebd. **46**, 78, 1935.

b) Senderschaltungen mit einem Rohr. α) Einfache Schaltung. Diese zeigt Abb. 155. Gitterkreis und Anodenkreis enthalten je ein Drahtrechteck; je zwei Seiten der beiden Rechtecke bestehen aus Messingröhren, in denen Kupferdrähte, mit überall metallischem Kontakt gut passend, verschiebbar sind. Durch posaunenartiges Verlängern und Verkürzen der Rechtecke verändert man die Selbstinduktion dieser beiden Schwingungskreise, die keine Kondensatorkapazität, sondern nur verteilte Kapazität und die innere Röhrenkapazität enthalten; ein Drehkondensator zwischen Anode und Gitter als zusätzliche Rückkopplung erhöht die Schwingungsenergie. Die Anodenbatterie liegt parallel zum Blockkondensator C_0; es ist zweckmäßig, C_0 als Drehkondensator auszubilden: Feinabstimmungs- und Anpassungsmöglichkeit zur Energiesteigerung (Meterwellen).

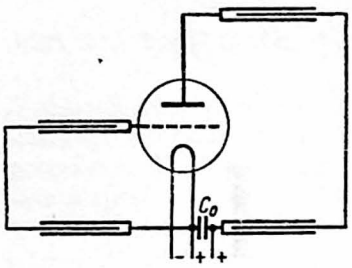


Abb. 155.
Kurzwellensender einfachster Art

Dunmore u. Engel, Proc. Inst. Rad. Eng. **11**, 467, 1923; Scheibe, Helios (Radio-Technik) **31**, 245 u. 261, 1925.

β) Mit dem Lecherschen System. Abb. 156 zeigt die Verwendung eines Lecherschen Drahtsystemes als Schwingungskreis. Der Abschluß des Systemes geschieht durch eine Kurzschlußkapazität C oder eine geschlitzte Plattenbrücke. Um bei längeren Wellen mit einem kurzen Drahtsystem auskommen zu können, empfiehlt sich dicht an der Röhre die Zuschaltung eines Drehkondensators zwischen Anode und Gitter. Die Kondensatoren C_0 sind Kurzschlußkapazitäten. In den Heizleitungen liegen als Drosseln die auf eine etwas kleinere Frequenz abgestimmten Sperrkreise. Dem Gitter gibt man eine geeignete Vorspannung.

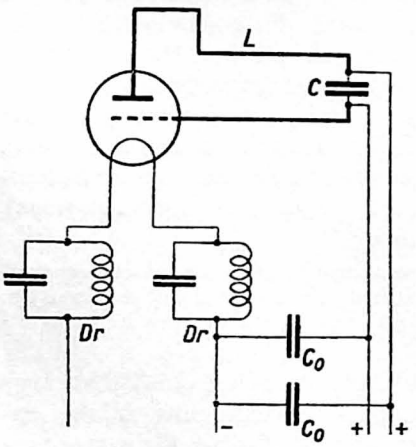


Abb. 156. Kurzwellensender mit Lecher-System und Sperrkreisen in den Heizleitungen

Unter Verwendung von Knopfröhren (acorntubes) und Ausbildung der Heizdrosseln als weiteres Lechersches Drahtsystem erreicht man eine Wellenlänge von 40 cm (Döhler a. a. O.).

Krause, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **45**, 128, 1935; Renatus, ebd. **43**, 12, 1934; Townsend u. Morrell, Phil. Mag. **42**, 265, 1921.

γ) Schaltung nach Esau. Für Leistungen bis zu 1 kW bei Wellenlängen von 2,8—6 m für Telephonie und Telegraphie hat sich ein Sender nach Schaltung Abb. 157 mit Telefunkenröhren RS 19 oder RS 207 bewährt. Der Schwingungskreis wird aus einem zwischen Gitter und Anode liegenden kurzen Drahtbügel L und dem variablen Plattenkondensator C_2 von etwa 30 pF

gebildet. Die Ableitung des Gitters geschieht durch einen Lampenwiderstand R von 1000 Ω. Die Drosseln Dr haben 15 cm Länge, 30 Windungen, 3 cm Windungsdurchmesser. Die Antenne D wird, in $\frac{\lambda}{4}$ abgestimmt, galvanisch angekoppelt. Für Telegraphie entnimmt man die Anodenspannung einer Wechselstromquelle von 500—1000 Hz, auf der Empfangsseite wird dadurch der Überlagerer gespart. Für Telephoniesendung muß als Anodenspannung Gleichspannung verwendet werden, den Ableitewiderstand R ersetzt man dann durch die Besprechungsapparatur.

Wechsung, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **31**, 176, 1928.

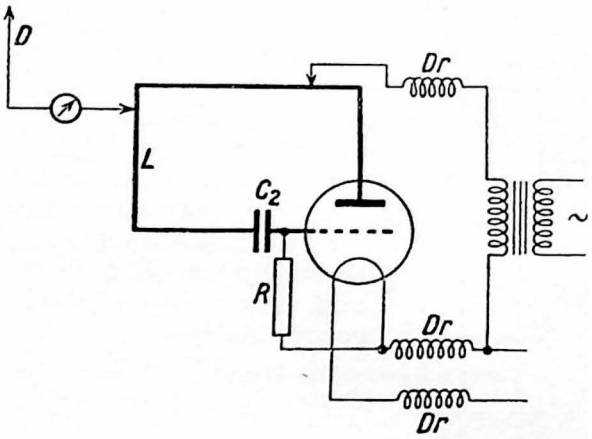


Abb. 157. Kurzwellensender im Metergebiet für größere Leistung

c) Gegentaktschaltung. Bei dieser Gegentaktschaltung (Abb. 158) sind die Anoden und Gitter beider Senderöhren über je einen Schwingungskreis miteinander verbunden. Beide Kreise sind induktiv und kapazitiv, zum Teil über die Röhrenkapazitäten, gekoppelt; damit die Schwingungen durch Selbsterregung einsetzen, müssen die Kreise ungefähr aufeinander abgestimmt sein. In Kreis I soll L_1 klein, C_1 groß, in II L_2 groß, C_2 klein sein. Schwingt der Sender, so sind die Wechselspannungen an den beiden Anoden bzw. Gittern um 180° in der Phase verschoben. In einem Punkte längs der Spule L_1 bzw. L_2, bei völlig symmetrischem Aufbau in der Spulenmitte, ist daher die Wechselspannung immer Null. An diese Punkte wird die Gleichspannung U_a angelegt; beim Kreis II über einen Gitterableitungswiderstand R, dessen eine Klemme mit der Mitte des Verbindungsdrahtes der hintereinandergeschalteten Heizfäden verbunden ist. Bei dieser Schaltungsweise gelangen keine Hochfrequenzströme in den Batteriezweig, wodurch das bei kurzen Wellen durch Drosseln schwer vermeidbare Mitschwingen von einzelnen Schaltungsteilen des Batteriezweiges ausgeschlossen wird. Die kürzeste Wellenlänge in dieser Schaltung liegt bei einigen m. Für noch kürzere Wellen ersetzt man jeden der Kreise I und II durch je ein Lechersches Drahtsystem, mit verschiebbarem Drahtbügel zur Abstimmung, und legt die Gleichspannungszuleitungen an die Mitte der Drahtbügel an, kürzeste Wellenlänge < 1 m.

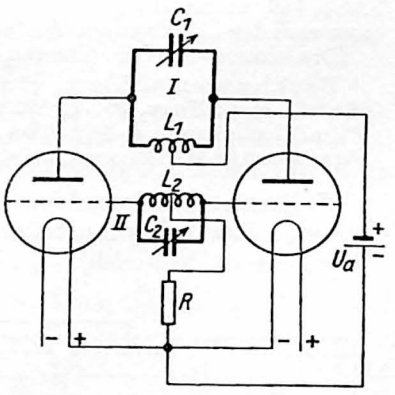


Abb. 158. Kurzwellen-Gegentaktschaltung

Für sehr kurze Wellen ist es besser, den Widerstand R zu entfernen und eine Vorspannung von etwa + 20 V an die Gitter zu legen.

Eccles u. Jordan, Electrician **83**, 299, 1919; Holborn, Z. Phys. **6**, 328, 1921; Müller u. Zimbalin, ENT **8**, 207, 1931.

d) Laufzeitschwingungen. α) Schaltung nach Barkhausen und Kurz. Es werden zur Erzeugung der Schwingungen Röhren axial-symmetrischer Form mit zylindrischer Anode, zylindrischem Gitter und geradlinigem Heizfaden bevorzugt. Die Anode (A) erhält eine negative Spannung oder ist mit dem Heizfaden verbunden, das Gitter (G) erhält eine positive Spannung. Als äußeres Schwingsystem wird an Anode und Gitter nach Abb. 159 ein aus der Röhre möglichst geradlinig herausgeführtes Lecher-System angeschaltet, das durch eine geschlitzte Plattenbrücke Br auf die in der Röhre entstehenden Elektronenschwingungen abgestimmt wird.

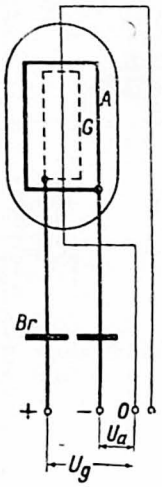


Abb. 159. Schaltung für Elektronenschwingungen

Auch die Zuleitungen zum Heizfaden werden zweckmäßig als Lecher-System mit Reflexionsbrücke ausgebildet. Die Wellenlänge wird durch die Radien der Elektroden und durch die Spannungen bestimmt.

Die Berechnung der Wellenlänge unter Annahme von Plattenelektroden ergibt etwas zu große Werte:

$$\lambda = \frac{2000}{\sqrt{U_g}} \frac{r_a U_g - r_g U_a}{U_g - U_a} \qquad (7)$$

(U_g = Gitterspannung, U_a = Anodenspannung, r_a = Anodenradius, r_g = Gitterradius, Spannung in V, r in cm, λ in cm).

Die zylindrische Symmetrie der Röhre findet Berücksichtigung in einer mit den Meßergebnissen besser übereinstimmenden Formel von Scheibe (Ann. Phys. **73**, 54, 1924), den zusätzlichen Einfluß der Wechselspannungen behandeln Gill u. Morrell (Phil. Mag. **44**, 161, 1922), den zusätzlichen Einfluß der Raumladungen Kapzov u. Gwosdower (Z. Phys. **45**, 114, 1927).

„Kürzere" Wellen von ungefähr der halben Wellenlänge der Barkhausen-Wellen, aber denselben Gesetzen unterliegend, erhält man in der gleichen Schaltung wie Abb. 159, wenn man die Röhre durch vorsichtiges Anheizen dem Schwingungszustand der Barkhausen-Wellen annähert (Scheibe, a. a. O.).

Die kürzesten Wellenlängen liegen bei einigen cm.

Barkhausen u. Kurz, Phys. Z. **21**, 1, 1920; Scheibe, Ann. Phys. **73**, 54, 1924; Kohl, Ann. Phys. **85**, 1, 1928; Potapenko, Z. techn. Phys. **10**, 548, 1929; über Parallelschaltung s. Scheibe, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **27**, 1, 1926. Zusammenfassung: Hollmann, a. a. O.; Groos, a. a. O.

β) Magnetfeldsender. Die Magnetfeldröhren besitzen eine zylindrische Anode mit axial-symmetrisch angeordnetem Heizfaden. Die Anode ist als Voll-, Zweischlitz-, Vierschlitz- und Mehrschlitzzylinder ausgebildet. Bestimmend für die elektrische Wellenlänge ist das Magnetfeld, das bei Verwendung des Vollzylinders etwas schräg, bei den Schlitzzylindern parallel zur Zylinderachse verläuft. Abb. 160 zeigt die Schaltung bei Verwendung einer Vollanode, Abb. 161 die Prinzipschaltung (Anordnung des Magneten ist weggelassen) bei Verwendung einer Vierschlitzanode. Als Schwingungskreis ist beide Male ein mit Plattenbrücke abgeschlossenes Lecherdraht-System angeschaltet. Die

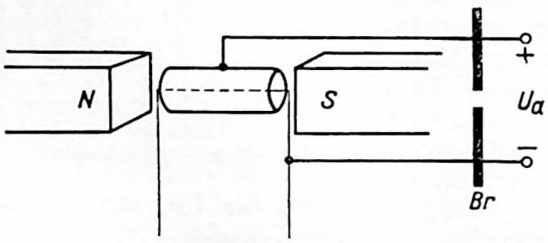


Abb. 160. Magnetfeldsender mit Vollanode

Anordnung mit Schlitzanoden wird wegen der Möglichkeit der symmetrischen Anschaltung des Schwingungskreises vorgezogen.

Die Elektronen, die aus dem Heizfaden austreten, werden unter dem Einfluß des Magnetfeldes zu herzförmigen Bahnen (Rollkreisbahn) gezwungen, die auf die Kathode zurück- oder auf einer Leitbahn rosettenförmig um die Kathode herumführen. Man unterscheidet Schwingungen 1., 2. . . . n-ter Ordnung, je nachdem, ob der Elektronenumlauf auf der Rollkreisbahn während einer Schwingungsperiode 1 mal, 2 mal . . . n mal erfolgt.

Die Schwingung 1. Ordnung stellt die mit der betreffenden Röhre erreichbare höchste Frequenz dar und kann mit Voll- und Schlitzanoden erzeugt werden. Die Wellenlänge berechnet sich aus dem Magnetfeld H zu

$$\lambda = \frac{K}{H} \text{ cm}, \tag{8}$$

worin K eine Konstante ist.

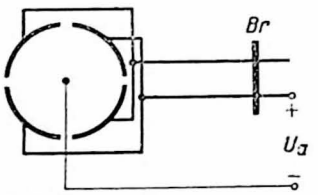


Abb. 161.
4-Schlitz-Magnetfeldsender

Diese ist rechnerisch zu 10 700, experimentell zu 11 500 (Herriger u. Hülster, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **49**, 123, 1937) ermittelt worden. Die für die betreffende Röhre günstigste Feldstärke H_{opt} und damit λ_{opt} errechnet sich aus der angelegten Anodenspannung U_a und dem Anodenradius r_a zu

$$H_{opt} = 6{,}72 \frac{\sqrt{U_a}}{r_a}. \tag{9}$$

Äußere Abstimmung des Resonanzkreises auf die Laufzeitfrequenz bestimmt nur das Maximum der Energie; Wirkungsgrad etwa 10—15%.

Die Schwingungen höherer Ordnung ($n > 1$) erzeugen niedrigere Frequenzen, gestatten jedoch Wirkungsgrade zu erreichen, die bei $n = 2$ etwa 50% betragen und bei $n \lesseqgtr 9$ den Wert 90% übersteigen können; sie treten nur in geschlitzten Magnetfeldröhren auf.

Bezeichnet man mit p die Paarzahl der Anodensegmente, so errechnet sich die Wellenlänge (wesentlich durch die Leitbahn bestimmt) zu

$$\lambda = \frac{950\, r_a^2\, H_{opt}}{p \cdot U_a} \text{ cm}. \tag{10}$$

Herriger u. Hülster, a. a. O., finden experimentell statt 950 den Wert 1100; nach ihnen berechnet sich H_{opt} zu

$$H_{opt} = \frac{n \cdot p}{2} \sqrt{\frac{1}{np - 1}} \cdot \frac{6.72 \sqrt{U_a}}{r_a}. \tag{11}$$

Schwingungen 2. Ordnung sind nur in Röhren mit mehr als vier Schlitzen erregbar; ihre Erzeugung ist wegen der Kleinheit der erforderlichen Betriebsdaten jedoch wirtschaftlich. Bestimmend für die Frequenz ist der angeschlossene Schwingungskreis, der jedoch schon meist durch Induktivität und Kapazität der Anodensegmente und ihrer Verbindungsbügel innerhalb der Röhre gegeben ist.

Im Betrieb macht sich sehr störend der Rückheizeffekt der Kathode bemerkbar, der zu mehrfacher Steigerung der Emission gegenüber dem statischen Wert führen kann. Zur Stabilisierung ist Einschaltung eines hochohmigen Sicherheitswiderstandes in die Anodenzuleitung erforderlich, ebenso Kühlung der Anodensegmente durch Kühlfahnen oder Wasser.

Über den Rückheizeffekt infolge Ionisierung s. Hülster, Telefk.-Röhre **14**, 217, 1938.

Über Magnetfeldröhren sehr hoher Leistung s. Pfetscher u. Puhlmann, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **47**, 105, 1936; über die Elektronenbahnen s. Möller, ebd. **47**, 115, 1936; über den Mechanismus s. dens., ebd. **48**, 133, 1936; wassergekühlte Vierschlitzröhre hoher Leistung s. Ahrens, ebd. **50**, 181, 1937; Potentialmessung mittels Sonde s. Engbert, ebd. **51**, 44, 1938; über Millimeterwellen ($\lambda = 0{,}49$ cm bei $U_a = 4000$ V u. $H = 20\,000$ Oe) s. Richter, ebd. **51**, 10, 1938. Zus. Darstellung Groos, ENT **14**, 325, 1937; Hollmann, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **52**, 161, 209, 1938. Spezialröhren sind: Telefunken MV 50/25, $\lambda = 50$ cm bei 25 W; MF 20/14, $\lambda = 20$ cm bei 15 W; MF 12/1,5, $\lambda = 12$ cm bei 1,5 W.

D. Erzeugung gedämpfter Mikrowellen

Stark gedämpfte Schwingungen gibt ein Entladungskreis (Abb. 162) mit Funkenstrecke. Der Kondensator C wird von der Sekundärspule J eines Induktoriums oder Wechselstrom-Transformators aus aufgeladen, wobei die Zuleitungen unmittelbar an die Funkenstrecke F zu legen sind (Drude). Als Elektrodenmaterial für die Funken in Luft ist am besten Mg, weniger gut Sn, Zn, Al, besonders schlecht Cu und Ag geeignet.

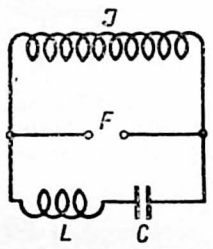


Abb. 162. Funkensender

Durch systematische Verkleinerung von C und L des Schwingungskreises der Abb. 162, die bis zur Auflösung des Kreises in stäbchen- oder kugelförmige Vibratoren (Lewitzky) von weniger als 1 mm Größe geht, erreicht man Eigenschwingungen der Vibratoren, deren Frequenzen im Grenzgebiet der Wärmewellen liegen. Die Anregung der Vibratoren erfolgt durch den elektrischen Funken, der von Induktoren, Transformatoren oder Hochfrequenz-Hochspannungssendern (nach Abb. 147) erzeugt wird.

Erreger mit Löschfunkenstrecke zur Erzeugung wenig gedämpfter Wellen s. Mie, Phys. Z. **11**, 1035, 1910; Settnick, Ann. Phys. **34**, 565, 1911; Rukop, ebd. **42**, 489, 1913; Weichmann, ebd. **66**, 501, 1921.

Millimeterwellen: Nichols u. Tear, Phys. Rev. **21**, 587, 1923.

Bei dem „Massenstrahler" von Glagolewa-Arkadiewa (Z. Phys. **24**, 153, 1924) wird statt eines einzelnen Oszillators eine sehr große Anzahl aus Metallspänen in Maschinenöl bestehender Oszillatoren benutzt, die durch eine besondere Vorrichtung ständig erneuert werden. Da die Eigenschwingungen aller Oszillatoren nicht gleich sind, ist die so erzeugte Strahlung nicht monochromatisch; es sollen so Wellenlängen im Bereich von 5—0,1 mm mit beträchtlicher Energie herstellbar sein.

Eine größere Anzahl von Oszillatoren in Form von Schrotkugeln (0,8 mm Durchmesser) benutzt auch Lewitzky, Phys. Z. **25**, 197, 1924; ebd. **27**, 177, 1926.

E. Erzeugung von Kippschwingungen

a) Allgemeines. Kippschwingungen (Relaxationsschwingungen) entstehen durch periodisches Aufladen und Entladen von Kondensatoren in Verbindung mit Ohmschen Ladewiderständen und Elektronenröhren oder Gasentladungsröhren als Entladewiderständen. Die Kurvenform der entstehenden Schwingung ist stark verzerrt, der Wechselstrom ist reich an Oberschwingungen. Kipp-Sender sind daher dort am Platze, wo es sich um die Erzeugung kräftiger Harmonischer handelt. Kipp-Sender sind durch eine steuernde Wechselspannung leicht zu synchronisieren, sie finden daher bei der Frequenztransformation besonders dann Anwendung (unter Benutzung von Kippschwingröhren, s. Abschn. d S. 247), wenn durch die Steuerung sofort ohne weitere Zwischenschaltung von Verstärkern Wechselströme von mehreren Ampere erzeugt werden sollen.

Eine Kippschaltung einfacher Form mit exponentiellem Spannungsanstieg und -abfall am Kondensator C wird durch Serienschaltung einer Spannungsquelle U, eines Ohmschen Widerstandes R und eines Kondensators C, dem eine Glimmlampe parallelgeschaltet ist, dargestellt. Die Glimmlampe möge bei der Spannung U_z zünden und bei der Spannung U_l löschen; ihr innerer Widerstand sei während der Entladung gleich R_i und konstant; dann ergibt sich die Kippfrequenz f zu:

$$\frac{1}{f} = C\left(R \ln \frac{U-U_l}{U-U_z} + R_i \ln \frac{U_z}{U_l}\right);$$

die Frequenz f ist also auch von der Betriebsspannung U abhängig.

Die Kippschaltung mit zeitproportionalem Spannungsanstieg und vernachlässigbarer Entladezeit am Kondensator C (linearem Hinlauf, vernachlässigbarem Rücklauf, sägezahnähnliche Form der Spannungskurve an C), erfordert konstanten Ladestrom I. Dies ist durch geeignete Form von R, z. B. Einschaltung einer im Sättigungsgebiet arbeitenden Wolframdiode oder -triode oder einer Pentode als Ladewiderstand R erreichbar. Die Kippfrequenz ergibt sich zu

$$\frac{1}{f} = \frac{C}{I}(U_z - U_l).$$

Die Frequenz f ist also auch vom Ladestrom I abhängig. Durch Regelung des Heizstromes der Röhrenkathoden oder durch Regelung der Gitterspannungen bei der Pentode kann I und somit f in weiten Grenzen geändert werden.

Hehlgans, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **44**, 132, 1934.

Kippschwingungen mit linearem Hinlauf finden als Zeitmaßstab bei Kathodenstrahlröhren ausgedehnte Anwendung.

Zur Theorie: Le Corbeiller, J. I. E. E. **79**, 361, 1936; Kober, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **46**, 23, 1935; zur Regelung der Phasenlage s. Hudec, ENT **15**, 29, 1938; Richter, Elektrische Kippschwingungen, Wesen u. Technik, Leipzig 1940.

b) Mit Elektronenröhren. Eine geeignete Schaltung hierfür ist die Multivibrator-Schaltung (Abb. 163). Die Anoden beider Röhren sind über die Kapazitäten C mit dem Gitter der anderen Röhre rückgekoppelt. Es empfiehlt sich, die beiden Kapazitäten, ebenso die Gitterwiderstände R einander gleich zu machen. Als Frequenz der entstehenden Schwingungen berechnet sich in grober Annäherung etwa $\frac{1}{2RC}$. Die Frequenz ist in starkem Maße von den Betriebsbedingungen abhängig. Der Strom ist stark verzerrt und daher für weitere Frequenzvervielfachung gut verwendbar.

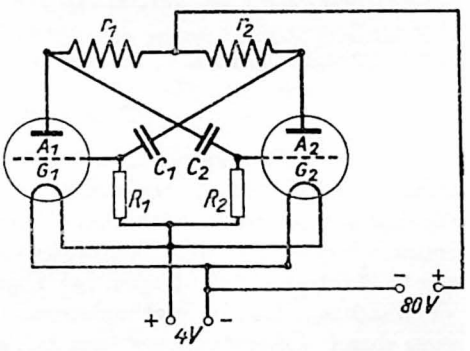


Abb. 163. Multivibrator

An Stelle zweier Röhren kann eine Doppelgitterröhre treten, bei der nach Abb. 164 das Schutzgitter G_2 über R_1 mit der Kathode und das Beschleunigungsgitter G_1 über R_2 mit dem positiven Spannungspol verbunden ist.

v. d. Pol, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **28**, 178, 1926 u. **29**, 114, 1927.

Die Frequenz wird durch C, R_1 und R_2 und durch die Röhreneigenschaften bestimmt. Es ist vorteilhaft, R_1 und R_2 so groß zu wählen, daß die Röhre nicht überlastet werden kann, und die Frequenz möglichst allein durch C festzulegen.

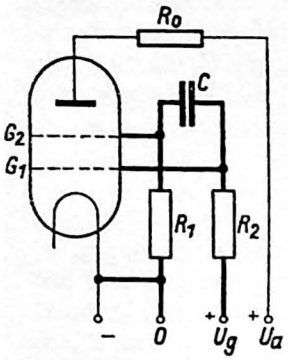


Abb. 164. Kippschwingungen mittels Elektronenröhre

Golicke, ENT **15**, 134, 1938. S. a. v. Ardenne, ebd. **56**, 1925, 1935.

c) Mit Kippschwingröhre (Thyratron). Schaltung nach Abb. 165. Der Kondensator C wird von der Batteriespannung U_b über R aufgeladen; während der Ladezeit ist die Röhre durch die gewählte negative Gittervorspannung U_g gesperrt.

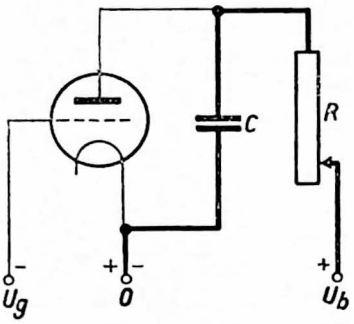


Abb. 165. Kippschwingungen mittels Thyratron

Die Entladung des Kondensators setzt ein, wenn die Kondensatorspannung gleich der durch die Zündkennlinie (Abb. 223, S. 318) bestimmten Zündspannung $U_{C\max}$ geworden ist. Die Spannung fällt dann sehr schnell auf die Löschspannung $U_{C\min}$ ab; danach beginnt die Ladung von neuem. Die Frequenz f der Kippschwingung ergibt sich zu

$$\frac{1}{f} \doteq RC \ln \frac{U_b - U_{C\min}}{U_b - U_{C\max}}. \tag{12}$$

(Über $U_{C\max}$ und $U_{C\min}$ s. S. 317, Abschn. c.)

Röhren mit Edelgasfüllung werden benutzt, wenn große Konstanz der Frequenz, Röhren mit Wasserstoffüllung, wenn hohe Frequenzen und große Energien erzielt werden sollen.

Drewell, Z. techn. Phys. **17**, 249, 1936.

Über die Vorschaltung einer Ladepentode, um den Ladeanstieg über lange Zeit zeitlinear zu machen, s. Hehlgans, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **44**, 132, 1934; um „gesteuerte" Kippschwingungen mit Frequenzen bis zu 1 MHz zu erzeugen, s. Pieplow, ENT **15**, 271, 1938.

Käufliche Röhrentypen der AEG sind: S 0,35/0,35d und S 0,3/0,2i mit Argon; S 0,7/0,2i mit Helium.

2. Frequenztransformation

Man erhält bei rein sinusförmiger Wechselspannung am Gitter im Anodenkreis eines Verstärkers einen mit den höheren Harmonischen stark angereicherten Wechselstrom, wenn man das Gitter übersteuert oder den Arbeitspunkt in den krummlinigen Teil der Kennlinie verlegt. Der Wechselstrom ist verzerrt. Verzerrte Wechselströme finden bei Frequenzmessungen mittels Oberschwingungen Verwendung. Ist ein Wechselstrom mit einer Grundfrequenz f_1 gegeben, so kann man durch Übersteuerung am Gitter nur Frequenzen erzeugen, die ein ganzzahliges Vielfaches von f_1 sind — Frequenzvervielfachung —. Benötigt man jedoch Frequenzen, die nur ein Teil der Grundfrequenz sind ($f = \frac{m}{n} f_1$, wobei m und n ganze Zahlen und $\frac{m}{n} < 1$ ist), so ist dies durch Synchronisierung eines

auf f abgestimmten Senders — Frequenzteilung — möglich. Wendet man bei der Frequenzvervielfachung ebenfalls die Synchronisierung an, so ist es auch da möglich, Frequenzen zu erzeugen, für die gilt: $f = \frac{n}{m} f_1$.

A. Frequenzvervielfachung

a) Gleichrichter. Man erhält eine Frequenzverdoppelung durch Beheizung von Gleichrichterröhren mit Wechselstrom. Ebenso erhält man Frequenzverdoppelung in der Zweiweg-Gleichrichtung mit Ventilröhren; hierbei sind die bei Gleichrichterschaltungen gebräuchlichen Mittel zur Beseitigung der Welligkeit wegzulassen. Am besten ist es, den gleichgerichteten Strom auf einen auf die doppelte Frequenz abgestimmten Schwingungskreis arbeiten zu lassen.

Zenneck, Wied. Ann. **69**, 858, 1899. Über Vervielfachung mittels Einweg-Gleichrichter bis zur 70. Harmonischen der Grundfrequenz s. Adelsberger, Tät.Ber. d. PTR., Phys. Z. **39**, 258, 1938 u. **40**, 258, 1939.

b) Sender in Selbsterregung. Da die Kennlinie einer Elektronenröhre stets eine mehr oder weniger starke Krümmung aufweist, so sind im Anodenstrom immer Oberschwingungen des durch die Rückkopplung erregten Wechselstromes der Frequenz f_1 vorhanden. Um diese Oberschwingungen mit möglichst starker Amplitude zu erhalten, sind alle Mittel zur Übersteuerung des Senders anzuwenden: starke Rückkopplung, schwache Heizung, niedrige Anodengleichspannung, große Selbstinduktion und kleine Kapazität im Anodenschwingungskreis. Im Anodenschwingungskreis überwiegt die Amplitude der Grundschwingung; um die Oberschwingung nf_1 möglichst rein und kräftig zu erhalten, schaltet man in Serie zum Anodenschwingungskreis einen auf die Frequenz nf_1 abgestimmten Siebkreis (von diesem aus durch aperiodischen Verstärker oder durch Mitnahme Weiterverstärkung der Schwingung).

c) Sender in Fremderregung. An das Gitter der Verstärker- oder Senderöhre wird die Spannung $\mathfrak{U}_g$ des zu verzerrenden Wechselstromes angelegt. Der Arbeitspunkt der Röhre liegt im krummlinigen Teil der Kennlinie. Die Wechselspannung $\mathfrak{U}_g$ ist groß zu machen, unter Umständen durch Vorverstärkung nach einer der Schaltungen (S. 304, Abschn. B). Im Anodenkreis liegt ein auf die Frequenz nf_1 abgestimmter Resonanzkreis; der auf diese Weise ausgesiebte Wechselstrom der Frequenz nf_1 kann nun seinerseits weiterverstärkt und wiederum verzerrt werden. Je höher die Frequenzen nach Durchlaufen der einzelnen Verzerrerstufen werden, um so stärker ist die Gefahr der Selbsterregung der einzelnen Stufen. Vorsichtsmaßnahmen dagegen sind: Abschirmung der einzelnen Stufen, Zwischenschaltung von Widerstandsverstärkerstufen, Neutralisierung nach S. 307 oder Verwendung von Pentoden.

Ausführliches Schaltbeispiel eines Vervielfachers von 1000—450 000 Hz bei Hazen u. Kenyon, Scient. Pap. Bur. Stand. **19**, 445, 1924; Bunimowitsch, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **35**, 223, 1930; Heinze, Telegr.-, Fernspr.- u. Funk-Techn. **26**, 123, 1937.

d) Frequenzvervielfachung durch Synchronisierung. Diese ist den in b) und c) beschriebenen Verzerrermethoden überlegen, da meist eine Leistungsverstärkung auf der höherfrequenten Seite der Vervielfachungseinrichtung unnötig wird. Man synchronisiert den auf die Frequenz nf_1 abgestimmten Sender 2, indem man seinem Gitter eine hohe Spannung der Frequenz f_1 des niederfrequenten

Senders aufdrückt. Dies kann dadurch geschehen, daß eine mit der Rückkopplungsspule des Senders 2 in Serie liegende Koppelspule mit dem Anodenkreis des mit der Frequenz f_1 schwingenden Senders 1 fest gekoppelt wird.

Mercier, Ann. Phys. (franz.) **19**, 248, 1923; Winter-Günther, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **37**, 39, 1931.

Leichter als Sender mit nahezu sinusförmigen Schwingungen lassen sich schwingungsfähige Gebilde synchronisieren, die Kippschwingungen ausführen. Die Synchronisierung des Multivibrators (Abb. 163) auf einer Frequenz nf_1, z. B. mittels eines Stimmgabeloszillators, geschieht dadurch, daß man mittels einer in die Anodenzuleitung des Multivibrators gelegten Spule, die fest mit dem Anodenkreis des Stimmgabelsenders gekoppelt ist, der Anodengleichspannung eine Wechselspannung der Frequenz f_1 überlagert.

Dye, Proc. Roy. Soc. London **103**, 241, 1923.

Bei Kippschwingröhren (Abb. 165, S. 246) legt man die steuernde Wechselspannung der Frequenz f_1 mit der Gittervorspannung U_g in Serie oder unter Verwendung einer Pentode als Kippröhre an das der Kathode zunächst liegende Steuergitter, während die weiteren Gitter nach Abb. 164 geschaltet sind.

Golicke, ENT **15**, 134, 1938.

B. Frequenzteilung

a) Multivibrator. Systeme, die Kippschwingungen ausführen, lassen sich auf einer Frequenz synchronisieren, die in einem rationalen Verhältnis $\frac{1}{n}$ zur steuernden Frequenz f_1 steht. Die Synchronisierung eines mit einer Frequenz $\frac{1}{n} f_1$ schwingenden Multivibrators geschieht in ähnlicher Weise wie S. 247 Abschn. d, indem man dem Anodenkreis einer der beiden Multivibratorröhren eine Wechselspannung der Frequenz f_1 aufdrückt, z. B. dadurch, daß in Serie mit einem der Widerstände r der Abb. 163 eine mit dem synchronisierenden Sender fest gekoppelte Koppelspule gelegt wird.

Über die Verwendung der Pentode in Kippschaltung zur Frequenzteilung s. Golicke. Über Steuerung einer Stimmgabel mittels Kippschwingröhre s. Kluge, ETZ **53**, 371, 1932; über Frequenzteilung der Netzfrequenz ders., Phys. Z. **35**, 275, 1934. Über Schaltung zur Erzeugung von Lichtblitzen aus dem Wechselstromnetz (Lichtblitzstroboskop) s. Drewell, Jb. Forsch.-Inst. AEG **5**, 118, 1936/37.

b) Röhrensender. Zur Synchronisierung eines auf die Frequenz $\frac{m}{n} f_1$ abgestimmten Senders durch den höherfrequenten Sender mit der Frequenz f_1 verfährt man ebenfalls so, daß man dem Gitter des tieferfrequenten Senders die Wechselspannung des anderen aufdrückt. Um möglichst breite Mitnahmebereiche zu haben, ist negative Vorspannung des Senders mittels Batterie oder eines die Batterie ersetzenden Schaltelementes aus Kapazität und Widerstand nötig, letzteres ist vorzuziehen.

In Abb. 166 ist ein Schaltschema dreier Unterteilungsstufen gezeichnet (Scheibe u. Adelsberger). Der Widerstand R_g ist regelbar in der Größenordnung von 10 000 bis 25 000 Ω, die Kapazität C_g ist etwa 1 μF groß. Die Induktivität jedes Anodenschwingungskreises ist auf Kosten der Kapazität sehr groß zu machen. Die Ankopplung des tieferfrequenten Gitterkreises an den schwingenden höherfrequenten Anodenkreis ist so fest zu wählen, daß bei geheizter Röhre, aber fehlender Anodenspannung im tieferfrequenten Gitterkreis ein Gitterstrom von einigen Zehnteln mA

angezeigt wird. Die Rückkopplungsspule R_k ist so groß, d. h. die Rückkopplung ist so fest zu machen, daß dann im Schwingungszustand der Gitterstrom 1—2 mA beträgt. Die Mitnahmebreite bei Frequenzen kleiner als 100 000 Hz ist noch bei

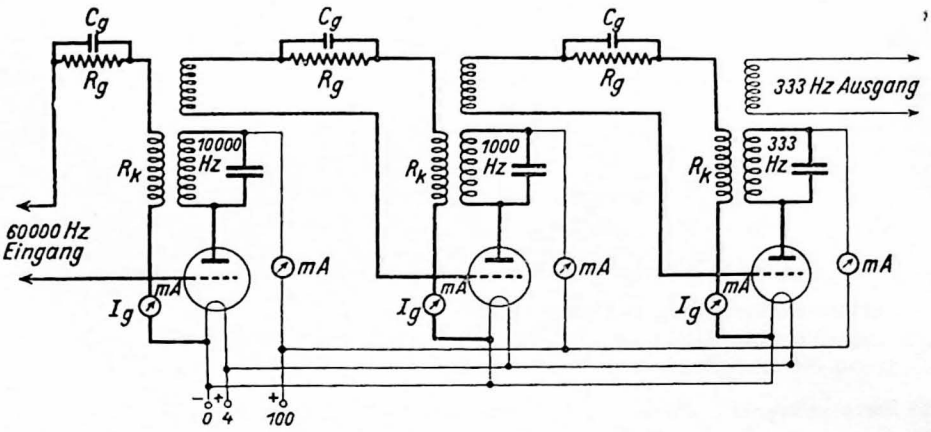


Abb. 166. Mehrstufiger Frequenzteiler

Unterteilungszahlen $m = 1$ und $n = 10$ etwa 5% in f (geeignete Röhren RE 114, 134, 604).

Anstatt die Wechselspannung dem Gitter aufzudrücken, kann man auch die Anodengleichspannung durch die Wechselspannung ersetzen (Groszkowski).

Coga, Proc. Inst. Rad. Eng. **15**, 669, 1927; Groszkowski, ebd. **18**, 1960, 1930; Winter-Günther, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **37**, 39, 1931; Scheibe u. Adelsberger, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **43**, 37, 1934.

Über die Erzeugung des Stimmtones 440 Hz aus 1000 Hz durch Division mit $\frac{25}{11}$ siehe Adelsberger, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **53**, 146, 1933.

3. Eigenschaften von Schwingungskreisen

A. Freie Schwingungen

a) Einzelkreis. Ein mit der Elektrizitätsmenge Q_0 geladener Kondensator eines Schwingungskreises mit der Kapazität C entlade sich, zur Zeit $t = 0$ beginnend, über eine Spule der Induktivität L und einen Ohmschen Widerstand R.

Man erhält, wenn $R^2 \gg \frac{4L}{C}$, eine aperiodische Entladung mit dem Ladungsverlauf

$$q_t = Q_0 e^{-\frac{t}{CR}}. \tag{1}$$

Man erhält, wenn $R^2 < \frac{4L}{C}$, gedämpfte Schwingungen, für deren Strom- und Spannungsablauf gilt:

$$\text{Strom} = i = \frac{U_0}{\omega L} e^{-\mathfrak{d}t} \sin \omega t \tag{2}$$

$$\text{Spannung} = u = \frac{U_0}{\omega} \frac{1}{\sqrt{LC}} e^{-\mathfrak{d}t} \sin(\omega t + \varphi); \tag{3}$$

darin bedeuten:

$$\omega = \text{Kreisfrequenz} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \tag{4}$$

$$\mathfrak{d} = \text{Dämpfungsziffer} = \frac{R}{2L} \tag{5}$$

$$\varphi = \text{Phasenwinkel} = \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\mathfrak{d}}. \tag{6}$$

Ist $R^2 \ll \frac{4L}{C}$, dann wird $\varphi = \frac{\pi}{2}$ und $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$. (7)

Es gelten ferner die weiteren Beziehungen: $\omega = 2\pi f$, f = Eigenfrequenz des Schwingungskreises, $1/f = \tau$ = Schwingungsdauer, $\lambda = \frac{v_0}{f}$ = elektrische Wellenlänge, wobei $v_0 = 2{,}9977 \cdot 10^{10}$ cm s^{-1} die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Welle im Vakuum ist.

Als logarithmisches Dämpfungsdekrement ist der natürliche Logarithmus des Verhältnisses zweier aufeinanderfolgender Amplituden A zu

$$\vartheta = \ln \frac{A_1}{A_2}$$

definiert. Bei kleiner Dämpfung ist $\vartheta \approx \frac{A_1 - A_2}{A_1}$ und gibt die prozentische Amplitudenabnahme nach einer Schwingung an.

$1/\mathfrak{d}$ bezeichnet die Zahl der Sekunden, $1/\vartheta$ die Zahl der Schwingungen, die vergangen sind, wenn die Amplitude auf den e-ten Teil ihres Anfangswertes abgeklungen ist.

b) Zwei gekoppelte Kreise. Die Kreise besitzen die Konstanten C_1, L_1, ω_1, ϑ_1 bzw. C_2, L_2, ω_2, ϑ_2. Beide Kreise seien ungekoppelt so abgestimmt, daß ihre Eigenfrequenzen $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ sind. Die Kopplung möge über eine wechselseitige Kapazität C_{12} oder eine Gegeninduktivität M erfolgen. Der Kopplungskoeffizient berechnet sich dann zu

$$k = \sqrt{\frac{C_{12}^2}{C_1 C_2}} \quad \text{und} \quad k = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}}. \tag{8}$$

$\sigma = 1 - k^2$ heißt Streukoeffizient.

Durch die Kopplung k gehen die Frequenzen und Dekremente über in ω_1', ω_2', ϑ_1', ϑ_2', die sich folgendermaßen berechnen:

α) Lose Kopplung; $(2\pi k)^2 < (\vartheta_1 - \vartheta_2)^2$. Es gilt nahe $\omega_1' = \omega_2' = \omega$; ferner

$$\begin{aligned} \vartheta_1' &= \tfrac{1}{2}(\vartheta_1 + \vartheta_2) + \tfrac{1}{2}\sqrt{(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2 - 4\pi^2 k^2}, \\ \vartheta_2' &= \tfrac{1}{2}(\vartheta_1 + \vartheta_2) - \tfrac{1}{2}\sqrt{(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2 - 4\pi^2 k^2}. \end{aligned} \tag{9}$$

Für kleines k wird nahezu $\vartheta_1' = \vartheta_1 - \frac{\pi^2 k^2}{(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$ und $\vartheta_2' = \vartheta_2 + \frac{\pi^2 k^2}{(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$.

Es sind also zwei verschieden gedämpfte Schwingungen gleicher Frequenz übereinandergelagert.

β) Feste Kopplung; $(2\pi k)^2 > (\vartheta_1 - \vartheta_2)^2$. Es gilt nahezu

$$\begin{aligned} \omega_1' &= \omega\left[1 - \sqrt{k^2 - \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2}{4\pi^2}}\right]^{-\frac{1}{2}}, \quad \omega_2' = \omega\left[1 + \sqrt{k^2 - \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2}{4\pi^2}}\right]^{-\frac{1}{2}}, \\ \vartheta_1' &= \tfrac{1}{2}(\vartheta_1 + \vartheta_2)\left(\frac{\omega_1'}{\omega}\right), \quad \vartheta_2' = \tfrac{1}{2}(\vartheta_1 + \vartheta_2)\left(\frac{\omega_2'}{\omega}\right). \end{aligned} \tag{10}$$

Trotz Gleichstimmung bestehen also in jedem Kreise zwei verschiedene Frequenzen, welche miteinander Schwebungen geben. Auch die Dekremente sind nicht ganz gleich; die größere Frequenz hat das größere ϑ.

Ist $|\vartheta_1 - \vartheta_2|$ klein gegen $2\pi k$, so gibt die Anzahl der Schwebungen im Verhältnis zur Schwingungszahl den Kopplungskoeffizienten

$$k = \frac{(\omega_1' - \omega_2')}{\omega}. \tag{11}$$

γ) Kritische Kopplung. Im Übergangsfall $(2\pi k)^2 = (\vartheta_1 - \vartheta_2)^2$ folgt für die in den Abschn. α) und β) behandelten Fälle eine Frequenz und eine Dämpfung.

δ) Vgl. auch Abschn. c, S. 255.

B. Erzwungene Wechselströme

a) Allgemeines. Schwingungskreise werden bis zu Frequenzen von mehr als 10^8 Hz aus Kondensatoren (konzentrierte Kapazität C) und Spulen (konzentrierte Induktivität L) aufgebaut. Die Verluste in den Leitern, im Dielektrikum des Kondensators sowie in benachbarten Metallteilen werden durch Einführung eines Ohmschen Widerstandes R_a berücksichtigt. Dieser ist regelmäßig größer, häufig sogar von anderer Größenordnung als die Gleichstromwiderstände der Schaltungsteile des Schwingungskreises (Abschn. a, S. 261). Er wird zumeist (Abschn. b, α u. b, β, 1—3) als Reihenwiderstand zu L in Rechnung gestellt, zuweilen auch (Abschn. b, β, 4) als Parallelwiderstand R_{a2} zum gesamten Schwingungskreis.

Die Eigenschaften eines in beliebiger Weise aus L, C und R zusammengesetzten Schwingungskreises werden durch folgende Beziehungen gekennzeichnet:

log. Dekrement: $$\vartheta = \tau \mathfrak{d}; \tag{12}$$

Verlustfaktor: $$\operatorname{tg}\zeta = \frac{\vartheta}{\pi}; \tag{13}$$

Verstimmung:
$$v = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_r} = \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \approx \frac{2(\omega - \omega_r)}{\omega_r} = \frac{2\delta\omega}{\omega_r}, \text{ wenn } \omega \approx \omega_r, \tag{14}$$

worin ω_r die Eigenkreisfrequenz und $\omega_2 - \omega_1$ die zu zwei gleichgroßen Strom- oder Spannungswerten beiderseits des Resonanzwertes gehörende Frequenzdifferenz bedeutet.

Wird v durch Verstimmung des Schwingungskreises oder durch Wahl der erregenden Frequenz ω so gewählt, daß die Blindkomponente B seines Widerstandes $\mathfrak{R} = A + jB$ gleich der Wirkkomponente A wird, so bezeichnet man v als v_{45} = „45°-Verstimmung“ (da $\operatorname{tg}\varphi = B/A = 1$), für die sich berechnet:

45°-Verstimmung: $$v_{45} = \pm\frac{\vartheta}{\pi} = \pm\operatorname{tg}\zeta; \tag{15}$$

ihren reziproken Wert bezeichnet man als Gütezahl des Kreises oder Resonanzüberhöhung oder Resonanzschärfe:

Resonanzschärfe: $$\varrho = \frac{1}{v_{45}} = \frac{\pi}{\vartheta} = \frac{1}{\operatorname{tg}\zeta}. \tag{16}$$

Beispiel: Die Resonanzschärfe $\varrho = 50$ besagt, daß eine Verstimmung um $v = 2\,\%$ eine Phasenverschiebung von 45° hervorruft und den absoluten Betrag von $\mathfrak{R}$ um $\sqrt{2}$ bei der Reihenschaltung vergrößert, bei der Parallelschaltung verkleinert.

Die „Bandbreite“ Δf eines Schwingungskreises ist als die Differenz derjenigen beiden Frequenzen f beiderseits der Resonanzfrequenz f_r definiert, die im auf f_r abgestimmten Schwingungskreis nur den Strom $I_r/\sqrt{2}$ erregen. Es ergibt sich:

Bandbreite:
$$\Delta f = f_1 - f_2 \approx 2(f - f_r) = 2\delta f = f_r\frac{\vartheta}{\pi} = f_r \cdot \operatorname{tg}\zeta. \tag{17}$$

b) Einzelkreis. α) Reihenschaltung von L, C und R_a nach Abb. 167. Diese Schaltung wird durch den Resonanzkreis eines Frequenzmessers (S. 267), durch die Einzelkreise von Bandfiltern (S. 256), durch den Eingangskreis von Verstärkern (von der Antenne her) verkörpert. Die an L und C entstehenden Spannungen werden durch die Resonanzüberhöhung größer als die erregende Spannung (Spannungsresonanz).

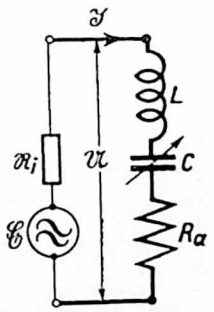


Abb. 167. Reihenschaltung

Für die Reihenschaltung gilt

$$\vartheta = \pi\omega_r C R_a = \frac{\pi}{\omega_r}\frac{R_a}{L} = \pi R_a\sqrt{\frac{C}{L}}. \tag{12a}$$

An dem Resonanzkreis möge eine Klemmenspannung $\mathfrak{U}$ (auch induzierte), die von einem Wechselstromerzeuger mit der Leerlaufspannung $\mathfrak{E}$ und dem inneren Widerstand $\mathfrak{R}_i$ erzeugt wird, liegen. Es ergeben sich folgende Beziehungen:

1. Allgemeines:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{Äußerer Widerstand:} && \mathfrak{R}_a = R_a + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\\
&\text{Betrag von } \mathfrak{R}_a\text{:} && |\mathfrak{R}_a| = \sqrt{R_a^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\\
&\text{Gesamtwiderstand:} && \mathfrak{R} = \mathfrak{R}_i + R_a + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\\
&\text{Betrag von } \mathfrak{R}\text{:} && |\mathfrak{R}| = \left|\mathfrak{R}_i + R_a + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right|\\
&\text{Ampl. des Stromes:} && \mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{R}} = \frac{\mathfrak{U}}{\mathfrak{R}_a},
\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

unter Berücksichtigung von (14) u. (16) ergibt sich in Resonanznähe für die Amplitude des Stromes

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{U}}{R_a + j2L\delta\omega} = \frac{\mathfrak{U}}{R_a(1 + j\varrho v)}. \quad (18a)$$

Effektivwert:
$$I = \frac{U}{\sqrt{R_a^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (19)$$

aus (18a) ergibt sich in Resonanznähe für den Effektivwert des Stromes

$$I = \frac{U}{\sqrt{R_a^2 + (2L\delta\omega)^2}} = \frac{U}{R_a\sqrt{1 + \varrho^2 v^2}}. \quad (19a)$$

Winkel zwischen $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{U}$: $\operatorname{tg}\varphi_a = \frac{1}{R_a}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ (20)

Ampl. der Klemmenspannung: $\mathfrak{U} = \mathfrak{E}\cdot\frac{\mathfrak{R}_a}{\mathfrak{R}_i + \mathfrak{R}_a}$

Effektivwert:
$$U = E\cdot\frac{|\mathfrak{R}_a|}{|\mathfrak{R}_i + \mathfrak{R}_a|}. \quad (21)$$

2. Reeller Generatorwiderstand. Unter der Annahme, daß $\mathfrak{R}_i = R_i$ ist:

Betrag von $\mathfrak{R}$:
$$|\mathfrak{R}| = \sqrt{(R_i + R_a)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (22)$$

Winkel zwischen $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{E}$: $\operatorname{tg}\varphi_i = \frac{1}{R_i + R_a}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ (23)

Effektivwert von $\mathfrak{J}$:
$$I = \frac{E}{\sqrt{(R_i + R_a)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (24)$$

Effektivwert von $\mathfrak{U}$:
$$U = E\cdot\sqrt{\frac{R_a^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}{(R_i + R_a)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (25)$$

3. Resonanzfall (Spannungsresonanz):

Es sei $\mathfrak{R}_i$ komplex oder reell:

$\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{U}$ sind in Phase, also $\varphi_a = 0$ und daher nach (20)

Resonanz-Kreisfrequenz: $$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{26}$$

$\mathfrak{R}_a$ hat sein Minimum: $$\mathfrak{R}_a = R_a \tag{27}$$

Der Strom $\mathfrak{J}$ hat das Maximum: $$I_{\max} = \frac{U}{R_a}. \tag{28}$$

Aus (19a) und (28) ergibt sich in Resonanznähe für das Stromverhältnis der Effektivwerte

$$\frac{I}{I_{\max}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2L\delta\omega}{R_a}\right)^2}} \sim 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{2L\delta\omega}{R_a}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2}\varrho^2 v^2. \tag{28a}$$

Resonanzüberhöhung der Spannung:

$$U_L = U_C = \varrho \cdot U = \frac{\pi}{\vartheta} \cdot U = \frac{1}{\operatorname{tg}\zeta} \cdot U = \frac{\omega_r L U}{R_a} = \frac{U}{\omega_r C R_a}. \tag{29}$$

Nur für den Fall, daß $\mathfrak{R}_i$ reell ($= R_i$), gilt ferner:

$\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{E}$ sind in Phase, da $\varphi_i = 0$

Strommaximum: $$I_{\max} = \frac{E}{R_i + R_a} \tag{30}$$

Minimum der Klemmenspannung: $$U_{\min} = E \cdot \frac{R_a}{R_i + R_a}. \tag{31}$$

Aus der Resonanz-Kreisfrequenz errechnet sich:

Resonanzfrequenz $$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ Hz} \tag{32}$$

Resonanzwellenlänge: $$\lambda_r = 2{,}9977 \cdot 10^{10} \cdot 2\pi\sqrt{LC} \text{ cm} \tag{33}$$

(L in Henry, C in Farad eingesetzt).

β) Parallelschaltung von L, C und R_a nach Abb. 168. Diese Schaltung wird als Sperrkreis in Antennen, als Anodenschwingungskreis von Röhrensendern, als Anodenkreis in Verstärkern und Empfängern verwandt. Die durch L und C fließenden Ströme werden infolge von Resonanzüberhöhung größer als der in die Parallelschaltung hineinfließende erregende Strom (Stromresonanz). Für diese Schaltung gilt

$$\vartheta = \pi\omega_r C R_a = \frac{\pi}{\omega_r}\frac{R_a}{L} = \pi R_a\sqrt{\frac{C}{L}}. \tag{12b}$$

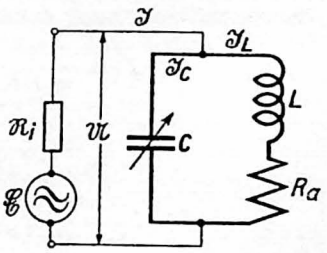


Abb. 168. Parallelschaltung

Die Erregung des Resonanzkreises erfolgt wie S. 252 oben. Es ergeben sich dann folgende Beziehungen:

1. Allgemeines:

Äußerer Widerstand: $$\mathfrak{R}_a = \frac{R_a}{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_a^2 C^2} + j\omega\frac{L(1-\omega^2 LC) - R_a^2 C}{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_a^2 C^2}$$

Betrag von $\mathfrak{R}_a$: $$|\mathfrak{R}_a| = \frac{\sqrt{\omega^2 L^2 + R_a^2}}{\omega C} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R_a^2}} \tag{34}$$

Gesamtwiderstand: $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_i + \mathfrak{R}_a$

Betrag von $\mathfrak{R}$: $|\mathfrak{R}| = |\mathfrak{R}_i + \mathfrak{R}_a|$

Ampl. des Stromes: $\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{R}} = \frac{\mathfrak{U}}{\mathfrak{R}_a}$

Effektivwert: $$I = \frac{U}{|\mathfrak{R}_a|} \tag{35}$$

Winkel zwischen $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{U}$: $\operatorname{tg} \varphi_a = \frac{\omega L}{R_a}(1 - \omega^2 LC) - \omega R_a C$ (36)

Ampl. der Klemmenspannung: $\mathfrak{U} = \mathfrak{E} \cdot \frac{\mathfrak{R}_a}{\mathfrak{R}_i + \mathfrak{R}_a}$

Effektivwert von $\mathfrak{U}$: $$U = E \frac{|\mathfrak{R}_a|}{|\mathfrak{R}_i + \mathfrak{R}_a|} \cdot \tag{37}$$

2. Reeller Generatorwiderstand. Unter der Annahme, daß $\mathfrak{R}_i = R_i$ ist, erhält man:

Gesamtwiderstand:

$$\mathfrak{R} = \frac{R_i[(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_a^2 C^2] + R_a}{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_a^2 C^2} + j\omega \frac{L(1-\omega^2 LC) - R_a^2 C}{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_a^2 C^2}$$

Winkel zwischen $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{E}$:

$$\operatorname{tg} \varphi_i = \frac{\omega L}{R_i[(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_a^2 C^2] + R_a} \cdot \left[(1-\omega^2 LC) - \frac{R_a^2 C}{L}\right] \tag{38}$$

3. Im Resonanzfall (Stromresonanz):

Es sei $\mathfrak{R}_i$ komplex oder reell:

$\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{U}$ sind in Phase, also $\varphi_a = 0$ und daher nach (36)

Resonanz-Kreisfrequenz: $$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC}} \cdot \sqrt{1 - \frac{R_a^2 C}{L}}, \tag{39}$$

d. h. ω_r ist im Gegensatz zu ω_r der Reihenschaltung von R_a abhängig, wenn auch meistens $\frac{R_a^2 C}{L}$ praktisch klein gegen 1 ist.

$\mathfrak{R}_a$ hat sein Maximum mit: $$\mathfrak{R}_a = \frac{L}{CR_a} \tag{40}$$

der Strom $\mathfrak{J}$ hat sein Minimum: $$I_{\min} = U \cdot \frac{CR_a}{L}. \tag{41}$$

Resonanzüberhöhung der Ströme:

$$\alpha') \quad I_L = \frac{1}{\omega_r CR_a} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R_a^2}{\omega_r^2 L^2}}} \cdot I_{\min} = \frac{\pi}{\vartheta} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R_a^2}{\omega_r^2 L^2}}} \cdot I_{\min} \tag{42}$$

$$I_L \approx \frac{\pi}{\vartheta} \cdot I_{\min} = \varrho \cdot I_{\min} = \frac{1}{\operatorname{tg} \zeta} \cdot I_{\min} \text{ für } R_a^2 \ll \omega_r^2 L^2, \tag{43}$$

$$\beta') \quad I_C = \frac{\pi}{\vartheta} \cdot I_{\min} = \varrho \cdot I_{\min} = \frac{1}{\operatorname{tg} \zeta} \cdot I_{\min} = \frac{\omega_r L}{R_a} \cdot I_{\min}. \tag{44}$$

Nur für den Fall, daß $\mathfrak{R}_i$ reell ($= R_i$), gilt ferner

$$\varphi_i = 0,$$

$\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{E}$ sind in Phase.

Der Strom hat das Minimum:

$$I_{\min} = \frac{E}{R_i + \frac{L}{CR_a}} = E \cdot \frac{CR_a}{CR_a R_i + L}, \tag{45}$$

die Klemmenspannung U hat das Maximum:

$$U_{max} = E \cdot \frac{L}{CR_a} \frac{1}{R_i + \frac{L}{CR_a}} = E \cdot \frac{L}{CR_a R_i + L}. \tag{46}$$

4. Abgeänderte Parallelschaltung. Für manche Betrachtungen ist es günstiger, bei Parallelschaltung den Widerstand R_a nach Abb. 169 parallel zu L und C liegend zu denken. Für diese Art der Schaltung gilt

$$\vartheta = \frac{\pi}{\omega_r C_2 R_{a2}} = \pi \cdot \frac{\omega_r L_2}{R_{a2}} = \frac{\pi}{R_{a2}} \sqrt{\frac{L_2}{C_2}}. \tag{12c}$$

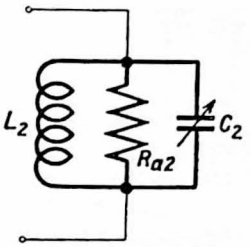


Abb. 169. Parallelschaltung (Ersatzschema)

Die Wechselstromwiderstände $\Re$ der beiden Abb. 168 und 169 sollen einander gleich sein; wählt man dann außerdem $C_1 = C_2 = C$, so ergeben sich, wenn der Abb. 168 der Index 1 und der Abb. 169 der Index 2 zugeteilt wird, die Umrechnungsbeziehungen:

$$R_{a2} = R_{a1} + \frac{\omega^2 L_1^2}{R_{a1}} \quad \text{und} \quad L_2 = L_1 + \frac{R_{a1}^2}{\omega^2 L_1}. \tag{47}$$

Im Resonanzbereich wird

$$R_{a2} \approx \frac{\omega^2 L_1^2}{R_{a1}} \quad \text{und} \quad L_2 \approx L_1. \tag{48}$$

Die Phase der Abb. 169 berechnet sich zu

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_{a2}}{\omega L_2} (1 - \omega^2 L_2 C_2), \tag{49}$$

daraus ergibt sich für die Resonanzfrequenz

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}. \tag{50}$$

Im Resonanzfall ist außerdem $\Re_a = R_{a2}$. (51)

Bei dieser Schaltung ist es für die Rechnung oft günstiger, mit den Leitfähigkeiten $\frac{1}{j\omega L_2}$, $j\omega C_2$ und $\frac{1}{R_{a2}}$ zu operieren.

c) Gekoppelte Kreise. Nach Gl. (12a—c) u. (16) kann die Resonanzschärfe durch Änderung von L, C oder R beeinflußt werden. Diese Maßnahmen führen nicht zu dem gewünschten Ziel, wenn es sich z. B. bei Empfang einer modulierten Schwingung darum handelt, einen großen Durchlaßbereich mit steilen Flanken herzustellen. Man verwendet zur Verbreiterung der Resonanzkurve in solchen Fällen mehrere miteinander gekoppelte Resonanzkreise.

α) Eine Erhöhung der Resonanzschärfe und Verengung des Durchlaßbereiches tritt bei Verwendung gleichgestimmter gekoppelter Kreise dann ein, wenn ihre Kopplung rückwirkungsfrei, also z. B. unter Zwischenschaltung von Verstärkerröhren bei Beseitigung schädlicher, durch die Röhren bedingter kapazitiver Kopplung erfolgt. Ändert sich nach Gl. (19a) der Strom in jedem der gleichen Resonanzkreise allein mit der Frequenz (Verstimmung) entsprechend $\frac{1}{\sqrt{1 + \varrho^2 v^2}}$, so ändert er sich im n-ten Resonanzkreis nach der Kopplung entsprechend $\frac{1}{\sqrt{1 + \varrho^2 v^{2n}}}$.

β) Eine Verbreiterung des Durchlaßbereiches ist mit zwei derartig rückwirkungsfrei gekoppelten Resonanzkreisen dann erzielbar, wenn sie um gleiche Beträge v entgegengesetzt verstimmt sind (Verstimmungsfilter), oder aber wenn man gleichgestimmte Kreise über die kritische Kopplung hinaus miteinander koppelt (Koppelfilter).

Über die Berechnung von Verstimmungsfiltern s. Troeltsch u. Steinmetz, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **47**, 156, 1936. Über die durch Rückkopplung verursachte Unsymmetrie des Verstimmungsfilters s. Frühauf, ebd. **50**, 29, 1937. Über Rückkopplungsbandfilter s. Steinmetz, ebd. **51**, 112, 1938. Über Verstimmungsfilter mit symmetrisch wirkender Rückkopplung s. Frühauf, ebd. **52**, 96, 1938.

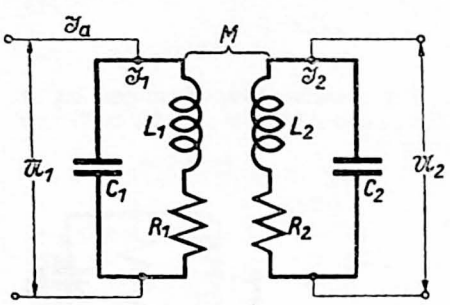


Abb. 170. Bandfilter (zwei gekoppelte Kreise)

γ) Koppelfilter, Bandfilter. Ein als Bandfilter dienendes System zweier Resonanzkreise, die magnetisch miteinander gekoppelt sind, ist in Abb. 170 gezeichnet. Kreis I (Indizes 1) könnte im Anodenkreis einer Verstärkerröhre, Kreis II (Indizes 2) im darauf folgenden Gitterkreis einer weiteren Röhre liegen. Die Kopplung kann auch kapazitiv oder auch kapazitiv-induktiv erfolgen.

Beispiel (Abb. 170). Der erregende Strom $\mathfrak{J}_a$ ist bekannt und konstant, die Sekundärspannung $\mathfrak{U}_2$ ist zu berechnen, der Sekundärkreis sei unbelastet.

Ausgangsgleichungen:

$$\mathfrak{J}_1\left(R_1+j\omega L_1+\frac{1}{j\omega C_1}\right)+\mathfrak{J}_2 j\omega M=\frac{\mathfrak{J}_a}{j\omega C_1}$$

$$\mathfrak{J}_2\left(R_2+j\omega L_2+\frac{1}{j\omega C_2}\right)+\mathfrak{J}_1 j\omega M=0.$$

Man erhält aus ihnen für den Effektivwert U_2 der Sekundärspannung die Gleichung

$$U_2=I_a\frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}\frac{\omega M}{\sqrt{\left[R_1R_2+\omega^2M^2-\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)\right]^2+\left[R_1\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)+R_2\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)\right]^2}}. \quad (52)$$

Das Bandfilter wird zweckmäßig symmetrisch aufgebaut, so daß $L_1=L_2=L$, $C_1=C_2=C$, $R_1=R_2=R$ gesetzt werden kann. Aus Gl. (52) ergibt sich dann für die Abhängigkeit der Sekundärspannung von der Frequenz ω und von der Gegeninduktivität M:

$$U_2=I_a\frac{1}{\omega^2C^2}\frac{\omega M}{\sqrt{\left[R^2+\omega^2M^2-\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^2+4R^2\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (53)$$

Wählt man als erregende Frequenz ω_r, für die die Resonanzbeziehung

$$\omega_r^2LC=1$$

gelten soll, so wird bei konstantem Strom I_a die Sekundärspannung U_2 dann ein Maximum, wenn die Bedingung

$$\omega_r M_{kr}=R$$

erfüllt ist. M_{kr} wird als kritische Gegeninduktivität bezeichnet. Aus M_{kr} berechnet sich der kritische Kopplungskoeffizient zu

$$k_{kr}=\frac{M_{kr}}{L}=\frac{1}{\varrho}. \quad (54)$$

Als Resonanzspannung bei beliebiger Kopplung M ergibt sich

$$U_{2r}=I_a\frac{L}{C}\frac{\omega_r M}{R^2+\omega_r^2M^2}, \quad (55)$$

als max. Resonanzspannung bei kritischer Kopplung ergibt sich

$$U_{2\max}=I_a\frac{L}{C}\frac{1}{2R}=\tfrac{1}{2}\varrho U_1. \quad (56)$$

Spannungskurven eines Bandfilters der Abb. 170 zeigt in Abhängigkeit von der erregenden Frequenz und dem Kopplungskoeffizienten k ($= 0{,}3 \cdots 3$) die Abb. 171. Die unerwünschte Einsattlung der Resonanzkurven für $k > k_{kr}$ kann durch Anschaltung eines weiteren Resonanzkreises über eine Verstärkerröhre weitgehend unterdrückt werden.

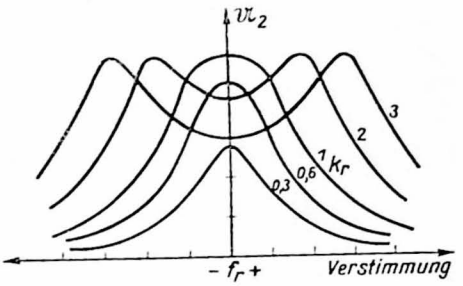


Abb. 171. Spannungskurven eines Bandfilters

Frühauf, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **46**, 160, 1935. Über die Berechnung von Koppelfiltern s. Steinmetz, ebd. **47**, 156, 1936. Über den Einfluß des Abgleichs auf die Unsymmetrie von Bandfiltern s. Alsleben, ebd. **49**, 98, 1937. Über die Symmetriebedingung bei Koppelfiltern s. Baumgarten, ebd. **49**, 65, 1937. Über symmetrische, kapazitiv gekoppelte Bandfilter s. Frühauf, ebd. **50**, 197, 1937. Über den Abgleich von Bandfiltern s. Frühauf, ebd. **51**, 168, 1938. Über den Einfluß von Rückkopplung u. Gegenkopplung s. Frühauf, ebd. **52**, 96, 1938. Über die konstruktive Ermittlung der Frequenzkurven s. Benz, ebd. **52**, 102, 1938. Über die Theorie s. Feldtkeller u. Tamm, ENT **13**, 123, 1936; Feldtkeller, Einführung in die Theorie der Rundfunk-Siebschaltungen. Leipzig 1940.

d) Anpassung eines Resonanzkreises an den Stromerzeuger. Maximale Leistungsabgabe des Stromerzeugers an den Resonanzkreis erfolgt, wenn die Bedingung erfüllt ist, daß

$$|\,\Re_i\,| = |\,\Re_a\,|. \tag{57}$$

Ist $|\,\Re_i\,| = R_i$, so wird die Bedingung erfüllt, wenn bei Reihenresonanz $R_a = R_i$, und bei Parallelresonanz $\dfrac{L}{C R_{a1}} = R_i$ bzw. $R_{a2} = R_i$ gemacht werden.

Ist jedoch außer R_i auch der Verbraucherwiderstand R_a fest gegeben, so kann durch Resonanzanpassung, d. h. durch Zuschaltung von L und C zum Verbraucher und durch Abstimmung auf Resonanz die Maximalbedingung erfüllt werden. L und C errechnen sich als einfache Funktionen von R_a, R_i und der Frequenz ω. Beispiele hierfür bei Küpfmüller, ENT **12**, 107, 1935.

e) Hochfrequenzleitungen. Es sind R', L', C' und G' Widerstand, Induktivität, Kapazität und Ableitung der Längeneinheit (cm) der Leitung. Es sind $\mathfrak{U}_a$ und $\mathfrak{J}_a$ bzw. $\mathfrak{U}_e$ und $\mathfrak{J}_e$ Spannungen und Ströme am Anfang und Ende der Leitung. Es sind $\mathfrak{U}_x$ und $\mathfrak{J}_x$ Spannung und Strom in der Entfernung x vom Anfang der Leitung. Es ist l die Länge der Leitung, λ die Wellenlänge, v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Dann ist bei sinusförmiger Erregung der Leitung:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{U}_x &= \mathfrak{U}_e \operatorname{Cof}\gamma(l-x) + \mathfrak{Z}\mathfrak{J}_e \operatorname{Sin}\gamma(l-x) \\ \mathfrak{J}_x &= \mathfrak{J}_e \operatorname{Cof}\gamma(l-x) + \frac{1}{\mathfrak{Z}}\mathfrak{U}_e \operatorname{Sin}\gamma(l-x) \end{aligned}\right\}^{1)} \tag{58}$$

Es bedeuten:

$$\left.\begin{aligned} \gamma^2 &= (R' + j\omega)(G' + j\omega L' C') \\ \gamma &= \beta + j\alpha = \text{Fortpflanzungskonstante} \end{aligned}\right\} \tag{59}$$

$$\left.\begin{aligned} 2\beta^2 &= \sqrt{(R'^2 + \omega^2 L'^2)(G'^2 + \omega^2 C'^2)} - (\omega^2 L' C' - R' G') \\ \beta &= \text{Dämpfungskonstante, Dämpfungsbelag (in Neper/cm)}, \ \beta = \frac{\vartheta}{\lambda} \end{aligned}\right\} \tag{60}$$

$$\left.\begin{aligned} 2\alpha^2 &= \sqrt{(R'^2 + \omega^2 L'^2)(G'^2 + \omega^2 C'^2)} + (\omega^2 L' C' - R' G') \\ \alpha &= \frac{2\pi}{\lambda} = \text{Wellenlängenkonstante, Phasenbelag (in Bogenmaß/cm)} \end{aligned}\right\} \tag{61}$$

$$v = \frac{\omega}{\alpha} = \text{Fortpflanzungsgeschwindigkeit (in cm s}^{-1}) \tag{62}$$

1) oder $\mathfrak{U}_x = \mathfrak{U}_a \operatorname{Cof}\gamma x - \mathfrak{J}_a \mathfrak{Z} \operatorname{Sin}\gamma x$; $\mathfrak{J}_x = \mathfrak{J}_a \operatorname{Cof}\gamma x - \dfrac{1}{\mathfrak{Z}}\mathfrak{U}_a \operatorname{Sin}\gamma x$.

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \text{Draht-Wellenlänge (in cm)}, \quad \frac{\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}} \tag{63}$$

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} = \text{Wellenwiderstand}\left(= \frac{\mathfrak{U}_x}{\mathfrak{J}_x}, \text{ wenn } \mathfrak{p}_e = 0\right)$$

$$= \sqrt{\frac{L'}{C'}} \cdot \sqrt{\frac{1 - je}{1 - jd}}, \text{ wenn } \operatorname{tg}\gamma = e = \frac{R'}{\omega L'} \text{ und } \operatorname{tg}\delta = d = \frac{G'}{\omega C'}$$

eingeführt wird.

$$|\mathfrak{Z}|^2 = Z^2 = \sqrt{\frac{R'^2 + \omega^2 L'^2}{G'^2 + \omega^2 C'^2}}. \tag{64}$$

1. Ist R' klein gegen $\omega L'$ und G' klein gegen $\omega C'$, so kann geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} \beta &= \left(\frac{R'}{2}\sqrt{\frac{C'}{L'}} + \frac{G'}{2}\sqrt{\frac{L'}{C'}}\right)\left[1 - \frac{\left(\frac{R'}{L'} - \frac{G'}{C'}\right)^2}{8\omega^2}\right] \\ \alpha &= \omega\sqrt{L'C'}\left[1 + \frac{\left(\frac{R'}{L'} - \frac{G'}{C'}\right)^2}{8\omega^2}\right], \end{aligned}\right\} \tag{65}$$

wobei in vielen Fällen der Ausdruck [ ] gleich 1 gesetzt werden darf.

2. Bei Hochfrequenz darf meist gesetzt werden: $R' \ll \omega L'$ und $G' \ll \omega C'$, so daß

$$\mathfrak{Z} = Z = \sqrt{\frac{L'}{C'}}; \quad \beta \sim 0; \quad \alpha = \omega\sqrt{L'C'}, \tag{66}$$

wir erhalten dann

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{U}_x &= \mathfrak{U}_e \cos\alpha\,(l - x) + \sqrt{\frac{L'}{C'}}\,\mathfrak{J}_e j \sin\alpha\,(l - x) \\ \mathfrak{J}_x &= \mathfrak{J}_e \cos\alpha\,(l - x) + \frac{1}{\sqrt{\frac{L'}{C'}}}\,\mathfrak{U}_e j \sin\alpha\,(l - x). \end{aligned}\right\} \tag{67}$$

Schließt man die Leitung am Ende mit $\mathfrak{R}_e$ ab, so ist, da $\mathfrak{U}_e = \mathfrak{J}_e \cdot \mathfrak{R}_e$, der Eingangswiderstand $\mathfrak{R}_a$ (für $x = 0$)

$$\mathfrak{R}_a = \frac{\mathfrak{U}_a}{\mathfrak{J}_a} = \frac{\mathfrak{R}_e \cos\alpha l + \sqrt{\frac{L'}{C'}} \cdot j \sin\alpha l}{\cos\alpha l + \frac{\mathfrak{R}_e}{\sqrt{\frac{L'}{C'}}} j \sin\alpha l}. \tag{68}$$

3. Für den Reflexionsfaktor $\mathfrak{p}_e$ am Ende der Leitung gilt

$$\mathfrak{p}_e = \frac{\mathfrak{R}_e - \mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e + \mathfrak{Z}}.$$

Es bildet sich keine stehende Welle aus, der Abschluß der Leitung ist reflexionsfrei, wenn $\mathfrak{p}_e = 0$, d. h. wenn

$$\mathfrak{R}_e = \frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{J}_e} = \mathfrak{Z} \tag{69}$$

gemacht wird. Man erhält dann aus (58) für den Spannungs- und Stromverlauf:

$$\mathfrak{U}_x = \mathfrak{U}_e\, e^{\gamma(l-x)} \quad \text{und} \quad \mathfrak{J}_x = \mathfrak{J}_e\, e^{\gamma(l-x)}. \tag{70}$$

4. Über die Frequenzabhängigkeit von L', C', R' und G' s. Fischer, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **45**, 167, 1935. Über die Berechnung der Übertragungseigenschaften und über den Fehler der Näherungsformeln für Z s. Haak, Telegr.-, Fernspr.-, Funk- u. Fernseh-Techn. S. 179, 1938.

f) Stehende elektrische Wellen auf dem Lecher-System. α) Das Lechersche Drahtsystem ist die einfachste Form einer Hochfrequenzleitung, die als Energieleitung oder als Meßleitung verwendet wird. Es besteht aus zwei parallelen Drähten, deren Abstand groß gegen den Drahtradius und klein gegen die elektrische Wellenlänge sein soll. Das Drahtsystem ist mit seinem Anfang dem erregenden Sender zugewandt, es kann hierbei „offen" oder „geschlossen" verwandt werden, je nachdem, ob der Anfang offen oder mit Kurzschlußbügel versehen ist. Bei Wellenlängenmessungen usw. bildet den Abschluß des Parallelsystems ein Kurzschlußbügel oder, noch besser, eine Plattenbrücke, die auf den Drähten zur Resonanzabstimmung verschiebbar angeordnet ist.

Bei am Anfang offenem Drahtsystem liegt am Anfang ein Spannungsbauch; für die Spannungsknoten ergeben sich als Abstände x_k vom Systemanfang und damit als möglicher Ort $l = x_k$ der Plattenbrücke die Werte nach der Formel

$$x_k = (2k - 1) \cdot \frac{\lambda}{4}, \qquad \text{worin } k = 1, 2, 3 \ldots \tag{71}$$

ist. Der Ort der Spannungsbäuche liegt um $\lambda/4$ verschoben bei

$$x_b = k \cdot \frac{\lambda}{2}, \qquad \text{worin } k = 0, 1, 2, 3 \ldots \tag{72}$$

ist. Knoten und Bäuche der Spannung sind gegen diejenigen des Stromes um $\lambda/4$ phasenverschoben, so daß z. B. Strombäuche und Spannungsknoten zusammenfallen.

Bei am Anfang geschlossenem Drahtsystem gilt in Vertauschung gegenüber dem offenen System Formel (71) für die Lage der Spannungsbäuche und Formel (72) für die Lage der Spannungsknoten.

Bezeichnet man mit l den Abstand der in einem Spannungsknoten befindlichen Brücke vom Systemanfang, so berechnet sich der Spannungs- und Stromverlauf in Abhängigkeit von x nach Gl. (67) zu

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{U}_x &= \sqrt{\frac{L'}{C'}}\, \mathfrak{J}_e j \sin \alpha\,(l - x) = \sqrt{\frac{L'}{C'}}\, \mathfrak{J}_e j \sin \frac{2\pi}{\lambda}(l - x) \\ \mathfrak{J}_x &= \mathfrak{J}_e \cos \alpha\,(l - x) \qquad\quad = \mathfrak{J}_e \cos \frac{2\pi}{\lambda}(l - x). \end{aligned}\right\} \tag{73}$$

β) Die Plattenbrücke ist eine Kreisscheibe, die einen gegen den Drahtabstand großen Durchmesser hat und aus gut leitendem Material bestehen soll. Sie ist mittels zweier Durchbohrungen auf die beiden Paralleldrähte aufgeschoben. Auf der dem Anfang des Systems abgewandten Seite der Brücke wird zweckmäßig mit sehr kurzen Verbindungen (Stecker) das Thermoelement oder der Detektor befestigt. Die Ankopplung dieser Resonanzanzeiger erfolgt mittels einer durch zwei Durchbohrungen der Platte hindurchgeführten Windungsschleife. Bei Verwendung des Detektors empfiehlt es sich oft, die Plattenbrücke längs des auf der Ebene des Parallelsystems senkrecht stehenden Durchmessers aufzuschlitzen (Geschlitzte Brücke) und den Detektor unmittelbar über Steckbuchsen mit je einer Plattenhälfte leitend zu verbinden.

Über Brücken s. Scheibe, Ann. Phys. **73**, 59, 1924. Über geschlitzte Brücken Scheel, Arch. Elektrot. **22**, 632, 1929; Bühler-Wegener, Diss. Karlsruhe 1939; Rindfleisch, ATM V 3614—2, 1936.

γ) Abschluß des Drahtsystems. Das rückwärts der Plattenbrücke liegende Ende des Systems wird durch die Brücke nicht völlig abgeschirmt. Es treten am Drahtende daher schädliche Reflexionen auf, die zu störenden Nebenbäuchen und -knoten führen können. Man vermeidet die Reflexionen ent-

weder durch künstliche Verstimmung mit einer nahe dem Ende angebrachten zweiten Plattenbrücke oder durch Abschluß des Drahtsystems mittels eines dem Wellenwiderstand gleichen Widerstandes, Formel (66).

Über Ergänzung des Abschlußwiderstandes durch einen kapazitiven Widerstand s. Wuckel, Ann. Phys **73**, 427, 1924. Über die Vermeidung von Reflexionseffekten durch Anpassung des Eingangswiderstandes an den Wellenwiderstand s. Hoag, Proc. Inst. Rad. Eng. **21**, 29, 1933. Über andere Möglichkeiten der Anpassung an den Wellenwiderstand s. Bahnemann, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **40**, 189, 1932.

δ) Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v längs des Drahtes kann in Abhängigkeit vom Drahtabstand a, vom Drahtdurchmesser d, von dem Gleichstromwiderstand/cm R_0' und von einer Konstanten B nach folgenden Formeln aus der Lichtgeschwindigkeit $v_0 = 2{,}9977 \cdot 10^{10}$ cm s^{-1} berechnet werden.

$$B = \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{d}{a}\right)^2}}{\frac{d}{a}} \approx \frac{2a}{d} \tag{74}$$

$$v = v_0 \cdot \left\{ 1 - \frac{\sqrt{R_0'}}{8 \ln B \cdot \sqrt{\omega \left[1 - \left(\frac{d}{a}\right)^2\right]}} \right\}. \tag{75}$$

v nähert sich mit zunehmender Frequenz allmählich der Lichtgeschwindigkeit v_0, von der v bei $3 \cdot 10^9$ Hz nur noch um 0,1 ‰ abweicht.

Hund, Proc. Inst. Rad. Eng. **12**, 817, 1924; Bergmann u. Holzlöhner, Ann. Phys. **87**, 653, 1928.

ε) Die Wellenlänge. Die Wellenlänge $\lambda/2$ entspricht nur im Falle des abgestimmten beiderseits offenen Drahtsystemes dem Abstand aufeinanderfolgender Knoten oder Bäuche. Wird mit Plattenbrücke gearbeitet, so wird die Wellenlänge um die Brückenkorrektion l_0, die von der Größenordnung des Drahtabstandes ist, zu kurz gemessen. Ist in diesem Falle die vom Systemanfang gemessene Drahtlänge l und k die Nummer des Spannungsknotens, in dem die Plattenbrücke steht, so berechnet sich die Wellenlänge

bei am Anfang offenem System zu

$$\lambda = \frac{4(l + l_0)}{2k - 1}; \qquad k = 1, 2, 3 \ldots$$

bei beiderseits geschlossenem System zu

$$\lambda = \frac{2(l + l_0)}{k}. \qquad k = 1, 2, 3 \ldots$$

Den Einfluß von l_0 auf das Meßergebnis beseitigt man durch eine Differenzmessung: es sei l_1 die Länge des Drahtsystems bei Knotenlage $k = 1$, es sei l_n diejenige bei Knotenlage $k = n$, dann ist die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{2(l_n - l_1)}{n - 1}.$$

Bei Präzisionsmessungen ist Sorge zu tragen, daß metallische Leiter, die die Kapazität C' des Systems beeinflussen können, weit genug entfernt sind. Eine Genauigkeit der Wellenlängenmessung von 1 ‰ und besser ist erreichbar.

Dunmore u. Engel, Proc. Rad. Eng. **11**, 472, 1923; Rindfleisch, a. a. O. Über den Einfluß des Indikators auf die stehenden Wellen s. Kessenich, Ann. Phys. **2**, 445, 1929. Über den Einfluß des Brückenwiderstandes auf das Strommaximum s. Takagishi, Proc. Inst. Rad. Eng. **18**, 513, 1930.

g) Konzentrische Rohrleitung. Die konzentrische Rohrleitung besteht aus einem metallischen Außenrohr mit konzentrisch angeordnetem Innenleiter. Infolge der Abschirmwirkung des Außenrohres zeichnet sich eine solche Leitung durch fehlende Strahlungsverluste (falls auch die Enden der Rohrleitung abgeschirmt sind) und durch Unbeeinflußbarkeit ihrer elektrischen Werte seitens der Umgebung des Rohres aus. Die konzentrische Rohrleitung wird daher mit Vorteil als Energieleitung zur Verbindung von Hochfrequenzapparaten und als Wellenmesser verwendet.

Ist ε die Dielektrizitätskonstante des Raumes zwischen Außenrohr und Innenleiter und sind r_a bzw. r_i die zum Rohr bzw. Innenleiter gehörigen Radien, so ergibt sich der Wellenwiderstand zu

$$Z = 60 \ln \frac{r_a}{r_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

Über einen Rohrwellenmesser s. Krause, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **45**, 128, 1935.

h) Rohrleitung ohne Innenleiter. Elektrische Wellen im cm-Gebiet pflanzen sich in metallischen Hohlrohren, die mit einem Dielektrikum der Dielektrizitätskonstanten ε angefüllt sind, mit sehr geringer Dämpfung fort, wenn die Wellenlänge unterhalb der Grenzwellenlänge liegt; zwischen dieser und dem Rohrdurchmesser d besteht für die Wellentype E_1, E, H_0 bzw. H_1 die Beziehung $\lambda = 1{,}31 d\sqrt{\varepsilon}$; $= 0{,}82 d\sqrt{\varepsilon}$; $= 0{,}82 d\sqrt{\varepsilon}$ bzw. $= 1{,}71 d\sqrt{\varepsilon}$. Bei Verwendung eines derartigen Rohres als Wellenmesser ist die Eichung mittels eines Lechersystems erforderlich, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem Rohr je nach Wellentype und Verhältnis λ/d größer als die Lichtgeschwindigkeit ist.

Barrow, Proc. Inst. Rad. Eng. **24**, 1298, 1936; Southworth, Bell Syst. Techn. J. **15**, 284, 1936; Chu, Proc. Inst. Rad. Eng. **26**, 1520, 1938; Buchholz, ENT **16**, 73, 1939; Riedel, Europ. Fernsprechdienst **51**, 56, 1939.

C. Messung der Dämpfung ϑ eines Schwingungskreises

a) Allgemeines. Ursachen der Dämpfung sind:

Der Wirkwiderstand der Spule und der Zuleitungen, der mit der Frequenz ansteigt (Hautwirkung) und nur bei sehr dünnen Drähten mit dem Gleichstromwiderstand identisch ist; s. Abschn. D, S. 287;
ferner die Wirbelströme, die in den Kondensatoren, in umgebenden Leitern oder in der Abschirmung entstehen;
endlich die dielektrischen Verluste im Kondensator und im Isolationsmaterial der Spulen, die jedoch durch Benutzung neuerer Hochfrequenzisolierstoffe niedrig gehalten werden können.

Die genannten Widerstände werden als Wirkwiderstand R bei der Messung des Dämpfungsdekrementes erfaßt.

b) Ermittlung der Dämpfung ϑ aus der Resonanzkurve. α) Rückwirkungsfreie Ankopplung des Resonanzkreises an den erregenden Sender, sehr lose Ankopplung des aperiodischen Anzeigekreises (Abb. 172). Als Indikator im Anzeigekreis dient ein Thermoinstrument oder ein Röhrenvoltmeter. Die Spule des Anzeigekreises ist so zu orientieren, daß ein vom Streufeld des Senders herrührender Nullausschlag vermieden wird. Die Kapazität des Resonanzkreises wird allmählich verändert und der Verlauf des

Stromes beiderseits der Resonanz gemessen. Bezeichnet man den zu einer beliebigen Kapazität C gehörigen Wert des Stromes mit I, den zur Resonanzkapazität C_r gehörigen mit I_r, so ergibt sich für das logarithmische Dekrement

$$\vartheta = \pi \frac{C - C_r}{C_r} \sqrt{\frac{I^2}{I_r^2 - I^2}}.$$

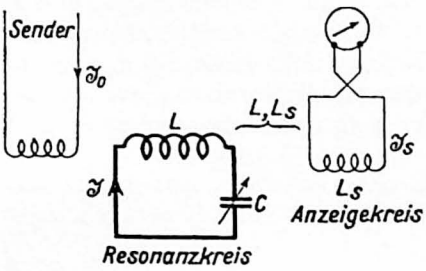


Abb. 172. Dämpfungsmessung an einem Schwingungskreis

Bei Beobachtung mit einem quadratisch anzeigenden Indikator (Thermoelement) kann statt des Stromquadrates der Ausschlag α des Galvanometers in die Formel eingesetzt werden.

Das Verfahren vereinfacht sich, wenn man nach Aufzeichnung der Resonanzkurve rechts und links der Resonanzkapazität C_r die beiden Werte C_1 und C_2 aufsucht, für die gilt

$$I_1^2 = I_2^2 = \frac{I_r^2}{2}.$$

Dann ist das logarithmische Dekrement

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{C_2 - C_1}{C_r} = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta C}{C_r}, \tag{76}$$

daraus ergibt sich die Resonanzschärfe

$$\varrho = \frac{2 C_r}{\Delta C}.$$

Aus ϑ berechnet sich der Wirkwiderstand zu $R = \frac{\vartheta \omega_r L}{\pi}$, wenn ω_r nach einem der Verfahren Abschn. F, S. 267 und L nach S. 209 bestimmt ist.

β) Eine Rückwirkung des Anzeigekreises ist unvermeidbar. Dies tritt z. B. ein, wenn infolge zu schwacher Erregung feste Ankopplung des aperiodischen Kreises notwendig wird. Man ermittelt in diesem Falle nach Möller die Dämpfungen ϑ_s des Schwingungskreises bei verschieden starker Ankopplung des aperiodischen Kreises nach obigem Verfahren α). Das Produkt aus zugehörigen Werten von ϑ_s und Anzeige- (Resonanz-) Strom I_s wird gebildet. Die Dämpfung ϑ_s wird gemäß Abb. 173 über $(I_s \cdot \vartheta_s)^2$ aufgetragen; der Schnittpunkt der Geraden mit der Ordinate gibt die gesuchte, nicht durch die Rückwirkung beeinflußte Dämpfung ϑ_0 des Schwingungskreises an. Zum Beweis für die Richtigkeit läßt sich zeigen, daß

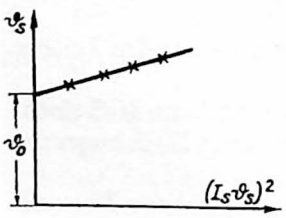


Abb. 173. Gerade zur Ermittlung der Eigendämpfung ϑ_0

$$\vartheta_s = \vartheta_0 + K (I_s \vartheta_s)^2,$$

sein muß, worin K eine Konstante bedeutet. Während der Messung ist für konstante Erregung durch den Sender zu sorgen.

Möller, Behandlung von Schwingungsaufgaben. Leipzig 1937, S. 61.

γ) Änderung der Senderfrequenz. Die Aufnahme der Resonanzkurven nach α) kann auch bei konstant gehaltenem C des Schwingungskreises durch

Änderung der Frequenz des Senders erfolgen. Dann ergibt sich entsprechend der Auswertung für Formel (76) die ähnliche Formel

$$\vartheta = \pi \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_r} = \pi \frac{\Delta\omega}{\omega_r}.$$

Über einen geeigneten Meßsender mit Dämpfungsglied zur Schwächung der Erregerspannung im Verhältnis $1:\sqrt{2}$ s. Limann, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **49**, 57, 1937.

c) Ermittlung des Wirkwiderstandes R durch Substitution. α) Durch Messung von Strom- oder Spannungsbetrag. Der zu untersuchende Schwingungskreis mit dem unbekannten Widerstand R_x wird rückwirkungsfrei mit dem erregenden Sender gekoppelt. Der Resonanzstrom im Schwingungskreis oder in einem rückwirkungsfrei angekoppelten Anzeigekreis wird vor (Strom $= I_x$) und nach Zuschaltung eines bekannten Zusatzwiderstandes R_z (Strom $= I_z$) gemessen, dann ist

$$R_x = R_z \cdot \frac{1}{\frac{I_x}{I_z} - 1}. \tag{77}$$

Falls der Resonanzstrom durch ein im Schwingungskreis eingeschaltetes Instrument gemessen wird, ist in R_x der Instrumentenwiderstand mit enthalten.

Statt durch Strommessung kann der Widerstand auch durch Spannungsmessung (Röhrenvoltmeter) ermittelt werden. Die Spannung wird entweder an einem in den Schwingungskreis eingeschalteten Hilfswiderstand R_h, dessen Betrag nach der Messung von R_x abgezogen werden muß, abgenommen oder im aperiodischen Kreis gemessen. In Formel (77) treten an Stelle der Stromwerte die Spannungswerte.

R_x wird bei nicht vernachlässigbarer Rückwirkung des Anzeigekreises zu hoch gemessen. Eine Absoluteichung der Strom- und Spannungsmesser ist nicht erforderlich.

Lindemann, Verh. D. Phys. Ges. **11**, 28, 1909.

β) Durch Messung der Ströme im Resonanz- und im Erregerkreis (Abb. 174). Die Kopplung des Resonanzkreises mit dem unbekannten Widerstand R_x an den Erregerkreis über die Gegeninduktivität M ist fest. In den beiden Kreisen sind die geeichten Strommesser I_0 und I eingeschaltet. Die Spannung U_0 wird konstant gehalten. Im Resonanzkreis werden nach und nach verschieden große Zusatzwiderstände R_z eingeschaltet. Die Abstimmung mittels des Drehkondensators wird jeweils so vorgenommen, daß das Verhältnis I_0/I stets ein Minimum wird. Der Betrag des Minimums wird als Ordinate über dem zugehörigen R_z aufgetragen (Abb. 175), der Schnittpunkt der Geraden mit der

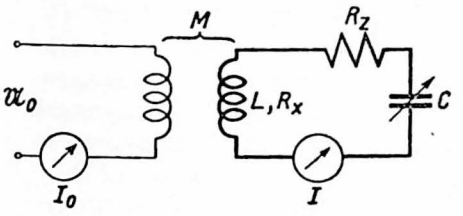


Abb. 174. Widerstandsmessung mittels Zusatzwiderstandes und Stromvergleich

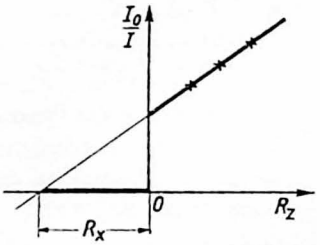


Abb. 175. Gerade zur Ermittlung des Eigenwiderstandes R_x

Abszisse ergibt den gesuchten Wert $R_x = -x$. Es läßt sich zeigen, daß für die Gerade die Gleichung

$$\frac{I_0}{I} = \frac{R_x}{\omega M} + \frac{R_z}{\omega M}$$

gilt.

Pauli, Z. Phys. 5, 376, 1921 u. 6, 118, 1921.

Die Abstimmung auf das Minimum von I_0/I bereitet einige Schwierigkeiten. Man umgeht sie, wenn man den Erregerkreis durch Einschaltung eines Kondensators C_0 auf die Resonanzfrequenz abstimmbar macht. Man stimmt zuerst bei entferntem Schwingungskreis mit C_0 auf die Resonanzfrequenz ab und erhält das Maximum von I_0, hierauf koppelt man den Resonanzkreis an und stimmt diesen mittels C auf das Maximum von I ab. Man bildet den Quotienten I_0/I; zur Ermittlung von R_x verfährt man dann wie oben.

Nitschmann, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **46**, 91, 1935.

d) Messung des Verlustfaktors tg ζ eines Schwingungskreises (Quotientenverfahren). Es ist nach Formel (29)

$$\operatorname{tg}\zeta = \frac{R}{\omega_r L} = \frac{U}{U_c},$$

wenn U die erregende und U_c die am Kondensator C des Reihenresonanzkreises entstehende Wechselspannung ist. Man schaltet nach Abb. 176 den Resonanzkreis parallel einem winkelfreien und gegenüber R sehr kleinen Hilfswiderstand R_0. Der Strom I_0 wird gemessen, es ist dann

$$U = I_0 R_0.$$

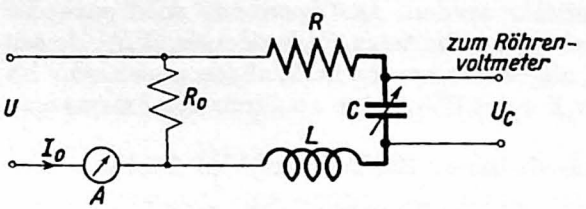


Abb. 176. Bestimmung des Verlustfaktors durch Spannungsvergleich

U_c wird mit einem Röhrenvoltmeter gemessen. tg ζ läßt sich dann als U/U_c berechnen. Die erreichbare Genauigkeit beträgt 2% bei $1{,}5 \cdot 10^6$ Hz.

Fehlerbeispiel: Ist $R = 5\,\Omega$, so darf R_0 nicht größer als 0,05 Ω sein, damit U auf 1% richtig ist. Ist ωL, die Blindkomponente von R_0, nicht größer als $R_0/7$, so wird U ebenfalls nicht mehr als um 1% gefälscht.

Zinke, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **47**, 196, 1936; statt R_0 kann auch ein C_0 oder L_0 verwendet werden; s. Opitz, ebd. **53**, 27, 1939.

e) Messung des Resonanzwiderstandes R_a bei Parallelresonanz. Der Resonanzkreis ist als Anodenkreis eines Dynatronsenders geschaltet. Die Schwingungen setzen bei Variation des negativen Widerstandes R_{i-} durch die Gittervorspannung dann ein, wenn

$$R_{i-} = R_a = \frac{L}{CR}$$

ist. Hieraus folgt

$$\vartheta = \frac{\pi}{C\omega_r R_{i-}}.$$

Die Methode verlangt die Bestimmung von R_{i-} durch Aufnahme der fallenden Kennlinien.

Geeignete Röhren sind RES 094 und RENS 1214. Meßgenauigkeit 1%.
Peetz, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **49**, 212, 1937.

D. Bestimmung des Wellenwiderstandes $\mathfrak{Z}$ einer Lecher-Leitung

a) Berechnung aus den Dimensionen. Die Dämpfung wird vernachlässigt. Ist a der Drahtabstand, r der Drahtradius, dann ergibt sich der Wellenwiderstand in Luft zu

$$\mathfrak{Z} = Z = 120 \ln \frac{a}{r} \text{ (Ohm)}, \tag{78}$$

wenn a groß gegen r.

b) Berechnung aus dem Leerlauf- und Kurzschlußwiderstand. Die Leitung bleibt am Ende offen, dann folgt aus Formel (67) für $x = 0$ als Verhältnis der zu messenden Spannung und des Stromes der Leerlaufwiderstand

$$\mathfrak{R}_l = \frac{\mathfrak{U}_a}{\mathfrak{J}_a} = \mathfrak{Z} \operatorname{Ctg} \gamma l. \tag{79}$$

Die Leitung ist am Ende kurz geschlossen, dann folgt für den Kurzschlußwiderstand

$$\mathfrak{R}_k = \frac{\mathfrak{U}_a'}{\mathfrak{J}_a'} = \mathfrak{Z} \operatorname{Tg} \gamma l. \tag{80}$$

Aus den beiden Bedingungen folgt der gesuchte Wellenwiderstand

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\mathfrak{R}_l \mathfrak{R}_k} = \sqrt{\frac{\mathfrak{U}_a \mathfrak{U}_a'}{\mathfrak{J}_a \mathfrak{J}_a'}}. \tag{81}$$

c) Messung des Wellenwiderstandes durch Nachbildung mittels eines bekannten Widerstandes $\mathfrak{R}_e$. Bei höheren Frequenzen, etwa von $2 \cdot 10^7$ Hz aufwärts, stoßen Messungen nach Abschn. b auf Schwierigkeiten. Da bei diesen Frequenzen jedoch im allgemeinen Verlustfreiheit der Lecher-Leitung vorausgesetzt werden darf, können die folgenden Meßmethoden angewandt werden, bei denen zweckmäßig (jedoch nicht notwendig) vor Beginn der Nachbildung das am Ende offene Drahtsystem zu stehenden Wellen erregt wird (Abstimmung).

α) Nachbildung unter Systemverkürzung. Nach der Abstimmung möge in einem beliebigen Strombauch ein Indikator den Strom I anzeigen! Hierauf wird die Leitung l vom Ende her um $\lambda/8$, falls $\mathfrak{R}_e$ nach Abb. 177 kapazitiver, um $3\lambda/8$, falls $\mathfrak{R}_e$ induktiver Natur ist, verkürzt und $\mathfrak{R}_e$ an das neue Ende angeschlossen. $\mathfrak{R}_e$ wird so weit variiert, bis der Indiktor am gleichen Leitungsort erneut den gleichen Strom I anzeigt; dann ist

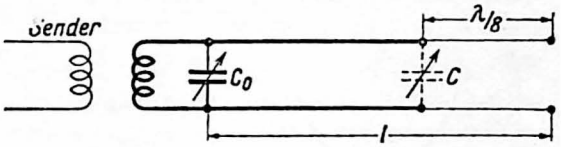


Abb. 177. Wellenwiderstandsbestimmung durch $\lambda/8$-Verkürzung

$$Z = \frac{1}{\omega C} \text{ bzw. } = \omega L.$$

β) Nachbildung bei Abstandsmessung. Nach der Abstimmung wird das Leitungsende durch Anschaltung von $\mathfrak{R}_e$ überbrückt und der Abstand y des ersten Strombauches $\mathfrak{J}_{\text{Bauch}}$ vom Ende her durch Längstastung mit einem Indikator ermittelt. Ist $\mathfrak{R}_e$ ein beliebiger, aber reiner Blindwiderstand, so gilt für den Wellenwiderstand Z — unabhängig von der Abstimmung —

$$Z = j \mathfrak{R}_e \operatorname{ctg} \frac{2\pi y}{\lambda};$$

bei Abstimmung gilt ferner

$$\mathfrak{J}_{\text{Bauch}} = -j \frac{\mathfrak{U}_a}{Z} \frac{1}{\sin \frac{2\pi y}{\lambda}} = -\frac{\mathfrak{U}_a}{\mathfrak{R}_e} \sqrt{1 - \frac{\mathfrak{R}_e^2}{Z^2}}.$$

γ) Nachbildung mit Messung eines Stromverhältnisses. Nach der Abstimmung wird das Leitungsende mit dem Widerstande $\mathfrak{R}_e$, der beliebiger Natur sein kann, überbrückt und in den Entfernungen $\lambda/4$ bzw. $\lambda/2$ vom Leitungsende her gemäß Abb. 178 der Strom $\mathfrak{J}_1$ bzw. $\mathfrak{J}_2$ mittels eines in konstantem Abstand längs der Leitung verschobenen Indikators gemessen; dann ist

$$Z = -j\frac{\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{J}_1}\mathfrak{R}_e \quad \text{bzw.} \quad = \frac{I_2}{I_1}|\mathfrak{R}_e|\,.$$

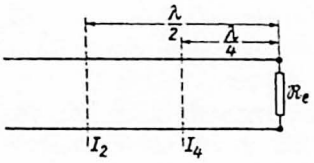


Abb. 178. Nachbildung des Wellenwiderstandes

Schmidt, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **41**, 2, 1933; Roosenstein, ebd. **36**, 121, 1930; Hempel, ENT **14**, 33, 1937.

E. Bestimmung der Dämpfungskonstanten β

a) Durch Rechnung. Ist der Widerstand R' klein gegen $\omega L'$ und kann die Ableitung G' vernachlässigt werden, so berechnet sich nach Formel (65) die Dämpfungskonstante zu

$$\beta = \frac{R'}{2}\sqrt{\frac{C'}{L'}} = \frac{R'}{2Z} = \frac{R'}{240 \ln \frac{a}{r}}\,.$$

Der Wirkwiderstand R' ist nach Abschn. D, S. 287 berechenbar.

b) Durch Aufnahme der Resonanzkurve. Die Lecher-Leitung wird durch eine gut leitende Plattenbrücke an ihrem Ende abgeschlossen und zu stehenden Wellen erregt. Mittels Indikators wird der Verlauf der Spannung U oder des Stromes I in einem beliebigen Knoten der Spannung bzw. des Stromes abgetastet. Bezeichnet man nach Abb. 179 den Abstand zweier symmetrisch zu diesem Knoten gelegenen Spannungswerte U oder Stromwerte I als Knotenbreite k (in cm), so ergibt sich bei einer Drahtwellenlänge von λ cm, kleine Dämpfung β vorausgesetzt:

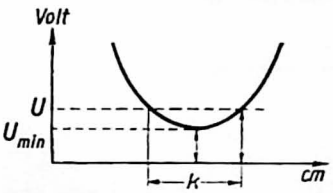


Abb. 179. Resonanzkurve zur Bestimmung der Dämpfungskonstanten β

bei Spannungsabtastung

$$\beta = \frac{4\pi k}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{2p} \cdot \sqrt{\frac{U_{min}^2}{U^2 - U_{min}^2}}\,,$$

bei Stromabtastung

$$\beta = \frac{4\pi k}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{2p+1} \cdot \sqrt{\frac{I_{min}^2}{I^2 - I_{min}^2}}\,,$$

worin p die Ziffer des Knotens bedeutet, in dem die Abtastung stattfindet. Die Bezifferung der Spannungs- **oder** der Stromknoten beginnt mit der Zahl 1 vor der Plattenbrücke in Richtung auf den Leitungsanfang hin.

Roosenstein, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **36**, 81, 1930. Zur Abtastung der Stromverteilung hat sich das Luftthermometer nach Scheibe, S. 283 und Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **27**, 1, 1926 bewährt. Über Dämpfungsmessung und Indikation nach der Audionmethode unter Vermeidung von Meßinstrumenten s. Krause, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **45**, 128, 1935. Bemerkungen hierzu u. neuere Ergebnisse bei Lotze, ebd. **47**, 37, 1936. Über Messung der Dämpfung unter Änderung der Resonanzfrequenz s. Dahme, ebd. **52**, 1, 1938.

c) Durch reflexionsfreien Abschluß des Drahtsystemes und Aufnahme der Abklingkurve.

Wuckel, Ann. Phys. **73**, 427, 1924; Michels, ebd. **8**, 877, 1931.

F. Frequenzmessungen

a) Thomsonscher Schwingungskreis (Wellenmesser, Frequenzmesser). Zum Aufbau eines genauen Frequenzmessers sind erforderlich möglichst verlustfreie Kondensatoren, am besten Luftkondensatoren, und als Selbstinduktionen einlagige Spulen aus Drahtlitze auf keramischen oder Preßstoffzylindern von großem Durchmesser, damit die Verschiebung der Stromlinien die Windungs. fläche nicht merklich ändert. Zur Vermeidung von kapazitiven Beeinflussungen und von Wirbelströmen in den Kondensatorbelegungen dürfen Spulen und Kondensatoren nicht zu nahe beieinander stehen. Zur Verbindung von Kondensator und Spule benutzt man bifilare Leitungen, die so angebracht sind, daß sie bei Messung der Spuleninduktivität und der Spulenkapazität fest mit der Spule verbunden bleiben. Ein Wellenmesser mit einer absoluten Meßgenauigkeit von $1 \cdot 10^{-4}$ und einer relativen von $1 \cdot 10^{-5}$ (Abschirmung der Spule) ist von Giebe und Alberti erprobt. Dieses Gerät gestattet, die Frequenz des Schwingungskreises nach der Thomsonschen Formel zu berechnen. Zu diesem Zweck sind die Selbstinduktion L in Henry und die Kapazität C in Farad bei einer Frequenz von 800 Hz absolut geeicht. Zu C und L ist die Kapazität c der Spule und eventuell auch die Induktivität l des Kondensators zu addieren. c und l findet man aus der Eigenfrequenz der Spule ohne Kondensator und aus derjenigen des kurzgeschlossenen Kondensators, die mittels Normalfrequenzen festgestellt werden. Die Eigenfrequenz des Schwingungskreises berechnet sich zu

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{(C+c)(L+l)}} \text{ (Hz)}.$$

Giebe und Alberti, Z. techn. Phys. **6**, 92, 1925.
Über einen Präzisionswellenmesser für kurze Wellen s. Runge, Telefk.Z. **8**, 43, 24, 1926. Über einen Wellenmesser im Dezimeter-Wellengebiet s. Rohde, ENT **13**, 13, 1936.

Die Eichung des Wellenmessers geschieht durch Abstimmung auf eine Normalfrequenz (über Normalfrequenzen s. S. 268). Bei den gebräuchlichen Schwingungskreisen ist meist C mit Hilfe eines Drehkondensators stetig veränderbar (bisweilen, besonders bei sehr kurzen Wellen, auch L). Man ändert dann bei konstanter Normalfrequenz f die Kapazität C und beobachtet das Eintreten der Resonanz.

Das Eintreten der Resonanz wird beobachtet:

α) am Ausschlag eines Strommessers in einem Indikatorkreis (aperiodischer Kreis s. S. 277 Abschn. a). Dieser wird so lose wie möglich (sonst Rückwirkung!) mit dem Schwingungskreis des Wellenmessers gekoppelt. Man ändert C so lange, bis der maximale Ausschlag erreicht wird.

Bei genauen Messungen, für die ein Kristalldetektor mit Spiegelgalvanometer geeignet ist, stellt man nicht auf Maximalausschlag ein, sondern nimmt besser das Mittel zweier Kapazitätswerte beiderseits der Resonanzlage, bei welchen das Galvanometer gleiche Ausschläge anzeigt. Mehrere passend gewählte Normalfrequenzen ergeben eine entsprechende Anzahl von Eichpunkten für verschiedene Skaleneinstellungen des Drehkondensators, dem man zur Erhöhung der Empfindlichkeit oft feste Kondensatoren parallel schaltet; dazwischen interpoliert man graphisch oder, wenn die Kondensatoren genau geeicht sind, rechnerisch nach Thomsons Formel, s. a. S. 276 Abschn. g).

β) durch Frequenzänderung im Erzeuger der Normalfrequenz (Absorptionsmethode). Wird ein Wellenmesser bei fester Kopplung mit dem Normalfrequenzsender auf die Normalfrequenz abgestimmt, so ändert sich in beiden durch Rückwirkung Amplitude und Frequenz. Die Frequenzänderung im Sender ist zur Feststellung der Abstimmung auf Resonanz brauchbar. Man koppelt zuerst bei entferntem Wellenmesser sehr lose mit dem Normalfrequenzsender einen schwachen Hilfssender (Überlagerer), dessen Frequenz akustisch auf die Schwebungsfrequenz Null abgestimmt wird. Hierauf wird der Wellenmesser bei starker Verstimmung mit dem Normalfrequenzsender gekoppelt und die Abstimmung durch Änderung von C des Wellenmessers vorgenommen. Nähert sich C dem Resonanzwerte, so tritt infolge Rückwirkung Verstimmung des Normalsenders gegen den Hilfssender ein, welche an dem Auftreten eines Schwebungstones, dessen Tonhöhe mit zunehmender Resonanzannäherung einen Höchstwert erreicht, im Resonanzfall durch Null gehend wiederum zum Höchstwert ansteigt und bei erneuter Entfernung von der Resonanz endgültig abfällt, erkennbar ist. Das „Durchnullgehen" des Schwebungstones ist als Resonanzstelle sehr ausgeprägt.

Empfindlicher als auf den Schwebungston Null stimmt man auf einen Schwebungston von einiger Tonhöhe (z. B. 1000 Hz) ab, der durch automatisches Zu- und Abschalten einer kleinen Zusatzkapazität am Hilfssender so erzeugt wird, daß bei unbeeinflußtem Normalfrequenzsender der Schwebungston sowohl bei an- als auch abgeschalteter Zusatzkapazität die gleiche Tonhöhe hat. Im Falle des „Durchnullgehens" des Schwebungstones hört man sowohl bei zu- als auch abgeschalteter Zusatzkapazität wiederum nur den gleichen Ton — Tongleichgewicht! Beiderseits der Resonanz sind diese beiden Töne nicht gleich.

Vgl. Fehr u. Leithäuser, ENT **8**, 339, 1931; Fehr, ebd. **9**, 57, 1932.

b) Der piezoelektrische Resonator. Quarzresonatoren in Stab- oder Plattenform, die durch ein hochfrequentes elektrisches Wechselfeld vermöge des reziproken Piezoeffektes zu elastischen Resonanzschwingungen angeregt werden, sind wegen ihrer geringen Dämpfung und der dadurch bedingten Resonanzschärfe außerordentlich genaue Frequenznormale von großer Konstanz und sehr kleinem Temperaturkoeffizienten; einmal absolut geeicht, sind sie ein sehr bequemes Hilfsmittel zur genauen Einstellung eines Hochfrequenzsenders auf eine bestimmte Frequenz und damit zur Eichung und ständigen Kontrolle von Wellenmessern usw.

Die Anordnung des Quarzes zwischen Anregungselektroden ist im Prinzip die gleiche wie bei den Steuerquarzen, doch können hier die Elektroden wesentlich kleiner sein als der Stab oder die Platte aus Quarz und die Form von schmalen Streifen erhalten. Das Eintreten der Resonanz zwischen den erregenden elektrischen Schwingungen und einer der elastischen Eigenschwingungen (bis zu hohen Ordnungen) ist nach den folgenden Verfahren zu beobachten, die sämtlich darauf beruhen, daß durch die Deformationen des schwingenden Kristalls sekundär piezoelektrische Spannungen (direkter Piezoeffekt) entstehen.

Scheibe, Die Piezoelektrizität d. Quarzes. Dresden 1938.

α) Akustischer Nachweis. Man schaltet den Quarzresonator parallel zum Kondensator eines Schwingungskreises, der entweder unmittelbar der rück-

gekoppelte Schwingungskreis eines Röhrensenders kleiner Leistung (bei zu starker Anregung zersplittert der Quarz!) oder ein vom Röhrensender angeregter, zuvor auf die Eigenfrequenz des Resonators ungefähr abgestimmter Sekundärkreis sein kann. Mit dem primären bzw. sekundären Schwingungskreis ist ein Detektorkreis mit Lautverstärker und Kopfhörer gekoppelt. Ändert man die Senderfrequenz (nicht allmählich, sondern schnell) in der Nähe der Resonanz zwischen elektrischen und elastischen Schwingungen, so hört man im Kopfhörer, wenn man den Resonanzpunkt überschreitet, einen kurz anklingenden Schwebungston. Die elektrischen Schwingungen, die durch die sekundären piezoelektrischen Spannungen des mit seiner Eigenfrequenz ausschwingenden Quarzes erzeugt werden, überlagern sich dabei mit den elektrischen Schwingungen des Röhrensenders und interferieren, da beide Schwingungen verschiedene Frequenz haben. Das Verfahren ist für das Auffinden der Resonanz gut, zur genauen Einstellung weniger geeignet.

β) Elektrischer Nachweis. Bei gleicher Schaltungsweise wie oben wird in den Sekundärkreis, der aber jetzt genau auf die Quarzfrequenz abzustimmen ist, ein Strommesser eingeschaltet, an welchem man den Verlauf des Stromes I bei Änderung der Senderfrequenz f in der Nähe der Resonanz abliest. Die Kurve, welche I als Funktion von f darstellt, ist dann nicht eine gewöhnliche Resonanzkurve, sondern es zeigt sich, infolge Energieaufnahme durch den Quarzresonator, eine Einsenkung, etwa wie in Abb. 180. Auf den tiefsten Punkt der Einsenkung, den Resonanzpunkt, kann man mit einer Genauigkeit von etwa $1 \cdot 10^{-5}$ der Frequenz einstellen. Das Verfahren erfordert, ebenso wie das folgende, sehr fein einstellbare Kondensatoren am Sender, welche Frequenzänderungen von wenigen Millionteln vorzunehmen gestatten.

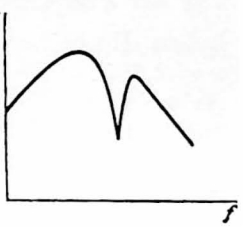


Abb. 180. Absorptionskurve eines Quarzresonators

Cady, Proc. Inst. Rad. Eng. **10**, 83, 1922; Dye, Proc. Phys. Soc. **38**, 399, 1926.

γ) Leuchtresonatoren. Die Ankopplung des Leuchtresonators geschieht mittels einer kleinen im Radiohandel erhältlichen Koppelspule, deren Eigenfrequenz mindestens 30 % von der des Resonators verschieden sein soll. Die Koppelspule wird mit den Elektroden des Resonators verbunden und in die Nähe der Schwingungskreisspule des abzustimmenden Senders gebracht. Man stellt auf maximale Leuchtstärke ein, nachdem man durch eine Vorabstimmung mit einem groben Wellenmesser oder nach überschlägiger Berechnung die ungefähre Resonanz des Senders eingestellt hat. Es ist nötig, den Sender mit sehr feinen Abstimmitteln (Drehkondensatoren geringer Kapazitätssteigung), die eine Frequenzvariation bis zu 1 Milliontel zulassen, zu versehen. Hat man das Resonanzleuchten des Resonators gefunden, so entfernt man die Koppelspule unter allmählichem Nachregulieren der Senderabstimmung so weit, bis der Resonator nur noch sehr schwach leuchtet. Um das Leuchten in diesem Stadium noch gut zu erkennen, empfiehlt es sich, den Resonator in einem Kasten mit Sehschlitz unterzubringen. Um die höchste Abstimmgenauigkeit von einigen Millionteln, die mit den Resonatoren bequem erreichbar ist, ausnutzen zu können, stellt man statt auf das Maximum des Leuchtens besser auf die Mitte des Frequenzintervalles ein, innerhalb dessen das Leuchten noch bestehen bleibt.

Der Temperaturkoeffizient der Leuchtresonatoren liegt je nach Schnitt und Bauart des Resonators zwischen $-1 \cdot 10^{-5}$ und $+5 \cdot 10^{-6}$ je Grad; Resonatoren mit einem Temperaturkoeffizienten von nahezu Null sind also herstellbar.

Die absolute Konstanz der Resonatoren bewegt sich für die Leuchtresonatoren der „gebundenen" Type bei einigen Millionteln der Frequenz und bei der einfacheren „losen" Type bei ein bis zwei Hunderttausendsteln.

Die Resonatoren werden in Stabform für einen Frequenzbereich von 1 kHz bis 4000 kHz hergestellt.

δ) Frequenzberechnung aus den Abmessungen der Stäbe. Für die Frequenz f der longitudinalen Grundschwingung eines Quarzstabes der Länge l und für die entsprechende Wellenlänge λ gilt

$$f = \frac{u}{2l} = \frac{c}{l} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{v}{u} \cdot 2l = Cl,$$

wobei die Werte für u, c und C der folgenden Tabelle, in der auch die Werte des die Frequenz bestimmenden Elastizitätsmoduls $E = \frac{1}{s_{11}}$ in den gebräuchlichen Einheiten dargestellt sind, zu entnehmen sind (Lichtgeschwindigkeit $v = 2{,}9977 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm\,s^{-1}}$). Bei Stäben, deren Längsachse mit der neutralen Achse zusammenfällt, sind die Werte der Orientierung I, bei Stäben, deren Längsachse mit der elektrischen Achse zusammenfällt, die Werte der Orientierung II zu wählen.

Orientierung	s_{11} cm²/Dyn	E kg-Gew./mm²	u cm s⁻¹	c cm s⁻¹	C
	$\cdot 10^{-12}$		$\cdot 10^{2}$	$\cdot 10^{5}$	$\cdot 10^{5}$
I	1,2656	8054	5460,5	2,7303	1,0980
II	1,2775	7979	5435,0	2,7175	1,1031

Die Frequenz ist mit einer Sicherheit von 1 bis 1,5 Promille berechenbar, solange die Quarzstäbe nur geringfügige Verwachsungen aufweisen. Bei höheren Ordnungszahlen der angeregten Eigenschwingungen müssen Korrektionen, die die Stabdicke der Stäbe berücksichtigen, angebracht werden. (S. folgende Lit. Giebe u. Scheibe.)

Da aus natürlichen Quarzkristallen nur selten homogene Stäbe von mehr als etwa 10 cm Länge erhältlich sind, so beträgt die niedrigste mit Longitudinalschwingungen praktisch erreichbare Frequenz $f = 27000$ Hz bzw. $\lambda = 11$ km.

Wesentlich niedrigere Frequenzen erhält man mit Biegungsschwingungen, die sich ebenfalls piezoelektrisch anregen lassen. Die entsprechende Grundfrequenz eines freien, rechteckigen Stabes ergibt sich zu $f = 5{,}6 \cdot 10^5 \frac{a}{l^2}$ (a = Querschnittsseite parallel zur Schwingungsrichtung). Man erhält z. B. für $a = 0{,}3$ cm, $l = 10$ cm eine Frequenz von 1680 Hz.

Kreisförmige Quarzplatten haben bei geeigneten Dimensionsverhältnissen, z. B. Durchmesser $D = 3$ cm, Dicke $d = 0{,}5$ cm, drei für Oszillatoren ausnutzbare Grundeigenfrequenzen, die man nach den Formeln $f_1 = \frac{2{,}7 \cdot 10^5}{D}$ bzw. $f_2 = \frac{3{,}8 \cdot 10^5}{D}$ bzw. $f_3 = \frac{2{,}9 \cdot 10^5}{d}$ Hz vorausberechnen kann.

Über Stabresonatoren: Giebe u. Scheibe, Erregung der verschiedenen Schwingungsarten, Z. Phys. **46**, 607, 1928. Transversalschwingende Leuchtresonatoren für

niedrige Frequenzen, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **35**, 167, 1930. Longitudinal schwingende Leuchtresonatoren (Temperaturkoeffizient Null), Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **41**, 83, 1933. Ringschwingungen, ENT **5**, 65, 1928. Bechmann, Über Temp.-Koeff., Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **44**, 145, 1934. Giebe u. Blechschmidt, Über Drillungsschwingungen, ebd. **56**, 65, 1940.

ε) Die Halterung von Quarzresonatoren und Steuerquarzen. Stabresonatoren werden am einfachsten und auch am sichersten durch Festbinden an zwei Bewegungsknoten mittels einer Fadenschlinge gehaltert (Abb. 181). Quarzplatten legt man zwischen möglichst plangeschliffene, als Elektroden dienende Platten. Die obere Elektrode wird durch Distanzstücke in bestimmtem Abstand von der oberen Quarzplattenfläche gehalten; dieser Abstand d ist so zu wählen, daß die zwischen ihm liegende Luftsäule nicht resoniert ($f_Q \neq f_{\text{Luft}}$; $f_{\text{Luft}} = \frac{u}{2d}$; u = Schallgeschwindigkeit), da sonst Dämpfungsvermehrung und Frequenzänderung eintritt. Man vermeidet Rückwirkungen der Luftsäule durch Unterbringung von Quarz und Elektroden im Vakuum.

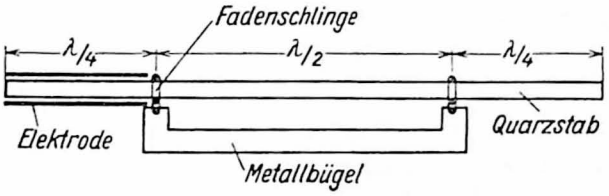


Abb. 181. Quarzstabhalterung

Über Ersatz der Elektroden durch Metallisierung der Quarzoberflächen s. Gabel, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **29**, 194, 1927. Halterung von Quarzplatten durch Spitzenlagerung usw. s. Scheibe, Piezoelektrizität d. Quarzes, Dresden 1938.

c) Normalfrequenz-Aussendung. Die Physikalisch-Technische Reichsanstalt sendet werktäglich über den Deutschlandsender ($\lambda = 1571$ m, f = 191 kHz) folgende Normalfrequenzen aus, die zur Frequenzvergleichung Verwendung finden können: von $10^h 40^m$—$10^h 46^m$ die Frequenz 1000,000 00 Hz und von $10^h 46^m$–$10^h 50^m$ die Frequenz 440,000 000 Hz. Diese Normalfrequenzen sind bis auf 1 bis $2 \cdot 10^{-8}$ ihres Wertes dem absoluten Betrage nach richtig, so daß für den weitaus größten Teil der vorkommenden Messungen diese Sollwerte mit der angegebenen absoluten Genauigkeit in Rechnung gesetzt werden können. Für noch genauere Messungen werden etwa einen Monat nach der Ausstrahlung Tabellen in der Zeitschrift für Hochfrequenztechnik und Elektroakustik und in der Physikalischen Zeitschrift veröffentlicht, in denen die Abweichungen des ausgestrahlten Wertes vom Sollwert 1000 Hz bis auf $1 \cdot 10^{-9}$ des Frequenzwertes mitgeteilt werden.

Die Vergleichung einer Frequenz mit der empfangenen Normalfrequenz, die gegebenenfalls nach den Verfahren S. 247 vervielfacht wird, kann nach den folgenden, in Abschn. e beschriebenen Verfahren geschehen.

Scheibe, Zur werktäglichen Aussendung ..., Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **53**, 145, 1939. Adelsberger, Das Steuergerät für die Aussendung ..., ebd. **53**, 146, 1939.

d) Frequenzmessung mittels Zeitnormal. α) Allgemeines. Die Frequenz ist gegeben als

$$f = \frac{n}{t}. \tag{82}$$

n ist eine beliebige Anzahl von Schwingungen, t ist die zu ihrem Ablauf benötigte Zeit. Es wird so verfahren, daß eine ganze Zahl von Schwingungen abgezählt

und die Zeit gemessen wird. Als Zeitnormale dienen Stoppuhren, Pendeluhren, Quarzuhren. In die Frequenzmessung gehen ein der absolute Fehler δ der Uhr, d. h. der Fehler der Uhrsekunde gegen die Sekunde des mittleren Sonnentages, der im Mittel bei besten Pendeluhren (astronomischen) zu einigen 10^{-7} s, bei den Quarzuhren zu 10^{-8} s eingesetzt werden kann, und der Vergleichsfehler α in Sekunden, der durch das Ablesen der Uhrzeit entsteht und von dem hierfür benutzten Verfahren abhängt; bei Registrierung der Uhrzeit mittels schnellaufenden Drehspulschnellschreibers (Streifengeschwindigkeit 100 mm/s) kann α zu 10^{-3} s eingesetzt werden. Der maximale absolute Fehler e der Zeitmessung ist dann, bis auf ein vernachlässigbares Glied $2\alpha\delta$,

$$e = \delta \cdot t + 2\alpha.$$

Der prozentische absolute Fehler β von f ergibt sich dann zu

$$\beta = \frac{\Delta f}{f} = -\left(\delta + \frac{2\alpha}{t}\right),$$

man muß mithin bei gegebenem δ und α die Zeit t groß wählen, um den Frequenzfehler klein zu bekommen. Es ist außerdem zu beachten, daß bei Verwendung von Pendeluhren nur über längere Beobachtungszeit der mittlere Fehler der Sekunde der Versuchsuhr während dieser Zeitdauer gleich δ gesetzt werden darf.

β) Drehspul-Schnellschreiber (Auszählung). Zur Auszählung von n wird ein Synchronmotor, der über ein Schneckengetriebe Kontakte K markiert, oder ein Oszillograph, Drehspul-Schnellschreiber, Braunsches Rohr benötigt, die die Schwingungen selbst aufschreiben. Die Markierung der Kontakte K erfolgt entweder mittels eines Zählwerkes (Telephonzähler bis zu 30 Kontakten pro Sekunde brauchbar) oder mittels eines Registrierschreibers (Drehspul-Schnellschreiber). Die Registrierung der Zeit t erfolgt bei höherer Meßgenauigkeit entweder durch Zählwerk oder durch Drehspul-Schnellschreiber.

Beispiel einer Frequenzmessung mittels Drehspul-Schnellschreibers (Abb. 182): Die Frequenz sei f. Sie sei zu hoch, als daß durch sie ein Synchronmotor direkt getrieben werden kann. Man unterteilt die Frequenz mittels Frequenzteiler nach S. 248, der Untersetzungs-

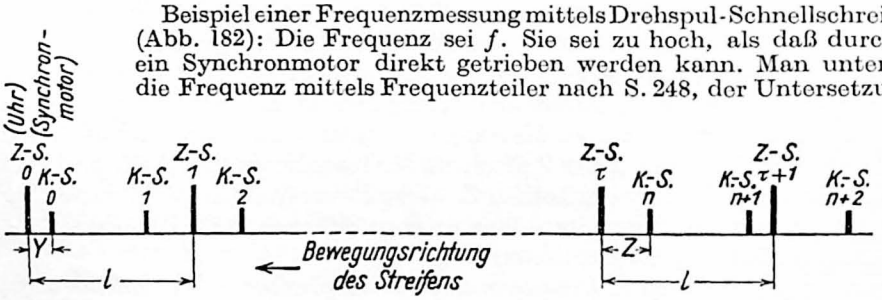


Abb. 182. Meßstreifen

faktor der Stufen sei $q, r, s, \ldots$ Ist die Polpaarzahl p und die Untersetzungszahl des Schneckengetriebes am Synchronmotor u, so ergibt sich die Frequenz, wenn n die Anzahl der Synchronmotorkontakte ist, zu

$$f = q \cdot r \cdot s \ldots \frac{n}{t}\, u \cdot p \,\text{Hz}. \tag{83}$$

Die Zeitmarken Z der Uhr und die Kontaktmarken K des Synchronmotors werden, um sehr scharfe Zeicheneinsätze zu erhalten, über je eine Kondensator-Entladungsapparatur nach S. 316 gemeinsam auf Streifen eines Drehspul-Schnellschreibers aufgeschrieben. Die Zeit kann mit einem Fehler von

$\alpha = 0{,}001$ s bei einer Streifengeschwindigkeit von 100 mm/s abgelesen werden. Bei der Auswertung des Streifens verfährt man folgendermaßen: Man beziffert von einem beliebigen Zeitsignal, dem man die Ziffer 0 gibt, die Sekundensignale bis zu τ. Ebenso beziffert man das möglichst unmittelbar auf $Z = 0$ folgende Kontaktsignal K mit 0, auf das Signal $Z = \tau$ möge dann das Kontaktsignal n folgen.

Ist in Millimeter ausgedrückt y der Abstand des 0-ten Kontaktsignales vom 0-ten Zeitsignal und z derjenige des n-ten Kontaktsignales vom τ-ten Zeitsignal, so ergibt sich die zwischen dem 0-ten und dem n-ten Kontaktsignal vergangene Zeit zu

$$t = \tau + \frac{z}{l} - \frac{y}{l},$$

wenn l die Länge des Zeitsignales (= 1 Sekunde) in Millimeter ist. Der Wert von t ist in Formel (83) einzusetzen.

Der absolute maximale Fehler von t ist bei Vernachlässigung von $\frac{1}{l}(z - y)$ dann

$$e = \delta \cdot \tau + 2\alpha,$$

der prozentische absolute Fehler von f ist

$$\beta = \frac{\Delta f}{f} = -\left(\delta + \frac{2\alpha}{\tau}\right).$$

Setzt man statt α die Ablesegenauigkeit eines Zeitsignales in Millimeter mit a ein, so ist

$$\beta = \frac{\Delta f}{f} = -\left(\delta + \frac{2a}{\tau l}\right).$$

a kann bei Verwendung von Kondensatorentladungen zur Zeitmarkierung mit etwa 0,1 mm angenommen werden. Schwankungen der Streifengeschwindigkeit des Schreibers schwächt man in ihrer Fehlerwirkung dadurch, daß man sich solche Kontaktzeichen aussucht, für die z und y klein gegen l werden.

Nach den Fehlerformeln wird der Fehler der Frequenz um so kleiner, je größer τ bzw. τl wird, ist $\delta = 1 \cdot 10^{-7}$, so wird bei einem Meßfehler von $a/l = 10^{-3}$ das zweite Glied erst nach einer Meßdauer von $\tau = 2 \cdot 10^4$ s dem ersten Gliede gleich. Man kann die Beobachtungsdauer τ herabsetzen, wenn man nicht nur das 0-te und n-te, sondern auch das $(0 + 1)$-te und $(n + 1)$-te, das $(0 + 2)$-te und $(n + 2)$-te Kontaktsignal usw. zur Ausmessung heranzieht.

Da sich bei diesem Meßverfahren häufig eine sehr lange Meßdauer ergibt, ist es zweckmäßig, durch eine Vormessung die Frequenz unter Auszählung von τ und n so weit angenähert zu bestimmen, daß bei der Hauptmessung ein Auszählen von τ oder n unterbleiben kann. Bei letzterer verfährt man dann so, daß man nur am Anfang und Ende der Messung den Streifen einige Zeit laufen läßt. Die für τ (falls Bestimmung mit Stoppuhr unmöglich) oder n zu setzenden Zahlen probiert man aus, indem man annäherungsweise den Frequenzwert der Vormessung als richtig in die Rechnung einsetzt. Die Genauigkeit, mit der bei der Vormessung die Frequenz zu bestimmen ist, ist danach zu bemessen, daß bei der Hauptmessung ein Irrtum in der Größe von τ oder n um 1 den Frequenzwert weit über das Maß hinaus falsch ergeben muß, das nach dem Fehler der Vormessung möglich sein könnte. (Beispiel: Der Fehler der Vormessung sei $1 \cdot 10^{-6}$. Ein Irrtum um 1 in τ bei einer Meßdauer von 24 Stunden würde dann die Frequenz schon um $10 \cdot 10^{-6}$ falsch ergeben, was der Vormessung widerspricht.)

e) Frequenzmessung durch Vergleichung mit einem Frequenznormal. Allgemeines. Die zu messende Frequenz f wird mit einer Normalfrequenz verglichen, die entweder durch einen nach S. 234 bis 239 konstant gesteuerten Normalsender oder durch einen mittels Leuchtresonatoren nach S. 269 auf eine Normalfrequenz eingestellten kontinuierlichen Sender erzeugt wird. Die Normalfrequenz f_n wird so gewählt, daß entweder f_n oder eine ihrer Harmonischen nahezu der Frequenz f gleich ist. Beide Frequenzen werden überlagert und gleichgerichtet, der Differenzton

$$\pm \overline{\Delta f} = f - f_n \tag{84}$$

ist zu messen. Eine Schaltung zur Erzeugung von $\overline{\Delta f}$ ist in Abb. 213, S. 313 gezeichnet. In dem Anodenkreis der Röhren fließt der Wechselstrom der Frequenz $\overline{\Delta f}$.

Das Vorzeichen von $\overline{\Delta f}$ muß durch eine Hilfsmessung bestimmt werden, z. B. dadurch, daß f_n kontinuierlich geändert wird oder indem noch gegen ein anderes, etwas differierendes Frequenznormal f_n gemessen wird. Wird bei dieser Hilfsmessung, die mit geringer Genauigkeit ausgeführt werden kann, festgestellt, daß mit größer werdendem f_n auch $\overline{\Delta f}$ wächst, so ist das negative Vorzeichen zu setzen.

α) Auszähl-Verfahren zur Messung von $\overline{\Delta f}$. Ist $\overline{\Delta f}$ von der Größenordnung weniger Hz, so daß ein Drehspul-Milliamperemeter dem Wechselstrom für das Auge noch deutlich erkennbar folgen kann, so stoppt man mittels Stoppuhr eine Anzahl n der Schwebungen ab. $\overline{\Delta f}$ berechnet sich dann aus n und der Stoppuhrzeit t zu

$$\overline{\Delta f} = \frac{n}{t} \text{ Hz}.$$

Liegen f und f_n im hörbaren Tonbereich, so hört man $\overline{\Delta f}$ als Intensitätsschwankung auf der Frequenz f. Man zählt unter Zuhilfenahme des Gehörs die Schwankungen und stoppt die Zeit ab. Liegen f und f_n im hochfrequenten Bereich, so ist $\overline{\Delta f}$ nicht hörbar. Man hilft sich in diesem Falle, indem man der Hochfrequenz noch eine gut hörbare Tonfrequenz überlagert. Im Fernhörer hört man dann $\overline{\Delta f}$ als Intensitätsschwankung dieser Tonfrequenz.

Ist $\overline{\Delta f}$ größer als 3 Hz, so versagen die eben dargelegten Verfahren. Ist $\overline{\Delta f}$ so groß, daß es als Ton hörbar wird, so verfährt man nach folgendem Abschn. γ) oder vergleicht $\overline{\Delta f}$ mit einem akustischen Normal (Stimmgabel, Monochord, Normaltonsender).

β) Registrier-Verfahren zur Messung von $\overline{\Delta f}$. 1. Zählwerk. Zählwerke, z. B. Telephonzähler der Post, erlauben Schwebungszahlen bis zu etwa 30/s zu zählen. Man leitet den Wechselstrom der Frequenz $\overline{\Delta f}$ durch das Zählwerk Z_s (Telephonzähler an Stelle von R im Anodenkreis des Richtverstärkers [Abb. 213], Spulenwiderstand des Zählers etwa 1500 Ω, doppelt mit Seide umsponnener Cu-Draht von 0,15 mm Durchmesser, Arbeitsstrom 15 mA). Der Zähler zählt die Anzahl der Schwebungen. Die während einer ganzen Anzahl von Schwebungen vergangene Zeit t kann abgestoppt werden. Höhere Genauigkeit erreicht man, wenn man die ablaufenden Sekunden ebenfalls selbst automatisch zählt. Man steuert z. B. zu diesem Zweck über eine blockierte Röhre sinngemäß nach Abb. 217 ein Relais, das gleichzeitig eine Glimmlampe bei jedem Sekunden-

schlag aufblitzen läßt und einen Telephonzähler Z_t als Zeitzähler betätigt. (Die Glimmlampe wird zweckmäßig so angebracht, daß sie in mäßig verdunkeltem Raum die Ziffernreihe des Schwebungszählers Z_s beleuchtet und somit nur beim Aufblitzen der Glimmlampe die sichtbare Ziffer als zugehörig zu dem Zeitzählerstand abzulesen gestattet.)

Ist n_0 der Stand des Schwebungszählers zur Zeit $t = 0$ (zugehöriger Stand des Zeitzählers T_0) und ist n_τ der Stand des Schwebungszählers Z_s zur Zeit $t = \tau$ (Stand des Zeitzählers T_τ), so ergibt sich die Frequenz $\overline{\Delta f}$ zu

$$\overline{\Delta f} = \frac{n_\tau - n_0}{T_\tau - T_0} = \frac{n}{\tau}.$$

Der prozentische Fehler γ der Differenzfrequenz $\overline{\Delta f}$ berechnet sich bis auf ein Fehlerglied $\frac{2d\delta}{n}$ zu

$$\gamma = \delta + \frac{2d}{n},$$

wenn d den bei der Ablesung des Schwebungszählers gemachten Fehler bedeutet. Der Wert von $\overline{\Delta f}$ ist in Formel (84) einzusetzen. Der maximale prozentische absolute Fehler β der zu messenden Frequenz f ist dann, wiederum unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung, wenn wir mit β_n den prozentischen absoluten Fehler der Normalfrequenz f_n bezeichnen:

$$\beta = \beta_n + \frac{2d}{\tau f} + \delta\frac{\overline{\Delta f}}{f} = \beta_n + \frac{2d}{n}\frac{\overline{\Delta f}}{f} + \delta\frac{\overline{\Delta f}}{f}.$$

Das dritte Glied der Fehlersumme kann ebenfalls meist vernachlässigt werden.

Beispiel. Es sei $f = 10\,000$ Hz, $\beta_n = 1 \cdot 10^{-7}$, dann ist $\beta = 1 \cdot 10^{-7} + \frac{2d \cdot 10^{-4}}{\tau}$. d kann im Minimum mit 1 angesetzt werden, da der Zähler ja nur ganze Zahlen registriert und abzulesen gestattet. Der zweite Summand wird unter dieser Annahme für eine Zählzeit von $\tau = 2000$ s gleich dem absoluten Fehler β_n, d. h. $= 1 \cdot 10^{-7}$ der Normalfrequenz f_n.

2. Drehspul-Schnellschreiber. Höchste Meßgenauigkeit ist mit dem Drehspul-Schnellschreiber zu erzielen. Man zählt die Schwebungszahl nicht mit dem Telephonzähler, sondern schreibt die Schwebungen der Frequenz $\overline{\Delta f}$ mit dem Drehspulschreiber nebst den Zeitmarken auf dem Papierstreifen auf. Um die hohe Ausmeßgenauigkeit von 0,1 mm auch bei niedrigen Frequenzen $\overline{\Delta f}$ zu erhalten, formt man die Schwingungen mittels eines Verformers (Abb. 220, S. 316) ebenfalls wie die Sekundensignale (Zeitmarken) in Kondensatorentladungen um.

Die Auswertung des Streifens geschieht in gleicher Weise wie nach S. 272. Für den prozentischen Fehler γ der Differenzfrequenz $\overline{\Delta f}$ ergibt sich, wiederum unter Vernachlässigung eines Fehlergliedes $\frac{2a\delta}{\tau l}$,

$$\gamma = \delta + \frac{2a}{\tau l}.$$

Für den max. proz. abs. Fehler β der zu messenden Frequenz f findet man

$$\beta = \beta_n + \frac{2n}{\tau^2 f}\frac{a}{l} + \frac{n}{\tau f}\delta = \beta_n + \frac{2}{\tau}\frac{a}{l}\frac{\overline{\Delta f}}{f} + \delta\frac{\overline{\Delta f}}{f}.$$

Das dritte Summenglied kann meist vernachlässigt werden.

Beispiel: β_n sei $1 \cdot 10^{-8}$, $\frac{a}{l} = 1 \cdot 10^{-3}$, $\frac{\overline{\Delta f}}{f} = 1 \cdot 10^{-4}$, $\delta = 1 \cdot 10^{-8}$, dann wird bei einer Meßdauer von $\tau = 20$ s das zweite Summenglied dem ersten mit $1 \cdot 10^{-8}$ gleich, während das dritte mit $1 \cdot 10^{-9}$ noch unberücksichtigt bleiben kann.

γ) Brückenmethoden, Kompensationsmethoden. Das Verfahren mit der Maxwellbrücke ist geeignet für Frequenzen $\overline{\Delta f}$ von 5—100 Hz. Der Wechselstrom der Frequenz $\overline{\Delta f}$ betreibt ein polarisiertes Relais, das über zwei Kontakte eine Kapazität C abwechselnd auf- und über einen Widerstand R entlädt. Parallel zu R liegen in Serie geschaltet ein sehr empfindliches Nullinstrument G, ein Serienwiderstand r und ein Schleifdrahtwiderstand S. Dem Schleifdrahtwiderstand S ist eine Batterie mit Spannungsteiler parallel geschaltet. Bei Abgleichung der Brücke auf Null durch Verschieben des Schleifers auf dem Schleifdrahtwiderstand wird

$$\overline{\Delta f} = \frac{S_1}{S} \frac{U}{eCR}.$$

Der Faktor $\frac{U}{eCR}$, worin U die Spannung an R, e die Ladung von C bedeutet, wird durch eine Kalibrierung bestimmter Schleifdrahteinstellungen $\frac{S_1}{S}$ ermittelt, indem man z. B. $\frac{S_1}{S} = 0{,}5$ macht und auf die bekannte Frequenz 50 Hz durch Veränderung von C oder R abgleicht. Die Frequenz kann bis auf 0,01 Hz genau gemessen werden. (Beispiel: $C = 2\,\mu F$, $R = 100\,\Omega$, $r = 50000\,\Omega$.)

Case, Proc. Inst. Rad. Eng. **18**, 1586, 1930; Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph, **38**, 201, 1931.

Bei den Verfahren nach Larsen, Campbell u. Robinson wird ebenfalls die Frequenz auf zwei der Größen C, R oder Induktivität L zurückgeführt.

S. zusammenfassenden Bericht bei Mandel, Z. Fernmeldetechn. **10**, 92, 1929.

Über einen direkt anzeigenden, auf dem Dynamometerprinzip beruhenden Frequenzmesser zur Anzeige geringer Frequenzabweichungen, Empfindlichkeit 10^{-6} des Frequenzwertes: Mittelmann u. Wald, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **37**, 187, 1931; E. Mittelmann u. R. Mittelmann, ebd. **37**, 191, 1931.

f) Unmittelbare Frequenzanzeige durch Kondensatorladung. Das Verfahren beruht auf dem Auf- und Entladen eines Kondensators. Ein Gleichstrominstrument mißt den zeitlichen Mittelwert der unter sich gleich großen Ladestromstöße, deren Zahl der Frequenz entspricht. Die Steuerung des Lade- und Entladestromes erfolgt über Lade- und Steuerröhren mit einem und zwei Gittern. Der Frequenzbereich erstreckt sich von 10 bis 100 kHz. Die Meßgenauigkeit liegt zwischen 0,5 und 1%.

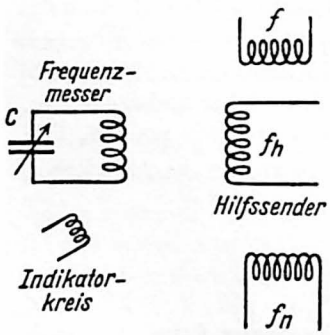


Abb. 183. Frequenzmessung durch Überlagerung

Zusammenfassender Bericht bei Wahl, ATM V 3612/8, 1938; Einzelheiten bei Fecker, ENT **13**, 205, 1936; Wahl, AEG-Mitt. S. 378, 1937; Wahl, ENT **15**, 171, 1938.

g) Überlagerungs-Frequenzmesser. Das Prinzip der Schaltung für einen Frequenzmesser mit geeichter Kapazitätsskala ist in Abb. 183 dargestellt. Die Frequenz f_h eines Hilfssenders wird so gewählt, daß sie möglichst gleich der Grund- oder Oberschwingung $m \cdot f$ der zu messenden Frequenz f und auch möglichst gleich der Grund- oder Oberschwingung $n \cdot f_n$ der Frequenz eines Normales ist. Wenn f_n von der Größenordnung 1000 Hz ist, ist diese Übereinstimmung

durch passende Wahl von m und n innerhalb eines Gebietes von 50—100 kHz bis auf wenige Promille immer zu erreichen. Die Abstimmung von f_h auf die Frequenzen $n \cdot f_n$ und $m \cdot f$ kann akustisch durch Überlagerung und Einstellung auf den Ton Null (wenn nötig zur deutlicheren Hörbarmachung durch zusätzliche Überlagerung eines Tones nach S. 274 Abschn. α) geschehen. Einschaltung von geeichten Zwischenkreisen läßt Irrtümer in der Ordnungszahl n und m vermeiden. Auf die Hilfsfrequenz $f_h = n \cdot f_n$ und $f_h = m \cdot f$ wird der Frequenzmesser abgestimmt. Die jeweils zugehörige Kapazität C_n und C wird abgelesen. Unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung ergibt sich für f

$$f = \frac{n}{m} \cdot f_n \left[1 - \frac{1}{2} \frac{C - C_n}{C_n} + \frac{3}{8} \left(\frac{C - C_n}{C_n}\right)^2\right].$$

Bei Benutzung von Frequenzmessern nach Giebe und Alberti (S. 267) ist eine prozentische Meßgenauigkeit des Verfahrens von wenigen Millionteln erreichbar.

Giebe u. Scheibe, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **35**, 165, 1930.

Die Messung der Frequenz kann vereinfacht werden, wenn man die Kapazität des Schwingungskreises des Hilfssenders mittels Harmonischer von f_n in Festpunkten eicht, so daß sich für die Kapazität eine Frequenz-Eichkurve festlegen läßt, oder wenn man die Kapazitätsskala selbst mittels einer größeren Anzahl nahe benachbarter Normalfrequenzen, z. B. Leuchtresonatoren, in Frequenzen eicht. Es erübrigt sich dann das jeweilige Einstellen von f_h auf $n \cdot f$.

Über einen Überlagerungswellenmesser für 6—6000 m, Genauigkeit, 0,5%, s. Rohde u. Schwarz, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **40**, 117, 1932; Weiterentwicklung hiervon mit Normalquarzsender, Relativgenauigk. 0,005%, s. Habermann, ebd. **46**, 120, 1935. Überlagerungswellenmesser mit Leuchtquarz für Wellengebiet 14,3 bis 6000 m, Genauigk. 0,002%. s. Leng, Telefk.-Z. **15**, 43, 1934. Wellenmesser höchster Genauigkeit unter Anschluß an die Normalfrequenz der PTR für das Wellengebiet von 200—20 000 m und für Konstanzüberwachung s. Heinze, Telegr.-, Fernspr.- u. Funk-Techn. **26**, 123, 1937.

Über eine Methode zur Fernmessung von Höchstfrequenzen, bei welcher die Abstimmung des Wellenmessers auf die Frequenz f_h des Hilfssenders nicht nach der Resonanzausschlagsmethode, sondern akustisch mittels des Energieentziehungseffektes (s. S. 268 a. β,) erfolgt, s. Fehr u. Leithäuser, ENT **8**, 339, 1931; Fehr, ebd. **9**, 57, 1932.

4. Spannungs- und Strommessung

A. Nachweis der Wechselströme

a) Im Laboratorium. Zum Nachweis werden bevorzugt der Detektor, das hochempfindliche Glimmröhrchen oder auch das Thermoelement verwendet, letzteres infolge seiner geringeren Empfindlichkeit jedoch seltener beim Entscheid über das Nichtvorhandensein von Schwingungen (über das Thermoelement s. S. 279, Abschn. B, b).

Das Glimmröhrchen, gegebenenfalls unter Anwendung einer Vorspannung, wird besonders im Mikrowellenbereich zur Feldabtastung gebraucht.

Über die Brauchbarkeit des „Magischen Auges" als Indikator s. Nentwig, Funk, S. 383, 1938.

Von den Detektorarten ist nur noch der Kontaktdetektor gebräuchlich, über geeignete Detektorzusammenstellungen s. S. 279, Abschn. B, b.

Abb. 184B zeigt den zum Nachweis der Schwingungen üblichen aperiodischen Detektorkreis. Der Detektor D ist zur Vermeidung des Einflusses kapazitiver Streufelder nach Giebe und Alberti in die Mitte der Koppelspule geschaltet. C ist ein Blockkondensator, dessen Größe auszuprobieren ist. G ist ein empfindliches Galvanometer. Diese Schaltung ist zum Resonanznachweis bei Frequenzmessern und zur Aufnahme symmetrischer Resonanzkurven besonders geeignet. Weniger gut, aber empfindlicher und daher zu qualitativen Messungen brauchbarer ist der in Abb. 184A dargestellte Detektorkreis.

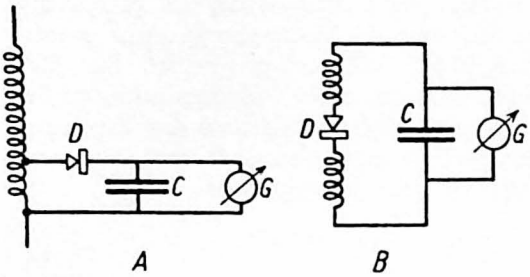


Abb. 184. Detektorkreise

Zum Nachweis im Mikrowellengebiet schaltet man den Detektor in die Mitte eines aufgeschnittenen auf $\lambda/2$ abgestimmten Dipols, die Galvanometerzuführungen legt man beiderseits des Detektors an.

b) Im Fernempfang. Der Nachweis erfolgt mittels Audionschaltungen, wenn nötig unter Hochfrequenzverstärkung und Bildung einer Zwischenfrequenz; s. darüber S. 312, Abschn. A.

B. Spannungsmessung

a) Allgemeines. α) Fälschende Einflüsse auf die Spannungsanzeige. Je höher die Frequenz der zu messenden Spannung steigt, um so mehr wird das Meßergebnis beeinflußt von der Induktivität der Zuleitungen zum Instrument und der Leitungen im Instrument selbst, ferner von der Kapazität zwischen den Zuleitungen sowie der Kapazität der Zuleitungen und des Instrumentes gegen Erde, und endlich von dem Spannungsabfall im spannungszeigenden Teil des Instrumentes.

Der Einfluß dieser Größen muß bei der Spannungsmessung meist abgeschätzt werden. Erleichtert wird die Abschätzung, wenn durch Abschirmung des Instrumentes und durch eindeutige Erdung schwankendes Potential unterdrückt ist. Auf Stromschleifen, die durch die Erdung des Instrumentes und des Generators entstehen können, ist zu achten.

Die Genauigkeit der Abschätzung darf um so weniger überschätzt werden, je höher die Meßfrequenz liegt. Bei Präzisionsmessungen ist daher die Nachprüfung der Spannungsmessung durch ein zweites, anders geartetes Verfahren stets zu empfehlen.

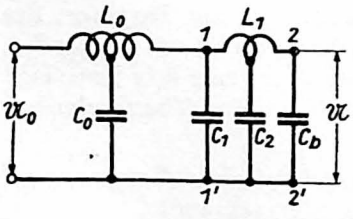


Abb. 185. Ersatzschema des Hochfrequenz-Spannungsmessers

Zusammenfassende Berichte bei Rohde, ATM V 335—1, 1935.

β) Das Ersatzschema der Schaltung „Spannungspole—Meßinstrument" kann gemäß Abb. 185 gestaltet werden. $1 - 1'$ bedeuten den Eingang und $2 - 2'$ das Anzeigesystem des Spannungsmessers. L_0 (z. B. Zuleitungen) und L_1 sind die äußeren und inneren Induktivitäten, C_0, C_1 und C_2 sind die Schaltkapazitäten, C_b ist die Kapazität des Anzeigesystems, z. B. der dynamischen Gitter-Kathodenkapazität beim Röhrenvoltmeter. Der Wert

$C_1 + C_2 + C_b = C_i$ ist statisch meßbar. Man erhält zur Abschätzung des Fehlers

$$\frac{U_0}{U} = 1 - \left(\frac{2\pi l_0}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{C_i}{C_0}\right) - \left(\frac{2\pi l_2}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{C_b}{C_2}\right),$$

worin U_0 die zu messende, U die angezeigte Spannung, l_0 und l_2 die Längen der Zuleitung sind. U_0 wird infolge „Überhöhung" zu hoch gemessen; damit der Betrag der Überhöhung vernachlässigbar ist, soll l_0 nicht größer als $\lambda/100$ und $l_0 + l_2$ nicht größer als $\lambda/20$ sein.

Zinke, Hochfrequenzmeßtechnik. Leipzig 1938; Nissen, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **42**, 24, 1933.

b) Spannungsmesser. α) Detektor. Seine Eigenschaften sind: verhältnismäßig hoher Innenwiderstand von einigen hundert Ohm und große Empfindlichkeit. Der Detektor ist der handlichste und einfachste Spannungsmesser für sehr kleine Spannungen bis ins Gebiet der Mikrowellen. Es besteht aber der Nachteil mangelnder Konstanz, was besonders durch Erschütterungsempfindlichkeit begründet ist. Für Vergleichsmessungen ist daher stetige Kontrolle durch Eichung erforderlich. Die Eichung erfolgt mit hinreichender Genauigkeit über Potentiometerschaltungen unter Verwendung von Spannungsmessern bei mittelfrequentem Wechselstrom. Jede Überlastung des Detektors schwächt seine Wirksamkeit und macht Neueinstellung des Kontaktes erforderlich.

Gebräuchliche Zusammenstellungen sind: Bleiglanz-Tellur oder -Graphit; Pyrit-Bronzedraht; Karborund-Metallspitze; Silizium-Tellur oder -Bronzedraht.

Tabelle über die Empfindlichkeit zahlreicher Detektorzusammenstellungen bei Rottgardt, Z. techn. Phys. **19**, 262, 1938; danach sind Silizium-Wolfram-Detektoren für das Wellengebiet unter 1 m besonders geeignet (s. a. Metschl, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **47**, 207, 1936). Über die Verwendung des Detektors in Spitzengleichrichtung s. Macek, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **49**, 133, 1937.

Kupferoxydul-Gleichrichter von 2 mm Durchmesser haben sich in Spitzengleichrichtung (Greinacherschaltung) bis zu 1,6 MHz mit einem Frequenzfehler kleiner als 2% brauchbar gezeigt; der Ausschlag des Gleichstrominstrumentes ist von 0,2 V ab praktisch linear, Tamm u. Bath, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **46**, 6, 1935.

β) Thermoelement. Infolge des geringen inneren Widerstandes ist das Thermoelement zur unmittelbaren Spannungsmessung nicht geeignet. Man hilft sich durch Vorschaltung von Widerständen. Dadurch läuft die Spannungsmessung letzten Endes auf eine Strommessung durch das Thermoelement (S. 283, Abschn. a) und eine Berechnung des Spannungsabfalles an den Vorwiderständen hinaus. Als Vorbild für das wirksame Ersatzschema kann das der Abb. 185 zugrunde gelegt werden, wobei zur Induktivität L_0 noch der Vorwiderstand in Reihe liegt.

Über ein ähnliches Ersatzschema s. Rohde, ATM V 335—1, 1935.

γ) Elektrometer. Das Einfaden- und Zweifadenelektrometer ist für Spannungen von 10V an aufwärts und für Frequenzen bis zu 10^9 Hz als quantitatives Instrument geeignet, wobei dem Zweifadenelektrometer Wulfscher Konstruktion wegen höherer Symmetrie der Vorzug gegeben wird.

Die Fäden müssen aus Gründen der Empfindlichkeit sehr dünn sein: z. B. Silberband von 0,003 mm Dicke; 0,14 mm Breite; 30 mm Länge ($= l_2$); Abstand beider Bänder in Ruhestellung etwa 0,3 mm; Kapazität etwa 0,4 pF. Die Fäden werden zur Empfindlichkeitserhöhung durch nichtleitende Fäden verlängert. Die erreichbare Empfindlichkeit beträgt 0,008 mm Ausschlag für 1 V.

Nissen, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **42**, 24, 1933.

Die Eichung kann mit Gleichspannung erfolgen, der Ausschlag wird bei Hochfrequenz durch die mit dem Ersatzschema der Abb. 185 umfaßten Einflüsse gefälscht.

Der zwischen den beiden Fäden wirkenden, den Ausschlag bestimmenden abstoßenden Kraft wirkt weiterhin eine elektrodynamische Kraft entgegen, die von dem hochfrequenten Stromfluß durch die Fäden herrührt und z. B. bei etwa $3{,}3 \cdot 10^9$ Hz den Ausschlag um 1% verkleinert. Die beiden Fäden bilden ferner ein Lecher-System, wodurch eine Spannungsüberhöhung eintritt, die nach Ulbricht, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **42**, 21, 1933, bei Verwendung 6 cm langer Wollaston-Fäden vom Durchmesser $d = 4\mu$ etwa 8% bei $\lambda = 1$ m und 1% bei $\lambda = 2{,}7$ m beträgt. Eine vereinfachte Formel bei Zinke, Hochfrequenzmeßtechnik. Leipzig 1938, S. 42.

Der durch die Elektrometerfäden fließende Strom erwärmt diese, so daß die Gefahr des Durchbrennens bei Überlastung besteht. Der Strom berechnet sich angenähert zu $I = U_1 \omega C$, d. h. man erreicht bei $U_1 = 200$ V, $\omega = 10^9$ und $C = 0{,}2$ pF einen Strom von 50 mA, den ein Wollaston-Faden von 8μ Dicke noch vertragen kann.

c) Röhrenvoltmeter (Triode), Anodengleichrichtung. α) Allgemeines. Abb. 186 zeigt die grundsätzliche Schaltung. Die zu messende Spannung $\mathfrak{U}_x$ wird über den Koppelkondensator C_k an das Gitter der Röhre gelegt, dieses ist über den Widerstand R_g, der bis zu 2 MΩ groß sein soll, abgeleitet. Falls der innere Widerstand der Spannungsquelle klein ist, kann C_k kurzgeschlossen und R_g weggelassen werden. Die Kondensatoren C_g und C_a sorgen für einen hochfrequenzmäßigen Kurzschluß, so daß die Gleichrichterröhre wechselstrommäßig im Kurzschluß arbeitet. Der (nicht eingezeichnete) Anodenwiderstand R_a (Instrument) ist klein zu machen. Für die Wahl von C_g und C_a soll gelten

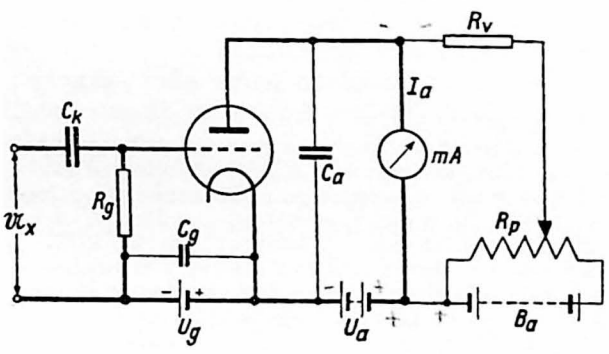


Abb. 186. Röhrenvoltmeter

$$\frac{1}{\omega C_g} \ll R_g \quad \text{und} \quad \frac{1}{\omega C_a} \ll R_a .$$

Die Belastung des Meßobjektes durch das Voltmeter ist besonders bei hohen Frequenzen nicht außer acht zu lassen; der als Belastung in Frage kommende Eingangswiderstand $\mathfrak{R}$ der Röhre berechnet sich aus R_g und der Eingangskapazität $C_e < \frac{1}{3}$ der Gitter-Kathodenkapazität zu

$$|\mathfrak{R}| = \sqrt{R_g^2 + \frac{1}{\omega^2 C_e^2}} .$$

Engbert, ATM J 8335—2, 1938.

Je nach Größe von Vor- und Anodenspannung fließt ein mehr oder weniger großer Ruhestrom durch den Anodenstrommesser, der, wenn erforderlich, durch die in der Abb. 186 eingezeichnete Batterie B_a über das Potentiometer R_p und den Vorwiderstand R_v kompensiert werden kann. R_v muß groß gegenüber dem Instrumenten-Widerstand R_a gewählt werden, um den durch R_v fließenden Anteil des Richtstromes vernachlässigbar klein zu halten.

β) Wahl der Gittervorspannung. Es hängt von der Größe der Spannung $\mathfrak{U}_x$ ab, ob man A-, B-, oder C-Gleichrichtung wählt (s. unten). Es gelten für die Wahl des Arbeitspunktes und für die Größe des entstehenden Richtstromes Δi_a die auf S. 311, Abschn. c aufgestellten Beziehungen, die sich dadurch, daß nur der Richtstrom Δi_a als Maß für die Gitterwechselspannung bei einem Außenwiderstand $\mathfrak{R}_a = R_a \approx 0$ gesucht wird, etwas vereinfachen:

1. A-Gleichrichtung bei Spannungen $\mathfrak{U}_x$ (Scheitelwert!) von 0,01 bis 2 V; es ist bei parabelförmiger bzw. nahezu parabelförmiger I_a/U_g-Kennlinie

$$\mathfrak{U}_x \text{ bzw. } \sqrt{\mathfrak{U}_1^2 + \mathfrak{U}_2^2 + \mathfrak{U}_3^2 + \cdots} = 2\sqrt{\frac{\Delta i_a}{T}}. \tag{85}$$

Die Stromanzeige Δi_a ist, wenn $\mathfrak{U}_1$, $\mathfrak{U}_2$, $\mathfrak{U}_3$ die Harmonischen der Wechselspannung $\mathfrak{U}_x$ sind, vom Oberwellengehalt der Spannung $\mathfrak{U}_x$ abhängig, nicht jedoch von der Phasenlage, so daß die Spannung mithin beliebige Kurvenform besitzen darf.

2. B-Gleichrichtung bei Überschreitung des Spannungsbereiches der A-Gleichrichtung, jedoch nur insoweit, als noch keine Aussteuerung ins Gebiet des Gitterstromes vorkommt; es ist

bei parabelförmiger Kennlinie wie nach Abb. 194

$$\mathfrak{U}_x = \sqrt{\frac{8\,\Delta i_a}{T}} = 2{,}83\sqrt{\frac{\Delta i_a}{T}}, \tag{86}$$

bei geradliniger Kennlinie (Flächengleichrichtung)

$$\mathfrak{U}_x = \frac{\pi \Delta i_a}{S}. \tag{87}$$

Die Stromanzeige ist vom Oberwellengehalt und auch von der Phasenlage der zu messenden Spannung $\mathfrak{U}_x$ stark beeinflußt, daher ist B-Gleichrichtung zur Spannungsmessung weniger geeignet.

3. C-Gleichrichtung (Spitzengleichrichtung), weniger gebräuchlich, gestattet $\mathfrak{U}_x$ gleich der Änderung $\Delta \mathfrak{U}_g$ der als Schiebespannung dienenden Gitterspannung oder gleich der Änderung $\Delta \mathfrak{U}_a \cdot D$ der als Schiebespannung dienenden Anodenspannung zu finden. Der Oberwellengehalt von $\mathfrak{U}_x$ geht jedoch stark in das Meßergebnis ein.

γ) Fehlerquellen. Die Formeln gelten nur für den Fall, daß die Laufzeit der Elektronen vernachlässigt werden kann; die Frequenzabhängigkeit beginnt aus dieser Ursache etwa von 10^8 Hz an aufwärts. Der Einfluß der Zuleitungen und Kapazitäten ist gemäß Ersatzschema Abb. 185 zu berücksichtigen.

δ) Eichung. Die Berechnung des Richtstromes läßt sich für A- und B-Gleichrichter unter Ermittlung von S bzw. T aus den Kennlinien vornehmen. Für genaue Messungen zieht man die Eichung mittels Normalspannungen, die z. B. an Normalwiderständen mittels bekannter Normalströme erzeugt werden, vor. Der prozentuale Einfluß von Änderungen der Betriebsbedingungen des Röhrenvoltmeters auf den Richtstrom ist experimentell zu untersuchen, um eine Genauigkeit der Messung angeben zu können.

Theoret. Betrachtungen bei Allerding, Z. Fernmeldetechn. **14**, 129, 1933.

ε) Sonderausführungen. Log. Überlagerungsvoltmeter für Spannungen von 100 μV bis 140 mV im Frequenzbereich von 0,04—2,5 MHz s. Kautter, ENT **14**, 253, 1937; Röhrenvoltmeter im Frequenzbereich von 0,27 MHz bis 1,7 MHz s. Zinke, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **47**, 203, 1936; Röhrenvoltmeter f. stabilisierten Netzbetrieb s. Limann, ebd. **45**, 66, 1935.

d) Dioden-Voltmeter. α) Allgemeines. Die Diode wird je nach dem Arbeitspunkt in A- und C-Gleichrichtung verwandt; s. auch S. 309, Abschn. b. Ein Nachteil des Dioden-Voltmeters ist der, daß die Spannungsmessung nicht leistungslos geschieht.

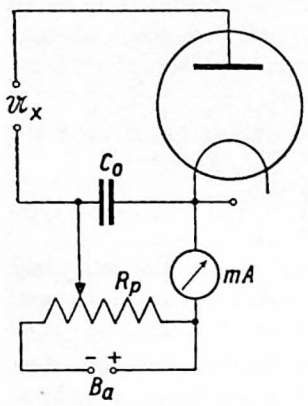


Abb. 187. Dioden-Voltmeter für die A-Gleichrichtung

Abb. 187 zeigt die Schaltung für A-Gleichrichtung, bei der mit Hilfe der Batterie B_a und des Potentiometers R_p der Arbeitspunkt auf dem unteren gekrümmten Teil der $I_a - U_a$-Kennlinie eingestellt wird, wenn nur ein kleiner Aussteuerungsbereich benötigt wird. Der Blockkondensator C_0 ist so groß zu machen, daß kein nennenswerter Wechselstrom mehr, sondern nur der als Maß für $\mathfrak{U}_x$ dienende Richtstrom I_r durch das Anzeigeinstrument mA fließt.

β) C-Gleichrichtung (Spitzengleichrichtung). Diese wird bei Diodenverwendung der A-Gleichrichtung wegen der einfacheren Handhabung vorgezogen. Die Schaltung der Diode ist aus Abb. 188 und 189 erkenntlich; beide Schaltungen unterscheiden sich dadurch, daß bei der ersteren der Richtstrom I_r durch das Anzeigeinstrument mA mit hindurchfließt und daher bei der Ablesung des Instrumentes berücksichtigt werden muß. Die Diodenschaltung wirkt dämpfend auf die Spannungsquelle von $\mathfrak{U}_x$, und zwar mit $\frac{1}{2}R$ bei Abb. 188 und mit $\frac{1}{3}R$ bei Abb. 189. Die dämpfende Wirkung der Diode nach Abb. 188 kann durch Kompensation der Spannung an C mittels einer Gleichstromquelle mit Spannungsteiler und Voltmeter im Zweig des Anzeigeinstrumentes mA weiter verringert werden.

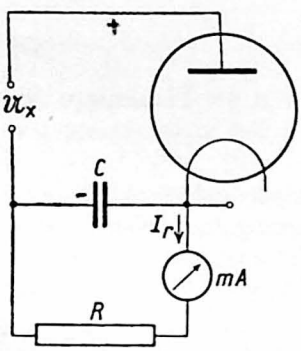


Abb. 188. Diode für Spitzengleichrichtung

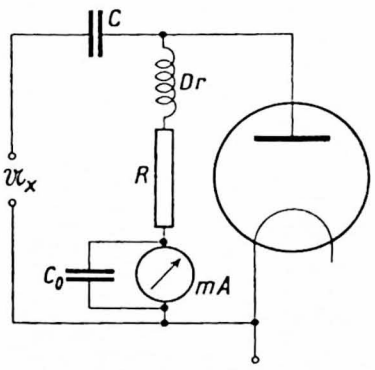


Abb. 189. Diode für Spitzengleichrichtung

Die Schaltung nach Abb. 188 ist nicht anwendbar, wenn vor den Eingangsklemmen kein Gleichstromweg für I_r vorhanden ist.

Der Kondensator C wird, falls $R = \infty$ und Isolationsfehler des Kondensators unwesentlich klein sind, bis zur negativen Scheitelspannung der zu messenden Spannung $\mathfrak{U}_x$ aufgeladen, so daß im stationären Zustand jede weitere Stromzufuhr durch die Diode gesperrt wird. Bei endlichem R tritt eine Entladung von C ein, so daß zur Aufrechterhaltung der an C liegenden Gleichspannung U_c stets ein Richtstrom über die Diode zur Deckung des Stromflusses $I_r = U_c/R$ fließen muß.

C soll groß gegen die Diodenkapazität C_d sein; für den Widerstand gilt

$$R \gg \frac{1}{\omega C} \quad \text{bzw.} \quad \gg \frac{1}{\omega C_d}.$$

C hat bei tiefen Frequenzen Werte bis zu 2 μF. R ist von der Größenordnung einiger Zehntel bis zu einigen Hundert MΩ.

Die Spannungsanzeige erfolgt durch den als Voltmeter geeichten Strommesser mA, dessen Vorschaltwiderstand R ist.

γ) Eichung. Diese geschieht mittels niederfrequenter Wechselspannung.

Die Niederfrequenz-Eichung soll bis zu Frequenzen von 10^8 Hz aufwärts übertragbar sein, der Meßfehler bleibt nach Megaw, Wireless Eng. **13**, 65, 135, 201, 1936 hierbei unter 1%. Bei Frequenzen f über 10^8 Hz macht sich der Laufzeitfehler bemerkbar; sein Einfluß bleibt kleiner als 1%, wenn der Anoden-Kathodenabstand a der Diode so bemessen wird, daß

$$a \cdot f \cdot \frac{10^{-6}}{\sqrt{u_x}} < 0{,}1$$

wird.

Eine geeignete Gleichrichterröhre ist die Duodiode AB 2 (Vorgänger davon AB 1).

δ) Sonderausführungen. Dioden mit Abstand a von 0,3 mm s. Fortescue, J. I. E. E. **77**, 429, 1935 u. Megaw, Wireless Eng. **13**, 65, 135, 201, 1936; Dioden mit Abstand a von 0,005—0,010 mm für Frequenzen bis zu $1{,}5 \cdot 10^9$ Hz s. v. Ardenne, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **48**, 117, 1936. Über den Einfluß der Diodenkapazität und die Steilheitsabnahme bei ultrahohen Frequenzen s. Döring, ebd. **50**, 91, 1937. Über Dioden für das dm-Wellengebiet s. Nergaard, Proc. Inst. Rad. Eng. **24**, 1207, 1936. Über Dioden-Voltmeter für Spannung bis 50 kV s. Rohde, ATM J 83—1, 1937.

e) Spannungsmessung mit Kerrzellen. Dipolflüssigkeiten, z. B. Nitrobenzol, werden im elektrischen Felde doppelbrechend (Kerr-Effekt). Ein kleiner mit Nitrobenzol gefüllter Kondensator (Kerr-Zelle) wird zwischen gekreuzten Nikols angeordnet. Bei Anlegung einer Wechselspannung an den Kondensator tritt eine Aufhellung des Gesichtsfeldes im Beobachtungsfernrohr ein. Die entstehende mittlere Leuchtdichte hängt nur von der Spannung, nicht von der Frequenz ab. Daher ist es möglich, die Niederfrequenz-Eichung der Zelle auf hochfrequente Spannungen zu übertragen. Das Verfahren ist bis zu Frequenzen von $3 \cdot 10^7$ Hz bei Spannungen von etwa 100 bis 5000 V untersucht. Das Nitrobenzol muß vorzüglich gereinigt sein.

Pungs u. Vogler, Phys. Z. **31**, 485, 1930; Vogler, ENT **8**, 197, 1931; Hoyer, Arch. Elektrot. **27**, 691, 1933.

C. Strommessung

Bei Verwendung der Strommesser ist allgemein zu beachten, daß mit zunehmender Frequenz erstens die Stromverteilung in dem zu untersuchenden Kreis nicht mehr quasistationär bleibt, womit der eingeschaltete Strommesser nur eine Angabe über die am Einschaltort herrschende Stromstärke macht, daß zweitens bei den Thermoinstrumenten zunehmend die Hautwirkung (Skin-Effekt) wirksam wird und daß drittens alle Schalt- und Apparatekapazitäten zunehmend schädliche Ableitungen darstellen.

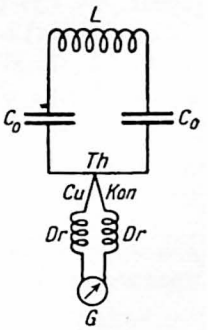


Abb. 190. Thermokreis

a) Thermoumformer. Thermoelemente in Verbindung mit einem Gleichstromanzeiger sind aus einem meist geradlinigen Heizer und den beiden in einem Punkt des Heizers aufgelöteten, aufgeschweißten oder zur Vermeidung des Peltiereffektes über eine Glasperle festgeschmolzenen Thermoschenkeln aufgebaut. Zur Vermeidung von Induktion sind die Schenkel unmittelbar nebeneinander senkrecht vom Heizer weggeführt. Der Einbau von Drosseln *Dr* in die Zuleitungen zum Gleichstromanzeiger zur Fernhaltung von

Wechselstrom kann schädliche Erhöhung der Schaltkapazität und unerwünschte Aufnahme von Streufeldern nach sich ziehen. Abb. 190 zeigt die symmetrische Einschaltung des Thermoumformers in einem Schwingungskreis.

Die Stärke des Heizers wird so gewählt, daß nach Abschn. D, S. 287 der Einfluß der Hautwirkung vernachlässigt werden kann oder daß er nach Formeln 89 und 90 berechenbar ist. Für Ströme von 5 A aufwärts wird der Heizdraht mit Vorteil durch ein Heizband oder einen hohlen Heizzylinder ersetzt. Über die Abmessungen s. Beispiele bei k, S. 286. Für die Berechnung der Eindringtiefe in die Zylinderwand dient Formel 89, für die Berechnung der Hautwirkung Formel 91. Als Material des Heizers wird Platin genommen.

Bei Verwendung von Zylindern und Bändern ist zu beachten, daß trotz Hautwirkungsfreiheit der Strom nicht mehr gleichmäßig über die Oberfläche verteilt sein kann, wenn die Abmessungen des Heizers nicht mehr klein gegen die Abmessungen des Schwingungskreises sind. Beim Zylinder verdichtet sich dann der Strom auf dem Teil der Oberfläche, der dem Schwingungskreis zugewandt ist. Die Ebene eines Heizbandes stelle man deshalb auch möglichst senkrecht zur Ebene des Schwingungskreises.

Thermoumformer sind für Meßbereiche von 1 mA bis 500 A gebaut. Über praktische Ausführung s. Pflier, Siemens-Z. **14**, 268, 1934 u. Stanek, ebd. **15**, 255, 1935 (hier auch Angaben über Wärmestrahlung und -konvektion zylindrischer Drähte, Fehler der Stromanzeige bei $3 \cdot 10^6$ Hz etwa 1%). Thermoumformer bis zu 500 MHz s. Strutt u. Knol, Physica **5**, 205, 1938. Über Temperaturverlauf am Heizer s. Goodwin, El. Eng. **55**, 23, 1936. Über thermische Hysterese und Thermoelemente im dm-Wellengebiet s. Lämmchen, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **50**, 190, 1937. Über Stromverdrängung in zylindrischen Leitern s. Kruse u. Zinke, ebd. **44**, 195, 1934. Zusammenfassung b. Rohde u. Schwarz, ATM V 324—1, 1937.

b) Stromwandler. Die Erhöhung des Meßbereiches von Thermoelementen mit Heizern für geringe Stromstärken wird nach Lindemann durch Zwischenschaltung eines Stromwandlers erreicht. Die den kleineren Strom I führende Sekundärspule des Wandlers, an die der Heizer des Thermoelementes angeschaltet wird, ist als einlagige Sekundärwicklung toroidförmig mit dicht nebeneinander liegenden Stromzuführungen auf einem Ring aus Spezialeisen oder Isolierstoff aufgewickelt. Die den zu messenden Strom I_x führende Primärspule, die nur aus wenigen Windungen, im allgemeinen nur aus einer Windung (Einzeldraht) besteht, ist durch die Mitte des Ringes hindurchgesteckt. Sind n_2, R_2 und L_2 die Windungszahl, der Widerstand und die Induktivität der Sekundärspule, M die Gegeninduktivität und n_1 die Anzahl der Primärwindungen, so erhält man

$$I_x = I \cdot \frac{\sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}}{\omega M}. \tag{88}$$

Ist R^2 klein neben $\omega^2 L^2$ und kann die Streuinduktivität der Sekundärwicklung vernachlässigt werden, so ergibt sich

$$I_x = I \cdot \frac{n_2}{n_1} \text{ bzw. } = I \cdot n_2, \text{ wenn } n_1 = 1.$$

Der Wandler ist so aufzustellen, daß keine Streufelder von dem den Strom I_x erzeugenden Generator her durch die Sekundärwicklung hindurchgreifen können. Die Stromwandlung ist bei Frequenzen von $3 \cdot 10^6$ Hz noch mit einer Genauig-

keit von 1% anwendbar; bei höheren Frequenzen stört die Windungskapazität und die Resonanzfähigkeit der Sekundärspule.

Lindemann, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **11**, 62, 1917. Über Spezialkonstruktion des Wandlers bei $3 \cdot 10^8$ Hz s. Schwarz, ebd. **39**, 160, 1932.

c) Bolometer oder Barretter (Abb. 191). Der mittels der Koppelspule L induzierte und zu messende Wechselstrom durchfließt einen in einer abgeglichenen Brücke liegenden Widerstand R_1, dessen Gleichstromwiderstand sich infolge der hierdurch bedingten Erwärmung ändert; die Änderung des Gleichstromwiderstandes wird gemessen. Die Drosseln Dr beiderseits von R_1 und R_2 haben den Wechselstrom von der Brücke abzuhalten, sie sind für die einzelnen Frequenzen besonders auszusuchen. Kapazitive Kopplung zwischen den Drosseln einerseits und zwischen diesen und L ist zu vermeiden. Günstig ist sehr symmetrischer Aufbau. Als Brückenwiderstände R_1 und R_2 sind Zwergglühlampen von Osram verwendbar.

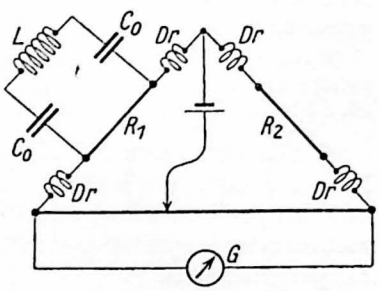


Abb. 191. Barretter

Darüber und über die Verwendung einer symmetrischen Barretterbrücke zur Widerstandsmessung s. Schiele u. M. Wien, Ann. Phys. **7**, 624, 1930; M. Wien, Phys. Z. **31**, 793, 1930. Strommessungen mit Bolometer aus hautwirkungsfreiem Wolframdraht sind bis zu 10^8 Hz ausgeführt.

Über hochempfindliche Radiometer und Bolometer für Zentimeterwellen s. Zobel, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **40**, 5, 1932. Über eine Barretteranordnung für mittlere Frequenzen unter Verwendung Wheatstonescher Brücken s. Schiele, Phys. Z. **35**, 632, 1934. Über Bolometerschaltung im dm-Wellengebiet s. Lämmchen, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **50**, 190, 1937.

d) Hitzdraht-Amperemeter. Das Hitzdraht-Amperemeter findet wegen seines hohen inneren Widerstandes kaum noch Verwendung. Eine besondere Konstruktion für 10^8 Hz von Fortescue u. Moxon, J. I. E. E. **68**, 556, 1930. Über die Theorie s. Fortescue, ebd. **79**, 179, 1936. Über Fehlerquellen s. Wallace u. Moore, Proc. Inst. Rad. Eng. **25**, 327, 1937.

e) Hitzdraht-Luftthermometer. Ein in einem luftdicht abgeschlossenen Gefäß (Druckkammer) untergebrachter Heizfaden verschiebt durch Lufterwärmung einen Flüssigkeitsfaden in einer mit der Druckkammer verbundenen Meßkapillaren; die Verschiebung ist ein Maß für den Heizstrom. Bei Verwendung hautwirkungsfreier oder auf Hautwirkung berechenbarer Heizer ist die Gleichstromeichung bis ins dm-Wellengebiet brauchbar, da außer dem Heizer keinerlei metallische Leiter und kein elektrisches Anzeigesystem vorhanden sind. Die Fadenverschiebung kann mittels Fernrohres aus störungsfreier Entfernung beobachtet werden. Zur Beseitigung von Nullpunktsverschiebungen infolge von Druckschwankungen in der Druckkammer schaltet man nach Scheibe eine gleichgebaute, heizerlose Kompensationskammer über die Meßkapillare gegen die Druckkammer. Als Flüssigkeit dient Alkohol oder Äther. Als Stoff für die Druckkammer wählt man Preßkork oder auch Trolitul. Der Eigenverbrauch des Heizers kann bis auf einige 10^{-5} Watt herabgedrückt werden.

Scheibe, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **25**, 12, 1925. Über Beheizung der Kompensationskammer mit einem Normalstrom s. Schmitz, Jb. draht. Telegr. u. Teleph. **27**, 18, 1926. Über Messungen im dm-Wellengebiet s. Scheibe, ebd. **27**, 1, 1926; ebenfalls Strutt u. Knol, Physica **5**, 205, 1938.

f) Dynamometer (S. 24). Für Hochfrequenz und große Ströme eignet sich die Spezialkonstruktion nach Moullin. Das Instrument besitzt zwei parallel zueinander angeordnete Zylinder, von denen der eine fest montiert, der andere beweglich ist. Durch beide fließt der Hochfrequenzstrom, die beiden Zylinder ziehen sich an, die Ablenkung des beweglichen wird mittels Mikroskopes abgelesen. Oberhalb von 10^7 Hz treten infolge der Schaltkapazitäten Fehler auf.

Moullin, J. I. E. E. **58**, 544, 1930. Über Spezialkonstruktion für Frequenzen größer als 10^7 Hz und Ströme von 2—8 A s. Schwarz, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **39**, 160, 1932.

g) Photoamperemeter. Der Strom bringt einen hautwirkungsfreien Draht, Zylinder oder ein dünnes Band aus Platin oder Wolfram (im folgenden als Glühkörper bezeichnet) zum Glühen, die Helligkeit wird subjektiv mittels Pyrometers oder objektiv mittels Photozelle auf die Gleichstromeichung des Glühkörpers bezogen.

Über ein Photometer mit Gleichstromverstärker s. Kuntze, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **52**, 85, 1938. Über ein Photoamperemeter für das dm-Wellengebiet s. Lämmchen, ebd. **50**, 190, 1937.

h) Strommessung mittels Wirbelströme. In einem dünnen, einseitig metallisierten Glasblättchen werden Wärmespannungen erzeugt, deren Größe optisch bestimmt wird.

Straubel, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **50**, 183, 1937.

i) Strommessung nach einer Schlierenmethode. Die Änderungen der Brechungszahl der Luft in der Umgebung eines Heizers bewirken in einer Schlierenoptik die Aufhellung einer Photofläche; der Photostrom wird gemessen.

Malsch, Ann. Phys. **30**, 534, 1937.

k) Eichung von Strommessern. Als Stromnormale kommen Luftthermometer oder glühende Drähte, Bänder oder Hohlzylinder in Verbindung mit einem Vergleichspyrometer bevorzugt in Betracht. Die Normale werden mit Gleichstrom geeicht. Damit die Gleichstromeichung bei Hochfrequenz übernommen werden kann, werden die Abmessungen der Leiter so gewählt, daß auf Grund der Formeln 90 und 91 die Hautwirkung innerhalb der angestrebten Genauigkeit vernachlässigt werden kann.

Folgende Meßbereiche haben sich ergeben: a) Luftthermometer: Meßbereich 1 bis 100 mA; b) Gerader Draht als Einfaden im Vakuum: Meßbereich 40 mA bis 5 A, Wolframfaden von 20 μ glüht bei 40 bis 80 mA, von 80 μ bei 400 bis 900 mA; c) Platinband in Luft: Meßbereich 5 bis 50 A. Bei Wandstärke 30 μ und Breite 10 mm Glühbereich von 30 bis 45 A; d) Platinrohr in Luft: Meßbereich 20 bis 100 A. Bei Wandstärke 35 μ und Radius 10 mm Glühbereich von 70 bis 100 A.

Die Helligkeit der glühenden Leiter wird unter Zwischenschaltung eines Rotfilters beobachtet; über optische Pyrometer s. Bd. 1, S. 168.

Eine vorausgehende absolute Eichung dieser Stromnormale ist nicht üblich, man führt deren Gleichstromeichung in unmittelbarem Zusammenhang mit der Hochfrequenzmessung durch. Der Hochfrequenzstrom durchfließt das zu eichende Instrument *Th* (Prüfling) und z. B. den als Stromnormal dienenden Heizer *Wo*, auf dessen Helligkeit das Vergleichslämpchen im Pyrometer einreguliert wird. Nach Abschalten des Hochfrequenzstromes wird der zur Eichung dienende Gleichstrom durch einen Normal-Gleichstrommesser, durch den Prüfling und durch den Heizer geschickt. Die Gleichstromstärke wird so eingeregelt, daß die

Helligkeit des Heizers gleich der vom Hochfrequenzstrom vorgegebenen des Vergleichslämpchens im Pyrometer wird. War durch die Versuchsanordnung gewährleistet, daß der gesamte Hochfrequenzstrom durch Prüfling und Heizer floß, war fernerhin keine Hautwirkung vorhanden, so gibt der Ausschlag des Normalgleichstrommessers den Effektivwert des Hochfrequenzstromes an.

Die Eichanordnung zwischen Stromnormal, Prüfling, Schwingungskreis und Hochfrequenzerzeuger ist so aufzubauen, daß der Hochfrequenzstrom in gleicher Stärke Stromnormal und Prüfling durchfließt. Dies wird durch Aufbau eines möglichst symmetrischen Schwingungskreises erreicht, in dem beide Instrumente in einem Teil des Kreises, der keine Spannung gegen Erde führt, eingeschaltet werden. Abb. 192 zeigt einen solchen Kreis, der die Form eines Paralleldrahtsystemes hat. Prüfling *Th* und Heizer *Wo* liegen in einem Strombauch des Systemes. Die gleich großen Regelkondensatoren dienen der Symmetrierung und Erzwingung des Spannungsknotens zwischen beiden Instrumenten. Diesen Symmetriezustand zeigt grob die gleiche Helligkeit der beiden Belastungslampen an; diese haben gleichzeitig den Zweck, den Anteil der Widerstände der beiden Strommesser am Gesamtwiderstand des Kreises gering zu halten.

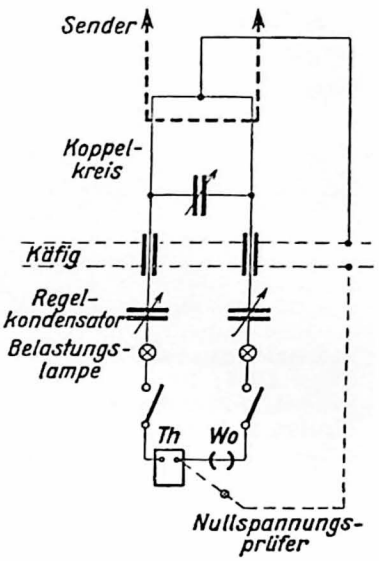


Abb. 192. Anordnung zur Hochfrequenz-Strommessung

Hoyer, Phys. Z. **38**, 602, 1937; s. a. Kruse u. Zinke, ATM V 324—2, 1935. Über den Ersatz der Belastungslampen durch gleichgebaute Thermoelemente und Anwendungsbeispiel im dm-Wellengebiet s. Strutt u. Knol, Physica **5**, 205, 1938.

D. Widerstandserhöhung (Hautwirkung)

Es sei μ die Permeabilität (≈ 1, außer bei ferromagnetischen Stoffen), σ das Leitvermögen in $\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$, r der Radius, dann ergeben sich für Eindringtiefe t und für das Verhältnis Wechselstromwiderstand $R_\sim$ zu Gleichstromwiderstand $R_=$ folgende Beziehungen:

a) Eindringtiefe *t*:

$$t = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\sigma f \cdot 10^{-9}}}\,\mathrm{cm} \tag{89}$$

gleich demjenigen Abstand von der Oberfläche, bei welchem die Stromdichte auf den e-ten Teil der Randstromdichte gesunken ist. Ist die Eindringtiefe t groß gegen r, so herrscht Gleichstromwiderstand; ist t klein gegen r, so ist der Widerstand $R_\sim$ ebenso groß wie $R_=$ eines Rohres mit der Wandstärke t.

b) Volldraht. Man setzt $x = \pi r\sqrt{\mu\sigma f \cdot 10^{-9}}$, dann gilt:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für } x < 0{,}8 & \dfrac{R_\sim}{R_=} = 1 + \dfrac{1}{3}x^4 - \dfrac{4}{45}x^8 + \dfrac{11}{420}x^{12}\cdots \\ \text{für } x > 1{,}2 & \dfrac{R_\sim}{R_=} = x + \dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{64x}\cdots \end{array}\right\} \tag{90}$$

Die Werte für $0{,}8 < x < 1{,}2$ sind schwierig zu errechnen, aber leicht durch graphische Verbindung der nach (90) berechenbaren Kurvenstücke zu ermitteln. Formeln und Zahlenwerte s. Zenneck, Ann. Phys. **11**, 1135, 1903; Stefan, Wien.Ber. **95**, 917, 1887; Schwarz, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **39**, 160, 1932; Banneitz, Taschenbuch S. 315.

c) Metallrohr. Ist der Außenradius r, die Wandstärke s, die Eindringtiefe t, so gilt für $t > s$:

$$\frac{R_{\sim}}{R_{=}} = 1 + \frac{4}{45}\left(\frac{s}{t}\right)^4\left[1 - \frac{1}{2}\frac{s}{r} - \frac{3}{14}\left(\frac{s}{r}\right)^2 - \frac{1}{14}\left(\frac{s}{r}\right)^3 \cdots\right]. \qquad (91)$$

Kruse u. Zinke, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **44**, 195, 1934; Hautwirkung bei elliptischem Querschnitt s. Lettowsky, Arch. Elektrot. **29**, 556, 1935.

VIII. Elektronenröhren

Barkhausen, Elektronenröhren. Leipzig; Benz, Einführung in d. Funktechnik. Wien 1937; Strutt, Moderne Mehrgitter-Elektronenröhren I u. II. Berlin 1937; Knoll, Anleitung zum Arbeiten im Röhrenlaboratorium. Berlin 1937; Wigand, Prüfen u. Messen von Röhren u. Einzelteilen. Berlin 1936; Ratheiser, Rundfunkröhren, Eigenschaften u. Anwendung. Berlin 1941; Kammerloher, Hochfrequenztechnik II. Leipzig 1941; Kleen u. Graffunder, Zusammenstellung d. Schrifttums, ATM J 8330—1, 1936; Rothe u. Kleen, Grundlagen und Kennlinien der Elektronenröhren, Leipzig 1940; dieselben, Elektronenröhren als Anfangsverstärker, Leipzig 1940; dieselben, Elektronenröhren als End- und Sonderverstärker, Leipzig 1940; dieselben, Elektronenröhren als Schwingungserzeuger u. Gleichrichter, Leipzig 1941; Bartels, Grundlagen d. Verstärkertechnik, Leipzig 1942.

1. Allgemeines

In den folgenden Ausführungen bedeuten:

$\mathfrak{U}_a$, $\mathfrak{J}_a$ Scheitel-, U_a, I_a Effektiv- oder Gleichwerte von Spannung und Strom.

A. Elektronenbewegung

Schottky, Rothe, Simon, Handb. d. Exp. Phys. **13**, 2, 1928; Rukop, Schottky, Suhrmann, Physik **3**, 133, 1935; De Boer, Elektronenemission u. Adsorptionserscheinungen. Leipzig 1937; Mie, Telefk.-Röhre S. 137, 1938.

a) Sättigungsstromgesetz. Unter dem Einfluß der zwischen Kathode K und Anode A liegenden Potentialdifferenz U_a treten die aus der glühenden Kathode freigewordenen Elektronen nach der Anode über, sie bilden den Anodenstrom I_a, der als Sättigungsstrom I_s bezeichnet wird, wenn die Spannung U_a bis zur Sättigungsspannung U_s gesteigert ist, bei der alle bei der vorgegebenen Temperatur T (vorgegebenem Heizstrom) der Kathode freigewordenen Elektronen zur Anode gelangen. Eine weitere Steigerung von U_a bringt dann keinen Anstieg von I_a mehr hervor. Für die Abhängigkeit des Sättigungsstromes I_s von der absoluten Temperatur T des Heizfadens gilt das Sättigungsstromgesetz von Richardson:

$$I_s = aF\sqrt{T} \cdot e^{-\frac{b}{T}},$$

wo F die Oberfläche der Kathode, e die Basis der natürlichen Logarithmen und a und b Konstante bedeuten, die nur von der Natur der Glühkathode abhängen.

Für Wolfram ist $a = 2{,}36 \cdot 10^7$ A/cm² Grad$^{\frac{1}{2}}$ und $b = 5{,}24 \cdot 10^4$ Grad. Die Berechnung erfolgt meist nach einer weiteren von Richardson angegebenen und von Dushman untersuchten Formel

$$I_s = \bar{A} F T^2 e^{-\frac{\varepsilon}{k} \cdot \frac{\varphi_0}{T}} = \bar{A} F T^2 e^{-11600 \frac{\varphi_0}{T}}. \quad (1)$$

worin F die Oberfläche, T die absolute Temperatur, ε die Elektronenladung, k die Boltzmannsche Konstante, $\bar{A}$ die nach Dushman universelle Mengenkonstante und φ_0 die Austrittsarbeit des Elektrons in V bedeuten.

Richardson, Phil. Mag. **28**, 633, 1914; Dushman, Phys. Rev. **21**, 623, 1923.

Als Wert für $\bar{A}$ gilt 60,2 A · cm^{-2} Grad^{-2}, er wird auf Grund neuerer Anschauungen auch zu 120,4 angegeben vgl. de Boer a. a. O. u. Gehrts, Z. Techn. Phys. **17**, 656, 1936.

$\bar{A}$ hängt stark von der chemischen Reinheit der Oberfläche ab; Zwicker (Proc. Roy. Acad. Amst. **29**, 792, 1926) fand: bei Wolfram 100, bei Molybdän 65, bei Thorium 70 A · cm^{-2} Grad^{-2}. Die Austrittsarbeit φ_0 wurde bestimmt: für Wolfram zu 4,48 V, für Molybdän zu 4,36 V, für Thorium zu 3,4 V. Der Sättigungsstrom einer Wolframkathode bei normaler Betriebstemperatur von 2400° abs. beträgt etwa 0,4 A/cm².

Oxydkathoden geben infolge ihres Mechanismus nur angenähert einen ausgesprochenen Sättigungsstrom. Es wurde gefunden; für Wolfram-Thorium $\bar{A}$ zu 3 A cm^{-2} Grad^{-2} u. φ_0 zu 2,62 bis 3,5 V; für Oxydkathoden aus BaO, SrO und CaO $\bar{A}$ zu $2 \cdot 10^{-3}$ bis $1 \cdot 10^{-1}$ A cm^{-2} Grad^{-2} und φ_0 zu 1 V bzw. 1,3 V bzw. 1,8 V; s. Espe, Wiss. Veröff. Siem.-Konz. **5**, 29, 46, 1927; Kollath u. Mrowka, Jb. Forsch.-Inst. AEG **5**, 56, 1936/37. Für Caesiumkathoden aus Caesium-Caesiumoxyd auf Silberunterlage sind die Werte $\bar{A} = 9{,}8 \cdot 10^{-2}$ und $\varphi_0 = 0{,}75$; de Boer, a. a. O.

Über die Änderung der Austrittsarbeit bei der Aktivierung der Oxydkathoden s. Heinze u. Wagener, Z. Phys. **110**, 164, 1938.

Die Messung des Sättigungsstromes hochemittierender Glühkathoden bereitet bei normaler Betriebstemperatur infolge zu starker Erwärmung der Anode, Rückheizungseffekt und Gasabgabe Schwierigkeiten; daher führt man die Messung des Sättigungsstromes bei niedriger Temperatur und niedrigen Spannungen aus. Die Bestimmung bei niedriger Temperatur gibt keinen Aufschluß über den betriebsmäßigen Sättigungsstrom; man ermittelt den betriebsmäßigen Sättigungsstrom nach Rothe und Kleen durch Bestimmung der Kathodentemperatur und Ermittlung der Emissionsverschiebungsspannung.

Hierüber s. Kniekamp u. Nebel, Wiss. Veröff. Siem.-Konz. **11**, 75, 1932, die eine oszillographische Methode, und Patai u. Frank, Z. techn. Phys. **16**, 254, 1935, die eine Impulsmethode angeben. Rothe u. Kleen, Grundlagen und Kennlinien der Elektronenröhre, Leipzig 1940, S. 5.

Der Sättigungsstrom einer gut formierten Oxydkathode beträgt bei 1100° abs. größenordnungsmäßig 1 A/cm², von thoriertem Wolfram bei 1600° abs. etwa 0,1 A/cm². Über die Herstellung von Oxydkathoden s. Mie, Espe bzw. Schottky, Rothe, Simon.

b) Raumladungsgesetz. Ist die Spannung $U_a < U_s$, so daß nicht alle freiwerdenden Elektronen nach der Anode übertreten, so bildet sich um die Kathode die aus den überschüssigen Elektronen bestehende Raumladung. Für den Anodenstrom I_a in Abhängigkeit von der Anodenspannung U_a gilt dann nach Langmuir und Schottky das Raumladungsgesetz

$$I_a = c U_a^{\frac{3}{2}}. \quad (2)$$

Die Konstante c, die außer von e/m nur von den geometrischen Abmessungen der Anode und Kathode abhängt, beträgt für einen geraden Glühdraht mit dem Radius r_k und der Länge l in einer zylindrischen Anode vom Radius r_a

$$c = 1{,}47 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{l}{r_a \cdot f\left(\frac{r_k}{r_a}\right)^2} \text{ A/V}^{\frac{3}{2}};$$

$f\left(\frac{r_k}{r_a}\right)^2$ ist gleich $\left(1 - \frac{r_k}{r_a}\right)^2$, wenn $1 < \frac{r_a}{r_k} < 2$ ist.

Für gebräuchliche indirekt geheizte Oxydkathoden mit kreisförmigem Querschnitt und einem Radius von 0,05 bis 0,2 cm, die von einer zylindrischen Anode umschlossen sind, gilt mit guter Annäherung $c = 2{,}33 \cdot 10^{-6} \frac{F}{d^2} \cdot \frac{r_a}{r_k}$, worin F die Oberfläche der Kathode und d den Anoden-Kathodenabstand bedeuten. Für ebene Systeme von Elektroden ist $c = 2{,}33 \cdot 10^{-6} F/d^2$.

Langmuir, Phys. Z. **15**, 516, 1914; Schottky, Arch. Elektrot. **8**, 1, 299, 1919. Über Raumladeströme s. Gehrts, Z. techn. Phys. **13**, 192, 1932. Über die Berechnung s. Kleen u. Graffunder, ATM J 8330—1, 1936.

c) Anlaufstrom (Gitterstrom). Die aus einer Glühkathode austretenden Elektronen vermögen zufolge ihrer kinetischen Bewegungsenergie eine Gegenspannung U zu überwinden. Ist I_s der Sättigungsstrom der Kathode, so gilt für den Strom i im Anlaufgebiet bei ebener Elektrodenanordnung

$$i = I_s e^{\frac{U}{U_0}}, \quad [U < 0],$$

worin $U_0 = 8{,}61 \cdot 10^{-5} \cdot T$ Volt die mittlere Voltgeschwindigkeit des Elektrons bedeutet. Für $T = 2400^0$ abs. ist $U_0 = 0{,}2$ V. Bei zylindrischer Elektrodenanordnung berechnet sich i, wenn $|U| > 3U_0$, zu $i = I_s e^{\frac{U}{U_0}} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{-U}{U_0}}$.

Über die Messung der Temperatur von Glühkathoden mittels des Anlaufstromes s. Heinze u. Haß, Z. techn. Phys. **19**, 166, 1938.

Bei Verstärkerröhren mit Wolframkathode fließt ein Gitterstrom von etwa 0,1 μA bereits bei einer Gitterspannung von 0 V, bei Verstärkerröhren mit Oxydkathoden noch bei einer Gitterspannung von — 0,5 bis — 2 V.

d) Kontaktpotential. Es ist zu beachten, daß zwischen Anode und Kathode auch bei fehlender äußerer Spannung das Kontaktpotential U_{ka} herrscht, das $= -(\varphi_A - \varphi_K)$ ist, wenn φ_A und φ_K die Austrittsarbeit der Elektronen aus der Anode bzw. Kathode bedeuten. Ist U_a die angelegte Spannung, so ist die den Anlaufstrom und Sättigungsstrom bestimmende Spannung $U = U_a - (\varphi_A - \varphi_K)$; s. a. de Boer.

Über den Einfluß des Kontaktpotentials auf die Kennlinie von Elektronenröhren s. Gysae u. Wagener, Z. techn. Phys. **19**, 264, 1938; Schottky, Rothe, Simon S. 145.

B. Charakteristische Röhrengrößen und ihre Messung

a) Allgemeines. Durch Einfügung von Gitterelektroden wird die Elektronenröhre zum Verstärker. Das erste, der Kathode meist zunächst liegende Gitter ist das Steuergitter, das durch Stromverteilung entsprechend seinem Potential den Elektronenstrom steuert. Zwischen Steuergitter und Anode kann das Schutz- oder Schirmgitter eingefügt sein, das die Rückwirkung der

Anodenspannungs-Schwankung auf den Elektronenstrom und die kapazitive Rückwirkung der Anode auf das Steuergitter verhindern bzw. abschirmen soll. Hiermit ist eine starke Herabsetzung des Durchgriffes verbunden. Das Schutzgitter befindet sich im stationären Zustand auf einem hohen, wenn auch niedrigeren Potential als dem der Anode. Zwischen Schutzgitter und Anode kann ferner noch ein Bremsgitter zum Abfangen der an der Anode ausgelösten Sekundärelektronen angeordnet sein. Das Bremsgitter befindet sich auf Kathodenpotential; die Anoden-Gitterkapazität wird durch sein Vorhandensein noch weiter verkleinert.

Durch Anbringung von weiteren Elektroden werden die Elektronenröhren als Verbundröhren für besondere Zwecke, wie z. B. Regelung, Mischung, verwendungsfähig gemacht.

Nach der Anzahl der Gitter unterscheidet man zwischen Ein-, Zwei- . . . Gitterröhren; man benennt sie jedoch meist nach der gesamten Anzahl der Elektroden, einschließlich der Kathode; vgl. Abb. 193, 203, 214 u. 215.

b) Röhrenarten. α) Die Triode (Eingitterröhre, Dreipolröhre) findet als Verstärkerröhre im gesamten Frequenzbereich Verwendung (sofern nicht die der Schwingungsdauer vergleichbare Laufzeit der Elektronen dem entgegensteht). Elektrodenanordnung s. z. B. Abb. 202. Die Triode dient ferner zur Gleichrichtung (oder Demodulation) von Hochfrequenzschwingungen (Audion, Richtverstärker) und zur Erzeugung der Schwebungsfrequenz (oder auch Zwischenfrequenz) aus zwei überlagerten Schwingungen (Richtverstärker). Sie ist für Übertrager-, Drossel- und Widerstandskopplung brauchbar. Im Empfangsbetrieb wird die Triode zur Erzeugung der für die Bildung der Zwischenfrequenz notwendigen Überlagerungsfrequenz, bevorzugt zur Verstärkung der Hörfrequenzen und als Leistungsverstärker in der Endstufe, z. B. als B-Verstärker in Gegentaktschaltung, weniger jedoch als Hochfrequenzverstärker verwendet. Neuere Röhrentypen sind die AC 2 (Steilheit $S = 2{,}5$ mA/V, Verstärkungsfaktor $\mu = 33$, Verstärkung etwa 20fach bei Widerstandskopplung) und die AD 1 als spezielle Endtriode ($S = 6$ mA/V, $\mu = 4$, $R_i =$ etwa 670 Ω, günstigstes $R_a = 2500$ Ω, max. 4,2 W). Im Anodenwechselstrom der Triode tritt besonders die zweite Harmonische auf; der Klirrfaktor der Triode ist im allgemeinen kleiner als der der Pentode. Brummen und Röhrenrauschen ist bei der Triode schwächer als bei der Pentode. (Über μ, S, R_i s. S. 292.)

Die älteren Trioden RE 034, 084, 134 haben sich infolge ihrer Konstanz in Meß- und Prüfschaltungen, insbesondere bei erniedrigten Betriebsspannungen auch im Dauerbetrieb sehr gut bewährt.

β) Die Hochfrequenzpentode (Dreigitterröhre, Fünfpolröhre) dient zur Hochfrequenz- und Zwischenfrequenzverstärkung und zur Gittergleichrichtung (Audion). Abb. 203 zeigt die Elektrodenanordnung. Die Pentode zeichnet sich durch hohen Innenwiderstand, großen Verstärkungsfaktor und kleinste Anoden-Gitterkapazität aus; Neutralisierungsmaßnahmen nach Abschn. C, S. 307 sind bei ihr nicht notwendig. Die Verstärkung kann das 1000fache erreichen.

Eine neuere Röhrentype ist AF 7 ($S = 2{,}1$ mA/V, $\mu = 4000$, $R_i = 2$ MΩ). Über ihre Verstärkungseigenschaften s. Kleen u. Rothe, Telefk.-Röhre H. 7, 109, 1936.

Die Endpentode wird zur Verstärkung von Hörfrequenzen bei großer Leistung und gegenüber der Triode bei geringerem Gitterspannungsbedarf verwendet; sie ist für AB-Gegentaktschaltung brauchbar. Vertreter dieser Röhren

sind AL 4 ($S = 9{,}5$ mA/V, $R_i = 70\,000\ \Omega$, günstigstes $R_a = 7000\ \Omega$, Leistung max. 4,3 W) und AL 5, Leistung max. 8,8 Watt.

Bei Pentoden mit hohem Außenwiderstand tritt besonders die dritte Harmonische auf.

γ) Die Hexode (Viergitterröhre, Sechspolröhre) (s. Abb. 214, S. 313) dient als Mischröhre oder Regelröhre. In der Mischröhrenschaltung wird die empfangene Hochfrequenz verstärkt und mit der von einer Triode des Empfängers erzeugten Überlagerungsfrequenz multiplikativ gemischt, so daß im Anodenkreis die Zwischenfrequenz vorhanden ist. Als Regelröhre verändert sie die Steilheit zum Ausgleich von Schwankungen der Eingangsspannung. Type AH 1.

δ) Die Oktode (Viergitterröhre mit Hilfsanode und Hilfsgitter) (s. Abb. 215, S. 314) dient den gleichen Zwecken wie die Hexode, erzeugt jedoch über eigene Hilfsanode und Hilfsgitter die Überlagerungsfrequenz selbst. Type AK 2.

c) Vakuum. Einwandfreies Arbeiten der Verstärkerröhren erfordert ein Vakuum von 10^{-6} mm Hg. Zur Aufrechterhaltung des Vakuums, besonders bei Verwendung von Oxydkathoden, dienen gasbindende Fangstoffe (Getter), wie Magnesium bei Thoriumröhren, sonst Kalzium, Strontium, Barium. Es lassen sich jedoch auch mit jedem zerstäubten oder verdampften Metall Getterwirkungen erreichen. Der Restdruck kann bei abgeschmolzenen Röhren unter 10^{-8} mm Hg gehalten werden.

Littmann, Getterstoffe u. ihre Anwend. in der Hochvakuumtechnik. Leipzig 1938.

Ungenügendes Vakuum ist an der Neigung der Röhren zur Selbsterregung (Pfeifen), an Röhrengeräuschen erkenntlich. Gasreste in der Röhre bilden bei negativem Gitter einen Ionenstrom, der als „verkehrter" Gitterstrom I_g über den Gitterkreis nach der Kathode fließt. I_g ist proportional dem Gasdruck p, dem die Ionen erzeugenden Elektronenstrom I_a, dem Abstand d zwischen positiver und negativer Elektrode und hängt ferner von der Anodenspannung U_a ab $\left(p = k \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{I_g}{I_a}\right)$.

Der Faktor $1/k$ wurde bei Verwendung von Wolframkathoden zu 3 bis 9,5 bzw. bei Oxydkathoden zu etwa 0,13 bis 0,27, entsprechend einem Vakuumfaktor $vf = \frac{I_g}{I_a}$ von etwa $3 \cdot 10^{-4}$ bis $1 \cdot 10^{-3}$ bzw. etwa $2 \cdot 10^{-5}$ bei einem Gasdruck von 10^{-4} mm Hg bestimmt. Bei Berechnung des Gasdruckes p aus gemessenem vf bei abgeschmolzenen Röhren sind jedoch Temperatur- und Gitterkorrektionen anzubringen.

Herrmann u. Runge, Z. techn. Phys. **19**, 12, 1938.

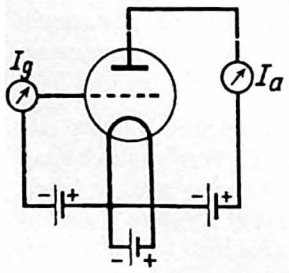


Abb. 193. Messung des Vakuumfaktors

Für die Messung von I_g und I_a zwecks Berechnung von vf bedient man sich verchiedener Verfahren. Methode I: Die Anode erhält hohe positive Spannung U_a (200 V), das Gitter schwache negative Spannung U_g (bis 4 V). Die Ströme I_a und I_g werden an den im Anoden- und Gitterzweig eingeschalteten Strommessern abgelesen (Abb. 193). Methode II: Beide Spannungen der Methode I werden vertauscht, die Anode schwach negativ, das Gitter stark positiv. Methode I gestattet quantitative Berechnung des Gasdruckes p (s. oben), Methode II ist empfindlicher als I, aber zur Berechnung weniger brauchbar, da die Resultate durch mögliches Auftreten von Elektronen-

schwingungen (S. 242) verfälscht werden können. Infolge Kleinheit von I_g sind Vorsichtsmaßnahmen gegen Kriechströme, wie Verzicht auf Röhrensockel, Aufhängung der Röhre an Fäden nötig.

d) Messung des Heizstromes. Die spezifische Emission, d. h. die Emission der Oberflächeneinheit pro Watt Heizleistung, beträgt bei Wolframkathoden angenähert 3—4 mA/W, bei Oxydkathoden 50 mA/W, bei Thoriumkathoden 25 mA/W, bei Bariumkathoden 100 mA/W. Der Drahtdurchmesser von Wolframdrähten wird zweckmäßig durch Wägung bestimmt: $2r = 8{,}186 \cdot 10^{-3} \sqrt{G}$, worin G das Gewicht in mg/cm und $2r$ der Durchmesser in cm ist. Die Heizung der emittierenden Kathode erfolgt unmittelbar durch Stromfluß durch die Kathode (direkte Heizung) oder mittelbar durch Wärmeübertragung seitens eines getrennten Heizkörpers; in letzterem Fall ist dies ein Wolframdraht im Inneren der zu einem Zylinder umgebildeten Kathode (indirekte Heizung). Bei dieser ist Wechselstromheizung fast in allen Fällen möglich. Bei indirekter Heizung hat die Kathode gegenüber der Anode an allen Stellen ihrer Oberfläche gleiches Potential, bei direkter Heizung ist der Spannungsabfall längs der Kathode zu berücksichtigen. Man mißt Anoden- und Gitterspannung stets gegen das negative Ende der Kathode.

Messung des Heizstromes ergibt je nach Lage des Strommessers in einem der beiden Heizzweige von Batterie zu Heizdraht infolge Überlagerung des Emissionsstromes über den Heizstrom verschiedene Werte: im positiven Heizzweig Stromerniedrigung, im negativen Stromerhöhung. Um Überheizung der Röhre zu vermeiden, geschieht die Stromregulierung im negativen Zweig. Der Stromregulierung ist (aus Gründen der Lebensdauer) infolge ungefähr doppelter Meßgenauigkeit die Heizregulierung mittels Spannungsmessung am Heizfaden vorzuziehen; beides kann vermieden werden, wenn man auf den vorgeschriebenen Emissionsstrom einstellt (gegenüber Stromregulierung etwa 14 fache Genauigkeit).

Über das Brummen indirekt geheizter Verstärkerröhren s. Graffunder, Telefk.-Röhre H. 12, 46, 1938.

e) Die Kennlinien. α) Allgemeines. Das Gitterpotential U_g wirkt je nach Vorzeichen verstärkend oder schwächend auf den nach der Anode fließenden Strom I_a. Der gesamte Emissionsstrom einer Röhre — I_e — ist dann $I_e = I_a + I_g$, wobei I_g der über das Gitter nach der Kathode fließende Elektronenstrom ist. Im folgenden sei $I_g = 0$.

1. Triode. Der Abstand zwischen Gitter und Kathode sei mit d_1, zwischen Anode und Gitter mit d_2 bezeichnet; die Gitterspannung U_g sei < 0, also $I_g = 0$, dann ergibt sich für das Raumladungsgesetz (2):

$$I_a = c \cdot \left[\frac{1}{1 + D\left(1 + \frac{4\,d_2}{3\,d_1}\right)} (U_g + D\,U_a) \right]^{\frac{3}{2}} \tag{2a}$$

$$\approx c \cdot [U_g + D \cdot U_a]^{\frac{3}{2}}, \text{ wenn } D\left(1 + \frac{4\,d_2}{3\,d_1}\right) \ll 1, \tag{2b}$$

worin der Klammerausdruck [ ] als Steuerspannung U_{st} und die Größe D als Durchgriff bezeichnet wird. D läßt sich bei der idealen Triode gleich dem elektrostatisch gemessenen Kapazitätsverhältnis der Kapazitäten zwischen Anode-Kathode und Gitter-Kathode setzen.

2. Pentode. Der Abstand zwischen Schirmgitter G_3 (S. 305) und Kathode ist d_2; es sei mit U_3' die durch die Anodenspannung beeinflußte und am Schirmgitter wirksame Gitterspannung bezeichnet, es sei die Steuergitterspannung $U_{g2} < 0$ und I_e der gesamte von der Kathode weggeführte Emissionsstrom, dann gilt für diesen das Raumladungsgesetz (2)

$$I_e = c \cdot \left[\frac{1}{1 + D\left(1 + \frac{4\,d_2}{3\,d_1}\right)} (U_2 + D\,U_3') \right]^{\frac{3}{2}}. \qquad (2\,c)$$

Wenn die Anoden-Schirmgitterkapazität sehr klein ist, kann U_3' annähernd gleich der angelegten Spannung U_{g3} gesetzt werden.

3. Ist im Anodenkreis ein Ohmscher Widerstand eingeschaltet, so ist in (2a) statt der Batteriespannung U_a der Klammerausdruck $(U_a - I_a R_a)$ als wirksame Anodenspannung einzusetzen.

4. Zur Darstellung zwischen dem Anodenstrom I_a und der Gitterspannung U_g dienen die $U_g - I_a$-Kennlinien, deren Verlauf für Röhren mit Wolframkathode in Abb. 194 für drei verschiedene U_a-Werte als Parameter gezeichnet ist. Derartige Röhren besitzen einen Sättigungsstrom; bei Röhren mit Oxydkathoden, die keinen ausgesprochenen Sättigungsstrom haben, würden die Kurven nicht in die Horizontale einbiegen, sondern steiler werdend ansteigen. R_a ist 0.

Aus den Kurven erhält man die durch Variation von U_a, U_g und I_a (im Gebiet negativer Gitterspannungen) bestimmten Röhrengrößen: Verstärkungsfaktor μ, Steilheit S und innerer Widerstand R_i. Es ist

$$\mu = -\left(\frac{\partial U_a}{\partial U_g}\right)_{I_a} \qquad S = \left(\frac{\partial I_a}{\partial U_g}\right)_{U_a} \qquad R_i = \left(\frac{\partial U_a}{\partial I_a}\right)_{U_g}$$

und

$$S \cdot R_i = \mu \qquad (3)$$

(Relation von Barkhausen). (Wird S in mA/V angegeben, so ist R_i in Kiloohm zu setzen.)

Den reziproken Ausdruck von μ setzt man auch gleich D:

$$D = \frac{1}{\mu} = -\left(\frac{\delta U_g}{\delta U_a}\right)_{I_a}; \qquad (3\,a)$$

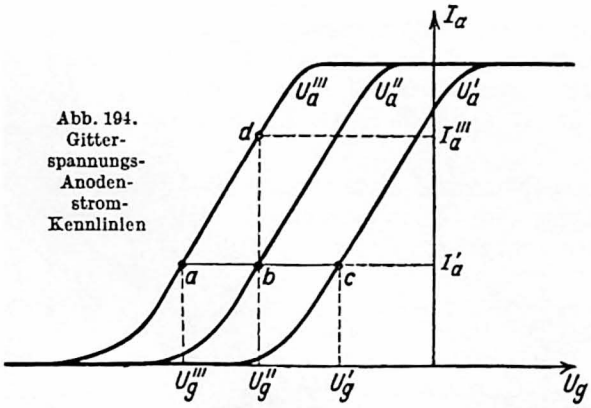


Abb. 194. Gitterspannungs-Anodenstrom-Kennlinien

man bezeichnet D ebenfalls als Durchgriff, dieser stimmt jedoch nur bei der idealen Triode mit dem durch das Kapazitätsverhältnis gegebenen Durchgriff überein. Damit ergibt sich $D \cdot S \cdot R_i = 1$.

Sind zwei Größen der Beziehung (3) bekannt, so wird die dritte aus ihr berechnet. Den käuflichen Verstärkerröhren sind Kennlinienblätter nach Abb. 194 beigegeben. Für manche Zwecke ist es besser, I_a als Funktion der Steuerspannung U_{st} zu kennen; man erreicht dies durch Vergrößerung der im Kennlinienblatte eingetragenen Spannungswerte von U_g um $\frac{1}{\mu} U_a$, der Koordinatenanfangspunkt liegt dann bei $U_g = -\frac{1}{\mu} U_a$.

5. Die Verstärkungseigenschaften der Röhre bei Einschaltung eines Anodenkreiswiderstandes R_a erkennt man am besten aus den Anodenspannungs-Anodenstrom-Kennlinien (U_a–I_a-Kennlinien) mit U_g als Parameter. In Abb. 195 ist ein derartiges Kennlinienfeld einer Röhre mit Oxydkathode dargestellt. In dem Kennlinienfeld ist der Verlauf der „Widerstandsgeraden" entsprechend der Gleichung

$$U_a = U_{ab} - I_a \cdot R_a,$$

worin U_a die wirksame Spannung an der Anode, U_{ab} die Spannung der Anodenbatterie bedeuten, eingezeichnet. (Neigung der Geraden ist $-1/R_a$, ihr Abszissenabschnitt ist $= U_{ab}$, ihr Ordinatenabschnitt $= U_{ab}/R_a$.) Die punktierte Kurve N_{vz} gibt die Grenze der max. zulässigen Verlustleistung an. Wird eine bestimmte Gitterspannung U_g eingestellt, so ergibt der Schnitt der U_g-Linie mit der Widerstandsgeraden den Arbeitspunkt A der Röhre. Ist der Gittervorspannung U_g eine Gitterwechselspannung $\mathfrak{U}_g$, z. B. = 3 V, überlagert, so wird das Kennlinienfeld längs der Widerstandsgeraden bis zu den Punkten b und d durchgesteuert, so daß man bei gegebener Gitterwechselspannung $\mathfrak{U}_g$ die zugehörige Anodenwechselspannung $\mathfrak{U}_a$ und den entsprechenden Wechselstrom $\mathfrak{J}_a$ entnehmen kann; die an R_a abgegebene Wechselstromleistung ist $\frac{1}{4}$ der Fläche $bcd = \frac{1}{8}\overline{cb} \cdot \overline{cd}$.

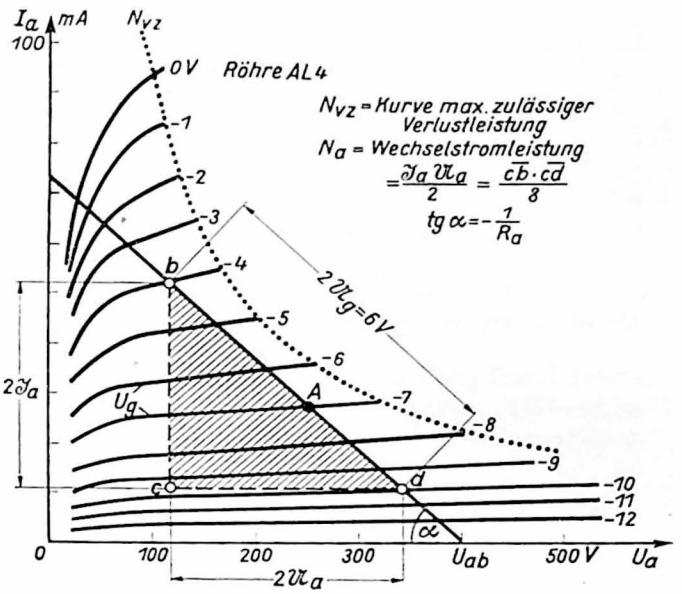


Abb. 195. Anodenspannungs-Anodenstrom-Kennlinien

6. Aus den zugehörigen Wertepaaren von U_g und I_a kann die der Abb. 194 ähnelnde Arbeitskennlinie $U_g - I_a$ bei Belastung der Röhre mit R_a konstruiert werden. In Abb. 196 ist für eine Triode die (dynamische) Arbeitskennlinie bei verschiedenem Außenwiderstand $R_a = 0, 1, 2, 3 \ldots$ gezeichnet; bei wachsendem R_a wird die Kennlinie mehr und mehr linear, während die Arbeitssteilheit S_a abnimmt.

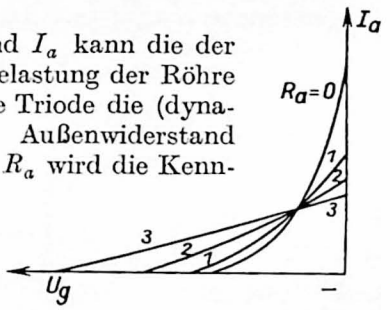


Abb. 196. Arbeitskennlinie

β) Messung des Durchgriffes D. D ist um so größer, je größer die Maschenweite des Gitters, je näher die Anode am Gitter steht.

v. Laue, Ann. Phys. **59**, 465, 1919.

1. Graphische Bestimmung aus den Kennlinien innerhalb ihres geradlinigen Verlaufes geschieht nach Abb. 194:

$$D = -\frac{\overline{ac}}{U_a''' - U_a'} = -\frac{U_g''' - U_g'}{U_a''' - U_a'}.$$

Bei sehr geradlinig und sehr steil verlaufender Kennlinie genügt es meist, den geradlinigen Kennlinienteil bis zum Schnitt mit der Abszisse zu verlängern, dann ist D gleich dem absoluten Betrag des zu dem Schnittpunkt gehörigen U_g geteilt durch U_a der Kennlinie.

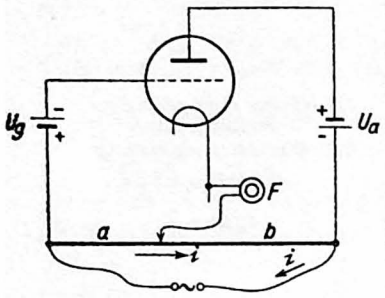


Abb. 197. Messung des Durchgriffs

2. Brückenmethode nach Martens (Abb. 197). Das Gitter der Verstärkerröhre wird über die Gittervorspannung U_g an das eine Ende, die Anode über die Anodenspannung U_a an das andere Ende einer Schleifdrahtbrücke geführt; ein Kathodenende ist über das Telephon F an den Schleifdraht geführt. Der Schleifdrahtwiderstand muß klein gegen die inneren Widerstände der Röhre sein, der durch den Schleifdraht fließende Wechselstrom i soll groß sein. Die am Gitter liegende Steuerwechselspannung u_{st} ist $= (a - Db)\,i$. Wird die Brücke auf Schweigen des Telephons abgeglichen, dann muß sein $u_{st} = 0$, woraus folgt

$$D = \frac{a}{b}.$$

Martens, Z. Phys. 4, 437, 1921.

γ) Messung der Steilheit S. S ist keine Konstante, sondern von den Betriebsspannungen abhängig. Für den unbelasteten Anodenkreis ist S aus (2) zu berechnen:

$$S = \frac{3}{2} c \cdot \left[\frac{1}{1 + D\left(1 + \frac{4 d_2}{3 d_1}\right)}\right]^{\frac{3}{2}} \cdot (U_g + D\,U_a)^{\frac{1}{2}};$$

für Röhren kleinen Durchgriffs vereinfacht sich die Beziehung zu

$$S = \tfrac{3}{2} c \cdot (U_g + D\,U_a)^{\frac{1}{2}}.$$

Bei belastetem Anodenkreis muß man die Differentiation von (3) unter Berücksichtigung des Spannungsabfalles im Anodenkreis vornehmen. Das so gewonnene S wird mit Arbeitssteilheit bezeichnet, ihr Betrag ist

$$S_A = S \cdot \frac{R_i}{|\Re_a + R_i|} = \frac{1}{D\,|\Re_a + R_i|}.$$

1. Graphische Bestimmung aus den Kennlinien nach Abb. 194 als Neigung der Tangente der Kennlinie

$$S = \frac{\overline{bd}}{\overline{ab}} = \frac{I_a' - I_a'''}{U_g''' - U_g''}$$

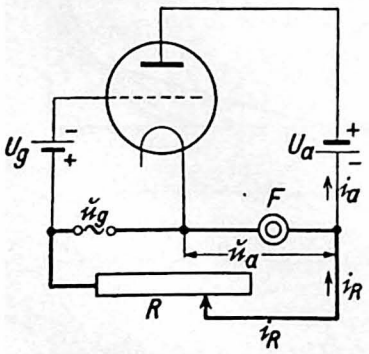


Abb. 198. Messung der Steilheit

2. Brückenmethode nach Schottky (Abb. 198). Im Anodenkreis liegt der Fernhörer F, parallel zu F und der im Gitterkreis liegenden Wechselstromquelle der Spannung u_g liegt ein variabler Widerstand R von 1000—50000 Ω. U_g und U_a sind die Gitter- und Anodengleichspannungen. Das Telephon schweigt bei Veränderung von R, wenn gilt

$$S = \frac{1}{R}.$$

(Bei schweigendem Telephon ist $u_a = 0$, dann ist $i_a = i_R$, woraus die Bedingung $S = \frac{1}{R}$ folgt, da $i_a = u_g \cdot S$ und $i_R = \frac{u_g}{R}$.)

Der innere Widerstand R_a der Batterie U_a soll verschwindend klein sein gegen R_i; ist dies nicht der Fall, so gilt

$$S = \frac{1 + \frac{R_a}{R_i}}{R}.$$

Schottky, Telegr. u. Fernsprechtechn. **9**, 31, 1920.

δ) Messung des inneren Widerstandes R_i. R_i ist ebenso wie die Steilheit von den Betriebsspannungen abhängig.

1. Graphische Bestimmung aus den Kennlinien nach Abb. 194:

$$R_i = \frac{U_a''' - U_a''}{\overline{db}} = \frac{U_a''' - U_a''}{I_a''' - I_a'}$$

2. Brückenmethode nach Barkhausen. Die Verstärkerröhre (Abb. 199), deren innerer Widerstand gemessen werden soll, liegt in dem einen Zweig einer Wheatstoneschen Schleifdrahtbrücke, in dem anderen Zweig liegt der bekannte Vergleichswiderstand R (induktionsfrei). Die Gleichspannungen U_a und U_g werden dem Arbeitspunkt entsprechend gewählt. Die Wechselstromquelle gibt Tonfrequenz. Nach Abgleichung der Brücke auf Schweigen des Telephons ist

$$R_i = R \cdot \frac{a}{b}.$$

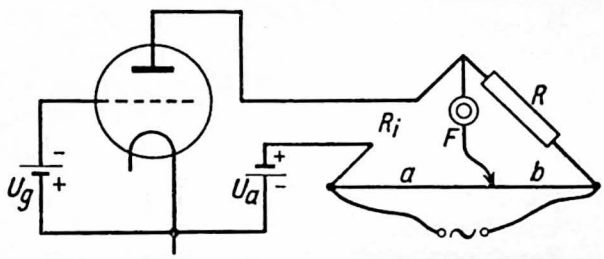


Abb. 199. Messung des inneren Widerstandes

Die Wechselspannung ist nur so groß zu wählen, daß der überfahrene Teil der Kennlinie als geradlinig angesehen werden kann.

ε) Genauigkeit. Die Brückenmethoden gestatten bei sorgfältigem Aufbau eine Genauigkeit von ± 3,5% zu erreichen; Helmholz, Phys. Z. **40**, 201, 1939. Über eine Meßmethode m. d. Braunschen Röhre s. Wolf, Telefk.-Röhre H. 12, 64, 1938. Über Brückenmethoden für betriebsmäßige Messungen s. Graffunder, ATM J 8332—3, 1939; Barkhausen, Jb. draht. Telegr. u. Teleph. **14**, 36, 1919.

f) Röhreneigenschaften (bei fehlendem Gitterstrom). Es wird bezeichnet als:

Verstärkung
$$V = \left|\frac{u_a}{u_g}\right| = \mu \left|\frac{\Re_a}{R_i + \Re_a}\right| = S \cdot \frac{R_i \cdot \Re_a}{R_i + \Re_a} \tag{4}$$

Verstärkungsfaktor
$$\mu = V_{max} \left[= \frac{1}{D} \text{ bei der Triode}\right]. \tag{5}$$

μ gibt die größte mit der Röhre erzielbare Verstärkung an (dazu muß $\Re_a = \infty$ sein).

Steuerschärfe
$$\sigma = \frac{1}{1 + D\left(1 + \frac{4 d_2}{3 d_1}\right)} \tag{5a}$$

Arbeitssteilheit
$$S_A = S \cdot \frac{R_i}{R_i + \Re_a} = \mu \frac{1}{R_i + \Re_a} \tag{6}$$

Röhrengüte
$$G_r = \mu S = \frac{1}{D^2 R_i} = \frac{S}{D}. \tag{7}$$

Die Verstärkerröhre kann als eine Wechselspannungsquelle mit der EMK $\mu \mathfrak{U}_g$ bzw. $\mathfrak{U}_g/D$ und dem inneren Widerstand R_i aufgefaßt werden; daraus ergibt sich in Abhängigkeit von der Gitterwechselspannung $\mathfrak{U}_g$:

die Anodenwechselspannung zu

$$\mathfrak{U}_a = \mu \cdot \frac{\Re_a}{R_i + \Re_a} \cdot \mathfrak{U}_g = S_A \cdot \Re_a \cdot \mathfrak{U}_g = \frac{1}{D} \cdot \frac{\Re_a}{R_i + \Re_a} \cdot \mathfrak{U}_g , \tag{8}$$

d. h. hohe Spannung wird mit kleinem D bzw. großem μ und großem $\Re_a$ erreicht;

der Anodenwechselstrom zu

$$\mathfrak{J}_a = \mu \cdot \frac{1}{R_i + \Re_a} \cdot \mathfrak{U}_g = S_A \cdot \mathfrak{U}_g = \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{R_i + \Re_a} \cdot \mathfrak{U}_g , \tag{9}$$

die Leistung zu

$$N_a = \frac{\mathfrak{J}_a \mathfrak{U}_a}{2} \cos\varphi = \frac{\mathfrak{U}_g^2}{2} \cdot \mu^2 \cdot \frac{\Re_a}{(R_i + \Re_a)^2} \cos\varphi = \frac{\mathfrak{U}_g^2}{2} \cdot S_A^2 \cdot \Re_a \cos\varphi . \tag{10}$$

Damit (bei gegebener Gitterwechselspannung!) N_a ein Maximum wird, muß $|\Re_a| = R_i$ sein; dieses wird mit rein Ohmscher Belastung, wenn $|\Re_a| = R_a = R_i$ ist, oder bei Resonanzabstimmung, wenn $|\Re_a| = \frac{L}{CR}$ ist, erreicht zu

$$N_{a\max} = \tfrac{1}{8} \cdot \mathfrak{U}_g^2 \cdot \mu S = \tfrac{1}{8} \cdot \mathfrak{U}_g^2 \cdot G_r = \tfrac{1}{8} \cdot \mathfrak{U}_g^2 \cdot \frac{\mu^2}{R_i} . \tag{11}$$

2. Die Elektronenröhre als Verstärker

A. Verstärkerwirkung

Die folgenden Ausführungen befassen sich nur mit denjenigen Verstärkerproblemen, die für Physik und Hochfrequenztechnik bei der Anwendung des Verstärkers zu Meßzwecken usw. von Wichtigkeit sind. Fragen der eigentlichen Empfangstechnik und des Empfängergerätes selbst müssen ausgeschaltet bleiben; es wird hierfür auf das Spezialschrifttum S. 288 verwiesen.

a) Allgemeines. Es wird sich bei der Anwendung der Röhre als Hilfsmittel zur Durchführung von Messungen meist um die Erfüllung folgender beider Aufgaben handeln: 1. Verstärkung sehr kleiner Wechselspannungen bis zu einem Betrage, der dann die Anwendung allgemein üblicher Meßmethoden oder Geräte gestattet, 2. Verstärkung sehr geringer Energien bis zu einem solchen Betrage, daß dem Anodenkreis der Verstärkerröhre Energie zum Betrieb von Geräten, wie Lautsprecher, Synchronmotor, Drehspulschnellschreiber, Zählwerk, Schaltrelais usw. entnommen werden kann.

Die Art der Verstärkung nach 1. wird unter dem Begriff Spannungsverstärkung, nach 2. unter dem Begriff Leistungsverstärkung zusammengefaßt. Die Leistungsverstärkung erfordert am Gitter des eigentlichen Endverstärkers meist schon eine erhebliche Wechselspannung, diese wird in einem Vorverstärker durch „Spannungsverstärkung" gewonnen. In diesem Zusammenhang bezeichnet man den Spannungsverstärker als Vorverstärker und den Leistungsverstärker als Endverstärker.

Diese beiden Arten der Verstärkung treten in gleicher Weise beim Empfänger auf; da sie verschiedenartige Anforderungen an die Verstärkerröhren stellen, wurden besondere Typen für die Vorverstärkung und für die Endverstärkung entwickelt. Bei physikalischen Messungen kommt es jedoch nicht in dem gleichen Maße wie in der Empfangstechnik darauf an, mit einer einzigen Röhre möglichst

hohe Spannungsverstärkung oder möglichst mehrere Funktionen wie Verstärkung, Gleichrichtung usw. gleichzeitig zu erfüllen, sondern zuverlässig unter Umständen auch im Dauerbetrieb und wiederholbar das gleiche Meßergebnis zu erzielen. Dazu kann es nötig werden, die Röhren bedeutend weniger als in der Empfangstechnik zu belasten, auf Ausnützung des mit einer einzigen Röhre möglichen höchsten Verstärkungsgrades zu verzichten und die Zahl der Röhrenstufen zu vermehren, statt der Mehrgitterröhren die Eingitterröhre bevorzugt auch im Vorverstärker zu verwenden.

b) Spannungsverstärkung. Die Spannungsverstärkung sucht ihr Ziel ohne Aufwand an Steuerenergie zu erreichen; zu diesem Zwecke ist es nötig, dem Steuergitter der Röhre eine solche negative Vorspannung zu geben, daß kein Gitterstrom, auch nicht bei Auftreten der größtmöglichen Gitterwechselspannung, fließen kann. Über die Größe der benötigten Gittervorspannung gibt das $I_a - U_g$-Kennlinienfeld, Abb. 194 bzw. Abschn. c, S. 290 Aufschluß. Die Gittervorspannung und die Anodenspannung bestimmen nach Abb. 194 u. 195 den Arbeitspunkt der Röhre. Man wird bei vielen Messungen im gesamten Frequenzgebiet zur Vermeidung von zusätzlichen Verzerrungen die Röhre in A-Verstärkung (S. 302) arbeiten lassen.

α) Widerstandsanpassung. Die bei gegebenem μ erzielbare Anodenwechselspannung $\mathfrak{U}_a$ bestimmt sich nach (8); maßgebend ist der Anodenwiderstand $\mathfrak{R}_a$ bzw. das Verhältnis R_i/R_a. In der Praxis hat es sich als richtig erwiesen, bei Trioden $\mathfrak{R}_a$ etwa fünf- bis zehnfach größer als R_i zu wählen und bei Pentoden erheblich unter dem außerordentlich hohen Innenwiderstand R_i zu bleiben.

β) Grenzen der Spannungsverstärkung. Der Spannungsverstärkung bis zu hohen Beträgen ist bei Verwendung von Trioden durch zunehmende Schwingneigung infolge unerwünschter Rückkopplung eine Grenze gesetzt, wenn nicht durch Neutralisierung nach Abschn. b, S. 307 Vorbeugung dagegen getroffen wird. Bei Verwendung von Pentoden umgeht man diese Schwierigkeit.

Der Unterschreitung einer kleinsten verstärkbaren Spannungsamplitude ist durch das Röhrenrauschen eine Grenze gesetzt, das sich als Wärmerauschen und Schroteffekt im gesamten Frequenzdurchlaßbereich, als Funkeleffekt im hörbaren Frequenzbereich bemerkbar macht.

1. Wärmerauschen. Es rührt von der Wärmebewegung der freien Elektronenladungen in metallischen Leitern her und tritt z. B. im Gitterwiderstand oder in den Widerständen des Eingangskreises oder der Anodenkreise von Röhrenschaltungen auf. Durch die Röhre erfolgt eine zusätzliche Verstärkung der am Gitter liegenden Rauschspannung. Ist R der in Frage kommende Widerstand, Δf die Bandbreite der Schaltung, so ergibt sich für den Effektivwert der am Widerstand liegenden Rauschspannung:

$$U_R = 1{,}26 \cdot 10^{-10} \sqrt{R \cdot \Delta f}. \qquad (12\,a)$$

2. Schroteffekt. Das durch den Schroteffekt hervorgerufene Schrotrauschen in der Röhre ist auf den unregelmäßigen Austritt der Elektronen aus der glühenden Kathode zurückzuführen. Aus der Röhre fließt in den Anodenkreis ein Wechselstrom, der Schrotstrom oder Rauschstrom.

Im Sättigungsgebiet (z. B. einer Diode) berechnet sich der aus der Röhre herausfließende Schrotstrom zu

$$I_{Schr} = 0{,}564 \cdot 10^{-9} \sqrt{I_a \cdot \Delta f}, \tag{12b}$$

worin der Anodenstrom I_a in A gemessen ist.

Im Raumladungsgebiet (z. B. einer Triode) ist der Schrotstrom um den Schwächungsfaktor F kleiner als nach (12b) berechenbar. Als Maß des Schrotrauschens einer Verstärkerröhre bestimmt man zweckmäßig nicht F oder den Schrotstrom selbst, sondern man ermittelt den (äquivalenten) Ersatz-Gitterwiderstand R_{ers}, der entsprechend (12a) eine solche Rauschspannung U_{Schr} am Gitter der Röhre erzeugen würde, wie sie auf Grund der Verstärkung der Röhre dem Schrotstrom im Anodenkreis entspricht.

Berechnung. Ist T die absolute Kathodentemperatur, T_0 die absolute Zimmertemperatur, S die Steilheit (in A/V) und σ die Steuerschärfe, so ergibt sich für den Widerstand:

$$R_{ers} = \frac{T}{T_0} \cdot \frac{0{,}64}{\sigma \cdot S}\,\Omega, \tag{12c}$$

daraus folgt für Oxydkathoden auf normaler Heiztemperatur die Näherungsformel:

$$R_{ers} = 4 \cdot \frac{0{,}64}{\sigma \cdot S} = \frac{2{,}5}{\sigma \cdot S}\,\Omega. \tag{12d}$$

Der Effektivwert der am Gitter der Röhre wirkenden (äquivalenten) Rauschspannung ergibt sich durch Einsetzen von (12c) bzw. (12d) in (12a) zu

$$U_{Schr} = 1{,}26 \cdot 10^{-10} \sqrt{\frac{T}{T_0} \cdot \frac{0{,}64}{\sigma \cdot S} \Delta f}\ \text{V} \tag{12e}$$

bzw.

$$U_{Schr} = 1{,}99 \cdot 10^{-10} \sqrt{\frac{\Delta f}{\sigma \cdot S}}\ \text{V}. \tag{12f}$$

(Beispiel: $\sigma = 1$, $S = 0{,}0025$ A/V, $\Delta f = 10\,000$ Hz ergeben $R_{ers} = 1000\ \Omega$ und $U_{Schr} = 0{,}4 \cdot 10^{-6}$ V; also Größenordnung: Mikrovolt!)

Messung. Bei kurzgeschlossenem Gitter der zu untersuchenden Verstärkerröhre wird an ihrem Anodenkreis ein möglichst aperiodischer Meßverstärker angeschaltet, der die an diesem Anodenkreis durch den Schrotstrom induzierte Rauschspannung verstärkt (hoher Verstärkungsgrad ist notwendig). Im Ausgangskreis des Meßverstärkers erfolgt Gleichrichtung der verstärkten Rauschspannung mittels eines Thermoinstrumentes oder einer Diode (quadratisch) und Anzeige mittels eines Indikators (Strommesser); Eichung des Indikators in absoluten Spannungswerten ist nicht erforderlich. Es möge bei Kurzschluß des Gitters der zu untersuchenden Verstärkerröhre der Ausschlag a angezeigt werden. Hierauf wird im Gitter der Röhre nach Beseitigung des Kurzschlusses ein so ausgewählter Ohmscher Widerstand R eingeschaltet, daß das von diesem Widerstand in der Röhre hervorgerufene Wärmerauschen den Ausschlag im Indikator zusätzlich auf $2a$ ansteigen läßt. Es ist dann der gesuchte Widerstand R_{ers} gleich dem eingeschalteten Gitterwiderstand R.

Näheres s. Rothe u. Kleen, Elektronenröhren als Anfangsstufenverstärker, Leipzig 1940, S. 225.

3. Der Funkeleffekt, herrührend von Umlagerungserscheinungen und damit verbundener Beeinflussung der Austrittsarbeit der emittierenden Oberfläche, tritt hauptsächlich bei Oxydkathoden auf.

Der Funkeleffekt beträgt störspannungsmäßig im Niederfrequenzbereich etwa das Zwei- bis Vierfache des Schroteffektes; Pearson, Physics **5**, 233, 1934; Bell. Syst. Techn. J. **13**, 634, 1934.

Schottky, Ann. Phys. **68**, 157, 1922; Phys. Rev. **28**, 75, 103; Empfängerrauschen s. Brintzinger u. Viehmann, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **39**, 139, 1932; Rothe u. Plato, Telefk.-Röhre H. 2, 94, 1936; Zus. Kleen u. Graffunder, ATM J 8333—1, 1937.

4. Die Grenze des unteren Spannungswertes wird außerdem durch den „Brumm", herrührend von der als Heizfadenspannung verwendeten Wechselspannung, heraufgesetzt. Auch bei indirekt geheizten Röhren besteht ein Brumm. Radikale Abhilfe bei Messungen ist nur durch Heizung aus Batterien oder aus gleichgerichteter Spannungsquelle unter Zwischenschaltung ausreichend für 50 und 100 Hz dimensionierter Drossel- und Kapazitätsglieder möglich; s. γ, S. 233 u. e, S. 303. Sonst aber überbrückt man den Heizer durch ein Potentiometer und schließt die Gitterableitung über einen variablen Abgriff nahezu in der Mitte des Potentiometers P_0 an (Ausprobieren! s. Abb. 213); trotzdem bleibt am Gitter eine Brummspannung von 2 bis $3 \cdot 10^{-6}$ V und mehr bestehen.

Über verschiedene Ursachen d. Brumm s. Graffunder, Telefk.-Röhre H. 12, 46, 1938.

c) Leistungsverstärkung. Hierbei handelt es sich weniger darum, die an das Gitter gelegte Wechselspannung noch wesentlich zu verstärken, als durch günstige Anpassung des Verbraucherwiderstandes einen hohen Betrag der von der Gleichstromquelle an die Röhre gelieferten Energie in solche des Wechselstromes umzuformen. Die nach (11) erreichbare maximale Widerstandsanpassung wird in der Praxis nicht streng eingehalten, da die Größe der Verzerrungen des Wechselstromes I_a durch den Widerstand $\mathfrak{R}_a$ mitbestimmt ist. Man wählt darum bei Trioden als Außenwiderstand den etwa drei- bis fünffachen Betrag des Innenwiderstandes; bei Pentoden dimensioniert man den Außenwiderstand $\mathfrak{R}_a$ so, daß ungefähr $|\mathfrak{R}_a| = U_a/I_a$ wird (Ratheiser).

Da der Widerstand $\mathfrak{R}_a$ des Verbrauchers im allgemeinen ohne Rücksicht auf den Widerstand der Röhre gegeben ist, so ist zur Anpassung z. B. nach Abschn. d, S. 257 die Durchführung der Resonanzanpassung oder die Zwischenschaltung eines Übertragers (bei Niederfrequenz) erforderlich, dessen im Anodenkreis liegende Primärspule und dessen den Verbraucher speisende Sekundärspule auf R_i bzw. auf den Verbraucherwiderstand angepaßt sein müssen (Abschn. e, S. 307). (S. a. Parallelschaltung von Röhren, Abschn. a, S. 304.)

d) Wahl des Arbeitspunktes. Die Wahl des Arbeitspunktes der Verstärkerröhre auf der $I_a - U_a$- oder $I_a - U_g$-Kennlinie (Arbeitskennlinie) bestimmt durch Festlegung der Steilheit den Grad der Verstärkung, die Größe der Verzerrung und den Wirkungsgrad des Leistungsverstärkers. Bei Vorverstärkung kommt es besonders bei größeren Amplituden darauf an, den Arbeitspunkt dorthin auf die Kennlinie zu legen, wo die Steilheit groß und der Verlauf der I_a—U_g-Kennlinie möglichst geradlinig ist. Diese Art der Verstärkung wird als A-Verstärkung bezeichnet. Bei der Leistungsverstärkung handelt es sich weniger um Vermeidung zusätzlicher Verzerrung, als um Ausnutzung eines

möglichst großen aussteuerbaren Bereiches der Kennlinie, man kennt daher bei ihr neben der A-Verstärkung noch die B-Verstärkung und Abarten davon.

α) A-Verstärkung. Bei gegebener Anodenspannung wird eine solche Gittervorspannung eingestellt, daß nach Abb. 200 der Arbeitspunkt in der Mitte des ausnutzbaren Bereiches der I_a—U_g-Kennlinie (Arbeitskennlinie) liegt, der spannungsmäßig durch die zum unteren Knick gehörige Gitterspannung und durch die Gitterspannung begrenzt ist, bei der gerade noch kein Gitterstrom einsetzt. Die Amplitude der Wechselspannung darf diese beiden Grenzen nicht überschreiten. Der nach (9) entstehende und im Anodenkreis fließende Wechselstrom $\mathfrak{J}_a$ enthält bei Verwendung der Triode die geradzahligen, bei Verwendung der Pentode die ungeradzahligen Harmonischen.

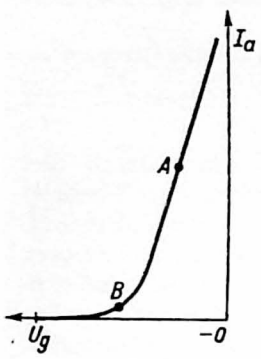


Abb. 200.
Wahl des Arbeitspunktes

β) A-Gegentaktverstärkung. Handelt es sich um die Verstärkung niederfrequenter Spannungen, so daß als Koppelglieder brauchbare Übertrager (Transformatoren) anwendbar sind, so kann man zwei Röhren gleicher Type in A-Verstärkung als Gegentaktstufe nach Abb. 201 schalten. Es kommen für diese Schaltung hauptsächlich Trioden in Frage. Diese Schaltung bringt die gleiche Leistung wie zwei nach α) parallel geschaltete Einzelröhren gleicher Type. Dies ist kein besonderer Vorteil, wohl aber wird der Klirrfaktor von $\mathfrak{J}_a$ gegenüber dem A-Verstärker dadurch sehr herabgesetzt, daß die geradzahligen Harmonischen verschwinden (gute Verzerrungsfreiheit). Störspannungen aus den Batteriezuleitungen werden außerdem unterdrückt.

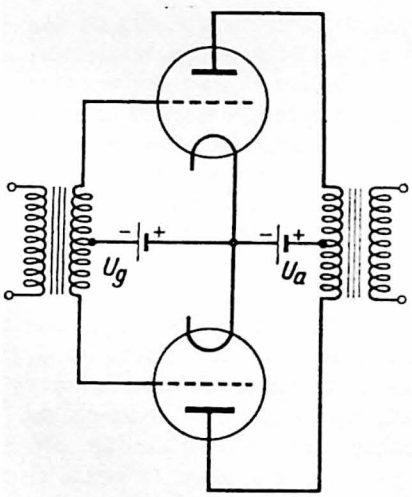


Abb. 201.
Verstärker in Gegentaktschaltung

Die Gegentaktschaltung erfordert je einen in der Mitte angezapften Transformator im Gitter- und Anodenkreis. Die Spannung an den beiden Gittern ist in jedem Augenblick um 180° phasenverschoben; man kann im Gitterkreis jedoch auch Widerstandskopplung verwenden, wenn man durch eine Kunstschaltung für Phasenumkehr am zweiten Gitter sorgt.

Philips, Mh. **61**, 121, 1938. Über Mischhexode s. Schäfer, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **51**, 109, 1938.

Die im Anodenkreis erzielbaren Wirkungsgrade sind:

Max. Nutzleistung / zugeführter Leistung = 50%,
Max. Nutzleistung / höchst zulässiger Anodenverlustleistung = 50%.
Der Anodengleichstrom (Ruhestrom) bleibt stets konstant.

γ) B-Verstärkung. Der Arbeitspunkt liegt nach Abb. 200 bei B im unteren Knick der Kennlinie, die bis kurz vor Einsatz des Gitterstromes ausgesteuert wird. Der Anodenwechselstrom $\mathfrak{J}_a$ ist stark verzerrt; um wenigstens die geradzahligen Harmonischen beseitigen zu können, wird diese Schaltung nur in der Gegentaktschaltung verwendet. Ein Vorteil der B-Verstärkung ist der,

daß bei Gitterwechselspannung $\mathfrak{U}_g = 0$ auch der Anodengleichstrom I_a nahezu gleich 0 ist, so daß die Röhre in diesem Falle nicht belastet und damit geschont wird. Diese Schaltung bringt die vierfache Leistung einer Röhre in der Schaltung nach α).

Die im Anodenkreis erzielbaren Wirkungsgrade sind:
Max. Leistung / zugeführter Leistung = 78,5%,
Max. Nutzleistung / höchst zulässiger Anodenverlustleistung = 250%.
Man benötigt daher bei B-Verstärkung für die gleiche max. Wechselstromleistung wie bei A-Verstärkung nur ein Fünftel der dort erforderlichen Anodenverlustleistung; s. a. Schmoll, Funk 673, 1934.

Ein gewisser Nachteil der Schaltung ist der, daß infolge des mit der Amplitude veränderlichen Anodengleichstromes eine automatische Erzeugung der Gittervorspannung über einen Kathodenwiderstand, wie in Abschn. e, unten beschrieben, Schwierigkeiten bereitet.

δ) Abarten der B-Verstärkung. 1. Der Arbeitspunkt liegt im unteren Knick, die Aussteuerung verläuft jedoch bis in den positiven Bereich, so daß Gitterstrom fließt. Infolgedessen kann die Gegentaktschaltung nicht leistungslos gesteuert werden und bedarf einer als Treiber bezeichneten leistungsfähigen Vorstufe (eine geeignete Treiberröhre ist die KC 1, die jedoch nur zusammen mit der für Gegentaktschaltung entwickelten Doppeltriode KDD 1 verwendbar ist).

2. Der Arbeitspunkt ist durch hohe negative Vorspannung weit nach links in den Anlauf der Kennlinie verschoben (C-Gleichrichtung).

Über Verwendung von Pentoden in B-Verstärkung s. Tillmann, Telefk.-Röhre, H. 13, 73, 1938; Endröhrenprobleme s. Kleen, Beilage. Telefk.-Röhre, S. 6, 1936; Gegentakt-Endstufen s. Tillmann, Telefk.-Röhre H. 13, 73, 1938; Theorie d. Senderverstärkers s. Rothe, ebd. H. 14, 190, 1938.

e) Erzeugung der Gittervorspannung. Zur Festlegung des Arbeitspunktes ist die Anschaltung der zugehörigen Gittervorspannung erforderlich. Man kann in vielen Fällen diese Spannung einer (möglichst salmiakfreien) Trockenbatterie entnehmen und sie z. B. gemäß Abb. 202 zwischen Gitter und einem Heizpol einschalten. Die Lebensdauer derartiger Gitterspannungsbatterien ist groß; eine Kontrolle der Spannung ist nur in großen Zwischenräumen notwendig. In anderen Fällen, besonders bei vollautomatischem Netzbetrieb und bei Verwendung zahlreicher Verstärkerröhren kann man die Gitterspannungen über Potentiometer von einer gut geglätteten Gleichrichterspannung (Kupferoxydul-Gleichrichter) abzweigen. Die Glättungsmittel vermögen den Brumm zu beseitigen, wenn sie aus mehreren T-Gliedern mit Drosseln von etwa 0,5 H und Kapazitäten von 500 μF aufgebaut sind.

Ein weiteres Mittel zur Herstellung der Gittervorspannung ist die Erzeugung eines Spannungsabfalles an einem „Kathodenwiderstand" R_k nach Abb. 203 mittels des durch R_k fließenden Anodenstromes I_a. Damit über R_k kein Wechselspannungseinfluß entstehen kann, muß dieser durch einen Kondensator C_k hoher Kapazität, die für die betreffenden Frequenzen praktisch einen Kurzschluß darstellt, überbrückt werden. Die Größe von R_k berechnet sich zu U_g/I_a. Bei Verstärkerschaltungen mit stark schwankendem I_a, z. B. bei B-Verstärkung, bereitet diese Art der Gitterspannungserzeugung Schwierigkeiten. Sonst hat diese Schaltung noch den Vorteil, Schwankungen und Streuungen der Röhre infolge von Kennlinienverlagerung während des Betriebes in gewisser Weise zu kompensieren.

B. Schaltungsarten

a) Allgemeines. Die Spannungsverstärkung einer einzelnen Verstärkerröhre ist im praktischen Betrieb stets kleiner als $1/D$ bzw. μ. Will man höhere Verstärkungen erreichen, so schaltet man mehrere Röhren in Reihe. Nach den hierbei benötigten Koppelelementen teilt man die Verstärker in Resonanz-, Widerstands-, Drossel- und Transformatorverstärker ein. Die Resonanzverstärker sind für den gesamten Frequenzbereich, die Widerstandsverstärker und in beschränktem Maße die Drosselverstärker für den gesamten Frequenzbereich mit Ausnahme der höchsten Frequenzen und die Transformatorverstärker für den Niederfrequenzbereich geeignet. Die Transformatorkopplung ist weitgehend von der Widerstandskopplung verdrängt, ihr Hauptanwendungsgebiet liegt noch beim Gegentaktverstärker.

Die Leistungsverstärkung einer einzelnen Verstärkerröhre ist nach (11) durch den maximalen Wirkungsgrad gegeben. Höhere Leistung erzielt man durch Anwendung der Gegentaktschaltung, soweit geeignete Übertrager in dem betreffenden Frequenzbereich zur Verfügung stehen, oder durch Parallelschaltung mehrerer Röhren. Bei Parallelschaltung verringert sich R_i und erhöht sich S proportional der Anzahl der Röhren. Man wendet auch bei gegebenem niedrigem Verbraucherwiderstand R_a die Parallelschaltung zur Anpassung von R_i an R_a an.

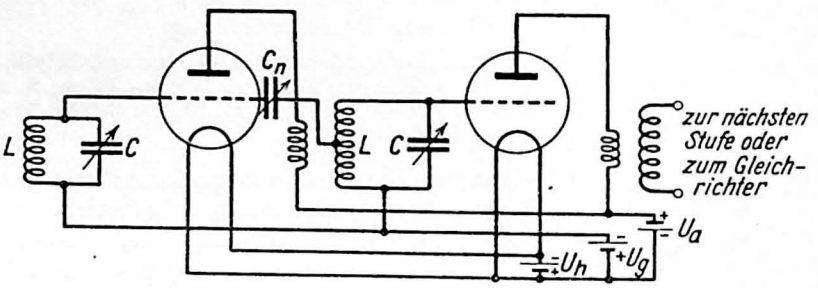


Abb. 202. Zweistufiger Resonanzverstärker mit Trioden und Neutralisierung, Gittervorspannung durch Batterie

b) Resonanz- (Sperrkreis-) Verstärkung. Diese wird bevorzugt bei Verstärkung höchster und hoher Frequenzen angewandt, da in den zugehörigen Frequenzbereichen die Spulen der aus L und C bestehenden Resonanzkreise mit verhältnismäßig billigen Mitteln herstellbar sind. Das gegenüber R_i für die Verstärkung erforderliche hohe $\Re_a$ des Anodenkreises wird hierbei durch Einschaltung des Resonanzkreises in den Anodenkreis oder durch einen Lufttransformator mit abgestimmter Gitterseite erreicht. Abb. 202 zeigt eine Zweiröhrenschaltung unter Verwendung von Trioden. Infolge der erheblichen Anoden-Gitterkapazität dieser Röhren neigen sie zur Selbsterregung, so daß die Einschaltung eines Neutrodynkondensators C_n erforderlich werden kann; s. Abschn. b, S. 307. Ein weiterer Nachteil der Triodenverwendung ist in der dämpfenden Wirkung des geringen Innenwiderstandes R_i und in der dadurch bedingten Herabsetzung der Selektivität zu suchen.

Man umgeht die Neigung der Schaltung zur Selbsterregung und die Selektivitätsverringerung durch Verwendung von Pentoden, für die Abb. 203 ein Schaltschema zeigt. Aus der Abb. 203 ist gleichzeitig ersichtlich, wie die Schutz-

gitterspannung U_{g2} über einen hohen Widerstand von der Anodenspannung abgezweigt wird. Die Gittervorspannung wird vollautomatisch hergestellt.

Die Wirkwiderstände $L/C\,R$ sind groß zu machen; dies erfordert besonders bei sehr hohen Frequenzen besondere Sorgfalt in der praktischen Herstellung der Schwingungskreise (sehr kleines R bei großem L, verlustfreies C, kapazitäts- und induktionsarme Leitungsführung). Der Resonanzverstärker verstärkt infolge der Selektion der Sperrkreise nur einen schmalen Frequenzbereich; zur gleichmäßigen Verstärkung eines breiten Frequenzbereiches ist nach Abschn. c, S. 256 die Ausbildung der Sperrkreise zu Breitbandfiltern nötig.

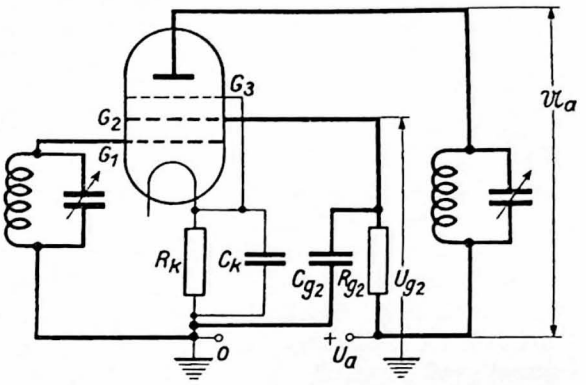


Abb. 203. Einstufiger Resonanzverstärker mit Pentode, Gittervorspannung vollautomatisch

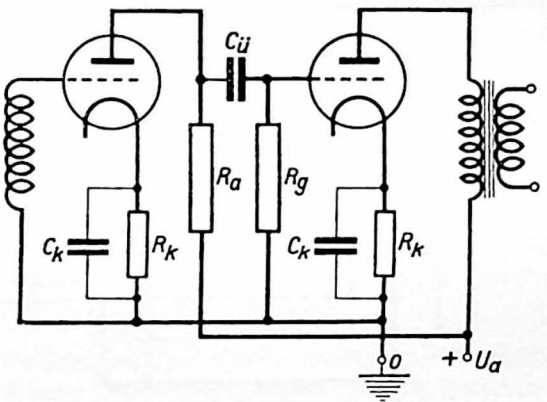


Abb. 204. Zweistufiger Widerstandsverstärker

c) Widerstandsverstärker. Als Koppelglieder zwischen den Röhren dienen Widerstände und Koppelkondensatoren. Abb. 204 zeigt das Schaltschema für einen Zweiröhren-Niederfrequenzverstärker mit Triodenbestückung, es können ebensogut Pentoden, diese der höheren Verstärkung wegen, verwendet werden. An R_a entsteht der Spannungsabfall $\mathfrak{U}_a$, der durch den Übertragerkondensator $C_{ü}$ möglichst ohne Spannungsverlust an das zweite Gitter übertragen werden soll. R_g dient als Gitterableitung.

Die Widerstandsverstärkung ist nicht selektiv, sondern überträgt ein breites Frequenzband. Im Hochfrequenzgebiet müssen die schädlichen, den Widerständen parallel liegenden Streukapazitäten C klein gehalten werden. Die Spannungsverstärkung im Durchlaßbereich ergibt sich zu

$$V = \frac{S}{\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_g}} = S\,R'.$$

Als Grenzfrequenzen des Bereiches werden die obere und die untere Frequenz definiert, bei denen V auf den $1/\sqrt{2}$-ten Teil abgefallen ist.

Die obere Grenzfrequenz ist durch die schädliche Kapazität C zu $\omega_{ob} = \frac{1}{C\,R'}$ bestimmt; die untere ist durch die Größe von $C_{ü}$ festgelegt und ergibt sich zu $\omega_{unt} = \frac{1}{C_{ü} \cdot R_g}$. Mayer, ETZ 48, 10,1927; Kleen, ATM Z 633—1, 1937.

Den Übertragerkondensator $C_{\ddot{u}}$ dimensioniert man so, daß bei der kleinsten zu übertragenden Frequenz ω der Wert $\frac{1}{\omega C_{\ddot{u}}}$ klein gegen R_g ist, also zu etwa 10 000 pF. R_g wird so groß wie möglich, etwa bis zu 2 MΩ gewählt.

R_a hat bei den Trioden, z. B. für AC 2 den Wert 0,2 MΩ, bei den Pentoden, z. B. AF 7 den Wert 0,2 bis 0,3 MΩ.

d) Drosselspulenverstärker für Hoch- und Niederfrequenz enthalten statt des Ohmschen Widerstandes R_a in Abb. 204 einen hohen induktiven Widerstand, eine Drosselspule mit Eisen von z. B. $L = 100$ H bei Niederfrequenz. Solange ωL groß gegen R_i ist, also besser bei höheren als bei niedrigen Frequenzen, erhält man annähernd frequenzunabhängige Verstärkung. Wie bei c) beeinträchtigen die Kapazitäten der Spule, der Röhre usw. die Verstärkung, sie geben hier zu Resonanzen Anlaß, die aber nicht erheblich stören, solange es praktisch möglich ist (bis etwa $f = 3 \cdot 10^5$ Hz), Spulen herzustellen, deren Scheinwiderstand groß gegen R_i ist. Über die Grenzfrequenzen gilt Ähnliches wie bei c).

e) Transformatorverstärker. Die Übertragung der Wechselspannung von einer Stufe zur anderen geschieht durch Transformatoren. Der Transformatorverstärker ist dem Widerstandsverstärker dadurch überlegen, daß er selbst primär zu sekundär eine Spannungserhöhung vornimmt. Diese Art der Verstärkung wird trotzdem nur noch wenig angewandt (z. B. unerläßlich bei den Gegentaktschaltungen), da sie hinsichtlich Durchlaßbereich und Verzerrungsfreiheit der Widerstandsverstärkung unterlegen ist (Abb. 205).

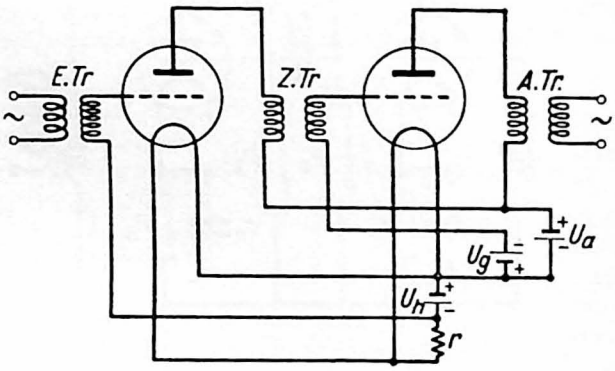


Abb. 205. Zweistufiger Transformatorverstärker

E.-, Z.-, A.-Tr. sind Eingangs-, Zwischen- und Ausgangstransformatoren. Als Röhren werden Trioden und Endpentoden eingeschaltet.

Man benutzt praktisch Transformatoren mit Eisen, bei $E\,Tr$ und $Z\,Tr$ mit sekundären Induktivitäten von 100—200 H und Windungsverhältnisse 1 : 1 bis 1 : 10. Die sekundäre am Gitter liegende Wicklung muß zur Erzielung möglichst hoher Gitterwechselspannung (Übersteuerung am Gitter ist zur Vermeidung von Verzerrungen zu unterdrücken) möglichst viele Windungen n_2, die primäre in den Eingangs- oder Anodenkreis eingeschaltete Wicklung so viele Windungen n_1 erhalten, daß auch bei kleinen Frequenzen ($f = 30$ Hz) ihr Scheinwiderstand $\mathfrak{R}_a$ groß gegen den inneren Widerstand R_i der Wechselstromquelle oder der Röhre ist. Beim Ausgangstransformator ist der Scheinwiderstand der primären Wicklung dem Röhrenwiderstand R_i, der Scheinwiderstand der Sekundärwicklung dem Widerstand des Verbrauchers anzupassen. Ist der Röhrenwiderstand gleich dem Verbraucherwiderstand, z. B. beim hochohmigen Kopffernhörer, so ist das Übersetzungsverhältnis von $A\,Tr$ 1 : 1.

Auch wenn die Kopplung zwischen den Stufen anders als über Transformatoren erfolgt, so wird im Ausgang stets ein Transformator verwendet werden

müssen, wenn der Verbraucher niedrigohmig ist. Dies trifft für Trioden und für Pentoden zu. Ist der für die Endröhre vorgeschriebene Ausgangswiderstand R_a, der Widerstand des Verbrauchers R, so erhält man das Übersetzungsverhältnis zu

$$\ddot{u} = \frac{n_1}{n_2} \sqrt{\frac{R_a}{R(1+0{,}25)}}.$$

Rechnet man den Widerstand eines dynamischen Lautsprechers zu 4 Ω, so ergibt dies für die Endtriode AD 1 mit $R_a = 2300$ Ω das Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$ zu 21 : 1, für die Endpentode AL 4 mit $R_a = 7000$ Ω $\ddot{u}$ zu 35 : 1.

Rukop, Telefk.-Z. H. 9, 10, 1928; Osnos, ebd. H. 10, 39, 1929; Pitsch, Funk S. 628, 1938 u. FTM S. 325, 1938.

C. Entdämpfung und Dämpfung

a) Rückkopplung. Eine Steigerung der Empfindlichkeit läßt sich bevorzugt bei Gleichrichtern durch Anwendung des Rückkopplungsprinzips (S. 231) erzielen, indem man die verstärkte Anodenwechselspannung auf das Gitter zurückübertragt, also den Gitterkreis der Röhre mit ihrem Anodenkreis kapazitiv oder induktiv koppelt, jedoch so lose, daß Selbsterregung (wie bei Röhrensendern) eben noch nicht eintritt. Die induktive Rückkopplung bei einem Audion mittels einer Rückkopplungsspule L_R zeigt Abb. 210; schließt man L_R kurz und schaltet zwischen die Punkte a und b einen Kondensator, so erhält man die kapazitive Rückkopplung. Diese Rückkopplung wirkt, wenn sie in der richtigen Phase erfolgt, wie ein negativer Widerstand, der die Dämpfung eines gleich großen positiven Widerstandes aufhebt („Dämpfungsreduktion"), und hat eine Amplitudensteigerung der Anodenwechselspannung zur Folge. Beim Überlagerungsempfang unmodulierter funkentelegraphischer Zeichen mittels Audion steigert man zweckmäßig den Rückkopplungsgrad bis zur Selbsterregung der Röhre (Schwingaudion), wodurch ein besonderer Sender zur Erzeugung der Überlagerungsschwingung entbehrlich wird.

b) Entkopplung, Neutralisierung. Unbeabsichtigte Rückkopplungen entstehen bei allen Verstärkern durch elektrische und magnetische Streufelder von Spulen, Kondensatoren und sonstigen Konstruktionsteilen. Da nun induktive Kopplungselemente mit den unvermeidlichen, wenn auch oft nur kleinen Kapazitäten schwingungsfähige Gebilde darstellen, so tritt leicht Selbsterregung (das „Pfeifen" der Verstärker bei hörbarer Frequenz der selbsterregten Schwingungen) ein. Durch Abschirmung der Verstärkerstufen mittels geschlossener geerdeter Metallhüllen läßt sich diese Schwingneigung, die mit zunehmender Anzahl der Stufen und mit zunehmender Frequenz wächst, verringern. Bei Hochfrequenzverstärkern (für etwa $f = 10^6$ bis 10^7 Hz) mit abgestimmten Schwingungskreisen jedoch ist Selbsterregung von Eingitterröhren auch bei Abschirmung nicht immer zu vermeiden, weil die Kapazität zwischen Anode und Gitter eine ausreichende Rückkopplung von Gitter- und Anodenkreis bewirkt.

Es bedarf in solchen Fällen zur „Entkopplung" von Gitter und Anodenkreis besonderer Kompensationsanordnungen, welche die Wirkung der Anodengitterkapazität neutralisieren („Neutrodyn"schaltung). Dazu werden Induktivitäten oder meist Kapazitäten benutzt, also die gleichen Organe wie bei Verstärkern mit beabsichtigter Rückkopplung, nur müssen diese Organe zur Entkopplung in umgekehrtem Wirkungssinn wie zur Rückkopplung geschaltet

werden. In Abb. 202 erfolgt beispielsweise die Entkopplung der ersten Stufe mittels des Neutrodynkondensators C_n. Die Selbsterregung einer einzigen Verstärkerstufe läßt sich jedoch noch leichter und besser durch Verwendung der mit Schirmgitter ausgerüsteten Pentoden vermeiden, da bei diesen die Rückkopplungskapazität zwischen Anode und Steuergitter auf einen unwirksamen Betrag herabgedrückt ist. Eine Neutralisierung erübrigt sich dann in solchen Fällen.

c) Gegenkopplung, Beseitigung von Verzerrungen. Nichtlineare Verzerrungen, die bei Röhren mit gekrümmter Kennlinie auftreten — besonders bei Pentoden im Niederfrequenzgebiet —, können durch Gegenkopplung in ihrem Betrage herabgesetzt bzw. ausgeglichen werden. Schaltungsmäßig wird hierbei ein Teil $\mathfrak{U}_{ag}$ der Anodenwechselspannung $\mathfrak{U}_a$ so auf das Eingangsgitter rückübertragen, daß (im Gegensatz zur Rückkopplung) die rückgeführte Spannung der Eingangsspannung entgegenwirkt, dadurch wird die Eingangsspannung nicht allein verkleinert (dämpfende Wirkung), sondern auch die in der Röhre entstehenden Verzerrungen infolge Gegenphasigkeit teilweise kompensiert (Entzerrung). Störgeräusche wie Netzbrumm werden gleichfalls verringert. Man unterscheidet die Stromgegenkopplung, bei der die rückgeführte Spannung dem Anodenstrom, und die Spannungsgegenkopplung, bei der die rückgeführte Spannung der Anodenspannung proportional ist.

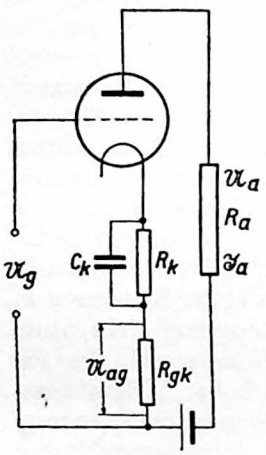


Abb. 206.
Stromgegenkopplung

α) Stromgegenkopplung (Abb. 206). Im Kathodenzweig liegt außer dem die Gittervorspannung bestimmenden Kathodenwiderstand R_k noch ein, nicht durch eine Kapazität überbrückter Widerstand R_{gk}, an dem durch den Anodenwechselstrom $\mathfrak{J}_a$ die rückgeführte Wechselspannung $\mathfrak{U}_{ag}$, die mit der Eingangswechselspannung $\mathfrak{U}_g$ in Reihe liegt, erzeugt wird. Durch die Stromgegenkopplung wird die Steilheit verkleinert und der innere Widerstand vergrößert, während der Verstärkungsfaktor unverändert bleibt. Der Widerstand R_k kann bei Fortfall des Kondensators C_k die Rolle von R_{gk} mit übernehmen. Stromkopplung, besonders bei Trioden angewandt, bevorzugt in der Verstärkung die sonst etwas vernachlässigten höheren Frequenzen des Niederfrequenzspektrums.

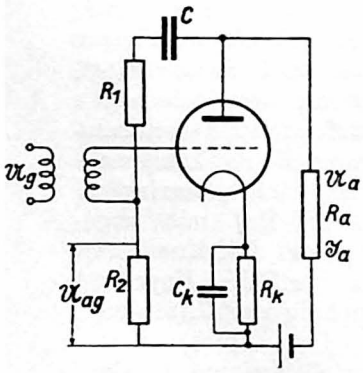


Abb. 207.
Spannungsgegenkopplung

β) Spannungsgegenkopplung (Abb. 207). Die Anodenwechselspannung wird über den Koppelkondensator C dem Spannungsteiler R_1 und R_2 zugeführt. Die rückgeführte Wechselspannung entsteht an R_2 und liegt mit der über einen Transformator zugeführten Eingangswechselspannung $\mathfrak{U}_g$ in Reihe. Im Gegensatz zur Stromgegenkopplung wird bei Spannungsgegenkopplung der innere Widerstand und der Verstärkungsfaktor verkleinert, die Steilheit unverändert gelassen. Spannungsgegenkopplung findet besonders bei Pentoden Verwen-

dung, da für diese eine Herabsetzung des inneren Widerstandes erwünscht ist; die sonst vorhandene Bevorzugung der höheren Frequenzen wird herabgesetzt.

Über Gegenkopplungsschaltungen s. Brück, Telefk.-Röhre H. 11, 244, 1937. Zahlreiche Beispiele s. Boucke, Funk, S. 49, 1940.

3. Die Elektronenröhre als Gleichrichter

a) Allgemeines. Im folgenden werden Gleichrichterschaltungen nur so weit beschrieben, als es sich hierbei um die Erzeugung von Zwischen- und Schwebungsfrequenzen, um die Demodulation von Schwingungen (Gleichrichtung) und um die Erzeugung von Gleichströmen für Meßzwecke handelt. Drei Schaltungsarten führen zur Gleichrichtung: Diodengleichrichtung, Gittergleichrichtung, Anodengleichrichtung; s. a. Abschn. c u. d, S. 280 u. 283.

Infolge des Gleichrichtervorgangs entsteht im Gleichstromkreis des Gleichrichters, der aber auch zugleich sein Wechselstromkreis sein kann, ein Richtstrom ΔI (bzw. Δi_a nach S. 281) und an dem Belastungswiderstand R_a eine Richtspannung ΔU; wenn $R_a = 0$ ist, wird ΔI gleich dem Kurzschlußrichtstrom ΔI_k; wenn $R_a = \infty$ ist, wird ΔU gleich der Leerlaufspannung ΔU_l.

b) Diodengleichrichtung. Schaltung nach Abb. 208; der Überbrückungskondensator C_a muß groß genug dimensio-

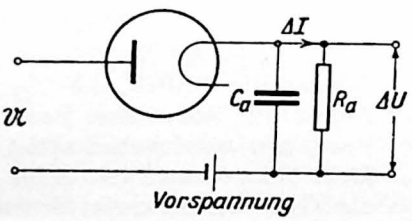


Abb. 208. Diodengleichrichtung

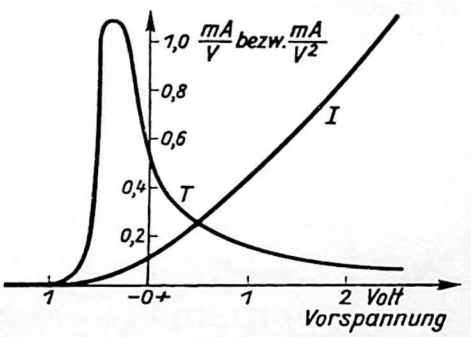


Abb. 209. Diodenkennlinie I und Krümmungsverlauf T

niert werden, daß er für den gleichzurichtenden Wechselstrom einen Kurzschluß bildet. Die Strom-Spannungsverhältnisse werden anschaulich durch die Röhrenkennlinie (Abb. 209, Kurve I) dargestellt, die im Gebiet des Anlaufstromes die Form einer e-Funktion, im unteren gekrümmten Teil parabelförmigen Verlauf hat und anschließend linear ansteigt.

α) A-Gleichrichtung. Sollen kleine Wechselspannungen von der Größenordnung einiger Volt und darunter gleichgerichtet werden, so legt man mit Hilfe der Vorspannbatterie den Arbeitspunkt auf den parabelförmig gekrümmten Teil der Kennlinie.

Ist $S = \frac{di}{du}$ die Steilheit der Kennlinie, so bezeichnet man mit $T = \frac{d^2 i}{du^2}$ die Krümmung der Kennlinie (Abb. 209, Kurve T). Für Kurzschlußrichtstrom und Leerlaufrichtspannung gilt dann

$$\Delta I_k = \tfrac{1}{4} T \mathfrak{U}^2 \tag{12}$$

$$\Delta U_l = \tfrac{1}{4} \frac{T}{S} \mathfrak{U}^2. \tag{13}$$

Der Gleichrichter arbeitet bei Belastung mit R_a wie eine Stromquelle mit der Leerlaufspannung ΔU_l, dem Kurzschlußstrom ΔI_k und dem inneren Widerstand $R_{gl} = 1/S$, so daß sich hieraus Richtstrom und Richtspannung zu

$$\Delta I = \Delta I_k \cdot \frac{1}{1 + S \cdot R_a} \tag{14}$$

$$\Delta U = \Delta I_k \cdot \frac{1}{1 + S \cdot R_a} \cdot R_a \tag{15}$$

berechnen.

Enthält die gleichzurichtende Wechselspannung $\mathfrak{U}$ außer der Grundschwingung $\mathfrak{U}_1$ noch die Harmonischen $\mathfrak{U}_2$, $\mathfrak{U}_3$ ..., so ist statt $\mathfrak{U}^2$ zu setzen $(\mathfrak{U}_1^2 + \mathfrak{U}_2^2 + \mathfrak{U}_3^2 + \cdots)$; die Größe von Richtstrom und Richtspannung wird mithin nur durch den Betrag der Amplituden, nicht aber durch die Phasenlage der Harmonischen bestimmt.

Um einen möglichst großen Richtstrom zu erhalten, macht man den Widerstand R_a, der dann im wesentlichen gleich dem Widerstand des Anzeigeinstrumentes ist, möglichst klein. Für $R_a \approx 0$ ergibt sich aus der Stromanzeige ΔI die Wechselspannung

$$\mathfrak{U} = 2 \sqrt{\frac{\Delta I}{T}}. \tag{16}$$

Als Krümmung T ist entsprechend der Größe der Aussteuerung ein mittlerer Wert einzusetzen; den Verlauf von T einer Diode AB 2 zeigt Abb. 209. Man wird bei kleiner Wechselspannung schwach negativ vorspannen, um ein großes T und damit einen großen Richtstrom zu bekommen. Die kleinste noch meßbare Wechselspannung beträgt etwa $\mathfrak{U}_{min} = 0{,}06$ V.

β) Gittergleichrichtung (Audion) (Schaltung Abb. 210). Das Audion ist seinem Wesen nach eine durch Gitter und Kathode der Verstärkerröhre dargestellte Diode, der über die Anode der Röhre eine Verstärkerstufe nachgeschaltet ist. Dementsprechend gelten für den als Gleichrichterkreis dienenden Gitterkreis dieselben Gesetze wie bei der Diodengleichung. Die Gittergleichrichtung wird weniger für Spannungsmessungen als zu Demodulationszwecken verwandt. Darum kommt es darauf an, an dem Gitterwiderstand R_g (entsprechend R_a bei α) eine möglichst große, im Takt der Modulationsfrequenz sich ändernde Richtspannung ΔU_g zu erzeugen. ΔU_g berechnet sich nach (15).

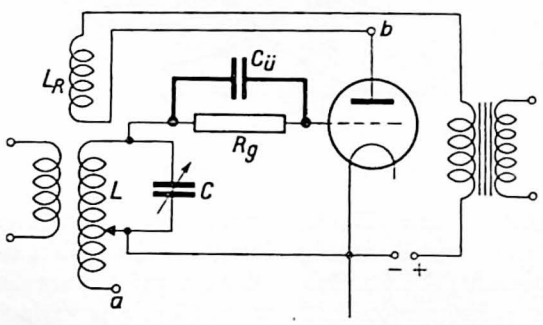


Abb. 210. Gittergleichrichtung

Der Widerstand R_g kann Werte bis zu 2 MΩ annehmen; der Gitterkondensator $C_{ü}$ wird so gewählt, daß er die Hochfrequenz ohne Verlust durchläßt, die an R_g entstehende Modulationsfrequenz jedoch gerade noch nicht schwächt (Kapazität etwa 100 bis 300 pF). Damit an R_g der Spannungsabfall ΔU_g entstehen kann, muß eine solche Vorspannung eingestellt werden, daß Gitterstrom fließen kann. Es genügt im allgemeinen, den Gitterkreis an das positive Heizfadenende anzuschließen. Die an R_g entstandene Spannung ΔU_g wird über das Gitter weiter verstärkt. Die Anodenspannung wird zu diesem Zweck so eingestellt, daß der Arbeitspunkt der Verstärkerröhre auf dem steilen Teil der

I_a—U_g-Kennlinie zu liegen kommt. Strom und Spannung im Anodenkreis berechnen sich aus den Formeln (8) u. (9), in denen für $\mathfrak{U}_g$ die Richtspannung ΔU_g eingesetzt wird.

Die mit der Gittergleichrichtung noch nachweisbaren kleinsten Wechselspannungen liegen etwas niedriger als bei der Diodengleichrichtung. Geeignete Röhren sind: Triode AC 2; Pentode AF 7.

Mit der Gittergleichrichtung ist stets eine ihre Wirkung schwächende Anodengleichrichtung verbunden, die mit dem Betrage der gleichzurichtenden Wechselspannung zunimmt. Man vermeidet diese schädliche Wirkung durch Verwendung besonderer Verbundröhren, bei denen das zur Gleichrichtung dienende Gitter in eine Diodenanode und in das eigentliche Steuergitter durch räumliche Trennung aufgeteilt ist (Verbundröhre ABC 1).

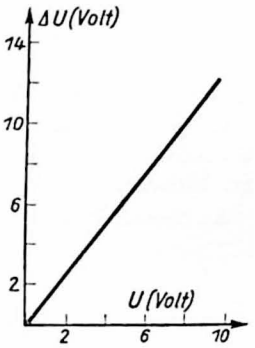


Abb. 211. Diodenkennlinie der Röhre AB 2

γ) C-Gleichrichtung (Spitzengleichrichtung für Demodulationszwecke). Sie findet bevorzugt bei der Gleichrichtung größerer Wechselspannungen von einigen Volt an aufwärts Anwendung. Die Kennlinie kann in diesem Falle als geradlinig angesehen werden (geknickte Kennlinie). Der Arbeitspunkt liegt im Nullpunkt. Abb. 211 zeigt den Spannungsverlauf für die Diode AB 2 bei einem R_a nach Abb. 208 von 0,5 MΩ und einem C von 100 μF. Die an R_a entstehende Modulationsfrequenz wird zum Gitter der folgenden Verstärkerstufe geleitet.

Über die Anwendung der Spitzengleichrichtung beim Dioden-Voltmeter s. Abschn. d, S. 282. Über Diodengleichrichtung s. Wilhelm, Telefk.-Röhre H. 8, 196, 1936.

c) Anodengleichrichtung (Richtverstärker). Der Anodengleichrichtung ist bei Gleichrichtung größerer Spannungen der Vorzug gegenüber der Gittergleichrichtung zu geben. Die Gleichrichterwirkung beruht auf der unteren Krümmung der I_a—U_g-Kennlinie der Verstärkerröhre (Abb. 194 u. 200). Schaltschema Abb. 212.

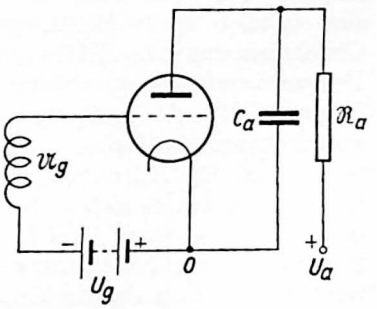


Abb. 212. Richtverstärkung

α) A-Gleichrichtung. Kleine Wechselspannungen. Die Vorspannung U_g wird so gewählt, daß der Arbeitspunkt auf dem unteren parabelförmigen Teil der Kennlinie liegt. Gitterstrom muß vermieden werden. Im Gitterkreis findet keine Gleichrichtung statt.

Der Anodengleichrichter kann als eine Stromquelle mit dem inneren Widerstand $R_i = \frac{\mu}{S}$, dem im Anodenkreis fließenden Kurzschlußstrom ΔI_k und der Leerlaufspannung ΔU_l angesehen werden:

$$\Delta I_k = \tfrac{1}{4}\, T\, \mathfrak{U}_g^2 \left(\frac{R_i}{R_i + \mathfrak{R}_a}\right)^2 \tag{17}$$

$$\Delta U_l = \tfrac{1}{4}\, \frac{T\mu}{S}\, \mathfrak{U}_g^2 \left(\frac{R_i}{R_i + \mathfrak{R}_a}\right)^2. \tag{18}$$

Daraus berechnet sich für den mit R_a belasteten Anodenkreis als Richtstrom

$$\Delta I_a = \tfrac{1}{4} T \mathfrak{U}_g^2 \left(\frac{R_i}{R_i + \mathfrak{R}_a}\right)^2 \cdot \frac{R_i}{R_i + \mathfrak{R}_a}, \tag{19}$$

die Richtspannung ergibt sich daraus zu $\Delta I_a \cdot R_a$.

Der Wechselstromwiderstand $\mathfrak{R}_a$ des Anodenkreises ist durch Überbrückung mit C_a möglichst klein zu halten. Bei Weiterverstärkung des Richtstromes, der z. B. gleich dem bei Überlagerung zweier Frequenzen entstehenden Schwebungsstrom sein möge, über eine widerstandsgekoppelte Verstärkerstufe macht man R_a groß.

β) B-Gleichrichtung. Bei Gleichrichtung von Wechselspannungen, die infolge ihres hohen Betrages die Kennlinie in den geradlinigen Teil aussteuern, spricht man von B-Gleichrichtung. Man kann in einem solchen Fall meist den Verlauf der Kennlinie rechts der in einen Knick entarteten Krümmung als geradlinig mit der Steilheit S annehmen (geknickte Kennlinie, Arbeitspunkt im Knick).

In diesem Fall gilt für den Richtstrom

$$\Delta I_a = \frac{1}{\pi} \cdot S \mathfrak{U}_g \frac{R_i}{R_i + \mathfrak{R}_a}, \tag{20}$$

daraus folgt für die Richtspannung $\Delta U_a = \Delta I_a \cdot R_a$.

γ) Über den Einfluß der Harmonischen und der Phasenlage gilt sinngemäß das unter b, S. 309 und in Abschn. c, S. 281 Gesagte.

δ) Über den Richtverstärker als Röhrenvoltmeter s. Abschn. c, S. 280.

4. Die Elektronenröhre in Sonderschaltungen

A. Erzeugung von Zwischen- oder Schwebungsfrequenzen

a) Allgemeines. In der Empfangstechnik, aber auch in der Meßtechnik kann es Vorteile bringen, die Verstärkung hoher Frequenzen nach einer einstufigen Vorverstärkung bereits zu beenden, der zu messenden Frequenz f eine ähnlich große Hilfsfrequenz $f_{\ddot{u}}$ zu überlagern, beide Frequenzen durch Gleichrichtung in die Differenzfrequenz umzuwandeln und diese niedrigere Frequenz weiter zu verstärken (Superheterodyn-Empfang). Liegt die Differenzfrequenz $\Delta f = f - f_{\ddot{u}}$ in der Größenordnung von Hör- bis Hochfrequenz, so spricht man von Zwischenfrequenz, liegt sie darunter, von Schwebungsfrequenz. Die Schwebungsfrequenz kann unter Umständen weniger als 1 Hz betragen, wenn es sich z. B. nach Abschn. e, S. 274 darum handelt, eine unbekannte Frequenz f_x als $f_n \pm \Delta f$ zu bestimmen. Im folgenden sollen einige Schaltungen zur Erzeugung der Differenzfrequenz durch Mischung besprochen werden; die Auswahl der Kopplungselemente und der nach der Erzeugung der Differenzfrequenz zur Weiterverstärkung nötigen Schaltung richtet sich nach der Größe der Frequenz, hierfür gilt das in Abschn. B, S. 304 Gesagte.

b) Verwendung getrennter Eingangsverstärker und einer besonderen Gleichrichterröhre; additive Mischung (Abb. 213). Die beiden zu überlagernden Frequenzen f_1 und f_2 werden ungekoppelt je einer Pentode oder Triode zugeführt, dort verstärkt und über eine Widerstandskopplung einer weiteren gemeinsamen Röhre, z. B. einer Triode, als Anodengleichrichterröhre zugeführt (über Anodengleichrichtung s. oben B-Gleichrichtung). Im Anodenzweig der Triode fließt die Differenzfrequenz Δf. Ist diese kleiner als 30 Hz, so kann man beispielsweise

einen in den Anodenzweig eingeschalteten hochohmigen Zähler oder einen Drehspulschnellschreiber unmittelbar betreiben.

Die Zuführung der Frequenzen an zwei räumlich getrennte Gitter, wie in der Abb. 213, trägt zur Vermeidung unerwünschter Kopplungen

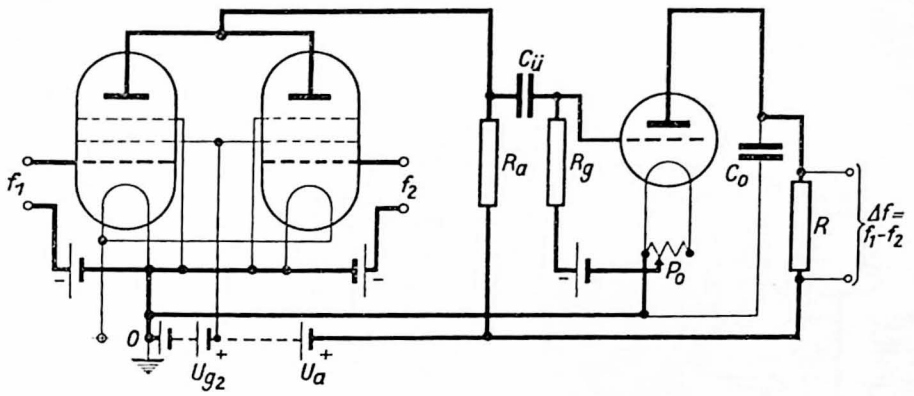


Abb. 213. Schwebungserzeugung mit getrennten Röhren

zwischen den die Frequenz f_1 und f_2 erzeugenden Kreisen bei. Durch Wahl von Pentoden werden außerdem Rückwirkungen seitens des Anodenkreises vermieden.

c) Verwendung einer Hexode als Mischröhre; multiplikative Mischung (Abb. 214). Es wird angenommen, daß aus zwei Hochfrequenzen eine mittelfrequente Zwischenfrequenz erzeugt werden soll. Die Hochfrequenz f_1 wird über einen Resonanzkreis dem Regelgitter G_1, die Überlagerungs- oder Hilfsfrequenz f_2 dem zweiten Steuergitter G_3 (Verteilungsgitter) zugeführt. Die Überlagerungsfrequenz f_2 wird nach einer der Abb. 145 bis 149 in einer Triode gesondert erzeugt. Der Anodenkreis der Hexode ist als Resonanzkreis auf die Zwischenfrequenz abgestimmt. In ihm fließt die von der Hexode erzeugte Zwischenfrequenz $\Delta f = f_1 - f_2$. Eine geeignete Röhre ist die AH 1.

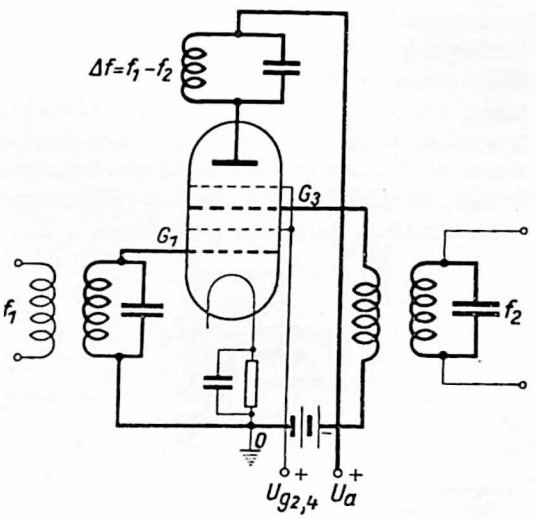


Abb. 214. Zwischenfrequenzerzeugung mit Hexode und Überlagerer

d) Verwendung der Oktode als Misch- und Oszillatorröhre; multiplikative Mischung (Abb. 215). Die Frequenz f_1 wird dem Gitter 4 zugeführt. Die Überlagerungsfrequenz f_2 wird unter Verwendung der Hilfsanode G_2 und des Gitters 1 als Hilfstriode nach Schaltung Abb. 149 in der Oktode selbst erzeugt. Der Anodenkreis der Röhre ist wiederum auf die

Zwischenfrequenz Δf abgestimmt, die in der Oktode multiplikativ erzeugt wird. Eine geeignete Oktode ist die AK 2.

Dem Schaltbild entsprechend wurde auch hier die Überlagerung zweier Hochfrequenzen angenommen. Dies ist jedoch nicht Voraussetzung, ebenso nicht wie in Abschn. c, denn es können genau so Niederfrequenzen überlagert werden, ebenso ist die Erzeugung von Schwebungsfrequenzen möglich. Der Eingangskreis von Gitter 4 wird dann als Widerstandskopplung ausgebildet; der Anodenkreis erhält aperiodisch einen Ohmschen Widerstand R_a statt eines Sperrkreises.

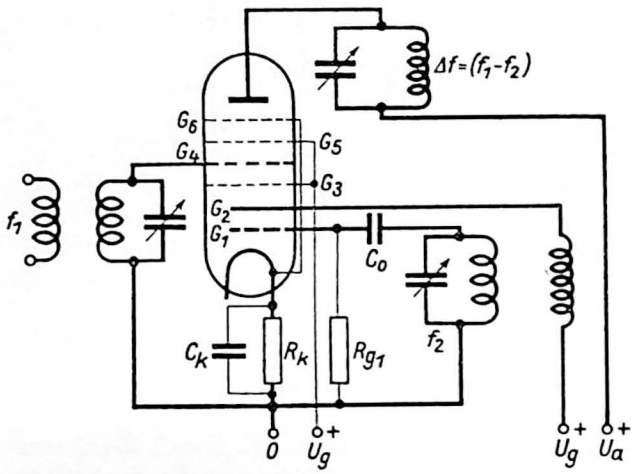


Abb. 215. Zwischenfrequenzerzeugung mittels Oktode

Mischröhren s. Steimel, Telefk.-Röhre H. 2, 45, 1934; H. 3, 85, 1935. Mehrdeutigkeiten in der Mischröhre s. Wilhelm, ebd. H. 6, 58, 1936. Spiegelfrequenzen s. Pitsch, Funk 85, 1937. Mischröhren u. Verzerrung s. Strutt, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **49**, 20, 1937. Admittanzen von Mischröhren s. Strutt, ENT **15**, 10, 1938. Oktode als Mischrohr (Tonfrequenz) s. Pavlik, ebd. **12**, 53, 1935.

B. Die Elektronenröhre in Relaisschaltung

a) Relaisschaltung. Die Elektronenröhre, insbesondere die Eingitterröhre, findet in starkem Maße als Relais dort Verwendung, wo entweder infolge des geringen zur Verfügung stehenden Stromes die Betätigung eines normalen hochempfindlichen elektromagnetischen Relais oder eines Anzeigeinstrumentes (Strommessers) nicht mehr erreichbar ist (Prinzip der Gleichstromverstärkung) oder wo trotz genügender Betätigungsspannung der Betätigungsstrom nicht die zur Betätigung eines mechanischen Relais nötige Stärke erreichen darf (Relaisprinzip). Es ist ferner möglich, mit Hilfe der Elektronenröhre die Schaltzeit eines elektromagnetischen Relais zu beeinflussen. Zur Erreichung möglichst kleiner Schaltzeiten bei gegebenem Relaisstrom muß man eine Verstärkerröhre mit hohem inneren Widerstand und großem Verstärkungsfaktor verwenden.

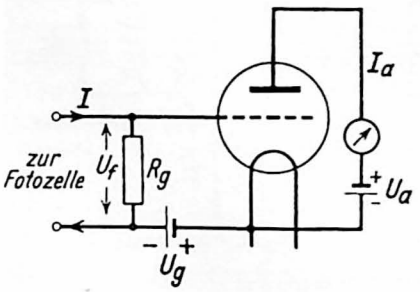


Abb. 216. Relaiswirkung durch Gitterspannungskompensation

Fischer u. Pungs, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **35**, 205, 1910; Strohmeyer, ebd. **39**, 122, 1932.

α) Relaiswirkung durch Änderung der Gitterspannung (Abb. 216). Eine häufige Anwendung findet die Photozelle in Verbindung mit einer Verstärkerröhre als Photokontakt zum Schalten periodischer Vorgänge, z. B. Übertragung des Sekundenkontakts der Pendeluhr. Im Anodenkreis der Röhre liegt das Registrierinstrument, z. B. Drehspulschnellschreiber oder Oszillograph. Im Gitterkreis liegt in Serie mit einem hohen Widerstande R_g eine negative

Vorspannung U_g, die so groß gewählt ist, daß die Röhre gesperrt wird (Sperrschaltung). Der Photostrom I fließt durch den Widerstand R_g, an dem ein Spannungsabfall U_f entsteht; man wählt dann R_g so groß, daß die Spannung U_f einen mehr oder weniger großen Teil von U_g kompensiert, womit die Sperrung der Röhre mehr oder weniger weit aufgehoben wird. Arbeitet man mit Ruhestrom im Anodenkreis, so muß man Stromrichtung von I und Vorzeichen von U_g vertauschen.

β) Relaiswirkung durch Änderung des Gitterwiderstandes. Die Vorspannung am Gitter der Verstärkerröhre ist entweder so gewählt, daß Dauerstrom in dem Anodenkreis fließt (Stromschaltung, maximal zulässige Anodenbelastung nicht überschreiten!), die Gitterspannung ist dann durch Kontakteinwirkungen am Widerstand so zu ändern, daß der Anodenstrom verschwindet; oder die Spannung ist so gewählt, daß die Röhre gesperrt ist (Sperrschaltung), die Gitterspannung ist dann so zu ändern, daß Anodenstrom entsteht. Beide Male wird die Änderung der Gitterspannung nicht wie nach α) durch Ein- oder Ausschalten eines Steuerstromes I, sondern durch Änderung des Widerstandes R_g im Gitterkreis erreicht. Diese Methoden werden häufig angewandt, wenn es sich darum handelt, mittels Quecksilberkontaktes z. B. an einer Pendeluhr oder mittels Quecksilberkontaktthermometers Ströme zu steuern, ohne daß der Quecksilberkontakt belastet wird.

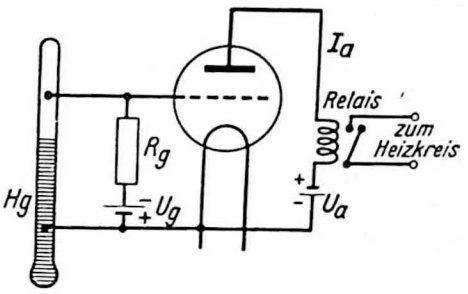


Abb. 217. Röhrenrelais

Beispiel. Abb. 217 zeigt eine Röhre in Sperrschaltung in Verbindung mit einem empfindlichen Quecksilberthermometer. Die Röhre ist bei einer Anodenspannung von 200 V völlig gesperrt, wenn die Gitterspannung — 30 V beträgt. In Serie mit der Gitterspannung liegt der Gitterwiderstand von etwa 3 MΩ, das Thermometer liegt mit dem einen Kontakt am Gitter, mit dem anderen an der Kathode. Bei Kontaktschluß im Thermometer wird die Sperrung der Röhre aufgehoben, der Anodenstrom steigt bei einer Belastung von R_a gleich 5000 Ω auf etwa 10 mA. Der durch den Quecksilberkontakt fließende Strom beträgt selbst nur 0,01 mA. Der Anodenstrom I_a steuert dann seinerseits ein elektromagnetisches Relais zur Unterbrechung des Heizstromes für das Quecksilberthermometer.

Soll die Röhre in Stromschaltung betrieben werden, ist also z. B. der Anodenstrom I_a der Heizstrom selbst, der das Thermometer der Abb. 217 beheizt, so verwendet man die Röhre in Schaltung nach Abb. 218. Solange der Quecksilberkontakt nicht schließt, liegt am Gitter die Spannung 0, es fließt ein Anodenstrom. Schließt der Quecksilberkontakt, so wird das Gitter auf eine Spannung von — 30 V gebracht, der Anodenstrom verschwindet.

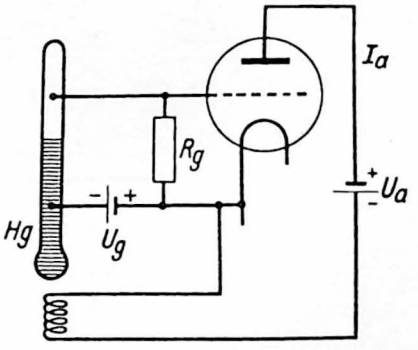


Abb. 218. Röhrenrelais

b) Steuerung von Kondensatorentladungen. Zur Erzeugung kräftiger Stromimpulse, deren Dauer kurz sein kann, deren Einsatz aber zeitlich sehr bestimmt erfolgen soll, schaltet man nach Abb. 219 eine Verstärkerröhre in Serie mit einem Kondensator C, der über einen hohen Wider-

stand R_a (Größenordnung 100000 Ω) von der Gleichspannungsquelle U_a aufgeladen wird. Die negative Gittervorspannung U_g wird so gewählt, daß im Ruhezustand der Emissionsstrom I_a durch die Röhre gesperrt wird. Wird der Gitterwiderstand R_g, dessen Größe 1 MΩ sein kann, und die Gitterbatterie durch einen Kontakt (z. B. Uhrkontakt) kurzgeschlossen oder wird an R_g eine Gegenspannung von etwa $-U_g$ angelegt, so entlädt sich der Kondensator C über die Röhre und den zu betätigenden Apparat A (Relais, Drehspule eines Schreibers). Nach Wiederherstellung der Blockierung der Röhre lädt sich der Kondensator wieder auf. Die Verwendung von Kondensatorentladungen als Betätigungsimpulse hat den Vorteil, daß man die Aufladespannung U_a und damit den Anfangswert des Entladungsstromes I_a vielmals höher wählen darf, als für die Dauerbelastung des zu betätigenden Apparates A und der Röhre zulässig ist. Man erreicht so infolge der möglichen Überlastbarkeit, daß bei Betätigung elektromagnetischer Relais (Telegraphenrelais) die Relaisverzögerung auf besser als 10^{-4} s während einer Versuchsreihe konstant ist und daß bei Betätigung der Drehspule eines Schnellschreibers auch bei hoher Streifengeschwindigkeit (100 mm/s und mehr) der Ausschlag der Schreibnadel fast rechtwinklig aus der Ruhelage heraus erfolgt. Der richtig gewählte Widerstand R_a verhindert nach Beendigung der Kondensatorentladung und noch nicht wieder hergestellter Blockierung der Röhre ein Anwachsen von I_a über den zulässigen Betrag für die Dauerbelastung.

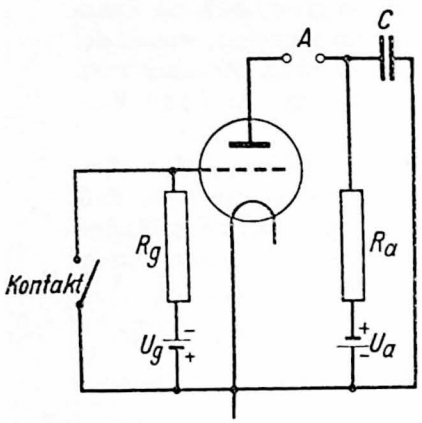


Abb. 219. Röhrenrelais für Kondensatorentladungen

c) Die Verformung von Wechselströmen sehr niedriger Frequenz, z. B. von langsamen Schwebungsfrequenzen von 1 Hz und weniger, in scharfe Stromimpulse erfolgt ebenfalls durch Anlegen der Wechselspannung der zu ver-

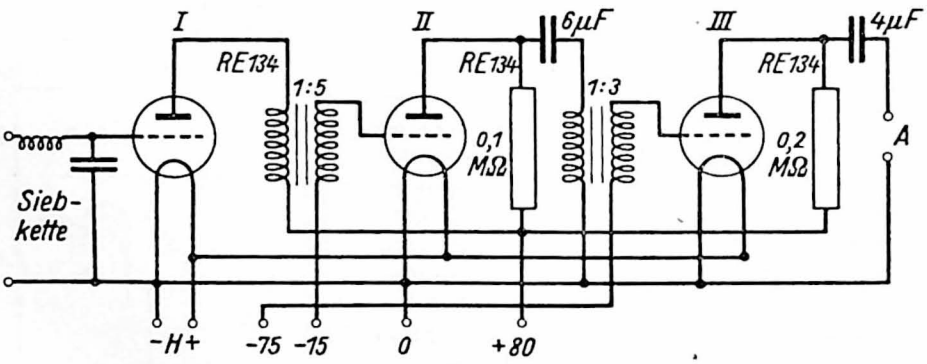


Abb. 220. Anordnung zur Verformung langsamer Schwebungsfrequenzen

formenden Frequenz an R_g der Abb. 219 oder besser durch Anlegen an den Eingangsgitterkreis einer in Abb. 220 gezeichneten Verzerrungsapparatur. Die Schwebungsfrequenz wird in der ersten Stufe vorverstärkt, die Siebkette dient zur Unterdrückung höherer Frequenzen, z. B. der Frequenz 50 Hz, die der

Schwebungsfrequenz überlagert sein können. In der zweiten Stufe wird von der verstärkten Schwebungsfrequenz eine Kondensatorentladung gesteuert, die ihrerseits wieder die Kondensatorentladung einer dritten Stufe auslöst. Auf Konstanz der Eingangsamplitude an der ersten Stufe ist zur Vermeidung von Streuungen des zeitlichen Einsatzes der Kondensatorentladung der dritten Stufe zu achten.

5. Gasgefüllte Röhren

a) Allgemeines. Die Röhren sind mit Hg-Dampf oder einem Edelgas gefüllt. Während des Betriebes des Rohres sind Elektronen, positive Ionen und neutrale Atome vorhanden. In überwiegendem Maße beteiligen sich nur Elektronen am Ladungstransport. Die Elektronen werden entweder in einem Quecksilberlichtbogen oder in einer Glühkathode erzeugt. Bei Hochvakuumelektronenröhren verhindert die um die Glühkathode gelagerte negative Raumladung bei kleinen Anodenspannungen den Anstieg des Anodenstromes zu großen Werten, in der gasgefüllten Röhre beseitigen dagegen die positiven Ionen die negative Raumladung, so daß Anodenströme bis zu vielen Ampere bei niedrigen Anodenspannungen entstehen können. Die gasgefüllten Röhren finden nicht nur zur Gleichrichtung von Wechselströmen, sondern mit einem Steuergitter versehen auch zu Verstärker- und Relaiszwecken Verwendung.

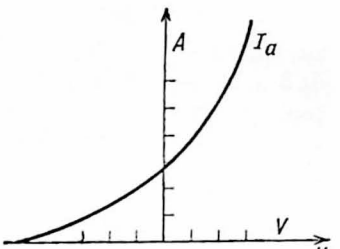


Abb. 221. Kennlinie des Wandstromverstärkers

b) Die gasgefüllte Verstärkerröhre (Wandstromverstärker). Der Wandstromverstärker ist wie eine Hochvakuumelektronenröhre wirksam. Die Anodenstrom-Gitterspannungskennlinie zeigt Abb. 221. Der Anodenstrom läßt sich durch eine Gitterwechselspannung steuern; die bei Elektronenröhren möglichen Schaltungen sind auf den Wandstromverstärker übertragbar. Der Vorteil gegenüber der Elektronenröhre ist hoher Anodenstrom bei niedriger Anodenspannung. Der innere Widerstand des Rohres beträgt 50 Ω, der Verstärkungsfaktor 20—50.

Glimmverstärkerröhren, Schröter, Telefk.-Röhre, H. 3, 103, 1935.

Um eine Steuerung der Gasentladung zu erreichen, muß Stoßionisation durch die Elektronen im Steuerraum Gitter-Anode verhindert werden, d. h. der Abstand Anode—Gitter muß klein gegen die freie Weglänge der Elektronen sein. Er beträgt nur einige Millimeter. Der Steuerraum ist an der Seite der positiven Säule angeordnet. Ist der Abstand Anode—Gitter nicht mehr klein gegen die freie Weglänge, dann tritt durch Stoßionisation selbständige Entladung in ihm ein, die nicht mehr steuerbar ist (Thyratron).

c) Das Thyratron (Stromtor, Kippschwingröhre). α) Die Zündvorgänge. Das Thyratron ist eine gittergesteuerte Gasentladungsröhre mit Anode, Steuergitter und Glühkathode. Im Gegensatz zur gasgefüllten Verstärkerröhre nach b) und zu den Hochvakuum-Elektronenröhren der vorhergehenden Abschnitte ist beim Thyratron über das Gitter eine stetige Steuerung des Anodenstromes jedoch nicht möglich; die Wirksamkeit des Gitters ist derjenigen der Zunge eines mechanischen Relais vergleichbar. Abb. 222 stellt den Verlauf des Anodenstromes in Abhängigkeit von der Gitterspannung dar; der Anodenstrom setzt bei Abwärtsregulierung der Gittervorspannung von einem hohen negativen

Betrag zu kleineren Beträgen bei einer bestimmten mit Z bezeichneten Gitterspannung plötzlich ein, um sofort einen allein durch die Anodenspannung und den äußeren Widerstand gegebenen Höchstwert zu erreichen. Der Strom ist nach der Zündung der Röhre in seiner Stärke durch irgendwelche Gitterspannungsänderungen nicht mehr regelbar.

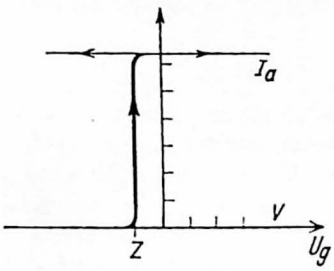


Abb. 222.
Kennlinie des Thyratrons

Die Gitterspannung Z, bei der die Röhre zündet, und die Anodenspannung U_{max}, die erforderlich ist, damit bei vorgegebener Gitterspannung Z die Röhre zünden kann, stehen in einem durch die Abb. 223 dargestellten Zusammenhang, der als Verhältnis der Gitterspannung zur Anodenspannung im Zündmoment zu bezeichnen ist. Die Kurve besagt, daß z. B. bei der beliebig eingestellten Gittervorspannung Z die Zündung dann einsetzt, wenn eine von 0 an aufsteigende Anodenspannung den mit U_{max} bezeichneten Wert erreicht hat. U_{max} wird als Zündspannung bezeichnet. Die Zündung tritt bereits bei um so kleineren Werten ein, je positiver die eingestellte Gitterspannung Z ist. Die obere Grenze von U_{max}, bei der durch eine Gitterspannung Z die Röhre noch sperrbar ist, liegt je nach Art und Druck der Gasfüllung zwischen 300 und 5000 V.

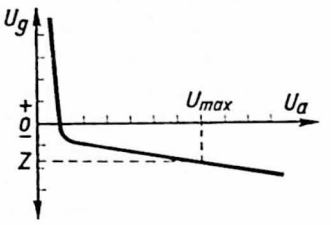


Abb. 223. Zündspannung in Abhängigkeit von der Gitterspannung beim Thyratron

Die einmal gezündete Entladung kann nur dadurch gelöscht werden, daß die Anodenspannung entweder ausgeschaltet oder zum mindesten unter die Brennspannung der Röhre verringert wird. Diese mit U_{min} bezeichnete und Löschspannung genannte Anodenspannung liegt bei Röhren mit Argonfüllung bei etwa 0 bis 20 V, bei Röhren mit Wasserstoffüllung zwischen 0 und 80 V. Nach einem Verweilen von etwa 10^{-3} bis 10^{-4} s auf dem Betrag der Löschspannung oder darunter ist das Gas so weit entionisiert, daß ein erneutes Anschalten oder Erhöhen der Anodenspannung das Rohr erst dann wieder zündet, wenn nach Abb. 223 die Zündspannung U_{max} erreicht wird. Bei Verwendung von Wechselspannung als Anodenspannung verlöscht die Röhre stets in der negativen Phase.

Lübcke, ETZ **52**, 1513, 1931; Klemperer u. Lübcke, Arch. Elektrot. **26**, 67, 1932; Glaser, Z. techn. Phys. **13**, 549, 1932; Jb. Forsch.-Inst. AEG **4**, 135, 1933/35; ETZ **57**, 399, 1936; Koch, Jb. Forsch.-Inst. AEG **5**, 141, 153, 1936/37; Z. techn. Phys. **17**, 446, 1936; Drewell, Z. techn. Phys. **17**, 249, 1936; Schmidt, ebd. **18**, 480, 1937.

β) Thyratron in Relaisschaltung. 1. Die Anodenspannung sei vorgegeben. Die Gittervorspannung wird entsprechend Abb. 223 so gewählt, daß bei dieser Anodenspannung eine Zündung der Röhre noch ausgeschlossen ist. Der die Zündung bewirkende Steuerimpuls wird als Steuerspannung U_{st} zweckmäßig an einem Widerstand erzeugt, der mit der Gittervorspannungsbatterie in Reihe geschaltet ist. U_{st} muß der Gitterspannung entgegenwirken, d. h. den absoluten Betrag der Gitterspannung verkleinern und mindestens so groß sein, daß $U_g + U_{st}$ gleich oder positiver als die zur Anodenspannung gehörige, für die Zündung nach Abb. 223 erforderliche Gitterspannung Z ist.

Nach dem Verschwinden des Steuerimpulses bleibt entsprechend α) der Anodenstrom bestehen. Die Löschung muß durch Abschalten oder Verringern der Anodenspannung auf U_{min} geschehen.

Dies kann automatisch mittels eines durch den Anodenstrom selbst betätigten, aber etwas verzögernd wirkenden mechanischen Relais oder unter Zuhilfenahme weiterer Thyratronröhren geschehen. Hull, Gen. El. Rev. **32**, 397, 1929; Drewell, Jb. Forsch.-Inst. AEG **4**, 114, 1933/35.

2. Die Thyratronröhre in Relaisschaltung findet Verwendung zum Zählen kurzdauernder Ereignisse, z. B. Zählen von α-Teilchen, wobei in dem Anodenstromkreis ein Zählwerk eingeschaltet ist. Hohe Zählfrequenzen schließen die Verwendung eines mechanischen Relais zur Anodenstromlöschung aus. Man schaltet die Röhre dann nach Jaeger und Kluge entsprechend Abb. 165, S. 246 in Kippschaltung, wobei die Gittervorspannung U_g jedoch so negativ eingestellt wird, daß bei voller Aufladung des Kippkondensators C die Anodenspannung noch kleiner als U_{max} ist, so daß keine Zündung und damit keine Kippschwingung entstehen kann. Der Zündimpuls U_{st} bringt die Röhre zum Kippen, wonach der Anodenstrom wieder automatisch verlöscht.

Bei sehr hohen Zählfrequenzen kann der Kippvorgang instabil werden. Man verwendet dann eine Doppelrohrschaltung nach Wynn-Williams, bei der die Löschung eines gezündeten Rohres in dem Augenblick erfolgt, in dem ein weiterer Zündimpuls das andere Rohr zündet. Nach Abb. 224 werden die Impulse über die beiden Gitterkondensatoren C_2 und C_3 den negativ gleich hoch vorgespannten Gittern zweier Thyratrone zugeleitet. Mittels eines Spannungsstoßes sei das linke Thyratron gezündet worden. Ein nachfolgender Impuls zündet daraufhin das rechte Rohr und läßt über den Anodenkondensator C_1 das linke Rohr verlöschen; der nächstfolgende Impuls zündet wieder das linke und löscht das rechte Rohr usw. Das in den Anodenkreis einer Röhre geschaltete Zählwerk zählt also nur jeden zweiten Impuls.

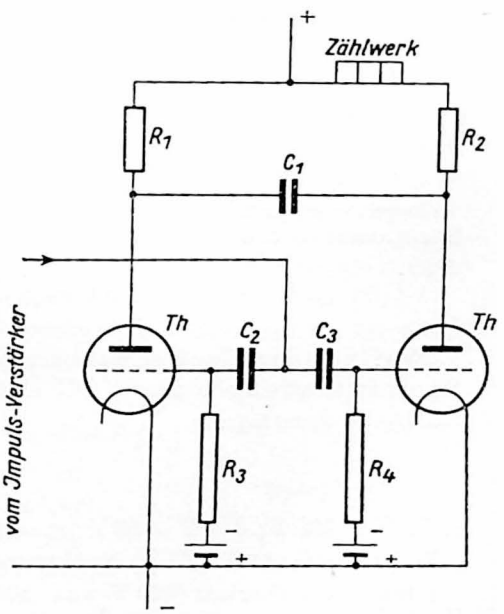


Abb. 224. Impulszähler

Bei sehr hohen Zählfrequenzen, bei denen die Zählwerke versagen müssen, werden mehrere Doppelzählrohre hintereinander geschaltet, wodurch die den Zähler treibende Impulszahl entsprechend herabgesetzt wird.

Jaeger u. Kluge, Z. Instrkde. **52**, 229, 1932; Wynn-William, Proc. Roy. Soc. London **132**, 295, 1931.

Über eine Zählmethode nach dem Akkumulationsprinzip s. Teichmann, Phys. Z. **35**, 299, 1934.

γ) Erzeugung von Kippschwingungen; hierüber s. Abschn. E, S. 244.

d) Glimmteiler als Spannungsstabilisatoren. Der Glimmteiler besteht nach Abb. 225 aus mehreren in Serie geschalteten Glimmentladungsstrecken,

zu denen ein Vorwiderstand R in Serie liegt. Die Abbildung zeigt die Anschaltung an einen Doppelweggleichrichter unter Zwischenschaltung einer Beruhigungsdrossel L_0 und von Beruhigungskondensatoren C_0. Es können verschiedene Gleichspannungen, z. B. für den Betrieb von Verstärkerröhren, abgenommen werden.

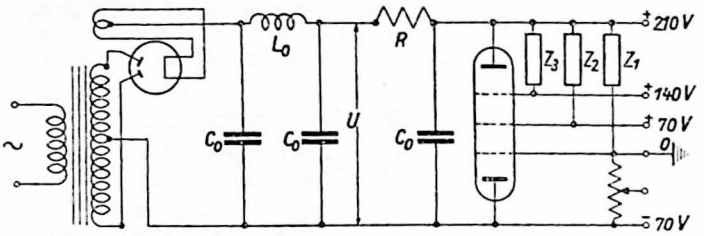


Abb. 225. Glimmteiler

Der Wechselstromwiderstand w der einzelnen Glimmstrecken, der durch die Spannungsschwankung dU/dI gegeben ist, liegt je nach der Frequenz der Schwankung zwischen 10 und 50 Ω. Die Entladungsspannung der einzelnen Glimmstrecke beträgt 70 V. Der Glimmteiler muß stets einen Mindestwert an Strom führen, und zwar etwa zwei Drittel des Nutzstromes, jedoch niemals unter 5 mA, da sonst die Entladung aussetzt. Zur Zündung benötigt der Glimmteiler etwa 20 bis 50 V Überspannung; man läßt über Zündwiderstände Z der Größenordnung 0,1 MΩ die einzelnen Strecken des Glimmteilers nacheinander zünden.

Der Widerstand R von der Größenordnung einiger Tausend Ω und die Speisespannung U werden so gewählt, daß etwa $\frac{1}{3}\,U$ an R vernichtet werden.

Selbstbeeinflussung. Ändert sich der aus einer Glimmstrecke herausgenommene Nutzstrom um ΔI, so ist die Spannungsänderung an dieser Glimmstrecke

$$\Delta U = \Delta I \cdot w.$$

Gegenseitige Beeinflussung. Mit der Änderung ΔI und ΔU ändert sich die Spannung an den anderen Glimmstrecken um

$$\Delta\Delta U = \Delta U \cdot \frac{w}{R} = \Delta I \cdot \frac{w^2}{R}.$$

Einfluß der Speisespannungsschwankung. Mit der Änderung der Speisespannung U um $\pm\,\delta U$ entsteht an einer Glimmstrecke die Spannungsänderung

$$\delta U \approx \pm\,\delta U \cdot \frac{w}{R},$$

z. B. $U = 500$ V; $\pm\,\delta U = 50$ V; $w = 40$ Ω; $R = 5000$ Ω; dann ist $\delta U = \pm\,0{,}4$ V, d. h. bei 70 V rund 0,55% Spannungsänderung.

(Max. Belastbarkeit 850 V und 200 mA. Hersteller Firma Stabilovolt, Berlin, Deutsche Glimmlampen-Gesellschaft, Leipzig. Zus. Bericht s. Schröter u. Körös, Telefk.-Röhre, H. 3, 164, 1935.)

IX. Dielektrika

1. Isolationswiderstand

A. Allgemeines

Als Isolationswiderstand gilt jeder Widerstand zwischen zwei Elektroden, die durch einen Isolierstoff getrennt sind. Dabei ist zu unterscheiden zwischen Oberflächenwiderstand und Widerstand im Innern, von denen meist eine Kombination vorliegt. Ist die Anordnung so getroffen, daß nur der Widerstand im Innern gemessen wird, so spricht man auch vom Durchgangswiderstand. Aus diesem wird, wenn einfache Abmessungen (Platten, Zylinder) vorliegen, der spezifische elektrische Widerstand ϱ des Materials errechnet.

Geringe Unterschiede in der Zusammensetzung und bei hygroskopischen Stoffen (Papier, Baumwolle) besonders die Feuchtigkeit haben großen Einfluß auf den spezifischen Widerstand, der daher keine wohldefinierte Eigenschaft des Isolators ist (Tab. 68). Auch ist der Widerstand im allgemeinen nicht konstant, sondern von der Größe der Spannung und der Dauer ihrer Einwirkung abhängig. Legt man an einen Kondensator mit festem Dielektrikum Gleichspannung, so lagert sich über den schwachen, von der Zeit unabhängigen Leitungsstrom der Nachwirkungsstrom, der mit der Zeit allmählich auf Null abfällt und den Rückstand des Kondensators bildet. Für Wechselspannung ist daher der Isolationswiderstand meist wesentlich kleiner als für Gleichspannung. Auch bei Flüssigkeiten beobachtet man, daß unter der Einwirkung von Gleichspannung anfangs ein stärkerer Strom fließt, der mit der Zeit auf einen konstanten Wert sinkt. Es handelt sich aber nicht um dielektrische Nachwirkung, in Kondensatoren wird kein Rückstand gebildet. Vielmehr ist die Leitung elektrolytischer Art und meist auf Verunreinigungen zurückzuführen. Sie wächst mit zunehmender Temperatur beträchtlich. Gut gereinigte flüssige Isolierstoffe haben ein sehr kleines Leitvermögen (z. B. bei Transformatorenöl $\varkappa = 10^{-14}\,\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$).

Über die Trennung von Oberflächenwiderstand und Widerstand im Inneren s. z. B. Vieweg und Klingelhöffer, Kunststoffe **31**, 49, 1941. Zur Theorie der Nachwirkungsvorgänge s. Böning, Elektr. Isolierstoffe. Braunschweig 1938.

B. Anordnungen (Versuchskörper)

Zur Bestimmung des Isolationswiderstandes und für andere Messungen an Isolierstoffen bedient man sich der Schutzringanordnung nach W. Thomson (S. 178). Abb. 226 zeigt einen Schutzringkondensator, wie man ihn zur Messung des Durchgangswiderstands, der Verluste und der Dielektrizitätskonstanten bei festen Isolierstoffen benutzt. Die zu untersuchende Platte wird auf beiden Seiten mit Metallbelegungen versehen, von denen die eine, die „Schutzringelektrode", unter Belassung eines schmalen unbelegten Streifens, des „Schutzspaltes", mit einer weiteren ringförmigen Belegung umgeben ist. Der Schutzring dient dazu, Oberflächenströme

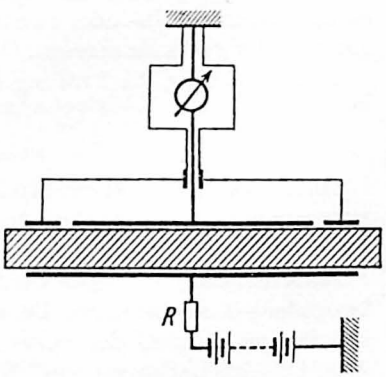


Abb. 226. Schutzringanordnung für Platte

abzufangen und einen berechenbaren Ausschnitt aus einem praktisch homogenen Felde abzugrenzen. Als Meßfläche ist in sehr guter Näherung der Belag von Mitte Schutzspalt bis Mitte Schutzspalt zu rechnen.

Für die Herstellung von Belegungen, die unter Ausschluß von Zwischenschichten fest haften, kommen in Betracht: Erzeugung von Niederschlägen auf chemischem Wege, z. B. Platinierung, Vergoldung (Porzellan), Versilberung (bei allen entfettbaren Stoffen, auch bei Paraffin, Glimmer u. a.), weiter galvanische Niederschläge, Kathodenzerstäubung (nur, wo Vakuum nicht schadet). Recht allgemein anwendbar ist das Metallspritzverfahren nach Schoop. Meist ist Zink geeignet, für höhere Temperaturen Cu, Ni, Fe, gegebenenfalls unter Stickstoff zur Verhinderung der Oxydation. Auch Rohre können innen bespritzt werden. Durch Verwendung von Lehren kann gleich beim Bespritzen die endgültige Formgebung der Belegung erfolgen. Rohere Verfahren sind die Graphitierung (Wasserglas und Kohlenstoff) und das Überziehen mit leitendem Lack. Bei dieser Methode ist jedoch Vorsicht geboten, da der Lack bei ungeeigneter Trocknung leicht isolierend wirken kann.

Zusammenstellung bei Pfestorf, ETZ **51**, 275, 1930; von Angerer, Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen. Sammlung Vieweg. H. 71. Braunschweig 1928; Espe-Knoll, Werkstoffkunde d. Hochvakuumtechnik. Berlin 1936. Klingelhöffer, Diss. Darmstadt 1940.

Bei nur angepreßten Elektroden sind zwischen Metall und Isolierstoff Lufteinschlüsse nicht vermeidbar, die bei Hochspannungsmessungen allerdings stets bedenklich bleiben. Blattzinn läßt sich mit einem Hauch von Paraffinöl recht gut auf Isolierstoffe aufziehen. Soll jedes Klebemittel vermieden werden, so müssen die Folien z. B. mit einem Gewicht unter Zwischenlage von Schaumgummi angepreßt werden. Der Metallbelag läßt sich auch fest auf Gummi aufvulkanisieren, so daß die Elektroden abnehmbar sind. Solche Anordnungen werden gewählt, wenn elektrische Eigenschaften vor und nach bestimmten Behandlungen, z. B. Liegen im Feuchtraum, gemessen werden sollen.

Will man statt des Durchgangswiderstands den Oberflächenwiderstand messen, so preßt man zwei mit Stanniol überzogene Gummischneiden von 10 cm Länge und 1 cm Abstand auf die Oberfläche. Dieses Verfahren wird in der Technik oft benutzt, und zwar meist nach eintägigem Liegen des Isolierstoffs in Wasser. Als Widerstand im Innern wird vielfach der Isolationswiderstand bezeichnet, den man zwischen zwei in konische Bohrungen des Stoffs eingesetzten Meßbrückenstöpseln mit 15 mm Mittenabstand erhält. Hier ist es üblich, nach ein- oder viertägigem Liegen in einem Raum mit 80 % relativer Luftfeuchtigkeit zu messen.

Vgl. auch über die Prüfung elektrischer Isolierstoffe: Vorschriftenbuch des Verbandes Deutscher Elektrotechniker. Berlin 1941.

C. Meßverfahren

Da die Isolationswiderstände für Gleich- und Wechselstrom nicht unmittelbar zusammenhängen, so ist die Meßmethode dem gesuchten Widerstand entsprechend zu wählen. Über Wechselstrommethoden vgl. S. 324.

Gleichstrommessungen verlangen wegen der erforderlichen hohen Spannungen besondere Anordnungen. Da mit den Widerständen oft große Kapazitäten verbunden sind, muß die hohe Spannung der Meßbatterien recht konstant sein, damit nicht Ladungs- und Entladungsströme das Resultat fälschen. Aus dem gleichen Grunde darf man nicht mit kurzem Stromschluß arbeiten.

a) Direkte Methode (durch Messung von Strom und Spannung; vgl. S. 66). Man verwendet hochempfindliche Galvanometer (mindestens $1 \cdot 10^{-9}$ A für 1 mm Ausschlag bei 1 m Skalenabstand), in einer Schaltung nach Abb. 226. Das Galvanometer ist ebenso wie die Zuleitungen mit geerdeten, metallischen Schutzhüllen zu versehen, damit sich dem zu messenden Strom nicht anderweitig verlaufende Ströme überlagern. R und der Galvanometerwiderstand können meist vernachlässigt werden.

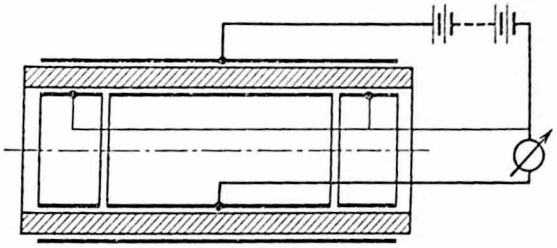


Abb. 227. Zylindrischer Isolierkörper mit zwei Schutzringen

Abb. 227 zeigt als weiteres Beispiel einer Schutzringanordnung einen röhrenförmigen Versuchskörper, bei dem an beiden Enden Schutzringe angebracht sind. Solche Anordnungen kommen nicht nur für Widerstands-, sondern z. B. auch für Kapazitätsmessungen in Frage. In Abb. 227 ist angenommen, daß der Gleichspannungs-Isolationswiderstand ohne Erdung der Spannungsquelle gemessen werden soll. Durch geeignete Schaltung der Schutzringe gelangt nur der zur geschützten Elektrode gehörige Anteil des Widerstands zur Messung. Die Isolation zwischen Meßbelegung und Schutzring soll möglichst gut sein. Zur Prüfung eignet sich die Glimmlampe.

Schröter, Die Glimmlampe und ihre Schaltungen. Leipzig 1932.

b) Entladungszeit eines Kondensators. Reicht die Empfindlichkeit der galvanometrischen Methode nicht aus, so läßt sich die Ladungs- oder Entladungszeit eines Kondensators benutzen (vgl. S. 276 u. 315). Umgekehrt kann man aus bekanntem Widerstand und der Entladungsdauer die Kapazität bestimmen. Auch bei punktweiser Untersuchung gewöhnlicher Isolierstoffe kann eine Ladungsmessung mit Elektrometer in Frage kommen.

Renz, ETZ **48**, 539, 1927.

c) Brückenschaltung. Unter Verwendung konstanter Hochohmwiderstände, die bis $10^{13}\,\Omega$ erhältlich sind, lassen sich in der Wheatstonschen Brückenschaltung (S. 46) sehr hohe Widerstände bis $> 10^{15}\,\Omega$ ziemlich kurzzeitig messen. Als Nullinstrument dient ein Elektrometer. Auch Kompensationsverfahren sind manchmal brauchbar.

Weidmann, Kunststoffe **28**, 141, 1938. Klingelhöffer und Jasper, Kunststoffe **29**, 223, 1939. Über Hochohm-Widerstände s. Krüger, Z. techn. Phys. **10**, 495, 1929. Über Zeitkonstante s. S. 225f.

2. Dielektrische Verluste

A. Allgemeines

Legt man an einen Kondensator oder an einen als Kondensator zu betrachtenden Gegenstand eine Wechselspannung, so beträgt die Phasenverschiebung zwischen Ladestrom und Spannung 90°, der Energieverbrauch ist Null. Dies gilt jedoch streng nur für ideale Kondensatoren. Als solche kommen praktisch Normal-Luftkondensatoren in Frage, allgemein Kondensatoren mit gasförmigen Dielektriken unterhalb der Ionisierungsgrenze. Bei allen Kondensatoren mit

flüssigen oder festen Isolierstoffen (Kondensatoren im engeren Sinne, Isolierteile, überhaupt Isolierungen wie Isolatoren, Durchführungen, Kabel usw.) ist ein meßbarer Energieverlust vorhanden, der z. B. durch die Erwärmung des Dielektrikums erkennbar ist. Er wird nicht nur durch das Leitvermögen bedingt; den Hauptteil bilden — wenigstens bei festen Isolierstoffen — im allgemeinen die dielektrischen Verluste.

Die Strom- und Spannungsverhältnisse sind in Abb. 228 in einem Diagramm (vgl. auch S. 151) veranschaulicht. Der Spannung U_C am Kondensator eilt der Ladestrom des Kondensators (Blindstrom I_b) um 90° vor. Mit der Spannung U_C ist der Wirkstrom I_w (Verluststrom) in Phase. Zwischen dem resultierenden Gesamtstrom I und dem Ladestrom I_b besteht die Phasenverschiebung δ (Verlustwinkel); es gilt $\operatorname{tg}\delta = \frac{I_w}{I_b}$. Man nennt $\operatorname{tg}\delta$ den dielektrischen Verlustfaktor. Zu der angelegten Klemmenspannung U ist die Spannung U_C am Kondensator oppophas, zwischen U und I besteht der Phasenwinkel φ. Bei der hier gewählten diagrammatischen Darstellung ist $|\,90° - \varphi\,| = \delta$. Wären keine „dielektrischen Verluste" vorhanden, so würde I_b' der Ladestrom des Kondensators und I_w' der durch Leitvermögen verursachte Wirkstrom sein. Die Vergrößerung des Ladestroms I_b' auf I_b durch die dielektrischen Verluste wird nach Wagner mit dem Eindringen von Ladungen in das Innere des Dielektrikums erklärt. Das Verhalten des Isolierstoffs wird in dem Diagramm nur qualitativ wiedergegeben; die praktisch in Betracht kommenden Phasenverschiebungen sind klein, meist ist $\delta < 1°$.

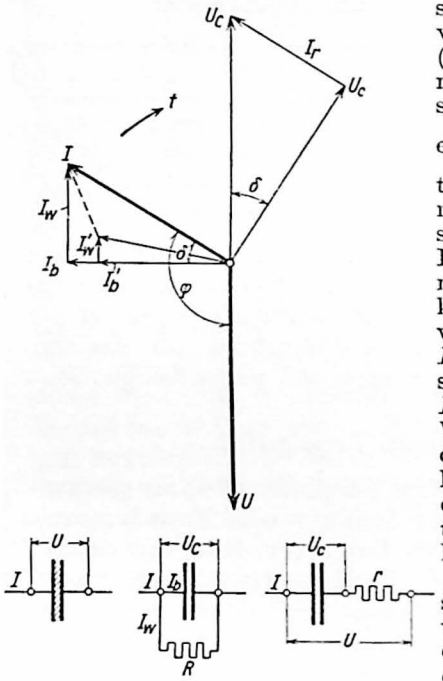


Abb. 228. Kondensator-Ersatzschaltungen

Einen verlustbehafteten Kondensator kann man sich bei gegebener Frequenz ersetzt denken entweder durch einen verlustlosen Kondensator C, dem ein Widerstand R parallel geschaltet ist, oder durch einen verlustlosen Kondensator c in Reihe mit einem Widerstand r. Der Wert der verlustfreien Kapazität ist in beiden Darstellungsweisen nicht genau der gleiche, es ist

$$c = C(1 + \operatorname{tg}^2\delta).$$

Für die meisten Zwecke ist wegen der Kleinheit von $\operatorname{tg}\delta$ der Kapazitätswert in beiden Fällen praktisch der gleiche. Die Beziehung für $\operatorname{tg}\delta$ im Ersatzschema lautet

für $R \| C$: $$\operatorname{tg}\delta = \frac{1}{R\omega C},$$

für $r \to c$: $$\operatorname{tg}\delta = r\omega c.$$

In Abb. 228 sind auch für die Ersatzschaltung $c \to r$ die Spannungsverhältnisse veranschaulicht. Nach der symbolischen Methode (S. 152) erhält man folgende beiden Ersatzschemata, wenn $\mathfrak{Z}$ den Widerstandsoperator bedeutet:

für $C \| R$: $$\mathfrak{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C},$$

für $c \to r$: $$\mathfrak{Z} = r + \frac{1}{j\omega c}.$$

Der vom Leitvermögen herrührende Teil der Verluste ist oft sehr klein. Man spricht daher im allgemeinen von den Gesamtverlusten einschließlich der geringen Verluste durch Leitvermögen als von dielektrischen Verlusten. Dieser Sprachgebrauch ist auch üblich für den Fall, daß die Verluste durch Leitvermögen, wie z. B. bei manchen Flüssigkeiten, den Hauptteil der Verluste bedingen und die dielektrischen Verluste im engeren Sinne verschwindend klein sind. Die durch Leitvermögen bedingte Phasenverschiebung ist berechenbar. Bezeichnet $\varkappa$ die Leitfähigkeit, ε die Dielektrizitätskonstante, so gilt

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\gamma \cdot \varkappa}{\omega \cdot \varepsilon},$$

wobei der Faktor $\gamma = 4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11} = 1{,}13 \cdot 10^{13}$ ist. Der Energieverlust in Watt im Dielektrikum ist

$$N = U^2 \omega C \cos\varphi \approx U^2 \omega C \operatorname{tg}\delta,$$

wenn U in Volt, C in Farad gemessen wird. Der Verlust in Isolierstoffen wird vielfach auch in Watt/cm³ angegeben, indem man den Verlust eines gegebenen Volumens, z. B. einer Platte (S. 321) mißt und hieraus den Verlust je Kubikzentimeter errechnet. Gebräuchlich ist es ferner, den Verlust eines Kondensators in Bruchteilen der Scheinleistung auszudrücken und als praktische Einheit W/kVA anzugeben, d. i. numerisch Tausendstel $\cos\varphi$.

Den reziproken Wert $\frac{1}{R}$ des Parallelwiderstandes bezeichnet man vielfach als Ableitung G; das Produkt CR heißt Zeitkonstante (S. 225). Von einem bestimmten Kapazitätswert eines Gegenstandes und somit von einer bestimmten Dielektrizitätskonstante kann man nur sprechen, solange $\operatorname{tg}^2\delta$ gegen 1 vernachlässigbar ist, also etwa bei $\operatorname{tg}\delta < 0{,}1$. Bei Kondensatoren mit größeren Verlusten spielt für die Kapazitätsangabe die Wahl des Ersatzschemas eine Rolle. Welchem Schema man den Vorzug geben will, ist oft eine Zweckmäßigkeitsfrage; eine physikalische Erklärung des Energieverbrauchs wird im allgemeinen durch das Ersatzschema nicht gegeben. Durch Untersuchung der Frequenzabhängigkeit von $\operatorname{tg}\delta$ kann man, wie die Formeln zeigen, ein gewisses Urteil erhalten, welches Schema angemessen ist.

Schering, Isolierstoffe, in: Gehlhoff, Lehrbuch d. technischen Physik. Leipzig 1919; Wagner, Theoretische Grundlagen, in: Schering, Die Isolierstoffe d. Elektrotechnik. Berlin 1924; Hartshorn, J. electr. Eng. **64**, 359, 1926; Vieweg, Elektrotechn. Isolierstoffe. Berlin 1937.

Über die Zusammenhänge, die dem Verlauf der dielektrischen Verluste in Abhängigkeit von Spannung, Temperatur und Frequenz zugrunde liegen, besteht noch keine einheitliche Auffassung. Für die molekularphysikalische Klärung gewinnt die Dipoltheorie (Debye) an Bedeutung.

Über Mischdielektrika s. Wagner, a. a. O.; über Dipol- und Viskositätseinflüsse s. Debye, Polare Molekeln. Leipzig 1929. Zusammenstellung bei Kirch, ETZ **53**, 931, 1932. Ferner Gemant, Elektrophysik der Isolierstoffe. Berlin 1930; Nikuradse, Das flüssige Dielektrikum. Berlin 1934; Schupp, Wiss. Veröff. Siemens-Werken **17**, 1, 1938; H. F. Müller, Dielektrische Verluste im polaren Aufbau d. Materie, Erg. exakt. Naturwiss. **17**, 164, 1938.

B. Meßverfahren

a) Kalorimetrisches Verfahren. Es besteht darin, daß man die Erwärmung mißt, die ein Dielektrikum unter der Einwirkung einer Spannung während bestimmter Zeit erfährt. Im allgemeinen ist die Methode nur bei Verwendung von Spezialapparaturen genau genug. Für orientierende Messungen kann sie jedoch bequem sein und dann in Frage kommen, wenn im Prüfling eine beträchtliche Wirkleistung verbraucht wird, also bei Hochfrequenz sowie bei Niederfrequenz und hohen Feldstärken oder großer Kapazität.

Anwendung auf Kabel und andere Kondensatoren z. B. Scott, Bousman u. Benedict, ETZ (Ref.) **50**, 199, 1929, auf Isolierstoffe z. B. Bogler, Elektr. Nachr.-Techn. **8**, 1971, 1931; bei hohen Frequenzen Schmelzer, Ann. Phys. **28**, 35, 1937.

b) Wattmetrische Verfahren. Sie sind die ältesten zur exakten Bestimmung dielektrischer Verluste angewandten Verfahren. Das Elektrometer als Wattmeter ist heute nur noch wenig gebräuchlich.

Über die Anwendung und Abschirmung s. Rayner, Standring u. a., J. Inst. el. Eng. **68**, 1132, 1930. Über einige grundsätzliche Fragen zur Messung kleiner Wechselstromleistungen s. z. B. Spielhagen, Arch. Elektrot. **23**, 609, 1930. Ein astatisches Spezialwattmeter von Siemens & Halske, das bei $\cos\varphi = 0{,}02$ vollen Ausschlag zeigt, bei Skirl, Wechselstromleistungsmessungen. Berlin 1930. Weitere Wattmeter für Verlustmessungen, besonders bei Hochspannung als dem Gebiete, auf dem die Verlustmessung von großer praktischer Bedeutung ist, s. Brion-Vieweg, Starkstrom-Meßtechnik. Berlin 1933. Zur Kapazitäts- und Verlustbestimmung an großen Kondensatoren kommt das Thermowattmeter nach Bruckman in Frage. Über Theorie und Korrekturen des Instruments s. Zickner u. Pfestorf, ETZ **51**, 1681, 1930; Fischer, Theorie d. thermischen Meßgeräte d. Elektrotechnik. Stuttgart 1931. Vgl. ferner Palm, Elektr. Meßgeräte. Berlin 1937.

c) Brückenverfahren. Zusammenfassende Darstellung bei Hague, Alternating current bridge methods. London 1930; Krönert, Meßbrücken I. München und Berlin 1935.

Die gebräuchlichsten Verfahren zur Messung der dielektrischen Verluste sind Brückenmethoden. Sie lassen sich den großen, meßtechnisch in Betracht kommenden Bereichen der Kapazitäten, Spannungen, Frequenzen und Verlustfaktoren anpassen. Das allgemeine Schema der Brückenanordnung zur Bestimmung des dielektrischen Verlustfaktors ist in Abb. 229 dargestellt. Die zu untersuchende, verlustbehaftete Kapazität im Zweige 1 wird mit einer Normalkapazität im Zweige 2 verglichen (S. 187). In den Zweigen 3 und 4 liegen winkelfreie Widerstände oder auch zwei Kapazitäten (Schering). Als Nullinstrumente kommen in Frage Telephon (Frequenzbereich 500—5000 Hz), Vibrationsgalvanometer (25 bis 1000 Hz), Detektor mit Galvanometer (500 Hz und höhere Frequenzen), Braunsches Rohr (im ganzen Bereich).

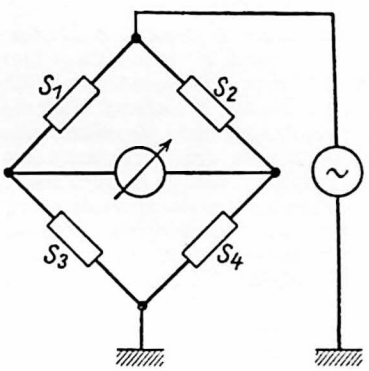


Abb. 229. Wechselstrombrücke

Für die allgemeinen Beziehungen in der Brücke gilt, wenn $S_1 \ldots S_4$ die Scheinwiderstände und $\varphi_1 \ldots \varphi_4$ die zugehörigen Phasenverschiebungen in den vier Zweigen und δ_1 den Verlustwinkel in Zweig 1 bedeuten,

$$S_1 S_4 = S_2 S_3, \quad \varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3, \quad \varphi_1 - 90^0 = \delta_1.$$

Durch Ändern der Größen in den Zweigen 2 oder 3 kann der Strom im Nullinstrument auf ein Minimum gebracht werden; um ihn völlig zum Verschwinden zu bringen, hat man noch die Phasenverschiebung δ durch Phasenabgleichung in einem der Zweige 2, 3 oder 4 zu kompensieren. In den wichtigsten Anordnungen geschieht dies:

Wenn in den Zweigen 3 und 4 Widerstände liegen: 1. Durch einen regelbaren Widerstand R_2 parallel zur Kapazität C_2 (Nernstsche Anordnung zur Kompensation des Leitvermögens bei der Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Elektrolyten, S. 68). Es wird unter der Annahme $\delta_2 = 0$

$$\operatorname{tg}\delta_1 = \frac{1}{R_2\,\omega\,C_2}.$$

2. Durch einen regelbaren Widerstand r_2 in Reihe mit C_2 (M. Wien). Hierbei ist

$$\operatorname{tg} \delta_1 = r_2 \omega C_2.$$

3. Durch einen regelbaren Kondensator C_4 parallel zu R_4, wobei

$$\operatorname{tg} \delta_1 = R_4 \omega C_4$$

wird.

4. Durch eine regelbare Induktivität L_3 in Reihe zu R_3. Es ist

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\omega L_3}{R_3}.$$

Arbeitet man mit einer Vierkapazitäten-Brücke, so kann die Abgleichung der Verluste z. B. erfolgen:

5. durch einen regelbaren Widerstand r_3 in Reihe zu C_3, wobei gilt

$$\operatorname{tg} \delta_1 = r_3 \omega C_3;$$

6. durch einen regelbaren Widerstand R_3 parallel zu C_3; dann ist

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{R_3 \omega C_3}.$$

Die Meßbrücken haben alle außer für Verlustbestimmung auch für Kapazitätsmessungen Bedeutung. Meßfrequenzen sind hauptsächlich 50 Hz, besonders bei den technisch wichtigen Hochspannungsmessungen, und 800 Hz.

Die meistgebrauchte Hochspannungsbrücke ist die unter γ angegebene nach Schering (z. B. ETZ **52**, 1133, 1931 u. **61**, 1045, 1940). Über die Vierkapazitätenbrücke s. Mau, Arch. Elektrot. **31**, 473, 1937. Vgl. Abschnitt „Kapazität" S. 174.

C. Messung der dielektrischen Verluste von Isolierstoffen

Am üblichsten ist die Bestimmung des Verlustfaktors in Abhängigkeit von der Spannung. In der Scheringschen Brücke kann bis zum Durchschlag gemessen werden, wenn durch Sicherungen für sofortiges Abschalten gesorgt ist. Wird die Prüfung nicht bis zum Durchschlag getrieben, so wiederholt man nach dem höchsten Spannungswert die Messung beim Anfangswert, um ein Urteil über den Einfluß der Beanspruchung zu erhalten. Zeitabhängige Verlustmessungen, die seltener in Frage kommen, führt man, während die Meßspannung dauernd am Prüfling liegt, anfangs etwa von 5 zu 5 min, später viertelstündlich aus. Mehr als eine Stunde Meßzeit kommt nur bei anormalem Verlauf oder für besondere Dauerprüfungen in Frage.

Über die Schlüsse, die aus instabilem Anstieg der Verlustkurve gezogen werden können, s. Halbach, Arch. Elektrot. **21**, 535, 1929; Nauk, ETZ **56**, 539, 1935.

Wichtig ist die Messung in Abhängigkeit von der Temperatur, deren Einfluß im allgemeinen beträchtlich ist. Unter Umständen treten schon in der Nähe der Raumtemperatur Maxima und Minima auf.

Zusammenfassende Darstellung der Meßpraxis mit Literatur in Brion-Vieweg, Starkstrommeßtechnik. Berlin 1933. Zahlenwerte s. Tab. 68. Über vollselbsttätige Aufzeichnung von Kapazität u. Verlustfaktor s. Geyger, Arch. Elektrot. **31**, 115, 1937; ATM V 3441.

a) Feste Isolierstoffe. Für die Versuchskörper und ihre Abschützung gilt im wesentlichen das für die Messung des Isolationswiderstands Gesagte (S. 321).

Zu beachten ist, daß lückenloses, von Zwischenschichten freies Anliegen der Belegungen bei höheren Spannungen eine Vorbedingung für saubere Messung ist. Bei festen Stoffen besteht im Gegensatz zu Flüssigkeiten keine einfache Beziehung zwischen Gleichstromwiderstand und dielektrischen Verlusten (S. 325); manche Stoffe, die statisch hervorragend isolieren ($\varrho > 10^{15}\,\Omega$ cm), haben beträchtliche Verluste ($\operatorname{tg}\delta > 0{,}01$). Man ist also bei Gebrauch eines festen Stoffes für Wechselspannung auf Messung der Verluste angewiesen.

b) Flüssigkeiten. Reine trockene Flüssigkeiten haben im allgemeinen kleine Verluste, technisch bedeutsam sind diese z. B. bei Ölen, die zur Kabelherstellung Verwendung finden. Die Übereinstimmung zwischen dem aus der Gleichstrom-Leitfähigkeit errechneten (S. 325) und dem mit Wechselspannung gemessenen Verlustfaktor wird mit sinkender Temperatur (steigender Zähigkeit) schlechter. Bei Raumtemperatur bietet oft die genaue Messung des Isolationswiderstandes wegen seines hohen Wertes Schwierigkeiten. Der Isolationsstrom ist dann wegen der Nachlade-Erscheinungen auch von der Einschaltdauer sehr abhängig. Will man den Isolationswiderstand und den zeitlichen Verlauf des Stromes richtig erfassen, so bedarf man eines Galvanometers mit großer Empfindlichkeit und kleiner Trägheit, z. B. eines statischen Röhrenvoltmeters (S. 280). Man mißt die dielektrischen Verluste von Flüssigkeiten und von vergießbaren Massen wie Wachs, Paraffin u. ä. in Zylinder- und Plattenkondensatoren, die in Thermostaten eingebaut sind.

Vieweg u. Pfestorf, Elektr.-Wirtsch. **32**, 200, 1933; s. auch ATM V 942.

c) Gase. Die Gase sind die einzigen unter gewissen Bedingungen verlustfreien Isolierstoffe, andererseits entstehen in ihnen leicht Verluste, und sie bilden in festen und flüssigen Dielektriken den Ausgangspunkt von Verlusten (Ionisation, vgl. S. 339). Auch als selbständige Isoliermittel gehören die Gase, namentlich die Luft, zu den isolationstechnisch bedeutsamsten Stoffen. Die Gesamtheit der Entladungsformen bei Hochspannung in Luft spielt eine wichtige Rolle. Für gewisse leuchtende Entladungen ist der Sammelname Korona gebräuchlich. Im besonderen versteht man darunter Glimmentladungen, die an Freileitungen auftreten, wenn die Spannung einen kritischen Wert überschreitet. Der Leistungsverlust, sog. „Koronaverlust", der mit dieser Erscheinung verbunden ist, wird nach den Verfahren zur dielektrischen Verlustbestimmung gemessen. Der zur Untersuchung dienende Luftkondensator wird nach Petersen so hergestellt, daß man die Leitung mit einem reusenartigen Drahtnetz umgibt.

Potthoff, ETZ **54**, 169, 1933; s. auch ATM V 3446. Über Unterscheidung u. Benennung der vielgestaltigen Leuchterscheinungen s. Toepler, Z. techn. Phys. **10**, 73, 1929.

3. Dielektrische Festigkeit

A. Allgemeines

Dielektrische Festigkeit (Durchschlagsfestigkeit) eines Isolierstoffs heißt die kleinste elektrische Feldstärke, bei der sein Isolationsvermögen aufhört. Bei hochwertigen Isolierstoffen tritt dieser Zustand plötzlich und im homogenen Felde überall gleichzeitig, in einem inhomogenen Felde zunächst nur an den Orten maximaler Feldstärke auf. Je nach Form und Abstand der im Isolator eingebetteten Elektroden pflanzt sich der örtliche Zusammenbruch des Isolationsvermögens schnell durch das Dielektrikum als Funke fort, oder er bleibt örtlich begrenzt und es erfolgt ein langsamer Ladungsausgleich, in Gasen mit charakte-

ristischem Geräusch unter Leuchterscheinungen (Glimmlicht, Korona). Im zweiten Falle, der im allgemeinen nur bei größeren Schlagweiten zwischen konvexen Leiteroberflächen vorkommt, schlägt erst bei weiterer Spannungssteigerung ein Funke über (Lichtbogen). Die Durchschlagsfestigkeit wird allgemein in kV/cm angegeben.

Durchschlagspannung U_s heißt die kleinste Spannungsdifferenz zweier Leiter, bei der das Dielektrikum durchschlagen wird. Der kürzeste Abstand s beider Leiter heißt Schlagweite.

Form und Abstand der Elektroden sind nach Möglichkeit so zu wählen, daß sich die Feldverteilung berechnen läßt. Man steigert die Spannung langsam, bis ein Funke übergeht oder die Korona erscheint. Aus dem beobachteten U_s berechnet man dann die Durchschlagsfestigkeit als maximale Feldstärke im Dielektrikum. Diese ergibt sich nicht völlig unabhängig von Form und Abstand der Elektroden, sondern steigt mit zunehmender Krümmung der Elektroden und abnehmender Schlagweite beschleunigt an (S. 166).

Rogowski u. Rengier, Arch. Elektrot. **16**, 73, 1926.

Anwendung von Wechselspannungen. Da der Durchschlag des Isolators einer gewissen Belastungszeit bedarf, so führt bei gleicher Scheitelspannung eine gegebene Zahl hochfrequenter Spannungswechsel nicht so leicht zum Durchschlag wie die gleiche Zahl niederfrequenter Wechsel. Entsprechend ist für kurze Impulse die Durchschlagsfestigkeit (Stoßfestigkeit) höher als bei Gleichspannung. In Gasen ist dieser Einfluß der Belastungszeit verhältnismäßig klein (S. 167), in flüssigen und festen Isolatoren größer. Man beachte jedoch die scheinbaren Abweichungen, die auftreten können durch leicht entstehende hochfrequente Resonanzspannungen, durch Erwärmung des Dielektrikums infolge dielektrischer Verluste, die bei festen Isolatoren der Frequenz proportional wachsen und eine Abnahme der Durchschlagsfestigkeit bewirken.

Vgl. Förster, ETZ **55**, 689, 1934.

Über statistische Untersuchungen zur Durchschlagsverzögerung s. Strigel, Elektrische Stoßfestigkeit, Berlin 1939. Während vom theoretischen Standpunkt der Durchschlag im homogenen Felde besonders wichtig ist, hat praktisch auch der Durchschlag im nichthomogenen Feld Bedeutung (z. B. Roser, ETZ **53**, 411, 1932). Die Durchschlagspannung hängt dann von der Polarität ab, so daß die Verhältnisse verwickelter werden. Zur Bestimmung der Polarität dient nach Buchwald (Arch. Elektrot. **23**, 323, 1930) (Abb. 230) als Indikator ein Amperemeter A hinter einem Glühventil, das nur dann einen Strom fließen läßt, wenn die beim Überschlag zwischen Platte und Spitze an dem Widerstand auftretende Spannung nicht gesperrt wird.

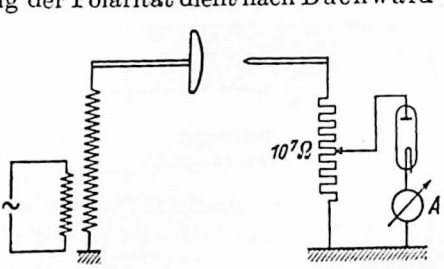


Abb. 230. Polaritätsmessung beim Durchschlag

Eine umfassende theoretische und experimentelle Klärung des Durchschlagsvorgangs ist noch nicht gelungen, wohl aber liegen wertvolle Arbeitshypothesen vor, die für einzelne Gebiete auch das wirkliche Verhalten erfassen mögen. Über die elektrische Festigkeit der Gase gibt die Townsendsche Theorie der Stoßionisation Aufschlüsse (Ionisation der Gase; Handbuch der Radiologie, Bd. I, Leipzig 1920).

Weitere Arbeiten auf diesem Gebiet über Ionenlawine, Elektronenlawine, Raumladung z. B. bei Schumann, Z. techn. Phys. **11**, 194, 1930; Rogowski, Arch. Elektrot. **25**, 551, 1931. Zusammenfassende Darstellung bei Hippel, J. Appl. Phys. **8**, 815, 1937.

Über extrem hohe Durchschlagfestigkeiten von reinen Flüssigkeiten s. Bredner, Arch. Elektrot. **31**, 351, 1937.

Besonders vielseitig ist das Gebiet der festen Isolierstoffe bearbeitet worden, auf dem wohl die größten Schwierigkeiten bestehen. Nach der experimentellen Seite ist es hier außerordentlich schwer, homogene Substanzen und saubere Versuchsbedingungen zu gewinnen. Theoretisch bestehen drei Hauptanschauungen: „Wärmedurchschlag" (Wagner, z. B. Berl. Ber. **29**, 438, 1932), „wärmeelektrischer Durchschlag" (Rogowski, z. B. Arch. Elektrot. **23**, 569, 1930; „rein elektrischer Durchschlag" (Ionisationstheorie, z. B. Joffé, Phys. Z. **28**, 911, 1927).

Petersen, Hochspannungstechnik. Stuttgart 1911; Schumann, Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. Berlin 1923; Güntherschulze, Über d. dielektrische Festigkeit. München 1924; Schering, Isolierstoffe d. Elektrotechnik. Berlin 1924; Peek, Dielectric Phenomena in High Voltage Engineering. New York 1930; Semenoff u. Walther, Physikalische Grundlagen d. elektrischen Festigkeitslehre. Berlin 1928; Binder, Wanderwellenvorgänge. Berlin 1928; Franck, Meßentladungsstrecken. Berlin 1931; Brion-Vieweg, Starkstrommeßtechnik. Berlin 1933; Roth, Hochspannungstechnik. Berlin 1938; Vorschriftenbuch des Verbandes Deutscher Elektrotechniker. Berlin 1941.

B. Messung der dielektrischen Festigkeit

a) Feste Isolierstoffe. An festen Isolatoren erhält man einwandfreie Werte der Durchschlagsfestigkeit nur dann, wenn die Elektroden den Isolator ohne trennende Schicht eines andern Dielektrikums berühren (S. 322). Ist eine Trennschicht unvermeidlich, so soll sie ein größeres Produkt aus Dielektrizitätskonstante und Durchschlagsfestigkeit besitzen als der zu untersuchende Isolator. Gutes Öl wird dieser Bedingung oft nicht genügen, Einbau der Versuchsanordnung in hohes Vakuum wird am einwandfreisten sein. Gleichzeitig werden hierdurch unbeabsichtigte Gleitfunken und Überschläge vermieden.

Weicker, ETZ **53**, 445, 1932. Über die Beseitigung von Glimmentladungen durch Messung unter Druck s. Marx, ebd. **50**, 41, 1929. Über Anordnungen, um durch Steuerung der Feldverteilung den Durchschlag im homogenen Felde herbeizuführen, s. Matthias, Forschungshefte der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen 2. H. Berlin 1930.

Bei plattenförmigen Versuchskörpern bis zu 3 mm Stärke werden in der Technik als Elektroden zwei gleiche ebene, an den Kanten abgerundete Metallplatten von 25 oder 50 mm Durchmesser genommen. Der Anpressungsdruck soll etwa 100 g/cm² betragen. Zur Verbesserung des Anliegens empfiehlt es sich, um die Elektroden eine dünne Metallfolie (Blattzinn) herumzulegen. Unter der Einwirkung der Spannung saugt sich diese „Polsterung" der Elektrode fest an den Isolierstoff. Der Durchschlag zwischen Plattenelektroden ist bei hochwertigen Stoffen vielfach nur unter Öl zu erzwingen, auch da nur unter starken Gleitentladungen. Als Normalform des Prüfkörpers bei Probendicke über 3 mm gilt die Platte mit beiderseitigen kugeligen Einsenkungen (Abb. 231). Wegen der Schwierigkeiten wird praktisch oft nicht bis zum Durchschlag gemessen, sondern eine Spannungsbeanspruchung (z. B. „Fünfminutenspannung") ausgeführt und verlangt, daß der Stoff hierbei eben nicht durchschlägt.

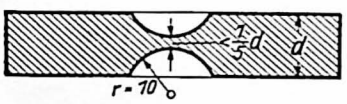


Abb. 231. Prüfkörper für Durchschlagmessungen

b) Flüssigkeiten. In Flüssigkeiten wird die Durchschlagsfestigkeit stark beeinträchtigt durch Unreinheit und Feuchtigkeit. Für gutes Transformatoröl wird technisch eine Durchschlagsfestigkeit von etwa 180 kV_{max}/cm gefordert.

Durch sorgfältiges Trocknen (z. B. längeres Kochen) und Filtrieren kann sie auf über 500 kV_{max}/cm steigen. Die Temperatur an sich hat geringen Einfluß. Die übliche Meßanordnung besteht aus Kupferkalotten von 25 mm Kugelhalbmesser und 3 mm Abstand.

Über den Einfluß von Wasser und gelösten Gasen auf die elektrischen Eigenschaften von Flüssigkeiten s. Edler, Arch. Elektrot. **25**, 447, 1931. Zusammenfassender Bericht bei Gemant, Phys. Z. **30**, 33, 1929. Eine Untersuchung im Bereich „negativer Drucke", d. h. unter Zugspannung, bei Ferrant, Z. techn. Phys. **11**, 158, 1930.

c) Gase. Die dielektrische Festigkeit von Gasen wird bei Funkenstrecken zur Messung hoher Spannungen benutzt (vgl. S. 166 und Tab. 64). Für Luft beträgt der ideale Wert der Durchbruchspannung 30 kV_{max}/cm. In der praktischen Hochspannungstechnik hat man immer damit zu rechnen, daß eine Luftstrecke nur einen Bruchteil dieses Wertes mit Sicherheit aushält.

Unter Druck nimmt die Festigkeit der Gase erheblich zu, bis etwa 16 Atm ungefähr proportional, dann schwächer. Diese Eigenschaft wird technisch ausgenutzt, auch für Meßzwecke, z. B. bei Preßgaskondensatoren (S. 179). Eine Anordnung zur Messung bei Palm, ETZ **47**, 904, 1926. Bei kleineren Drucken nimmt die Durchschlagsfestigkeit der Gase rascher ab als die Dichte (Paschen). In sehr hohem Vakuum steigt sie jedoch zwischen gut gereinigten und entgasten Elektroden auf einige tausend kV/cm.

Millikan u. Shakelford, Phys. Rev. **15**, 239, 1920; Schumann, Arch. Elektrot. **16**, 46, 1926; Güllner, Arch. Elektrot. **21**, 267, 1929.

Neben dem Durchschlag ist auch der Überschlag wichtig, d. i. allgemein der elektrische Durchbruch längs der Grenzschicht zweier Isolierstoffe. Im besonderen versteht man unter Überschlag den Durchbruch in Luft außerhalb der festen oder flüssigen Isolierstoffe im Gegensatz zur Durchschlagspannung, die sich auf den Durchschlag innerhalb der festen oder flüssigen Stoffe bezieht.

Für die Berechnung von elektrischen Anordnungen auf Überschlag wird vielfach mit einem spezifischen Wert gearbeitet, den man Überschlagfestigkeit nennt, d. i. die Überschlagspannung längs eines 1 cm hohen Isolationskörpers, gemessen in kV/cm (z. B. Schwaiger, Elektrische Festigkeit. Berlin 1925). Der Überschlag ist abhängig von der Länge des Überschlagweges, der Form des Feldes, der Luftfeuchtigkeit und dem Luftdruck. Über Messung der Feldverteilung um Isolatoren s. z. B. Schering u. Raske, ETZ **56**, 75, 1935. Praktisch wichtig ist die Überschlagspannung von Isolatoren bei Beregnung; man wählt im Laboratorium Wasser, das unter 45° auffällt mit einer Niederschlagshöhe von 3 mm/min. Die Leitfähigkeit soll etwa $10^{-4}\,\Omega^{-1}\,cm^{-1}$ sein.

4. Dielektrizitäts-Konstante (DK)

A. Allgemeines

Die Kapazität eines Leiters ist in gegebener Anordnung der DK (Verschiebungskonstante, spezifisches Induktionsvermögen) ε des umgebenden Mittels, des Dielektrikums, proportional. Im praktischen, elektromagnetischen Maßsystem (Volt-Ampere-Zentimeter-Sekunden-System, vgl. S. 9 und Tab. 73) ergibt sich für die DK des Vakuums $\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-14}\,As/Vcm = 8{,}86 \cdot 10^{-8}\,\mu F/cm$. Im elektrostatischen Maßsystem ist die DK des Vakuums $\varepsilon_0 = 1$.

Die DK der Luft im Normalzustand ist um 0,6‰ größer als die DK des Vakuums, im elektrostatischen Maßsystem ist also für Luft $\varepsilon = 1{,}0006$. Ist C_0 die Kapazität eines Kondensators für Luft, C diejenige für ein anderes DK von der DK ε, so ist, auf Luft bezogen, $\varepsilon = \frac{C}{C_0}$. Durch Multiplikation mit 1,0006

werden die in Luft gemessenen DK auf das Vakuum bezogen. Der Unterschied ist für feste und flüssige Körper praktisch vernachlässigbar, aber bei den Angaben für Gase sorgfältig zu beachten, z. B. ist für Wasserstoff $\varepsilon = 1{,}00026$.

Die elektrostatische Kraft k zwischen zwei punktförmigen Elektrizitätsmengen e_1 und e_2 im Abstande r innerhalb eines Mittels von der DK ε ist

$$k = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{e_1 e_2}{r^2};$$

die gegenseitige Kraftwirkung k' zwischen zwei auf festen Potentialen U_1, U_2 gehaltenen Leitern ist

$$k' = \varepsilon \frac{U_1 U_2}{r_2}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit langer elektrischer Wellen ist proportional $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$. Ist die Wellenlänge einer Schwingung in Luft λ_0, im Dielektrikum λ, so gilt also

$$\varepsilon = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 \quad \text{oder} \quad \varepsilon = n^2,$$

wo n das Brechungsvermögen langer Wellen aus Luft in das Mittel bedeutet. Diese Größe stimmt jedoch nur in wenigen Fällen mit dem Brechungsvermögen im sichtbaren Gebiet überein, und zwar nur da, wo keine Absorptionsgebiete im Ultrarot auftreten, wie aus den bekannten Dispersionsformeln (Bd. 1, S. 381) folgt. Der Vergleich mit der DK erfordert deshalb vielfach die Bestimmung des Brechungsvermögens n im Ultrarot, wozu man das Reflexionsvermögen r beobachtet und nach der Formel $r = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$ rechnet (Bd. 1, S. 486). Für die festen Körper kommt meistens das so bestimmte Brechungsvermögen für lange Wärmewellen dem Grenzwerte $\sqrt{\varepsilon}$ nahe, für Flüssigkeiten seltener, weil diese noch im Bereiche elektrischer Wellen anomale Dispersion aufweisen.

Hettner, Phys. Z. **38**, 771, 1937 (elektrische Dispersion des Wassers); Weichmann, Phys. Z. **62**, 535, 1921; Heydweiller, Z. Phys. **3**, 308, 1920 (Beziehung der DK zu Dichte und Brechung). Über Dipolmomente, anomale Dispersion, DK von Elektrolyten vgl. Debye, Polare Molekeln. Leipzig 1929; Falkenhagen, Elektrolyte. Leipzig 1932; Estermann, Erg. exakt. Naturwiss. **8**, 258, 1929. Über dielektrische Relaxation, d. h. das Nachhinken des Aufbaus der dielektrischen Polarisation hinter dem erzeugenden Feld s. z. B. Debye u. Ramm, Ann. Phys. **28**, 28, 1937.

Für Gase gilt bei Änderung der Dichte s das Clausius-Mossottische Gesetz

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{1}{s} = \text{const.}$$

Bei hohem Druck s. Danforth, Phys. Rev. **38**, 1224, 1931. Über die Abhängigkeit der DK von der Temperatur: Riegger, Ann. Phys. **59**, 753, 1919; Weigt, Phys. Z. **23**, 643, 1921; Smyth, Chem. Rev. **19**, 329, 1936. Über DK von Dämpfen s. Pohrt, Ann. Phys. **42**, 569, 1913. DK s. Tab. 68. Zusammenfassender Bericht der neueren Meßmethoden und Resultate sowie Literatur seit 1914 bei Blüh, Phys. Z. **27**, 226, 1926. Ferner Landolt-Börnstein, Physikalisch-Chemische Tabellen.

B. Bestimmung mit dem Kondensator

Eine DK wird nach S. 331 gemessen durch das Verhältnis zweier Kapazitäten (S. 187). Die aus dem Leitvermögen und der Nachwirkung (S. 321) entstehenden Fehler verringert man durch raschen Wechsel der Ladung und Entladung. Für genaue Untersuchungen messe man stets mit verschiedenen Frequenzen.

Die Proportionalität zwischen Kapazität und DK ist daran geknüpft, daß die Kraftlinien ganz im Dielektrikum verlaufen. Mit einem Zylinder-, Kugel- oder ungeradzahligen Mehrplattenkondensator, dessen äußere Belegung ab-

geleitet wird, läßt sich diese Bedingung hinreichend erfüllen, ebenso mit einem geradzahligen Mehrplattenkondensator mit Abschützungen (S. 177). Kapazitäten der Zuleitungen sind von den gemessenen Größen abzuziehen.

a) Nichtleiter. α) Flüssigkeiten und Gase. Man mißt die Kapazität des Versuchskondensators, wenn er einmal Luft, das andere Mal die Flüssigkeit oder das Gas enthält. Gase verlangen, da ihre DK wenig verschieden sind, sehr große Meßgenauigkeit.

Für Gase besonders geeignet ist die Schwebungsmethode (S. 238 u. 274). Man bestimmt die Änderung der Schwebungs-Tonhöhe, die entsteht, wenn man das Gas einströmen läßt in ein evakuiertes Gefäß, das den Kondensator eines Schwingungskreises enthält. Abb. 232 zeigt eine Schaltung. Zwei mit Röhrensendern betriebene Schwingungskreise werden auf nahe die gleiche Frequenz abgestimmt und mit einem Detektorkreis gekoppelt, in dem dann der Schwebungston gehört wird. Wird nun der Kapazität C_1 des einen Kreises ein mit dem zu untersuchenden Gase gefüllter Kondensator C_x parallel geschaltet, so ändert sich die Frequenz des Kreises und damit die Höhe des Schwingungstones. Durch Umschalten auf den meßbar variablen Kondensator C_n wird dieselbe Tonhöhe wiederhergestellt.

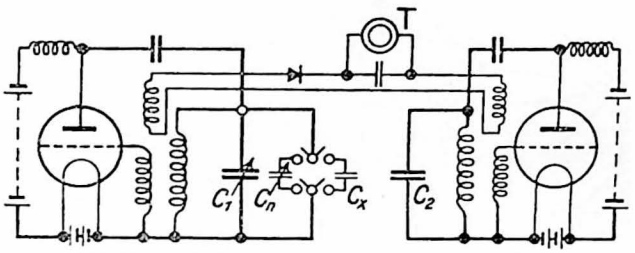


Abb. 232. DK-Messung nach der Schwebungsmethode

Herweg, Z. Phys. **3**, 36, 1920; Ebert, Angew. Chem. **47**, 305, 1934.

β) Feste Körper. 1. Einen schmelzbaren Körper kann man wie eine Flüssigkeit behandeln, indem man ihn am eingetauchten Kondensator erstarren läßt.

Vieweg u. Pfestorf, ETZ **57**, 632, 1936.

2. Die DK kann man nach dem Satze bestimmen, daß sich die Kapazität eines Flüssigkeitskondensators durch die Einführung des Körpers nicht ändert, wenn die Flüssigkeit (durch Mischen) auf die DK des Körpers gebracht worden ist.

Anwendung für Salze bei Schupp, Z. Phys. **75**, H. 1/2, 1932; Tauchverfahren für beliebige feste Körper bei Haeckel, Phys. Z. **37**, 160, 1936; Bestimmung der DK von Mischkörpern bei Wachholtz u. Franceson, Kolloid-Z. **92**, 75 u. 158, 1940.

3. Mit dem Dreiplattenkondensator. Zwei planparallele Isolatorscheiben von der Dicke a werden beiderseits mit je zwei reichlich kleineren, untereinander gleichen, kreisförmigen und konzentrischen Belegungen versehen und so aufeinandergelegt, daß die inneren Belegungen sich decken. Die Kapazität C der inneren Belegung wird gemessen, während die äußeren zur Erde abgeleitet sind, dann ist

$$\varepsilon = \frac{C}{C_0},$$

wo C_0, die Kapazität ohne Isolatorscheiben, berechnet wird nach S. 177. Die Bedingung, daß die Kraftlinien ganz im Dielektrikum verlaufen, wird noch besser erfüllt, wenn man die beiden äußeren Belegungen ebenso groß wie

die Isolatorscheiben macht und die Kapazität für Luft nach S. 177 berechnet. Als Zuleitungen zu den inneren Belegungen nimmt man sehr dünnen Draht.

Grüneisen u. Giebe, Verh. D. Phys. Ges. **14**, 921, 1912.

4. Mit dem Schutzringkondensator (S. 321) kann bei Niederspannung auch ohne fest anliegende Belegungen gemessen werden, z. B. so, daß man den Isolierstoff zwischen die Platten des auf größeren Abstand eingestellten Schutzringkondensators bringt und die Änderung der Kapazität durch einen parallel geschalteten Drehkondensator in einer Brückenschaltung kompensiert.

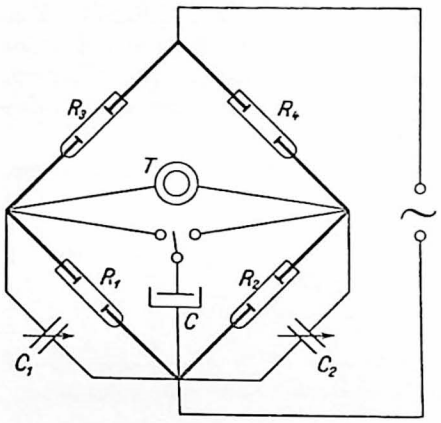


Abb. 233.
DK-Messung bei unvollkommenen Isolatoren

Die Ergebnisse der genannten Verfahren können durch Verluste (S. 323) erheblich gefälscht werden.

b) Unvollkommene Isolatoren. Die Kompensation des Leitvermögens (Nernst) erfolgt durch Flüssigkeitswiderstände (z. B. Borsäure-Mannitlösung). Schaltung nach Abb. 233. Als Wechselstromquelle dient ein Induktorium oder ein Röhrensender. Der Kondensator C mit der Meßlösung wird zunächst parallel zu C_1 geschaltet. Man gleicht durch C_2 und die Widerstände R_1 und R_2 ab. Dann wird C parallel zu C_2 gelegt und wieder an C_2, R_1 und R_2 abgeglichen. Man erhält $2C = \Delta C_2$. Ist C_0 die Kapazität des Meßkondensators bei Füllung mit Luft, C_n bei Füllung mit einer Eichflüssigkeit der bekannten DK ε_n, so gilt für die DK ε der zu untersuchenden Flüssigkeit

$$\varepsilon = (\varepsilon_n - 1)\frac{C - C_0}{C_n - C_0} + 1.$$

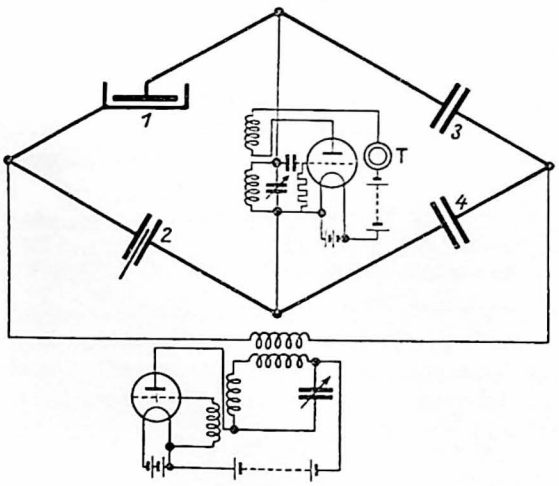


Abb. 234. DK-Messung bei Hochfrequenz

Vorausgesetzt wird eine konstante, genügend große Füllhöhe. Isolationsfehler und Berührung mit der Hand sind zu vermeiden, Symmetrie und Konstanz der Zuleitungen zu beachten.

c) Bessere Leiter. Mittels sehr schneller Schwingungen s. S. 228. α) In der Brücke (Nernst). Eine Anordnung mit Röhrengenerator für einige 10^6 Hz zeigt Abb. 234. In dem einen Zweige liegt der Versuchskondensator, im zweiten ein variabler Kondensator (verschiebbare Glasplatte zwischen zwei Metallplatten), in den Zweigen 3 und 4 zwei konstante gleiche Kapazitäten. Die Schwingungen werden durch Detektor oder Audion in der Brücke gleich-

gerichtet; damit sie hörbar sind, müssen sie mit einem Unterbrecher von Hörfrequenz (Schleifer) unterbrochen werden, oder es muß ihnen eine zweite Frequenz z. B. mit einem Schwingaudion (wie in der Abbildung) überlagert werden, so daß die Schwingungsdifferenz mit dem Telephon beobachtet werden kann. Das Leitvermögen schlecht destillierten Wassers ($\varkappa = 2 \cdot 10^{-5}\,\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$) macht sich noch nicht störend bemerkbar.

Nernst, Wied. Ann. **60**, 600, 1897 (Tesla-Anordnung als Generator); Joachim, Ann. Phys. **60**, 570, 1919 (Röhrensender mit Schleifer).

β) Im elektrischen Schwingungskreise (S. 195).

C. Bestimmung aus Kraftwirkungen

Die gegenseitige Kraftwirkung zweier auf festem Potential gehaltener Leiter ist der DK des sie gemeinschaftlich umgebenden Dielektrikums proportional. An einem passend gebauten Quadrantelektrometer in Doppelschaltung (S. 129) beobachtet man die durch ein konstantes Potential (Akkumulator) hervorgebrachten Ausschläge bei Füllung der Meßanordnung mit Luft oder mit Flüssigkeit. Die auf Proportionalität mit dem Quadrat der Potentialdifferenz korrigierten Ausschläge stehen im Verhältnis der DK. Die Nadel ist an einem feinen Metalldraht aufgehängt, der zugleich als Zuleitung dient (Silow). Schwankungen der Spannung, Flüssigkeitsströmungen durch Temperaturschwankungen, Verdampfung usw. sind sorgfältig zu vermeiden.

Bei Spuren von Leitung stört die Polarisation; daher lädt man besser mit Wechselspannung (S. 154; Induktorium, rotierender Kommutator) und kann dann selbst Stoffe wie Alkohol, Wasser, Lösungen bis $\varkappa = 10^{-5}\,\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$ messen.

Fürth, Phys. Z. **25**, 676, 1924; Carman, Phys. Rev. **24**, 396, 1924.

D. Bestimmung aus der Länge elektrischer Wellen

Man erzeugt längs einer Doppeldrahtleitung stehende, möglichst homogene Hertzsche Wellen und bestimmt ihre Länge sowohl in Luft wie im Dielektrikum nach S. 259. Das Verfahren ist auf Körper von größerem Leitvermögen anwendbar als die übrigen Methoden, z. B. noch auf verdünnte Salzlösungen.

Anordnungen von Drude. Der Wellenerreger (nach Blondlot, Abb. 235) besteht aus zwei halbkreisförmigen (Radius 25 mm) Stücken AA' aus 3 mm dickem Kupferdraht, zwischen deren auf 6 mm kugelig verdickten Enden bei F die Erregungsfunken in Petroleum überspringen; die in dem so gebildeten Oszillator entstehende stark gedämpfte Schwingung entspricht einer ganzen Wellenlänge in Luft von etwa 75 cm. Die auf etwa 0,5 mm Kugelabstand eingestellte Funkenstrecke F wird gespeist entweder unmittelbar aus einem Induktorium (6—10 cm Schlagweite) oder wirksamer aus der Sekundärwicklung eines Tesla-Transformators. Dieser besteht aus einem Schwingungskreis, enthaltend eine vom Induktorium gespeiste Zinkfunkenstrecke von 2 mm Funkenlänge, eine kleine Leidener Flasche (100 cm² Belegung, 2,5 mm Glasdicke) und eine dickdrähtige, am besten symmetrisch auf beide Seiten der Flasche verteilte

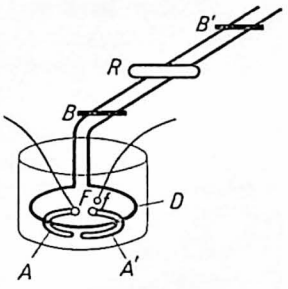


Abb. 235. DK-Messung nach Drude

Windungslage (6 Windungen von 11 cm Durchmesser; Drahtdicke 1,5 mm), in der die Sekundärspule (300 Windungen von 7 cm Durchmesser; Drahtdicke 0,5 mm) steckt. Die Zuleitungen von den Enden der Sekundärspule zu den Kugeln der Funkenstrecke bestehen aus dünnem Draht; und zwar sei, wenn das Induktorium unmittelbar benutzt wird, einem der Halbkreise bei f die Zuleitung bis zu 0,5 mm Abstand genähert, so daß hier Funken überspringen.

Nahe über dem Oszillator AA' liegt, durch eine Glimmerscheibe von ihm getrennt, der Drahtkreis D, in dem die Oszillatorschwingungen hochfrequente Schwingungen induzieren. Dieser Kreis ist nicht ganz geschlossen; seine Enden sind nach oben geführt und gehen dann in eine Doppeldrahtleitung von etwa 1 cm Abstand über, an der die elektrischen Wellen entlanglaufen. Die Leitung (Lechersches Drahtsystem) kann am Ende posaunenzugartig verlängerbar sein.

Die beiden Drähte sind bei B durch einen fest aufliegenden Querdraht überbrückt, so daß das System DB auf die Oszillatorschwingungen abgestimmt ist. Dann entstehen in DB kräftige, schwächer gedämpfte Schwingungen; die Lage von B ist so auszuprobieren, daß die Erscheinungen jenseits von B möglichst kräftig und sauber werden. Legt man nun über die Drähte eine zweite, verschiebbare Brücke B', so leuchtet eine in etwa 17 cm von B übergelegte elektrodenlose Vakuumröhre R (mit stark verdünntem Helium oder Neon gefüllt) dann am stärksten auf, wenn die Drahtschleife zwischen B und B' auf das System DB abgestimmt ist; es entstehen in dem Stück BB' stehende Wellen, die bei B und B' Knoten der Spannung, bei R einen Bauch haben. Man kann also mehrere Lagen für B' finden, für die R am stärksten aufleuchtet (zweckmäßig gibt man der Röhre eine solche Höhenlage über der Drahtleitung, daß das Leuchten nur nahe den Resonanzstellungen von B' eintritt); diese Lagen sind um ganze Vielfache der halben Wellenlänge (also um etwa 37 cm) voneinander entfernt. Man sucht mehrere solcher Stellungen für B' auf und erhält in ihrem Abstand die halbe Wellenlänge (die erste Resonanzlage von B' ist wegen des Einflusses der Brücken und der Röhre um weniger als $\lambda/2$ von B entfernt; dieser Abstand darf also nicht benutzt werden). Auch die Stellen schwächsten Aufleuchtens können zur Messung gebraucht werden.

a) Man bestimmt die Wellenlänge in Luft (λ_0) und in der zu messenden Flüssigkeit (λ), wobei die Drähte durch einen mit dieser gefüllten Glastrog durchgeführt werden. Dann ist

$$\varepsilon = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2.$$

Korrektion wegen des begrenzten Flüssigkeitsquerschnitts. Das gemessene λ fällt wegen der beschränkten Querabmessungen etwas zu groß aus; das hiermit berechnete ε ist also zu vergrößern. Die empirische Korrektion (Drude) beträgt

für ein gefundenes	$\varepsilon = 10$	20	30	40	50	60	80
im Kasten $3 \times 3{,}5$ cm	+ 0,8	1,9	2,8	3,3	3,6	3,8	+ 4,0 %
„ „ 5×6 cm			+ 0,5				+ 2,1 %.

Über Vorsichtsmaßnahmen bei besseren Leitern oder anormal absorbierenden Körpern vgl. Drude, a. a. O. (unten). — Über Anordnung u. a. auch Colley, Phys. Z. 10, 329, 1909; Hellmann u. Zahn, Ann. Phys. **81**, 711, 1928.

Da mit Röhrensendern (S. 228) auch hochfrequente, aber ungedämpfte Schwingungen von 100—10 cm hergestellt werden können, kann man auf einem

mit dem Schwingungskreis locker gekoppelten Lecherschen Drahtsystem ebenfalls stehende Wellen erregen. Bei der größeren Energie dieser Schwingungen ist als Indikator für die Knoten und Bäuche z. B. ein Thermokreuz von kleinem Widerstande (2 Ω) verwendbar, welches das dem Sender zugewendete Ende der Leitung überbrückt; vom Thermokreuz führt eine verdrillte Leitung zum Galvanometer. Durch Verschieben der hinteren Brücke kann man dann Resonanzkurven aufnehmen und so die Wellenlänge auf weniger als $1\,‰$ messen.

Holborn, Z. Phys. **6**, 328, 1921.

b) Genäherte Werte von ε erhält man schon mit sehr wenig Flüssigkeit (Drude). Ein Kondensatorfläschchen (Abb. 236, natürliche Größe) wird bis in den Hals gefüllt, A dient für große, B für kleine DK. Mit diesem Kondensator überbrückt man die Enden der Doppelleitung und stellt, während B und R (Abb. 235) überliegen, den Posaunenauszug derart, daß R am stärksten aufleuchtet; dann ersetzt man das Fläschchen durch einen kurzen Metalldraht und stellt abermals auf Leuchten von R ein. Aus dem Unterschied l der beiden Einstellungen läßt sich die DK ε entnehmen, entweder nach einer empirischen, graphisch dargestellten Eichung mit bekannten Flüssigkeiten (etwa Benzol mit Azeton, $\varepsilon = 2{,}3$ bis $3{,}1$, oder Azeton mit Wasser, $\varepsilon = 21$ bis 80) oder nach der Formel

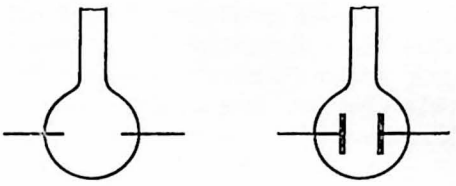


Abb. 236. Elektrodengefäß nach Drude

$$\varepsilon = a \operatorname{ctg} \frac{2\pi l}{\lambda_0} - b,$$

deren Konstanten a und b empirisch bestimmt werden (Tabellen bei Drude, s. u.).

Auch flüssig eingefüllte, in dem Fläschchen erstarrte Substanzen können, wenigstens annäherungsweise, bestimmt werden. Auf einen festen Körper läßt sich das Mischungsverfahren anwenden (S. 333). Statt die Mischung auszuprobieren, bis die gesuchte DK vorhanden ist, kann man genauer die Kurven von l für eine Reihe von Mischungen mit und ohne eingeführten Körper ermitteln und ihren Schnittpunkt suchen.

Drude, Ann. Phys. **8**, 336, 1902 u. **16**, 116, 1905; Rubens, Berl. Ber. S. 4, 1915; Jaeger, Ann. Phys. **53**, 409, 1917; Hackel, ebd. **29**, 63 (1937). Über Dispersionsmessungen im Gebiete kurzer Wellen s. Heim, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **30**, 160 u. 176, 1927. Über Kristalle s. z. B. Fellinger, Ann. Phys. **60**, 181, 1919. Messungen mit Wellen unter 1 m bei Devoto, Z. Elektrochem. **40**, 490, 1934.

c) Dekrementsmethode. Bei großer Dämpfung, die bei Füllung der Kondensatoren, Abb. 236, mit sehr gut leitenden Flüssigkeiten die Resonanzeinstellung bei Verfahren nach Abschn. b ungenau macht, kann man durch Messung des Dämpfungsdekrementes, dessen Größe auch von der Größe der Kapazität abhängt, die Kapazität, d. h. die DK bestimmen. Das Verfahren ist besonders geeignet zum Vergleich der DK zweier Elektrolytlösungen (S. 68) gleichen Leitvermögens. Aus dem Verhältnis der Dämpfungsdekremente, das sich aus den Maximalausschlägen eines auf den Stromeffekt ansprechenden Meßinstrumentes bestimmen läßt, ergibt sich unmittelbar das Verhältnis der DK. Um einen Absolutwert zu erhalten, ersetzt man den Flüssigkeitskondensator durch einen Widerstandsdraht. Die Methode gestattet z. B. noch bei 5 %iger NaCl-Lösung eine DK bis auf etwa 5 % zu messen; bei Relativmessungen ist eine Genauigkeit

von 0,5 % erreichbar. Bei den erforderlichen sehr kurzen Wellen (Größenordnung 1 m) ist für die Meßanordnung und Auswertung der Beobachtungen zu beachten, daß die Strömung nicht quasistationär ist.

Zahn, Ann. Phys. **80**, 182, 1926; Rieckhoff u. Zahn, Z. Phys. **53**, 619, 1929. Zur Literatur der DK-Bestimmung gut leitender Substanzen: Walden, Ulich u. Werner, Z. phys. Chem. **116**, 261, 1925; Falkenhagen, Elektrolyte, Leipzig 1932; Röver, Ann. Phys. [5] **21**, 320, 1934.

E. Dipolmoment

Wie das paramagnetische Verhalten von Stoffen auf das Vorhandensein von Elektronen zurückgeführt wird, die ein permanentes magnetisches Moment ergeben, so kann auch in elektrischer Hinsicht angenommen werden, daß bei gewissen Molekülen der Mittelpunkt der positiven Ladungen nicht mit dem der negativen zusammenfällt. Solche Moleküle haben ein permanentes elektrisches Moment und können Polarisierung nicht nur infolge Deformation, sondern auch infolge Orientierung durch äußere Felder zeigen, sie heißen polare Moleküle (Debye). Den Zusammenhang mit der DK gibt die erweiterte Clausius-Mosottische Beziehung

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}=\frac{4\pi}{3}N\left(\alpha+\frac{\mu^2}{3kT}\right),$$

hierin ist N die Loschmidtsche Zahl ($N = 6{,}02 \cdot 10^{23}$), α die Polarisierbarkeit (Dimension cm^3) eines Moleküls, k die Boltzmannsche Konstante ($k = 1{,}38 \cdot 10^{-16}$), T die absolute Temperatur, μ das elektrische Moment des Moleküls. α kann nach der für Gase vereinfachten Beziehung

$$\frac{4\pi N}{3}\alpha=\frac{\varepsilon-1}{3}\frac{M}{\varrho} \quad (M \text{ Molekulargewicht, } \varrho \text{ Dichte})$$

ermittelt werden, damit auch μ. Man erhält μ (Ladung × Abstand) in elektrostatischen Einheiten, der Größenordnung nach liegen die Werte bei 10^{-18} ESE. Die zunächst für Gase abgeleiteten Beziehungen gelten entsprechend auch für (verdünnte) Lösungen, sie sind für die Erklärung der anormalen Dispersion des Leitvermögens von Elektrolyten wichtig geworden (S. 67).

Für die Ermittlung des Dipolmoments kommen Messungen der DK besonders in Abhängigkeit von Temperatur und Frequenz in Frage, ferner das $\sqrt{\varepsilon}$ proportionale Brechungsverhältnis (Bd. 1, S. 381). Eine andere Methode besteht in der Messung der einem polaren Dielektrikum in einem elektrischen Drehfeld durch die Dipole erteilten Rotation (Lertes, Z. Phys. **21**, 198, 1923). Nach Herweg (Z. Phys. **3**, 36, 1920) mißt man die DK mit Hilfe eines Wechselfeldes geringer Amplitude, einmal bei alleiniger Anwesenheit des Meßfeldes, ein zweites Mal unter Überlagerung mit einem starken Gleichfeld. Aus der Abnahme der DK kann das Dipolmoment errechnet werden. Die Änderung der DK ist klein, sie beträgt bei 25 000 V/cm etwa $2 \cdot 10^{-5}$.

Ein von DK-Messungen unabhängiges Verfahren ist die Molekularstrahlmethode. Sie ist das elektrische Analogon zur Bestimmung magnetischer Molekularmomente nach Stern-Gerlach. Ein Strahl Moleküle (in Dampfform) wird durch ein inhomogenes elektrisches Feld geschickt. Die Dipole erfahren durch das Feld Anziehungs- und Abstoßungskräfte, damit ergibt sich eine Verbreitung des Strahls.

Estermann, Z. phys. Chem. (B) **2**, 287, 1928. Zusammenfassende Darstellungen bei Debye, Polare Molekeln. Leipzig 1929; Sack, Dipolmoment u. Molekularstruktur. Erg. exakt. Naturwiss. **8**, 307, 1929; H. Müller, Dielektr. Verluste im Zusammenhang mit dem polaren Aufbau der Materie, ebd. **17**, 164 1938.

Korpuskeln und Energiequanten

I. Ionen in Gasen

1. Grundbegriffe und Definitionen

a) Ionisierung. Im natürlichen Zustand sind die Gase gegenüber kleinen elektrischen Feldern fast vollkommene Isolatoren. Durch Ionisierungsmittel wie Kathoden-, Kanal-, radioaktive α- und β-Strahlen sowie kurzwellige Wellenstrahlung entstehen im Gase in gleicher Zahl positive und negative Ionen und damit eine Leitfähigkeit. Das Elektron, welches durch den Ionisierungsvorgang von einem Molekül oder Atom abgespalten wird, lagert sich namentlich bei hohem Gasdruck sofort an ein anderes Molekül oder Atom an, so daß zunächst ein negatives Atom- oder Molekülion entsteht. Jedoch auch diese negativen Ionen, ebenso wie die primären positiven, existieren im allgemeinen nur sehr kurze Zeit (einige 10^{-4} s), wie aus den neueren Untersuchungen über die Beweglichkeiten (Abschn. B, S. 342) gefolgert wird. In der Regel handelt es sich bei den normalen Ionen (auch „Molionen" genannt) um größere Komplexe. In Gasen mit sehr geringer „Elektronenaffinität", wie z. B. reinen Edelgasen, können sich freilich auch freie Elektronen längere Zeit halten. Durch Anlagerung der normalen Ionen an größere Partikel (Staub, Wasserdampftröpfchen) können schließlich bei nicht gereinigten Gasen ultramikroskopisch sichtbare Riesenionen (auch „Langevinionen" genannt) entstehen.

Analog wie Gase verhalten sich in bezug auf die Ionisierung auch dielektrische Flüssigkeiten von sehr geringem Leitvermögen ($10^{-17}\,\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$ und weniger), wie Hexan, Petroläther, Äthyläther, Benzol, Toluol usw. S. hierüber u. a. Jaffé, Ann. Phys. **36**, 25, 1911 u. **42**, 331, 1913; van der Bijl, ebd. **39**, 170, 1912; Faßbinder, ebd. **48**, 449, 1915.

b) Elektrisierung. Ionisation eines Vorzeichens, d. h. unipolare Leitung, bezeichnet man als Elektrisierung. Sie zeigt sich an der Oberfläche glühender Metalle oder Kohle (Glühemission) und vieler mit genügend kurzwelligem Licht bestrahlter Metalle oder Flüssigkeiten (lichtelektrischer Effekt, vgl. S. 391) infolge ihrer Elektronenemission.

Elektrisierung durch Emission von positiven Ionen tritt auf beim Glühen von Kunsmann-Elektroden (Magnetit + 1% Aluminiumoxyd + 1% Alkali- oder Erdalkali-Oxyd) und beim Glühen von Platinbändern, die mit Atomstrahlen beschossen werden (Prinzip von Langmuir-Kingdon). Elektrisierung liegt auch vor beim Ausströmen von Elektrizität aus Spitzen.

Über Emission von positiven Ionen vgl. Kunsmann, J. Frankl.-Inst. **203**, 635, 1927; Powell u. Brate, Proc. Roy. Soc. **141**, 463, 1933; Keck u. Loeb, Rev. sci. instr. **4**, 486, 1933.

c) Ionisierungsdichte. Die Ladung eines positiven oder negativen Ions ist gleich der Elementarladung $e = 4{,}80 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische CGS $= 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C (S. 383). Ionisation nennt man die Anzahl n der im Kubikzentimeter vor-

handenen Ionenpaare. Die Zahl der in der Volum- und Zeiteinheit erzeugten Ionenpaare (Ionisierungsdichte oder Ionisierungsstärke q) wird durch die Art des Ionisierungsmittels und durch die Natur des Gases bedingt; in demselben Gas ist sie der Gasdichte und bei derselben ionisierenden Strahlung deren Intensität proportional. Die erzeugte Ionisierungsdichte ist daher ein wichtiges Maß für die Strahlenintensität (S. 369 und S. 493). Sofern Einflüsse der Wandung des Ionisierungsgefäßes ausgeschaltet sind, ist die Ionisierungsdichte der pro Sekunde im Kubikzentimeter des Gases absorbierten Strahlenenergie proportional. Bei der Ionisierung durch Röntgen- oder γ-Strahlen kann man, außer bei sehr hohen Drucken, die Ionisierungsdichte q praktisch als räumlich konstant ansehen. Dagegen liegt bei den stark ionisierenden schweren Korpuskeln (Protonen, α-Teilchen, s. S. 448) keine homogene Volumionisierung vor, es entstehen vielmehr längs der Bahn der Partikel Gebiete von sehr kleinem Querschnitt und hohen Ionendichten. Man bezeichnet diese Erscheinung als „Kolonnen"- oder „Säulenionisation".

Es ist üblich geworden, die Einheit der auf 0^0 und 760 mm Hg bezogenen Ionisierungsdichte q in Luft einem Vorschlag von Kolhörster entsprechend als 1 I zu bezeichnen; diese Einheit hat sich vor allem in der Höhenstrahlung (S. 493) eingebürgert.

d) Abklingen der Ionisation. Nach Beseitigung des Ionisierungsmittels verschwindet die Leitfähigkeit in kurzer Zeit (Sekunden, höchstens Minuten), teils durch Wiedervereinigung der Ionen (Rekombination), teils durch ihre Diffusion nach den Wänden, wo sie ihre Ladungen abgeben. Die Diffusion spielt nur in nächster Nähe der Wände eine Rolle.

Die Wiedervereinigungs-Geschwindigkeit ist dem Quadrat der Ionisation n (s. oben) proportional: $\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2$; daraus

$$n = \frac{n_0}{1 + \alpha n_0 t}. \tag{1}$$

α ist der vom Druck abhängige Wiedervereinigungs-Koeffizient (S. 341, Abschn. A).

Im feldfreien Raum ist die Anzahl q der vom Ionisator im Kubikzentimeter pro Sekunde erzeugten Ionenpaare im stationären Zustand gleich der Zahl der verschwindenden: $q = \alpha n_0^2$, die Ionisation also

$$n_0 = \sqrt{\frac{q}{\alpha}}. \tag{2}$$

e) Ionisationsstrom. Im elektrischen Feld bewegen sich die Ionen mit einer der Feldstärke proportionalen mittleren Wanderungsgeschwindigkeit; die Ionenbeweglichkeit u ist die in cm/s gemessene Geschwindigkeit bei der Feldstärke 1 V/cm (S. 342). Die Ionen werden so den Elektroden zugeführt und bilden die Träger der Ionisationsströme der unselbständigen Entladung (S. 344). Bei kleinen Feldstärken gilt für die Ionisationsströme das Ohmsche Gesetz: Die Stromstärke ist der Feldstärke proportional. Bei stärkeren Feldern bewirkt das Wegführen der Ionen eine merkliche Konzentrationsverminderung, infolge deren die Stromstärke langsamer als die Feldstärke wächst. Schließlich werden alle erzeugten Ionen an die Elektroden geführt, ehe sie sich merklich wieder vereinigen können, und es entsteht der von der Feldstärke unabhängige Sättigungsstrom.

Wird das Volum v im Bereich des elektrischen Feldes gleichmäßig ionisiert, so beträgt der Sättigungsstrom

$$I = eqv, \tag{3}$$

wenn q die Ionisierungsdichte ist.

Steigert man bei geringen Gasdrucken die Feldstärke erheblich über den Sättigungswert, so werden die Geschwindigkeiten der Elektronen, bevor sie durch Vereinigung mit neutralen Molekülen Ionen gebildet haben, so groß, daß sie durch Stoß von den getroffenen Molekülen neue Ionen abspalten (S. 346 Abschn. B). Die Stromstärke wächst dann wieder stark an, bis bei sehr hohen Feldstärken, wo auch die positiven Ionen neue Ionen in merklicher Zahl erzeugen, selbständige Entladung (S. 347) eintritt.

Vgl. namentlich Thomson, Conduction of Electricity through Gases. Cambridge 1903; deutsch von Marx. Leipzig 1906; 3. Aufl. Cambridge, Bd. I 1928, Bd. II 1933; Przibram, Ionen in Gasen, Handb. d. Phys. 2. Aufl. Bd. 22, 1; Schweidler, Ionenleitung in Gasen, Handb. d. Exp.Phys. Bd. 13, 1; Darrow, Electrical Discharges in Gases, J. Electr. Eng. **53**, 388, 1934; Darrow, Rev. sci. instr. **4**, 8, 1933; Tyndall, The Mobility of positive Ions in Gases. Cambridge 1938; Massey, Negative Ions. Cambridge 1938. Ferner über Flammenleitung, Glühelektroden, unselbständige Entladung und selbständige Entladung (stille, Glimm-, Lichtbogen- und Funkenentladung) in Handb. d. Radiologie Bd. I, III u. IV 2 u. 3. Leipzig 1916 bis 1924; Handb. d. Phys. Bd. 14; Handb. d. Exp.Phys. Bd. 13, 1, 2 u. 3; Seeliger, Gasentladungen. Leipzig 1927; Engel u. Steenbeck, Gasentladungen. Berlin 1934; Knoll, Ollendorf u. Rompe, Gasentladungstabellen. Berlin 1935.

2. Messung der Ionenkonstanten

A. Wiedervereinigungs-Koeffizient. Abklingen der Ionisation

Das zwischen den parallelen, zunächst geerdeten Metallplatten $A\,B$ (Abb. 237) befindliche Gas werde, z. B. durch Röntgenstrahlen, ionisiert, bis der stationäre Zustand erreicht ist (Ionisation $n = n_0$). Unmittelbar vor Beginn der Messung wird durch Öffnen von S_1 die Erdung von B aufgehoben. Ein Pendel unterbricht dann zur Zeit $t = 0$ durch Öffnen des Kontaktes K_1 im Primärkreis des Röntgeninduktoriums die Ionisierung und hebt nach der kurzen Zeit t_1 die Erdung der Platte A durch Öffnen von K_2 auf. Dadurch lädt sich die Platte A über den hohen Widerstand W auf das Potential der Batterie B von mindestens 200 V auf, und alle zur Zeit t_1 noch vorhandenen Ionen eines Zeichens werden fast momentan der Platte B und der mit ihr verbundenen Kapazität C von etwa 100 cm zugeführt. Nachdem der Kontakt K_2 wieder geschlossen worden ist, um die auf B durch das Anlegen der Spannung an A erzeugte Influenzladung wieder zu beseitigen, kann nach Öffnen von S_2 die Ladung von $B + C$ mit dem Elektrometer Q gemessen (S. 127) und daraus durch Division mit der Elementarladung die Zahl der Ionen n_1 berechnet werden. Ein

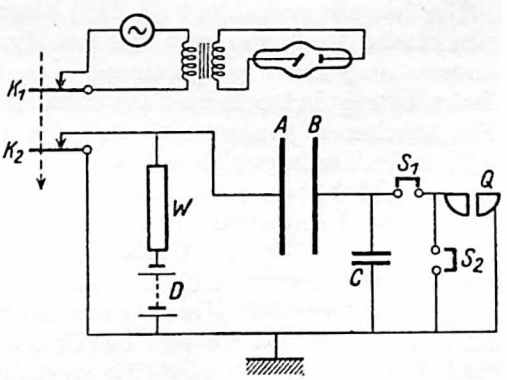


Abb. 237.
Messung des Wiedervereinigungskoeffizienten

zweiter Versuch mit einer anderen Zeit t_2 ergebe n_2. Dann erhält man aus Gl. (1) für die Konstante α den Wert

$$\alpha = \frac{n_1 - n_2}{n_1 n_2 (t_2 - t_1)}.$$

Man achte darauf, daß das Gas zwischen $A\,B$ staubfrei ist, da sonst durch die Bildung der schwerbeweglichen Langevinionen Fehler entstehen.

α hat unter den üblichen Versuchsbedingungen für Luft etwa den Wert $1{,}6 \cdot 10^{-6}\ s^{-1}$. Durch einen kräftigen Ionisator kann n_0 auf etwa 10^6 gebracht werden. Nach Ablauf von 5,6 s wäre n auf 10% und nach 62 s auf etwa 1% abgeklungen.

Bei neueren Modifikationen dieses Verfahrens bleibt die Röntgenröhre dauernd in Betrieb. Zwischen dem zu ionisierenden Gasraum und der Röhre befindet sich ein rotierender Sektor mit veränderbarer Öffnung, der periodisch die Strahlung durchläßt. Gleichzeitig befindet sich auf der rotierenden Scheibe eine Kommutiervorrichtung, die sich unter beliebigem Winkel gegen die Sektoröffnung einstellen läßt. Der Kommutator legt zu einem durch den Verstellwinkel definierten Zeitpunkt nach der Bestrahlung die hohe Spannung kurzzeitig an die Platte A und erdet sie hinterher. Durch die fortlaufende Rotation wird der Versuch gleichmäßig und beliebig oft wiederholt; die auf $B+C$ angesammelte Ladung wird unter Verwendung eines Elektrometers als Nullinstrument kompensiert (Meßmethode vgl. S. 144).

Marshall, Phys. Rev. **34**, 618, 1929; Luhr, ebd. **36**, 787, 1930; Sayers, Proc. Roy. Soc. **169**, 83, 1938.

Über andere Methoden vgl. Rutherford, Phil. Mag. **44**, 422, 1897 u. **47**, 109, 1899; Townsend, Phil. Trans. **193**, 144, 1900; Langevin, Rech. s. les gaz ionisés, Thèses. Paris 1902; Moreau, C. R. **142**, 392, 1906; Barus, Amer. J. of Sci. **24**, 419, 1907; Rümelin, Ann. Phys. **43**, 821, 1914; Kraus, Ann. Phys. 29, 449, 1937.

Bei schwacher Ionisation, insbesondere in der natürlichen Atmosphäre, gelten von Gl. (1) abweichende Gesetze; Schweidler, Wien. Ber. **133**, 23, 1924; Hess, Phys. Z. **28**, 882, 1927.

B. Ionenbeweglichkeit

Die Ionenbeweglichkeit (S. 340) hängt von der Natur des Gases ab und ist von einem Druck von etwa 100 mm Hg an aufwärts bis zu sehr hohen Drucken diesem umgekehrt proportional. Die Beweglichkeit der normalen negativen Ionen beträgt in trockener Luft etwa 1,9, die der normalen positiven 1,4 cm^2/Vs. Für trockenen Wasserstoff sind die entsprechenden Zahlen etwa 8,3 und 5,9 cm^2/Vs. Die Beweglichkeiten der kurzlebigen atomaren oder monomolekularen Ionen sind höher, z. B. 17,5 cm^2/Vs für das positive Ion in Wasserstoff; diejenigen der Langevin-Ionen sind um Größenordnungen kleiner.

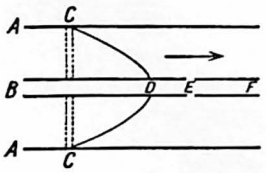


Abb. 238. Messung der Ionenbeweglichkeit nach der Strömungsmethode

Große Ionenbeweglichkeiten sind erwünscht, wenn es sich bei kurzdauernden Ionisationen, z. B. bei solchen durch einzelne Elementarpartikel, darum handelt, die Ionen möglichst schnell zu sammeln. Die Verwendung sorgfältig gereinigter Edelgase ist dann angebracht wegen des Überwiegens von atomaren Ionen und freien Elektronen (vgl. Zählung von Elementarteilchen, S. 462).

a) Strömungsmethode. Der innere der beiden koaxialen Metallzylinder A und B (Abb. 238) ist bei E in zwei voneinander isolierte Teile geteilt, von denen der linke BE zur Erde abgeleitet, der rechte EF mit einem Elektrometer verbunden ist. An den äußeren Zylinder A

ist eine Batterie angeschlossen, deren Spannung variiert werden kann. Zwischen beiden Zylindern fließt ein Luftstrom mit der gleichförmigen Strömungsgeschwindigkeit w cm³/s. Bei CC, in d cm Abstand von E, werden durch ein schmales Röntgenstrahlenbündel Ionen erzeugt, die einerseits von dem Luftstrom in der Richtung BF mitgenommen, andererseits durch das elektrische Feld zu den Metallzylindern gezogen werden. Bei negativer Ladung des äußeren Zylinders werden alle negativen, bei positiver Ladung alle positiven Ionen dem inneren Zylinder zugeführt, wobei die dicht am äußeren Zylinder bei C erzeugten Ionen etwa der durch die Kurve CD angedeuteten Bahn folgen. Je mehr man die Potentialdifferenz zwischen A und B verringert, desto flacher wird der Verlauf der Kurve CD und desto weiter rückt der Punkt D an den Punkt E heran. Für den bestimmten Potentialwert V Volt überschreitet D die Stelle E, was an dem Ausschlag des Elektrometers erkannt werden kann. Sind a und b die Radien des äußeren bzw. inneren Zylinders, so ist die Ionenbeweglichkeit

$$u = \frac{w \cdot \ln \frac{a}{b}}{2\pi d V}.$$

Über Durchführung der Rechnung vgl. Zeleny, Phil. Trans. **195**, 193, 1901; auch Franck, Ann. Phys. **21**, 972, 1906. Abänderungen der Methode: Lafay, **173**, 75, 1921; Busse, Ann. Phys. **76**, 493, 1925; Erikson, Phys. Rev. **24**, 502, 1924. — Über Messungen an schweren, radioaktiven Atomen (positiv geladenen Restatomen) s. Franck u. Meitner, Verh. D. Phys. Ges. **13**, 671, 1911. Dort weitere Literatur.

b) Wechselstrommethode. Diese ist bei Oberflächenionisation (z. B. durch ultraviolettes Licht) anwendbar. Zwischen der die Ionen liefernden Platte I und einer parallelen Platte II (oder Drahtnetz) wird ein Sinus-Wechselfeld von der Scheitelspannung A und Kreisfrequenz ω erzeugt (S. 146); Platte II wird mit einem Quadrantelektrometer in Quadrantschaltung oder einem Fadenelektrometer mit parallel geschalteter Kapazität verbunden. Die Elektrometerkapazität muß groß gegen die Kapazität der Platten I und II sein, da sonst ein Teil der Wechselspannung nicht zwischen den Platten, sondern am Elektrometer liegt.

Ist d der kürzeste Plattenabstand, bei dem kein Ausschlag erfolgt, also kein Elektrizitätsübergang stattfindet, so ist d zugleich die maximale Schwingungsamplitude der Ionen, und es gilt

$$u = \frac{\omega d^2}{2A}.$$

Rutherford, Proc. Cambr. Phil. Soc. **9**, 401, 1898.

Von Franck und Pohl sind die Anwendungsmöglichkeiten dieser Methode erweitert worden, indem die erforderliche Oberflächenionisation dadurch erzielt wird, daß die Platte I durch ein Drahtnetz ersetzt wird. Das Gas wird dann vor diesem Netz ionisiert, und die Ionen werden durch ein kleines Hilfsfeld in den eigentlichen Meßkondensator getrieben. Eine Verbesserung des Verfahrens bedeutet der Ersatz der sinusförmigen Wechselspannung durch rasch kommutierte Gleichspannung bzw. durch Wechselspannung von rechteckiger Kurvenform.

Franck u. Pohl, Verh. D. Phys. Ges. **9**, 69 u. 104, 1907; Franck, Jb. Rad. **9**, 235, 1912; Lattey, Proc. Roy. Soc. **84**, 171, 1910; Loeb, Phys. Rev. **36**, 790, 1930.

c) Doppelschleusen-Methode. Diese Methode ist eine Übertragung der Fizeauschen Zahnradmethode zur Messung der Lichtgeschwindigkeit. Im Prinzip werden die Ionen mittels eines Feldes durch zwei verschließbare Schleusen getrieben, die den Abstand A voneinander haben, und die nur momentan und nacheinander, mit einem zeitlichen Abstand T, geöffnet werden. Nur diejenigen Ionen gelangen zu der hinter den Schleusen befindlichen Sammelelektrode, deren Geschwindigkeit $v = A/T$ ist. Die Methode läßt sich mechanisch durch rotierende geschlitzte Räder verwirklichen (Laporte). Als besonders erfolgreich erwies sich jedoch die Steuerung der Schleusen durch elektrische Wechselfelder (Abb. 239). Zwischen der Platte A, die die Ionenquelle P (Spitze oder radioaktives Präparat) enthält, und der Netzelektrode I liegt die gesamte Spannung, die die Ionen zu durchlaufen haben. Diese Spannungsdifferenz verteilt sich in Teilbeträgen über eine größere Reihe von Elektroden zwischen A und I. Die Elektroden B, C, H und I bestehen aus Drahtnetzen, während es sich bei den Elektroden D, E, F und G um Scheibenringe handelt, die lediglich dazu dienen, das Feld gleichförmig zu machen. Der Gleichspannung zwischen den Netzelektroden B und C wie auch der zwischen H und I sind Wechselspannungen gleicher Frequenz überlagert, die beide genau in Phase sind. Ionen gelangen nur dann zur Auffängerplatte K, wenn ihre Laufzeit zwischen den beiden Doppelnetzen ein ganzzahliges Vielfaches der Schwingungsdauer ist. Variation der Wechselfrequenz liefert das Beweglichkeitsspektrum.

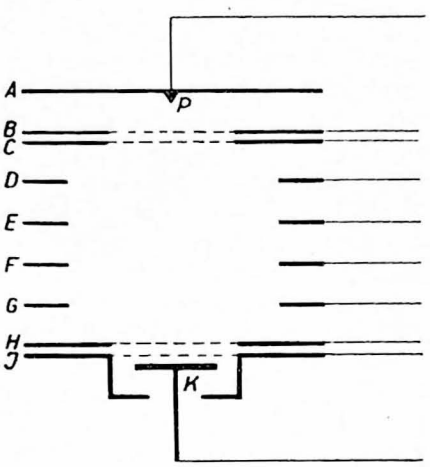


Abb. 239. Messung der Ionenbeweglichkeit nach der Doppelschleusenmethode

Laporte, C. R. **172**, 1028, 1921 u. **183**, 119, 1926; Van de Graff, Nature **124**, 10, 1929; Blackwood, Phys. Rev. **33**, 1070, 1929; Hamshere, Proc. Cambr. Phil. Soc. **25**, 205, 1929; Tyndall u. Powell, Proc. Roy. Soc. **129**, 162, 1930. — Über andere Methoden vgl. Langevin, Ann. chim. phys. **28**, 433, 1903; Fontell, Soc. Sci. Fenn. Comm. Phys. Math. **5**, 23, 1931; Groselj, Wien. Ber. (2 a) **113**, 1131, 1904. Methode des Ionenwindes: Chattock, Walker u. Dixon, Phil. Mag. **1**, 79, 1901 u. Moore, Phys. Rev. **34**, 81, 1912; Montel, C. R. **208**, 1141, 1939. — Über Messung an Ionen, die durch ein einzelnes α-Teilchen gebildet worden sind, s. Stetter, Phys. Z. **33**, 294, 1932.

3. Unselbständige Entladung

A. Ionisationsstrom

a) Meßanordnung. Ionisationsströme werden mit einer Ionisationskammer meist in Verbindung mit einem Goldblatt-, Faden- oder Quadrantelektrometer, zuweilen auch mit einem Galvanometer oder einer Verstärkeranordnung gemessen. Goldblattelektrometer, wie Abb. 82 und 83, eignen sich im allgemeinen nur für relative Messungen. Über elektrometrische Messungen s. S. 139 bis 145.

Zwei typische Formen von Ionisationskammern (Platten- und Zylinderkondensator) zeigen Abb. 240 und 241. Das äußere Gehäuse A wird mit dem

einen Pol einer konstanten Spannungsquelle verbunden, deren anderer Pol an Erde liegt. Die zentrale Elektrode E, deren Aufladung gemessen wird, führt zum Elektrometer. Um zu verhindern, daß von dem Gehäuse elektrische Ladung über den Isolator zu der zentralen Elektrode überkriecht, wird dieser durch einen geerdeten Metallring R unterteilt. Der äußere Teil B kann aus Hartgummi bestehen, der innere C ist aus Bernstein oder Schwefel zu fertigen. —

Über Isolation und elektrostatischen Schutz vgl. S. 123 bis 125.

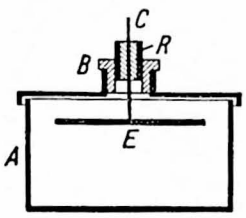


Abb. 240. Ionisationskammer (Plattenkondensator)

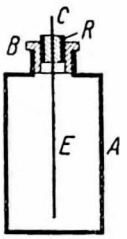


Abb. 241. Ionisationskammer (Zylinderkondensator)

b) Stromspannungs-Charakteristik. Ionisierungsdichte. Das Gas in einer Ionisationskammer, z. B. von der Form Abb. 240, stehe unter der Einwirkung eines zeitlich konstanten Ionisators (z. B. Uransalz, Polonium). Man bestimme den durch das Gas fließenden Strom in Abhängigkeit von der an die Kammer angelegten Spannung zunächst im Ohmschen Gebiet (S. 340, Abschn. e), d. h. bei Feldstärken kleiner als 1 V/cm, und verfolge bei steigender Feldstärke das immer langsamere Anwachsen des Stromes, bis man schließlich einen von der Spannung unabhängigen Stromwert, den Sättigungsstrom, erreicht. Im Sonderfall der Elektrisierung (S. 339, Abschn. b) fehlt das Ohmsche Anfangsgebiet. Der Strom steigt zuerst stärker an, als der Proportionalität mit der Spannung entspricht; die Charakteristik hat also einen Wendepunkt. Aus dem Sättigungsstrom I in Ampere ergibt sich nach Gl. (3) die Gesamtzahl Q der im Bereich des elektrischen Feldes je Sekunde erzeugten Ionenpaare

$$Q = \frac{I}{e},$$

wo e die Elementarladung ($1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C) ist. Ist das Volum v gleichmäßig ionisiert, so ergibt sich die Ionisierungsdichte $q = \frac{Q}{v}$.

Sättigung ist bei geringen Gasdrucken leichter zu erreichen als bei hohen; in Luft von Atmosphärendruck ist ein Potentialgradient von einigen V/cm meist genügend. Erzeugt man die Ionisation durch α-Strahlen, so sind allerdings wegen der Kolonnenionisation weit höhere Feldstärken erforderlich; auch hängt die Sättigungsspannung davon ab, ob die Feldrichtung mit der Strahlenrichtung zusammenfällt oder nicht.

Moulin, Ann. chim. phys. **22**, 26, 1911; Fonovits, Wien. Ber. **128**, 761, 1919.

Bei extrem hohen Drucken, wie sie bei der Untersuchung sehr schwacher Ionisationen (Höhenstrahlung, vgl. S. 493) verwendet werden, ist für keine Strahlenart, auch bei höchster Feldstärke, Sättigung zu erreichen. In diesem Fall muß auf den Sättigungsstrom extrapoliert werden.

Über ein einfaches graphisches Verfahren auf Grund der Jaffé schen Theorie der Kolonnenionisation vgl. Zanstra, Physica **2**, 817, 1935; Clay u. Kwieser, ebd. **7**, 791, 1940.

Über ein bei sehr schwachen Ionisationsströmen mögliches Sättigungsdefizit, das auf räumlichen Ungleichmäßigkeiten des elektrischen Feldes in der Kammer beruht, vgl. Surugue, Journ. phys. rad. **8**, 343, 1937.

B. Verstärkung des Ionisationsstromes durch Ionenstoß

a) Messung der Verstärkung. Zur Aufnahme der für Stoßionisation charakteristischen Kurven eignet sich die in Abb. 242 wiedergegebene Meßanordnung (Townsend). An einer Zinkplatte A werden durch ultraviolettes Licht Elektronen ausgelöst und im elektrischen Feld zwischen A und B beschleunigt. Das von L kommende Licht durchsetzt die Quarzglasplatte B, die auf der Innenseite eine elektrisch leitende Silberschicht trägt. Diese ist an einigen kleinen Stellen entfernt, damit genügend Licht auf A fallen kann. Der Abstand $A\,B$ kann mit der Schraube S um genau meßbare Beträge verändert werden. Der luftdichte Einbau der ganzen Vorrichtung ermöglicht die Veränderung des Gasdrucks.

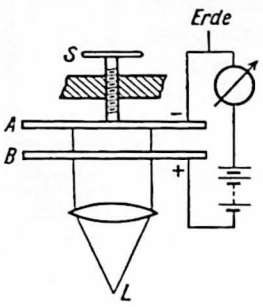


Abb. 242. Messung der Verstärkung des Ionisationsstromes durch Ionenstoß

Die Zahl der von A nach B übergehenden Elektronen wird elektrometrisch oder galvanometrisch gemessen, indem zwischen A und B das Meßinstrument und eine Batterie von veränderlicher Spannung geschaltet wird.

Werden durch das erregende Licht N_0 Elektronen pro Sekunde an A ausgelöst, so werden bei schwachen Feldern auch nur N_0 Ionen pro Sekunde die Platte B erreichen. Bei starken Feldern tritt nun Stoßionisation ein, infolge deren für jedes Ionenpaar durch das Elektron je Zentimeter von dessen Bahnlänge a neue Ionenpaare erzeugt sein mögen. Ist beim stationären Zustand die Gesamtzahl der Ionen, welche eine zu A parallele und von ihr um x cm entfernte Ebene in der Sekunde durchsetzt, gleich N, so erzeugen diese also in der dieser Ebene anliegenden Schicht von der Dicke $\mathrm{d}x$ eine Ionenzahl $\mathrm{d}N = N \cdot a \cdot \mathrm{d}x$. Diese Gleichung gibt integriert

$$N = N_0 e^{ax}. \tag{4}$$

Man prüft die Abhängigkeit von x, indem man bei konstanter Feldstärke (!) und bei einem Gasdruck von einigen Millimetern Hg den Plattenabstand etwa zwischen 1 und 5 mm verändert. Größere Abstände zu verwenden ist unzweckmäßig, da dann durch die Inhomogenität des elektrischen Feldes Störungen eintreten. Die erforderliche Feldstärke beträgt einige hundert V/cm.

Inwieweit die Größe a von Feldstärke, Gasdruck und Gasinhalt abhängt, kann durch geeignete Veränderung der Versuchsbedingungen festgestellt werden. Zu orientierenden Messungen eignen sich auch gasgefüllte Photozellen (S. 392), die mit einer gewöhnlichen Glühlampe und mit wenigen hundert Volt Spannung betrieben werden können. Die Ströme sind groß genug, galvanometrisch gemessen zu werden.

Über die Darstellung von a als Funktion von Druck und Spannung s. Townsend, Theory of Ionization by Collision. London 1910, S. 17 ff. Ergänzungen zur Townsendschen Theorie: Pedersen, Jb. drahtl. Telegr. u. Teleph. **15**, 289, 1920.

b) Messung schwacher Ionenströme mit Hilfe der Stoßionisation. Bei einer definierten Wahl von Gasdruck und Spannung gelingt es, die Zahl der primär erzeugten Ionen durch Elektronenstoß um das Zehntausendfache und mehr zu vergrößern, ohne daß Funkenbildung eintritt. Man kann daher die Stoßionisation oft zur Verstärkung sonst nicht oder nur schwer meßbarer Ionisationseffekte heranziehen (S. 462 und S. 479). Eine hierzu geeignete, zwar theoretisch nicht übersichtliche, aber experimentell sehr einfache Anordnung bildet

ein etwa 2 cm weites und 20 cm langes Messingrohr, in dem axial ein Draht ($r = 0{,}5$—5 mm) durch zwei Hartgummistopfen gehalten wird. Der Zylinder wird mit der Hochspannungsbatterie, der Draht mit dem Elektrometer verbunden. Bei dieser Anordnung ist im wesentlichen das starke Feld in unmittelbarer Nachbarschaft des Drahtes für die Bildung der Ionen durch Stoß verantwortlich. Die primären Ionen erzeugt man z. B. durch die γ-Strahlung eines Radiumpräparates.

Dadurch, daß man den Zylinder einmal mit dem negativen, dann mit dem positiven Batteriepol verbindet und so zuerst die negativen, dann die positiven Ionen auf den Draht zu und in das dort herrschende starke Feld treibt, kann man den Unterschied in dem Verhalten beider Ionenarten feststellen. Während im ersten Fall der Strom ungeheuer schnell mit der Feldstärke anwächst, erfolgt im zweiten Fall die Zunahme außerordentlich viel langsamer.

W. Müller, Z. Phys. **48**, 624, 1928.

C. Spannungsgefälle

Zwei auf entgegengesetztes Potential geladene Platten tauchen in ein durch Röntgen- oder γ-Strahlen ionisiertes Gas. Das Spannungsgefälle, das sich zwischen den beiden Platten in dem stromdurchflossenen Gas ausbildet, wird mittels feiner Drahtsonden elektrometrisch gemessen. Da die Drähte bei schwacher Ionisation das Potential des Gases nur langsam annehmen, ist es wichtig, ein Meßinstrument von kleiner Kapazität, z. B. ein Fadenelektrometer, zu verwenden. Bei schwachem Ionisationsstrom nimmt der Spannungsabfall einen linearen Verlauf, bei stärkerem Ionisationsstrom wird das Gefälle in der Nähe der Platten durch freie Ladungen, die sich dort bilden, vergrößert.

II. Selbständige Entladung

Handb. d. Phys. **14**, 1927; Handb. d. Exp.Phys. **13**, Teil 1, 1929; v. Engel u. Steenbeck, Elektrische Gasentladungen Berlin 1932; Hand- u. Jahrbuch d. Chemischen Phys. Bd. 6, T. 2 u. 3. Leipzig 1933; Seeliger, Gasentladung. Leipzig 1934.

1. Allgemeine Eigenschaften

A. Definition

Die unselbständigen Entladungen verschwinden mit der Fortnahme einer äußeren Trägerquelle, die selbständigen Entladungsformen schaffen sich selbst die zu ihrer Erhaltung notwendigen Träger durch Stoßionisation im Gasraum bei ausreichenden Feldstärken, durch Elektronenbefreiung unter dem Einfluß eines Ionenbombardements, durch Glühemission von Elektronen oder Ionen aus Elektroden, die durch die Entladung selbst auf hoher Temperatur gehalten werden, und durch photoelektrische Wirkungen.

Die selbständigen Entladungen werden eingeteilt in raumladungsfreie und raumladungsbeschwerte Entladungen, in Dunkelentladungen und in Glimm- und Bogenentladungen. Jede dieser Entladungsformen ist an bestimmte Druck- und Stromgebiete gebunden.

B. Charakteristiken

Die Strom-Spannungscharakteristik der Gasentladungen kann die verschiedensten Formen annehmen. Bei Dunkelentladungen steigt die Charakterstik oder verläuft horizontal. Sobald sich Raumladungen ausbilden, wie es beim Übergang zur Glimmentladung der Fall ist, fällt die Charakteristik. Bei Glimmentladungen kann die Charakteristik steigen oder fallen. Überwiegt der anormale Kathodenfall, dann steigt die Charakteristik $\left(\frac{dV}{dI} > 0\right)$, überwiegt das Spannungsgefälle in der Säule, dann fällt die Charakteristik $\left(\frac{dV}{dI} < 0\right)$. Ist $\frac{dV}{dI} = 0$, dann muß mit normalem Kathodenfall und fehlender positiver Säule gerechnet werden. Bogenentladungen haben bei konstantem Druck im allgemeinen eine fallende Charakteristik. Besonders groß ist $-\frac{dV}{dI}$ beim Übergang zum Zischbogen.

C. Gesetzmäßigkeiten

Die Abhängigkeit der Ionisierungszahlen α und β von dem Gasdruck p und der Feldstärke $\mathfrak{E}$ läßt sich in der Form darstellen:

$$\alpha = p \cdot f_1\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right);\ \beta = p \cdot f_2\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right). \tag{1}$$

α gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß ein Elektron auf einem Weg von 1 cm durch Stoßionisation ein Ion bildet, β die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Ion auf einem Weg von 1 cm durch Stoßionisation ein Elektron erzeugt, und γ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Ion beim Aufprall auf die Kathode ein Elektron herausschlägt.

Die Zündbedingung für parallele Plattenelektroden vom Abstand d lautet

$$\frac{\alpha}{\beta} = e^{(\alpha-\beta)\cdot d} \tag{2}$$

bzw.

$$\gamma \cdot (e^{d\cdot\alpha} - 1) = 1. \tag{3}$$

Gleichung (1) kann nach Gleichung (2) auch geschrieben werden

$$\frac{f_1\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)}{f_2\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)} = e^{d\cdot p\left[f_1\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right) - f_2\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)\right]} \tag{4}$$

oder, da $\mathfrak{E} = \left(\frac{U_0}{d}\right)$ (U_0 = Anfangsspannung)

$$\frac{f_1\left(\frac{U_0}{d\cdot p}\right)}{f_2\left(\frac{U_0}{d\cdot p}\right)} = e^{d\cdot p\left[f_1\left(\frac{U_0}{d\cdot p}\right) - f_2\left(\frac{U_0}{d\cdot p}\right)\right]}. \tag{5}$$

Die Zündspannung ist nur abhängig von dem Produkt aus Schlagweite und Druck (Paschensches Gesetz).

D. Hilfsmittel zur Untersuchung

a) Entladungsröhren. Über besondere Formen von Entladungsröhren und Kathoden (z. B. Hohlkathode für spektroskopische Zwecke) vgl. Bd. 1, S. 443.

b) Stromquellen. Für manche Zwecke genügt der intermittierende Strom des Induktoriums, besser ist ein Transformator mit Gleichrichter. Konstante und

gleichmäßige Ströme liefert eine Hochspannungsbatterie oder eine Gleichstrommaschine für hohe Spannungen, unter Umständen eine Influenzmaschine (S. 5).

c) Füllung mit reinen Gasen. Will man in reinen Gasen arbeiten, so werden für die elektrischen Zuleitungen am besten nur eingeschmolzene Platindrähte benutzt, zum mindesten sind alle nicht vermeidbaren Kittstellen so zu legen, daß sie sich durch die Entladung nicht erwärmen, z. B. an die Enden langer Glasansätze. Vor Beginn der Versuche wird das Entladungsrohr unter Stromdurchgang, nach Möglichkeit unter gleichzeitigem kräftigem Erhitzen wiederholt mit dem reinen Gas durchspült.

Um den Gasinhalt auch bei starker Belastung des Rohres möglichst rein zu halten, läßt man das Gas in das eine Ende des Entladungsrohres langsam durch eine Thermometerkapillare einströmen, die noch besonders verengt ist, während gleichzeitig am anderen Ende durch eine kräftige Pumpe, am besten Hg-Dampfpumpe, das Gas abgesaugt wird, wobei sich im Rohre bald ein stationärer Druck einstellt. Der richtige Reibungswiderstand ist etwa erreicht, wenn man durch kräftiges Blasen gerade noch kleine Luftperlen aus dem unter Wasser getauchten Kapillarende herausblasen kann. Statt der Kapillare kann auch ein ungefetteter geschlossener Hahn oder besser ein geeignetes Nadelventil verwendet werden. Der Gasdruck im Entladungsraum läßt sich innerhalb weiter Grenzen durch den Druck verändern, mit dem man das Gas in die Kapillare eintreten läßt.

Über Hg-Diffusionspumpen und Ausfrieren von Hg-Dampf s. Bd. 1, S. 178 u. 307. Herstellung reiner Gase s. Bd. 1, S. 166.

2. Entladungen in Luft bei atmosphärischem Druck

Wird zwischen glatten, ebenen Kugeln, deren Abstand nicht groß gegenüber ihrem Radius ist, die Spannung allmählich gesteigert, so schlägt bei hohen Spannungen ein Funke über. Die Funkenbahn ist meist eine geschlängelte Linie, bei langen Funken oft verästelt. Nach Überschreiten der Zündspannung tritt eine Entladung hoher Stromstärke auf, die Spannung zwischen den Elektroden bricht zusammen. Die Funkenentladung erlischt, sobald die zur Verfügung stehende Elektrizitätsmenge verbraucht ist. Ist die Spannungsquelle ergiebig genug, dann führt der Funkenüberschlag zu einem Lichtbogen. Der Funkenentladung gehen meist andere Erscheinungen voraus. An nicht glatten Elektroden, an kleinen Kugeln oder dünnen Drähten beobachtet man eine leuchtende Glimmhaut oder ein leuchtendes Volum (Korona). Die an der Oberfläche von rauhen Elektroden beobachtbaren hellen Pünktchen bilden die Ansatzpunkte von Büschelentladungen. Der Funke ist einer der intensivsten Quellen für Ultraviolettstrahlung.

Entladungsformen vgl. Toepler, Z. techn. Phys. **10**, 73, 1929; v. Hippel, Z. Phys. **80**, 19, 1933.

Diese Entladungserscheinungen treten auch in der Natur auf, z. B. ist der Blitz eine ausgedehnte Funkenentladung.

Von technischem Interesse sind Gleitentladungen an Isolatoren, sie können bei gleicher Elektrodenspannung wesentlich länger sein als Entladungen in der freien Atmosphäre.

A. Meßfunkenstrecke

Gemessen wird der höchste Spannungswert, bei Wechselspannungen der Scheitelwert. Zur Vermeidung von Vorentladungen (Glimmen usw.) müssen die Elektrodenmaße groß sein gegen die Elektrodenabstände, zur Vermeidung des Zündverzuges sind die Elektroden mit kurzwelligem Licht zu bestrahlen (Quarzlampe usw.). — Die Spitzenbildungen bei kleinen Schlagweiten werden durch Schmirgeln vermieden, für saubere Elektroden ist zu sorgen. Bei Beachtung

dieser Vorsichtsmaßregeln beträgt die Meßgenauigkeit 1—2%. Bei kurzen Schlagweiten (etwa 1 mm) ist die Funkenstrecke bei periodischen Entladungen bis zu Frequenzen von 10^6 brauchbar, bei langen Schlagweiten ist die Funkenspannung bei diesen Frequenzen ebenfalls frequenzunabhängig, aber gegenüber dem statischen Wert erniedrigt (etwa 20%). Bei einmaligen Stoßspannungen ist die Funkenstrecke brauchbar bis zu Spannungsdauern von 10^{-6} s.

Regeln für Funkenstrecken: ETZ **47**, 862, 1926; **53**, 1211, 1932; Frank, Meßentladungsstrecken (Ionenstrecken). Berlin 1931.

B. Korona

Die an Hochspannungsfreileitungen auftretenden Glimmentladungen verursachen einen Leitungsverlust, der durch entsprechende Leitungsdurchmesser mit kleiner Oberflächenfeldstärke (25 mm ∅ bei 220 kV_{eff}, 40 mm ∅ bei 380 kV_{eff}) auf ein geringes Maß gebracht wird. Diese hohen Spannungen sind meist Wechselspannungen; die Leitungen sind als Hohlseile ausgebildet. Jede Spannungshalbwelle trifft bei Beginn Raumladungen von der Polarität der vorhergehenden Halbwelle an, die vor der Ausbildung der eigenen Raumladung neutralisiert werden muß. Diese Raumladung wird wieder von der folgenden Halbwelle aufgehoben. Die Verluste nehmen mit der Frequenz linear zu, und etwa quadratisch mit dem Überschuß der Betriebsspannung gegenüber der Anfangsspannung.

Theoretische Formel: $$L = k \cdot f\, u \cdot (u - u_0). \tag{6}$$

L = Wattverlust/Längeneinheit; f = Frequenz; u = Betriebsspannung; u_0 = Anfangsspannung. Über den Wert der Konstanten k s. Holm, Arch. Elektrot. **18**, 567, 1926.

Erfahrungsformel: $$L = K \cdot (f + 25)\,(u - u_0)^2. \tag{7}$$

Über den Wert der Konstanten K s. Peek, Dielectric Phenomena. New York 1929. Weitere Literatur bei v. Engel, Z. Phys. **68**, 768, 1931.

C. Elektrofilter

Entstaubung von Luft durch Spitzenentladung. Eine flächenhafte geerdete Elektrode wird in etwa 15 cm Abstand von einem auf 40 bis 80 kV gebrachten Draht von 1 mm Durchmesser aufgebaut und das zu reinigende Gas mit einer Geschwindigkeit von 0,5 bis 5 m/s zwischen Draht und Platte hindurchgeführt. Die an dem Draht sich ausbildende Koronaentladung füllt den Gasraum mit negativen Ionen und bewirkt eine negative Aufladung der im Gas vorhandenen Teilchen, die unter der Wirkung des elektrischen Feldes zur geerdeten Elektrode geführt werden und sich dort niederschlagen. Die Entstaubung kann mehr als 99% betragen.

Literatur im zusammenfassenden Bericht von Strigel, Naturwiss. **19**, 625, 1931; Anwendung des Verfahrens: Heinrich, Z. VDI **74**, 193, 1930.

3. Glimmentladungen

A. Beschreibung

Wird in einem Entladungsrohr mit zwei Plattenelektroden von Atmosphärendruck ausgehend der Druck allmählich verringert, so beobachtet man bei allen Gasen (Edelgase zum Teil ausgenommen) nahezu die gleichen Erscheinungen.

Die Zündspannung sinkt zunächst proportional dem Druck (Paschensches Gesetz). Bei begrenzter Stromstärke bilden sich bis etwa 50 mm Hg

Leuchtfäden aus. Bei weiterer Druckerniedrigung bleibt ein einziger übrig, der sich bei fortschreitender Verdünnung verbreitert und schließlich den ganzen Rohrquerschnitt erfüllt (1 mm Hg). Gleichzeitig beobachtet man eine Unterteilung der Leuchterscheinungen, die in Abb. 243 schematisch dargestellt ist.

Unmittelbar an die Kathode grenzt der Astonsche Dunkelraum. Daran schließt sich die erste Kathodenschicht. Es folgt der Hittorfsche (Crookesche) Dunkelraum oder Kathodendunkelraum, der scharf gegen das anschließende negative Glimmlicht durch den Glimmsaum abgegrenzt ist. An den folgenden Faradayschen Dunkelraum grenzt die positive Säule, die sich bis zur Anode erstrecken kann. Sie ist der Träger der Leuchterscheinungen in den Geißlerröhren. Auf der Anode sitzt die Anodenglimmhaut, die durch den Anodendunkelraum von der positiven Säule getrennt ist. Die verschiedenen Entladungsteile unterscheiden sich außer durch ihre Form und der Intensität des emittierten Lichtes auffällig durch ihre Farbe (vgl. Tabelle).

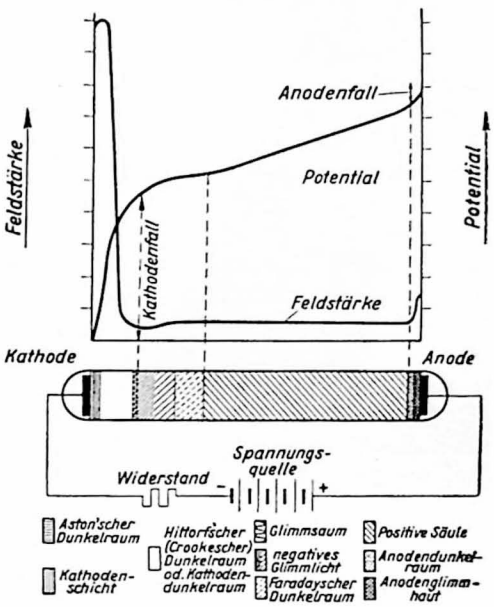


Abb. 243. Lichtgebilde, Feldstärken- und Potentialverlauf einer Glimmentladung

Farben der Entladungsstelle in verschiedenen Gasen

Gas	Negatives Glimmlicht	Erste Kathodenschicht	Dunkelraum	Positive Säule
Luft	blau	rosa	violett	—
Stickstoff	blau	rosa	violett	gelb
Sauerstoff	gelblichweiß	rot	violett	zitronengelb
Wasserstoff	blaurosa	braunrosa	—	rosa
Helium	blaßgrün	rot	smaragdgrün	violettrot
Argon	bläulich	rosa	violett	tiefrot
Neon	rotorange	gelb	dunkelrot	rotorange
Krypton	grün	—	gelbgrün	—
Xenon	blauweiß	—	olivgrün	—
Kohlenoxyd	grünlichweiß	—	—	—
Kohlendioxyd	blau	—	—	—
Methan	rötlichviolott	—	—	—
Ammoniak	gelbgrün	blau	—	—
Stickstoffdioxyd	bläulichweiß	—	—	—
Stickstoffmonoxyd	bläulichweiß	—	—	—
Chlor	grünlich	—	—	weißgrün
Brom	gelblichgrün	—	—	rötlich
Jod	orangegelb	—	—	pfirsichblütenfarben
Quecksilber	grün	grün	—	grünlichblau

Die kathodischen Entladungsteile sind in ihrer Farbe von Verunreinigungen abhängig. Elektronegative Gase sind gegen Zumischung von elektropositiven empfindlicher als umgekehrt.

Bei weiterer Verdünnung verschwindet die positive Säule in der Anode, das negative Glimmlicht dehnt sich zur Anode aus und verblaßt. Die Wände der Entladungsröhre leuchten durch den Aufprall der Kathodenstrahlen auf. Bei weit ausgedehntem Glimmlicht erstreckt sich von seinem kathodischen Ende auf die Kathode zu ein Lichtpinsel, der von der Lichtanregung durch Stoß positiver Ionen herrührt. Man kann die positiven Ionen durch Löcher in der Kathode austreten lassen (Kanalstrahlen). Im höchsten Vakuum erlischt die Entladung.

Ist der Elektrodenabstand oder der Gasdruck nicht genügend groß, um eine ungehinderte Ausbildung des Kathoden- oder Anodengebietes in Richtung der Entladungsachse zu ermöglichen, so wird eine behinderte Entladung erhalten. Kann sich die Entladung infolge seitlich eng begrenzter Ausdehnung nicht frei über einen Querschnitt ausbilden, so spricht man von beschränkten Entladungen. Eine weitere Wirkung enger Entladungsgefäße besteht darin, daß das Feld durch Wandladungen so stark verzerrt ist, daß keine Zündung mehr erfolgt (Pseudohochvakuum).

B. Kathodendunkelraum

Der Kathodendunkelraum ist nicht vollständig dunkel, er ist nur charakteristisch gegen das helle Glimmlicht abgegrenzt. In erster Näherung ist die Dicke d des Kathodendunkelraumes umgekehrt proportional dem Druck p:

$$p \cdot d = d_0 = k \text{ (Ähnlichkeitsgesetz).} \tag{8}$$

Genauer ist das Astonsche Gesetz:

$$d = a + \frac{b}{p}. \tag{9}$$

a ist von der Stromstärke abhängig und für alle Gase konstant, b ist für jedes Gas verschieden und von der Stromstärke unabhängig. Der Dunkelraum hängt außerdem vom Kathodenmaterial ab.

C. Der Feldverlauf in der Glimmentladung

Die Feldverteilung in der Glimmentladung ist aus Abb. 243 zu ersehen. Sie kann durch Einführen von Sonden gemessen werden.

a) Potentialsonden. Mit ihrer Hilfe wird primär das Potential ermittelt. Ein Draht, der in die Entladungsröhre eingeschmolzen ist, lädt sich entsprechend der Zahl und der Beweglichkeit der Träger seiner Umgebung auf (statische Sonde). Infolge der verschiedenen Beweglichkeit der Ionen und Elektronen nimmt der Draht nicht exakt das Potential der betreffenden Stelle an, sondern ein um einige Volt negativeres Potential. Bei hohen Stromdichten, die eine erhebliche Erwärmung der Glaswandung bewirken, läßt sich der Gradient durch eine Drahtschlinge bestimmen, die außen um das erhitzte und dadurch leitend gewordene Glasrohr gelegt wird. Bei der Langmuir-Sonde erhält die Sonde eine Spannung und der über sie fließende Strom wird gemessen. Aus der Strom-Spannungscharakteristik wird nicht nur das Potential des Ortes, sondern auch Dichte und mittlere Geschwindigkeit der Elektrizitätsträger entnommen. Ein Glühdraht als Sonde hat dann das Potential seiner Umgebung, wenn ihn die

Glühelektronen gerade nicht mehr verlassen können, der Sondenstrom also durch Null geht.

b) Feldkraftsonden. Mit ihrer Hilfe wird primär die Feldstärke bestimmt. Durch die Entladung wird ein feiner Kathodenstrahl geschickt und seine Ablenkung durch das elektrische Feld der Entladung gemessen.

c) Optische Methoden. Die Feldstärke wird aus der elektrischen Aufspaltung der Spektrallinien (Stark-Effekt) erhalten.

Literatur über Sondenmessungen: Johannesson, Ann. Phys. **13**, 953, 1932.

D. Kathodenfall

Die Spannung zwischen Kathode und dem Minimum der Feldstärke im negativen Glimmlicht wird als Kathodenfall bezeichnet. Ist die Kathode nur teilweise mit Glimmlicht bedeckt, so ist bei zunehmender Stromstärke Kathodenfall und Länge des Kathodenfallgebietes konstant (normaler Kathodenfall). Ist die Kathode völlig bedeckt, so steigt der Kathodenfall mit der Stromstärke an (anomaler Kathodenfall).

Der normale Kathodenfall hängt von Verunreinigungen und von der Oberflächenbeschaffenheit ab. In demselben Gas ist der normale Kathodenfall (u_n) in Volt der Austrittsarbeit σ in Volt proportional:

$$u_n = C \cdot \sigma. \tag{10}$$

Der Kathodenfall ist in erster Näherung unabhängig vom Gasdruck, bei kleinen Drucken wächst er mit dem Gasdruck.

Durch künstliche Elektronenzufuhr (Glühelektrode, lichtelektrischer Effekt, Elektronenstrahlbombardement) kann der Kathodenfall vermindert werden.

Vgl. Steenbeck, Z. Phys. **72**, 505, 1932; v. Hippel, ebd. **76**, 1, 1932.

E. Anodenfall

Unter Anodenfall versteht man die Spannung, die zwischen Anode und dem bis zur Elektrode extrapolierten Wert des linearen Potentialverlaufes in der Säule herrscht. Die Anode ist bei nicht zu großer Stromstärke vom Anodenglimmlicht bedeckt, der Anodenfall (normaler Anodenfall) ist dann etwa gleich der Ionisierungsspannung des Gases. Bei zunehmender Stromdichte steigt, wenn die Anode vollständig bedeckt ist, auch der Anodenfall (anormaler Anodenfall). Die aus der Anode durch Stoßionisation befreiten positiven Ionen haben entsprechende Eigenschaften wie die Kathodenstrahlen.

Holm, Phys. Z. **25**, 497, 1924; Langmuir u. Mott-Smith, Gen. Electr. Rev. **27**, 762, 1924.

F. Der Rumpf

a) Der flache Rumpf tritt auf, wenn der Rohrdurchmesser größer ist als die Rohrlänge. Die Äquipotentialflächen sind dann Ebenen. Er ist im allgemeinen lichtlos.

Der Spannungsabfall u ist unabhängig von der Stromstärke und vom Querschnitt, er ist dem Druck p und der Länge l des Rumpfes proportional:

$$u = \sigma_g \cdot l \cdot p. \tag{11}$$

σ_g ist der Normalgradient (Gradient je cm bei 1 mm Druck). Durch Division mit der Stoßzahl je cm erhält man den Gradienten je freie Weglänge.

b) Der gestreckte Rumpf (positive Säule) ist dann vorhanden, wenn der Rohrdurchmesser kleiner ist als die Rohrlänge. Die Randwirkungen rufen eine

Krümmung der Äquipotentialflächen (nach der Kathode zu konvex) hervor. Der Potentialgradient ist größer als beim flachen Rumpf, die Elektronen haben größere Geschwindigkeiten. Die positive Säule leuchtet immer.

Der Potentialgradient in der nicht geschichteten positiven Säule hängt von Stromdichte, Gasdruck, Rohrweite und Gasart ab.

Für einatomige Gase ist der Potentialgradient g in Volt/cm je mittlere freie Weglänge $\bar{l}$

$$g = C \cdot \frac{\bar{l}}{r\left(\bar{l} + a\frac{i}{r}\right)}. \tag{12}$$

Es bedeutet r den Rohrradius, C und a sind Konstante.

Für mehratomige Gase gilt

$$g = C \cdot \bar{l}^{-\frac{2}{3}} \cdot r^{-\frac{1}{3}}. \tag{13}$$

c) Geschichtete Säule. Meistens ist die positive Säule nicht homogen, sondern besteht aus einer Reihe von Schichten. Die Schichten können auf die Kathode zu wandern und dadurch eine ungeschichtete Säule vortäuschen. Ihre Existenz ist von Stromstärke, Druck und Rohrdurchmesser abhängig. Die Schichtlänge hängt von Gasart, Gasdruck, Stromstärke und geometrischen Verhältnissen ab. Im Schichtkopf sind Feldstärke, Temperatur und Lichtemission am größten.

d) Plasma. Nach neueren Auffassungen ist die positive Säule ein Gemisch von verschiedenen „Gasen", die aus Atomen, Ionen, Elektronen und angeregten Atomen bestehen. Ein Gemisch aus nahezu gleichen Ionen- und Elektronenkonzentrationen bezeichnet man als Plasma.

G. Elektrodenlose Entladungen

Elektrodenlose Entladungen sind solche, die ausschließlich in rasch wechselnden elektrischen Feldern brennen. Diese Felder können kapazitiv durch außen angelegte Belegungen in ein Entladungsrohr eingeführt werden oder induktiv dadurch, daß das ebenfalls elektrodenlose Rohr in ein hochfrequentes Magnetfeld gebracht wird, das dann ein elektrisches Wirbelfeld von ausreichenden Feldstärken bildet. Praktische Bedeutung haben diese Entladungen für spektroskopische Untersuchungen (kein Elektrodeneinfluß).

Literatur bei Mierdel, Phys. Z. **25**, 240, 1924.

4. Bogenentladungen

A. Beschreibung

Bei Vergrößerung der Stromdichte geht die Glimmentladung im allgemeinen in die Bogenentladung über. Brennspannung und Kathodenfall sind hier wesentlich kleiner. In gewissen Strombereichen können Glimm- und Bogenentladungen nebeneinander bestehen. Außer durch Vergrößerung der Stromdichte kann die Bogenentladung durch kurzzeitiges Berühren der Elektroden eingeleitet werden. Wichtig für das Auftreten des Bogens ist für diesen Fall, daß die Stromstärke mindestens 2 A und die Spannung mindestens 30 V beträgt. Die Werte hängen vom Elektrodenmaterial und dem Gas ab.

Die folgende Tabelle gibt Brennspannung in V, Stromstärke in A, Bogenlänge in mm und Bogenwiderstand in Ohm für Lichtbögen zwischen verschiedenen Elektroden in Luft von 760 mm Druck.

Charakteristische Größen des Lichtbogens

Anode	⌀ mm	Kathode	⌀ mm	Brennspannung V	Stromstärke A	Bogenlänge mm	Bogenwiderstand Ω
Kohle: Noris Homogen .	10	Kohle: Noris Homogen .	10	66	5	6	11,6
Kohle: Siemens Docht . .	9	Kohle: Siemens Docht . .	9	49	5	6	7,1
Kohle: Siemens Effekt weiß	10	Kohle: Siemens Effekt weiß	10	31	5	6	7,4
Kohle: Siemens Docht . .	9	Kohle: Siemens Effekt weiß	10	51	5	6	7,2
Kohle: Siemens Effekt weiß	10	Kohle: Siemens Docht . .	9	29	5	6	7,0
Metall: Eisen	12	Metall: Eisen	12	39	4	4	2,7
Metall: Eisen	12	Kohle: Noris Docht	12	38	4	4	6,2
Metall: Kupfer	8	Metall: Kupfer	8	47	3	3	9,4
Metall: Kupfer	8	Kohle: Noris Docht	12	34	4	4	7,7
Metall: Wolfram	4×5	Kohle: Noris Docht	12	36	4	4	7,9

Die letzte Strombrücke vor dem Entfernen der beiden Elektroden wird durch Joulesche Wärme verdampft und diese heißen Stellen bilden den Fußpunkt der Bogenentladung.

Der Zischbogen ist eine besondere Form des gewöhnlichen Bogens.

B. Teile des Bogens

Der Bogen setzt an der Kathode im Brennfleck an. Bei zunehmender Stromstärke und abnehmendem Druck wächst der Brennfleck. Wird der Abstand Kathode—Anode bei einem Kohlebogen vergrößert, so strebt der Brennfleck einer Mindestausdehnung zu. Beim Kohlebogen wird durch Abbrennen die Kathode spitz und die Anode ausgehöhlt (positiver Krater).

Beim Bogen können, mit Ausnahme von Kathodenhaut und Kathodendunkelraum, die gleichen Lichterscheinungen im Gasraum beobachtet werden wie bei der Glimmentladung.

C. Charakteristik der Bogenentladung (Ayrtonsche Gleichung)

Die Bogenentladungen zeigen fallende Charakteristiken. Nach Ayrton ist bei Reinkohlebogen die Stromspannungsgleichung bei konstanter Bogenlänge

$$U_b = a + bl + \frac{c + dl}{I}. \tag{14}$$

U_b = Brennspannung (Volt), I = Stromstärke (Ampere), $W_b = V_b \cdot I$ = Bogenleistung (Watt), l = Bogenlänge (mm), a, b, c, d = Konstante.

Die Stromleistungs-Gleichung bei konstanter Bogenlänge ist:

$$W_b = (a + b \cdot l)\, I + (c + d \cdot l). \tag{15}$$

Die Bogenlänge-Leistungsgleichung bei konstantem Strom ist:

$$W_b = (b \cdot I + d) \cdot l + (c + a \cdot I). \tag{16}$$

Für die Konstanten a, b, c und d gelten die folgenden Zahlenwerte:

Abhängigkeit vom Gas (760 mm Hg)

	a	b	c	d
Luft ruhend	35,7	3,0	114,8	1,8
Luft bewegt	44,1	2,6	17,8	1,8
Argon	24,8	0,9	10,2	0,0
Kohlensäure	44,5	1,7	18,2	8,7
Stickstoff	48,2	2,6	23,3	5,3

Abhängigkeit vom Gasdruck (Luft)

	a	b	c	d
p = 740 mm Hg	38,5	2,15	54	6,1
200	35,5	1,84	38	8,3
50	33,7	1,51	26	10,8
10	27,0	1,35	19	13,4
5	23,7	1,20	0	15,7

Abhängigkeit von den Kohlen für Luft bei $p = 760$

	a	b	c	d
Homogen, + 11, — 9 mm	38,9	2,0	16,6	10,5
Homogen Conrady 11 mm	39,6	1,7	15,5	11,5
Gekühlte Elektroden	45,8	3,3	35,7	19,3

Für Luft bei veränderlichem Druck (p in mm Hg) lautet die verallgemeinerte Ayrtonsche Gleichung:

$$U_b = (0{,}444\, l + 6{,}40) \log p + 0{,}85\, l + 20{,}1 + \frac{(-4{,}22\, l - 23{,}5) \log p + 18{,}2\, l - 16}{I}. \tag{17}$$

Ähnliche Gleichungen lassen sich für Metallbogen aufstellen.

D. Kaufmannsche Stabilitätsbedingung

Infolge ihrer fallenden Charakteristik ist die Bogenentladung ohne Vorschaltwiderstand labil. Durch einen entsprechenden Widerstand R kann die Entladung stabilisiert werden. Die Bedingung lautet:

$$R + \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}I} > 0. \tag{18}$$

E. Technische Anwendungen der Bogenentladung

a) Bogenlampe. In der Bogenlampe brennt der Lichtbogen zwischen zwei Kohleelektroden, als Lichtquelle dient der heiße Brennfleck der Anode. Es können Helligkeiten bis 10 000 000 HK, Leuchtdichten bis 180 HK/mm² bei Atomsphärendruck und 1500 HK/mm² bei 7 atü erreicht werden. Für 1 HK

sind 0,7 bis 2 Watt aufzuwenden. Durch Verwendung von „Effektkohlen" (die Kohle ist mit Salzen der Erdalkalien getränkt) kann die Lichtausbeute gesteigert werden. Hierbei sind für 1 HK nur 0,4 Watt nötig. Nachteilig wirkt sich der durch Oxydation im Luftsauerstoff bedingte Elektrodenabbrand aus.

Reklame-Leuchtröhren sind Vakuum-Bogenentladungen, hierbei wird das Licht der positiven Säule ausgenutzt. Die Entladung brennt z. B. in Neon (rotes Licht), Argon und Quecksilber (blaues Licht) oder Kohlensäure (weißes Licht).

b) Der Schweißlichtbogen. Beim Schweißlichtbogen wird der Materialtransport ausgenutzt. Das Schweißstück ist Anode, der Schweißstab Kathode, es können auch Wechselstrombögen verwendet werden. Der Bogen liefert die zum Schweißen erforderliche Temperatur und durch Abdampfen und Abschmelzen vom Schweißstab das zum Schweißen erforderliche Metall. Durch einen auf die Schweißstelle gerichteten Wasserstoffstrom wird die Oberfläche der Schweißstelle durch den im Lichtbogen entstehenden atomaren Wasserstoff sauber gehalten und durch die beim Zusammenschluß zu molekularem Wasserstoff freiwerdende Bindungsenergie stärker erhitzt.

c) Lichtbogen als Gleichrichter. Bei Vakuumentladungen liefert eine Wechselspannung zwischen einer verdampfenden und einer nicht verdampfenden Elektrode nur in der Richtung einen Stromfluß, in der die verdampfende Elektrode Kathode ist (Wirkungsweise des Quecksilberdampfgleichrichters).

d) Schalterentladungen. Beim Öffnen eines stromdurchflossenen Kreises tritt bei genügender Spannung eine Bogenentladung auf. Die Wirkung ist in Gleich- und Wechselstromkreisen verschieden. Beim Abschalten von Gleichstromkreisen wird die Lichtbogenlänge durch „magnetisches Blasen" vergrößert, während in Wechselstromschaltern das Erlöschen des Bogens durch Verwendung von „Ölschaltern" erreicht wird.

III. Elektronen- und Ionenstrahlen

Starke, Kathodenstrahlen u. W. Wien, Kanalstrahlen im Handb. d. Radiologie **5**, 1919 u. **6**, Teil 1, 1923; Lenard u. Becker, Kathodenstrahlen u. W. Wien, Kanalstrahlen im Handb. d. Exp.Phys **14**, 1927; Gerlach, Elektronen; Philipp, Kernladung u. Kernmasse; Bothe, Durchgang von Elektronen durch Materie; Rüchardt, Durchgang von Kanalstrahlen durch Materie; Geiger, Durchgang von α-Strahlen durch Materie, sämtlich im Handb. d. Phys. **22**, Teil 1 u. 2, 1933. Vgl. ferner die Lit. über Gasentladung auf S. 347 und über radioaktive Strahlen auf S. 445.

1. Erzeugung der Strahlen

A. Elektronenstrahlen

a) Allgemeines. Die Kathodenstrahlen sind Elektronen, die in einer Gasentladungsröhre bei Drucken von einigen 10^{-2} bis 10^{-4} mm Hg von aufprallenden Ionen aus der Kathode ausgelöst und in dem starken elektrischen Feld dicht an der Kathode (Kathodenfall S. 351ff.) beschleunigt werden. Die Kathodenstrahlen gehen senkrecht von der Kathodenoberfläche aus und breiten sich merklich geradlinig aus, sie können daher durch kugelschalenförmige Kathoden auf einen Punkt konzentriert werden. Das Leuchten des Gases, das bei höheren Drucken die Bahn der Kathodenstrahlen deutlich erkennen läßt,

wird mit abnehmendem Druck immer lichtschwächer, dagegen wird die grüne Fluoreszenz der Glaswand an den Stellen, wo sie von den Strahlen getroffen wird, immer heller.

Bei höherem Vakuum können Elektronen aus einer kalten Kathode nur durch sehr hohe Felder (40 000 V/cm und mehr) direkt ausgelöst werden; daher benutzt man in hochevakuierten Röhren die Elektronenemission glühender Metalle oder Erdalkalioxyde (Glühkathoden) oder man löst in besonderen Fällen die Elektronen auch lichtelektrisch aus (Photokathoden, vgl. z. B. S. 382, Abb. 263). Auch von radioaktiven Stoffen werden Elektronenstrahlen (β-Strahlen, S. 449) emittiert.

b) Elektronenstrahlröhren. α) Röhrenarten. Ein Beispiel für eine gewöhnliche Kathodenstrahlröhre, in der die Elektronen in einer Hohlspiegelkathode durch die Ionen der Gasentladung ausgelöst werden (daher auch als „Ionenröhre" bezeichnet), zeigt Abb. 244. Auch das in Abb. 247 wiedergegebene Kanalstrahlenrohr kann zur Erzeugung von Kathodenstrahlen verwendet werden, wenn man die untere, durchbohrte Elektrode zur Anode macht; in der zu einem „Pinsel" zusammengeschnürten Kanalstrahlenentladung (S. 360) läuft ein gebündelter Elektronenstrahl auf die Anode zu, den man durch die Bohrung dieser Elektrode hindurchtreten lassen kann. Ein solches Rohr wird z. B. in dem Kathodenstrahl-Oszillographen Abb. 112, S. 172 benutzt.

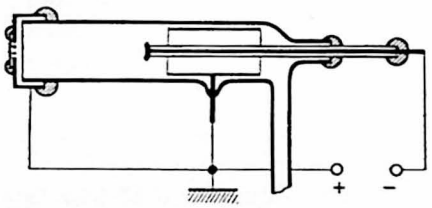


Abb. 244. Kathodenstrahlröhre (Ionenröhre) mit Hohlspiegelkathode und Lenard-Fenster

Homogene Elektronenstrahlen beliebiger Geschwindigkeit erzeugt man in einem Hochvakuumrohr mit Glühkathode, das mit konstanter Gleichspannung betrieben wird; bei Spannungen bis zu einigen kV erhält man sehr intensive Elektronenstrahlen aus Oxydkathoden (Wehnelt), für höhere Beschleunigungsspannungen verwendet man besser einfache Wolframglühdrähte, da die Oxydkathoden durch die mit großer Wucht auftreffenden Ionen der geringen im Rohr vorhandenen Gasreste schnell zerstört werden. Ein Elektronenrohr nach Seemann für Spannungen bis rund 100 kV zeigt Abb. 245. Die Wolframglühspirale ist in einen Metallzylinder eingesetzt, um eine Konzentration des Strahls zu erreichen.

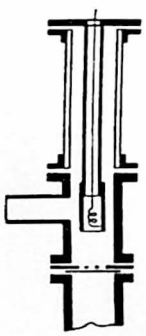


Abb. 245. Hochvakuum-Kathodenstrahlrohr mit Glühkathode und Lenard-Fenster

Um Elektronenstrahlen hoher Geschwindigkeit zu erzeugen, sind vor allem auch die für Röntgenröhren ausgearbeiteten Anordnungen geeignet (S. 411). Über die Anordnung einer Glühkathode bei kleiner Beschleunigungsspannung unmittelbar in einer Apparatur zur Messung der magnetischen Ablenkung von Elektronen s. Klemperer, Z. Phys. **34**, 532, 1925.

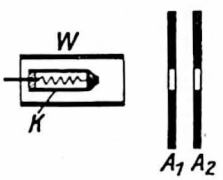


Abb. 246. Elektrodensystem eines Braunschen Rohres für gaskonzentrierten Elektronenstrahl

Ein Beschleunigungssystem, wie es in einer Braunschen Kathodenstrahlröhre verwendet wird, zeigt Abb. 246. K ist eine Äquipotentialkathode; sie besteht aus einem Nickelröhrchen, das an seiner Stirnseite einen Oxydfleck trägt und durch eine im Inneren an-

gebrachte Wolframwendel indirekt geheizt wird. Um ein enges Elektronenbündel zu erhalten, wie es z. B. zum Schreiben von Wechselspannungskurven auf dem Leuchtschirm eines Braunschen Rohres erforderlich ist, sammelt man die Elektronen zunächst durch den über die Kathode geschobenen Zylinder W, an den eine negative Spannung (bis — 30 V) gelegt wird (Wehnelt); eine weitere Konzentration der Elektronen, die nun durch eine Spannung von einigen 100 bis einigen 1000 V an der als Lochblende ausgebildeten Anode A_2 beschleunigt werden, kann durch eine von den Elektronen selbst erzeugte Ionenraumladung längs des Strahls bewirkt werden, wenn man in dem Rohr einen Gasdruck von etwa 10^{-3} mm Hg beläßt (Gaskonzentration). Durch eine zusätzliche elektronenoptische Konzentration läßt sich eine Scharfeinstellung des Brennflecks auf dem Leuchtschirm der Röhre erreichen, indem man der ersten Lochblende A_1 eine geeignete Spannung (etwa 10—20% der Anodenspannung) erteilt. Über die rein elektronenoptische Konzentration eines Elektronenstrahles in einem Hochvakuumrohr vgl. S. 371.

β) Herstellung von Oxydkathoden (vgl. darüber auch S. 379). Auf einen dünnen Draht oder ein Blech (z. B. $20 \times 5 \times 0{,}01$ mm) aus Platin oder Nickel, das man zur Reinigung kurz geglüht hat, trägt man bei einer Temperatur von rund 100° C mit einem Pinsel oder durch Eintauchen eine Paste auf, die Ba- und Sr-, unter Umständen auch etwas Ca-Salze enthält. Am geeignetsten sind sehr feinkörnige Oxyde oder Karbonate, die am besten in einer Kugelmühle gemahlen und in Paraffinöl, geschmolzenem Paraffin oder einer Lösung von Nitrozellulose in Amylazetat aufgeschlämmt werden. Um das Bindemittel zu vertreiben und die Schicht fest aufzusintern, wird die Kathode an Luft langsam bis auf 1000° erhitzt, wobei sich die Karbonate gleichzeitig in Oxyde umwandeln. Meist muß das Verfahren mehrfach wiederholt werden, bis die Schicht dick genug ist. Oxydkathoden sind an Luft nicht haltbar und müssen unmittelbar nach der Herstellung in Vakuum gebracht werden; will man die Kathoden längere Zeit aufbewahren, so verwende man Karbonatpasten, die man nach dem Auftragen zunächst in CO_2 glüht und erst in dem Elektronenrohr in Oxyde umwandelt. Die Kathode, die mit kräftigen Zuführungen aus Kupfer oder Molybdän in das Rohr eingesetzt wird, muß vor der ersten Benutzung entgast und formiert werden. Man erhitzt sie zunächst, ohne Anodenspannung anzulegen, langsam bei laufender Pumpe auf etwa 1000° C, wobei man nach Möglichkeit auch die übrigen Metallteile des Rohres entgast; bei Karbonatkathoden wird zur Umwandlung in die Oxyde für kurze Zeit die Temperatur auf 1100° erhöht. Dann legt man bei allmählich auf 1000—820° verminderter Temperatur die Anodenspannung an, bis im Verlauf von 1—2 Stunden die volle Emission erreicht ist. Beim Betrieb der Röhre ist auf ausreichende Heizung der Oxydkathode zu achten, da eine zu geringe Heizung fast immer eine baldige Zerstörung der Schicht zur Folge hat.

Die spezifische Emission einer Oxydkathode beträgt bei einer Temperatur von 900° C einige 100 mA pro cm² der Oberfläche, eine Emission, welche eine reine Wolframkathode erst bei etwa 2200° erreicht. Oxydkathoden der verschiedensten Art stellt die Industrie her. Ausführliche Angaben über weitere Herstellungsverfahren finden sich z. B. bei Espe u. Knoll, Werkstoffkunde der Hochvakuumtechnik. Berlin 1936.

γ) Lenardsches Fenster. Um Kathodenstrahlen aus einem Entladungsrohr in die umgebende Luft oder auch in einen gesonderten, durch die Entladung

nicht gestörten Beobachtungsraum heraustreten zu lassen, der meist hochevakuiert ist, wird auf das Rohrende eine Metallkappe aufgekittet, die zentral durch ein oder auch mehrere siebartig angeordnete Löcher durchbohrt ist, über welche vakuumdicht eine Aluminiumfolie (bei 1,5 mm Lochdurchmesser etwa 0,002 mm dick) oder ein Glimmerblättchen geklebt wird (Abb. 244 und 245). Glimmer von 0,05 mm Dicke trägt über einem Loch von 3 mm Durchmesser noch den Druck einer Atmosphäre. Für Strahlen kleiner Intensität kann man die Folie auch über ein kleines unmittelbar in die Glaswand des Rohres geblasenes Loch kleben. Bei einer Entladungsspannung von 20 kV gehen die Kathodenstrahlen bereits in einem erheblichen Betrage durch solche Fenster hindurch; zur Absorption von Kathodenstrahlen vgl. Tab. 48.

Pauli, Z. Instrkde. **30**, 133, 1910. Über ein Elektronenrohr für 250 kV mit Lenardfenster s. Coolidge, J. Frankl.-Inst. **202**, 693, 1926; für 500 kV Vollrath, Phys. Rev. (2) **38**, 212, 1931.

Man kann die Strahlen auch durch ein Loch von einigen hundertstel mm Durchmesser, das am besten in ein Platinblech gestochen wird, in einen Vorraum und von diesem durch ein zweites Loch in die umgebende Luft treten lassen. Die Absorption der Strahlen in diesem Doppelfenster ist sehr gering, da der Abstand der Löcher kleiner als 1 mm gemacht werden kann und der Druck in dem Zwischenraum durch eine Quecksilberdiffusionspumpe unter 1 mm Hg gebracht werden kann.

Pauli, Phys. Z. **21**, 11, 1920. Das im folgenden Abschnitt für Kanalstrahlen beschriebene Verfahren nach der Durchströmungsmethode kann entsprechend auch für Kathodenstrahlen angewendet werden (vgl. z. B. den Kathodenstrahl-Oszillographen S. 171).

B. Ionenstrahlen

a) Allgemeines. Die Kanalstrahlen sind positive Strahlen, die in dem Kathodendunkelraum einer Glimmentladung entstehen, in Richtung auf die Kathode beschleunigt werden (negatives Glimmlicht) und durch ein oder mehrere Löcher oder Kanäle der Kathode hindurchtreten. Sie bestehen aus Atom- und Molekülionen des Füllgases der Röhre. Bei niedrigen Drucken schnürt sich mit zunehmender Spannung (etwa von 4 kV an) die Entladung bereits vor der Kathode zu einem „Pinsel" zusammen, so daß man durch eine einzige zentrale Bohrung der Kathode einen sehr intensiven Kanalstrahl erhält.

Die Kanalstrahlen erleiden auf ihrem Wege durch das Gas infolge von Zusammenstößen mit den Gasatomen Umladungen, so daß das Kanalstrahlenbündel außer positiv geladenen auch zu einem beträchtlichen Teil ungeladene und auch negativ geladene Atome oder Moleküle enthält. Lenkt man aus einem Kanalstrahlenbündel durch ein Magnetfeld die geladenen Teilchen ab und unterwirft das unabgelenkte und daher zunächst ungeladene Strahlenbündel einem zweiten Magnetfeld, so findet man neue geladene Teilchen. Es rührt dies daher, daß sich in einem Kanalstrahlenbündel stets ein Gleichgewichtszustand zwischen geladenen und ungeladenen Teilchen herstellt. Wegen der Häufigkeit der Umladungen auch innerhalb des erzeugenden Spannungsgefälles ist die Geschwindigkeit der Ionen in einem Kanalstrahlenbündel sehr inhomogen.

Homogene Ionenstrahlen erhält man, wenn man langsame Ionen, die in einem Gasraum durch Elektronenstrahlen aus einer Glühkathode oder in einem Niederspannungsbogen erzeugt werden, durch ein enges Loch in einen möglichst gut evakuierten Raum treten läßt und sie dort durch ein elektrisches Feld nachbeschleunigt. Sehr homogene Strahlen, allerdings nur mit kleiner Intensität, kann man aus einem inhomogenen Bündel durch Ausblendung eines engen Geschwindigkeitsbereiches nach einer der im Abschnitt 3 (S. 372ff.) beschriebenen Methoden erhalten.

Von einer glühenden Anode, welche leicht verdampfende Stoffe enthält, gehen Ionenstrahlen aus, die man als Anodenstrahlen bezeichnet.

Zu den Ionenstrahlen gehören ihrer Natur nach auch die α-, H- und andere Strahlen, die beim radioaktiven Zerfall oder der künstlichen Kernumwandlung entstehen (vgl. darüber S. 448).

b) Kanalstrahlen-Röhren. Meist werden zylindrische Glasrohre von 3—7 cm Durchmesser verwendet, doch sind zuweilen auch kugelförmige Entladungsräume von 15—20 cm Durchmesser von Vorteil, weil in ihnen der Kanalstrahlenpinsel bei kleineren Drucken entsteht. Für kleine Ströme genügt als Kathode eine in der Mitte durchbohrte oder auch siebartig mit mehreren Löchern versehene Aluminiumscheibe oder ein Drahtnetz. Sollen jedoch Messungen an einem eng begrenzten und möglichst intensiven Kanalstrahl durchgeführt werden, so trennt man zweckmäßig den Beobachtungsraum von dem Entladungsraum durch eine luftdicht eingesetzte Kathode nach Art der Abb. 247, die man häufig auch an dem in das Entladungsrohr ragenden Ende parabolisch ausdreht. Für starke Entladungsströme benutzt man unter Umständen ein Quarzrohr und kühlt die Elektroden mit durchfließendem Wasser.

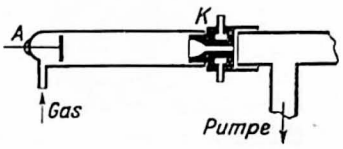


Abb. 247. Kanalstrahlen-Rohr

Ein sehr hoch belastbares Rohr, das besonders für Nachbeschleunigungsanlagen (S. 363) geeignet ist, zeigt Abb. 248. Die Anode ist ein langer, unten offener Eisenzylinder, der oben durch Wasser oder Öl gekühlt wird. Sie wird von dem Kathodenzylinder K, der unten in einem massiven durchbohrten Kopf endet, eng umschlossen; der Abstand von einigen mm zwischen den Wänden der beiden Zylinder ist kleiner als die freie Weglänge der Elektronen, so daß zwischen ihnen keine Stoßionisation stattfindet und die Entladung nur in der Mitte des Rohres verläuft. Der völlig von Metall umschlossene Entladungsraum begünstigt eine enge Zusammenschnürung des Kanalstrahlenbündels.

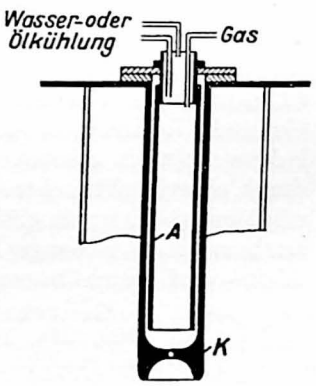


Abb. 248. Kanalstrahlen-Rohr für sehr hohe Stromstärken

Eine noch stärkere Zusammenschnürung des Bündels erzielt man dadurch, daß man den Anodenzylinder unten durch eine Lochblende (Durchmesser des Loches etwa 13 mm) abschließt (Hailer). Die Blende, die nur 5 mm von der Kathodenoberfläche absteht, welche nicht wie in Abb. 248 gekrümmt, sondern eben ist, muß gut zu der Bohrung der Kathode zentriert sein. Bei einer Spannung von 30 kV und einem Entladungsstrom von 6 mA tritt in diesem Rohr z. B. ein Wasserstoffkanalstrahl von 0,5 mA durch einen Kanal von 1,3 mm Durchmesser und 1,7 mm Länge; bei Erhöhung des Entladungsstroms auf 17 mA steigt der Kanalstrahlstrom auf rund 1 mA. Als Material für die Elektroden ist Kupfer, das auch verchromt werden kann, Nickel, Aluminium und vor allem Eisen geeignet; bei sehr hoher Belastung müssen Kathode und Anode an den Auftreffstellen der gebündelten Entladung Einsätze aus Wolfram oder Molbydän erhalten.

Der Druck im Entladungsraum beträgt meist einige hundertstel Millimeter, in manchen Rohren jedoch um eine Größenordnung mehr oder weniger. Läßt man in den Entladungsraum durch eine Kapillare oder ein Ventil langsam Gas

nachströmen (S. 349), so kann mit einer Diffusionspumpe großer Saugleistung in dem Raum hinter der Kathode je nach der Weite und Länge des Kanals ein Vakuum von 10^{-4} mm Hg oder weniger aufrechterhalten werden, wie es notwendig ist, um die Strahlen mit hohen Spannungen nachzubeschleunigen oder um Störungen durch Zerstreuung und Umladung der Strahlen sowie durch Ionisation im Beobachtungsraum zu vermeiden.

Die beschriebenen Kanalstrahlen-Rohre lassen sich im allgemeinen mit Spannungen bis 50 oder auch 70 kV betreiben. Wird zum Betrieb eine Stromquelle mit kleinem inneren Widerstand, z. B. ein Transformator mit Gleichrichterrohr verwendet, so muß vor das Kanalstrahlen-Rohr wegen seiner negativen Charakteristik ein Widerstand geschaltet werden. Geeignet sind Flüssigkeitswiderstände aus einer 10%igen Lösung von Jodkalium in Amylalkohol oder bei hoher Belastung drahtgewickelte Widerstände, z. B. aus Konstantanband von $0{,}25 \times 0{,}015$ mm Querschnitt, das einen Widerstand von rund 160 Ω pro Meter hat und, auf Gestelle aus Glas- oder Porzellanrohr gewickelt, eine Belastung bis etwa 200 mA verträgt. Die Stromstärke reguliert man durch den Gasdruck im Entladungsrohr oder mittels einer verschiebbaren Elektrode in dem Flüssigkeitswiderstand.

Ein Rohr nach Abb. 248 bei Oliphant u. Rutherford, Proc. Roy. Soc. (A) **141**, 239, 1933; ähnliche Rohre bei Lukanow u. Schütze, Z. Phys. **82**, 610, 1933; Ritschl, Phys. Z. **35**, 313, 1934; Seemann u. Orbán, Ann. Phys. (5), **23**, 137, 1935; Hailer, Wiss. Veröff. Siemenskonz. **17**, 321, 1938; Schütze, ebd. S. 341. Ein Kanalstrahlen-Rohr für Spannungen bis 150 kV: Lion, Z. Phys. **83**, 431 1933.

c) Anodenstrahlen. Intensive, hell leuchtende Anodenstrahlen der Alkalien kann man erzeugen, indem man als Anode einer Gasentladung ein Glasrohr verwendet, dessen Ende mit einem Gemisch aus LiJ, LiBr und NaJ gefüllt ist, dem etwas Graphit zur Erhöhung der Leitfähigkeit zugesetzt wird. Das Gemisch, in das von außen eine Stromzuleitung führt, wird durch die Entladung so weit erhitzt, das die Alkalien verdampfen. Heizt man die Anode durch einen elektrischen Strom, so kann man auch im Hochvakuum Anodenstrahlen erhalten; ein glühender Wolframdraht emittiert z. B. außer Elektronen auch in geringer Menge Ionen, und zwar neben Wolframionen hauptsächlich Atom- und Molekülionen des Wasserstoffs.

Gehrcke u. Reichenheim, Verh. D. Phys. Ges. **8**, 559, 1906; **9**, 76, 200, 374, 1907; Aston, Phil. Mag. **42**, 436, 1921; **47**, 385, 1924; Kerschbaum, Ann. Phys. **79**, 473, 1926.

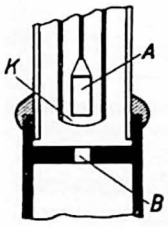


Abb. 249. Anordnung zur Erzeugung langsamer Ionen durch Elektronenstoß

d) Erzeugung langsamer Ionen. α) Durch Elektronenstoß. Um bei dem Nachbeschleunigungsverfahren (S. 363) eine große Homogenität der Ionenstrahlen zu erreichen, erzeugt man zunächst sehr langsame Ionen, z. B. in der Anordnung Abb. 249. Elektronen aus der Glühkathode K, die durch eine kleine Spannung an der Anode A beschleunigt werden, ionisieren das Gas zwischen den Elektroden, die Ionen gelangen mit dem strömenden Gas durch die Blende B in den Beschleunigungsraum. Das Verfahren ist z. B. für die Massenspektroskopie (S. 387 ff.) geeignet, da sich auf diese Weise auch bequem Ionenstrahlen der Metalle erzeugen lassen, wenn man ein geeignetes Metallsalz in dem Ionisationsraum verdampft.

Dempster, Phys. Rev. **38**, 415, 1931; Rudnick, ebd. **38**, 1342, 1931.

β) Mit Niederspannungsbogen. Höhere Ionendichten und damit intensivere Strahlen, wie sie z. B. für Kernumwandlungsversuche nötig sind, erhält man aus einem Niederspannungsbogen, den man bei einem Druck von einigen zehntel bis einigen hundertstel Millimeter zwischen einer Glühkathode und einer Anode brennt. Eine günstige Ionenausbeute erhält man, wenn man dem Entladungsgefäß die Form eines Geißlerrohres gibt, bei dem die Entladung zwischen den Elektroden durch eine Kapillare aus Glas oder Eisen zusammengeschnürt wird. Die Ionen, die aus einer seitlichen Öffnung in den Kapillaren zunächst in einem Kegel mit ziemlich großem Öffnungswinkel austreten, werden durch mehrere Hilfselektroden, an denen Spannungen von einigen hundert bis einigen tausend Volt liegen, zu einem engen Bündel konzentriert (S. 371), ehe sie in das eigentliche Nachbeschleunigungsrohr gelangen.

U. a. Tuve, Hafstad u. Dahl, Phys. Rev. **48**, 241, 1935; Zinn, ebd. **52**, 655, 1937.

Ordnet man die Glühkathode in der Mitte eines zylindrischen Entladungsraumes an, aus dem die Ionen in Achsenrichtung durch eine Lochblende austreten, so kann man die Bahnen der ionisierenden Elektronen durch ein koaxiales Magnetfeld krümmen und damit verlängern; dadurch läßt sich die Entladung noch bei verhältnismäßig kleinen Gasdrucken aufrechterhalten, so daß die Ionenaustrittsöffnung 2—3 mm Durchmesser erhalten kann, ohne daß der Druck im Beschleunigungsraum unzulässig große Werte annimmt.

van Voorhis, Kuper u. Harnwell, Phys. Rev. **45**, 492, 1934; Luhr, ebd. **49**, 317, 1936; Burhop, Proc. Cambr. Phil. Soc. **32**, 643, 1936; Weiß u. Westmeyer, Phys. Z. **40**, 461, 1939.

c) Nachbeschleunigung. α) Einfache Anordnung. Um möglichst schnelle oder möglichst homogene Ionenstrahlen zu erhalten, läßt man nach W. Wien die Strahlen aus einem Kanalstrahlenrohr oder einer der im voranstehenden Abschnitt beschriebenen Ionenquellen in ein hohes Vakuum eintreten und beschleunigt die positiv geladenen Teilchen hier noch einmal in einem elektrischen Feld. Die Strahlen werden um so homogener, je größer die beschleunigende Spannung und je kleiner die Geschwindigkeit ist, mit der die Ionen bereits in das beschleunigende Feld eintreten.

Für kleine Beschleunigungsspannungen wird an die Ionenquelle ein Glasrohr angesetzt, das an seinem Ende die Beschleunigungselektrode trägt, durch deren zentrale Bohrung die Strahlen in den Beobachtungsraum gelangen. Damit man intensive Strahlen erhält, soll das aus der Ionenquelle austretende Ionenbündel unmittelbar, noch ehe es erheblich diffus werden kann, in das beschleunigende Feld gelangen; der Beschleunigungsweg selbst soll möglichst kurz sein. Besonders geeignet sind zylinderförmige Elektroden, in deren Achse der Strahl verläuft; die gut verrundeten oder bei höheren Spannungen umgebördelten oder mit Wulsten versehenen Zylinderenden stehen sich in Abständen von wenigen Zentimetern gegenüber, so daß das Feld zwischen ihnen eine starke konzentrierende Wirkung auf den Strahl ausübt. An einer solchen Beschleunigungsstrecke kann man Spannungen bis zu 200 oder 300 kV verwenden.

W. Wien, Ann. Phys. **77**, 313, 1925; Gerthsen, ebd. **85**, 888, 1928; **86**, 1029, 1928; Oliphant u. Rutherford, Proc. Roy. Soc. (A) **141**, 259, 1933; Bouwers, Heyn u. Kuntke, Physica **4**, 153, 1937.

β) Kaskadenrohr. Um sehr schnelle Ionenstrahlen zu erzeugen, wie sie vor allem zur künstlichen Kernumwandlung gebraucht werden, muß man die hohe Beschleunigungsspannung durch Zwischenelektroden auf mehrere

Beschleunigungsstrecken verteilen, wie es in den Abb. 250a und b dargestellt ist. Bis 500 kV genügt eine Zwischenelektrode, bis 1000 kV kommt man mit zweien aus. Besonders bei noch höheren Spannungen empfiehlt sich aber eine weitergehende Unterteilung, so daß an jeder Beschleunigungsstrecke nur 50—100 kV liegen.

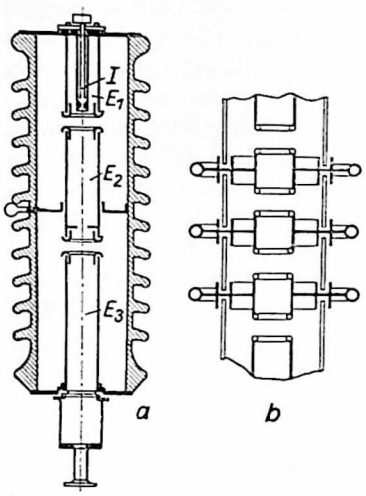


Abb. 250.
Kaskadenrohre zur Nachbeschleunigung von Ionenstrahlen

Wenn die hohe Gleichspannung durch eine Spannungsvervielfachung hergestellt wird, so können an der Spannungsquelle geeignete Zwischenspannungen abgegriffen und an die Zwischenelektroden gelegt werden; stehen keine solche Zwischenspannungen zur Verfügung, so bewirkt man durch kleine Spitzen an den äußeren Schutzringen, daß zwischen ihnen eine schwache Koronaentladung übergeht, die eine gleichmäßige Spannungsverteilung längs des Rohres aufrechterhält. Gute Justierung der Zwischenelektroden ist wichtig, damit man durch das lange Rohr hindurch einen konzentrierten Strahl erhält. Verändern der Spannung an der obersten Zwischenelektrode, z. B. durch Verändern einer Sprühstrecke, beeinflußt die Strahlkonzentration und damit die Größe des Brennflecks.

Über ein Rohr wie Abb. 250a von 40—50 cm Durchmesser, für 500 kV mit einer Zwischenelektrode bei 1,70 m Länge, für 1000 kV mit zwei Zwischenelektroden bei 2,80 m Länge: Bothe u. Gentner, Z. Phys. **104**, 685, 1937; **112**, 45, 1939. Über ein Kaskadenrohr wie Abb. 250b, das etwa 20 cm lichte Weite hat und aus einer größeren Anzahl kurzer Glas- oder Porzellanrohre zusammengesetzt ist, welche in Metallringe eingekittet sind, die innen die Zwischenelektroden, außen Sprühschutzringe tragen: Tuve, Hafstad u. Dahl, Naturwiss. **24**, 625, 1936; ähnliche Rohre bei Herb, Parkinson u. Kerst, Phys. Rev. (2) **51**, 75, 1937 und Stephens u. Lauritsen, Rev. scient. Instr. **9**, 51, 1938.

f) Vielfachbeschleunigung mit Hochfrequenzspannung. α) Lineare Anordnung. In einem evakuierten Rohr sind hintereinander eine Anzahl Metallzylinder (Durchmesser ~ 5 cm) von zunehmender Länge so angeordnet, daß ihre Achsen mit der Rohrachse zusammenfallen; der erste, dritte, fünfte . . . Zylinder werden mit dem einen Pol, die dazwischenliegenden mit dem zweiten Pol eines Hochfrequenzsenders verbunden. Ionen, die in dem engen Zwischenraum zwischen dem ersten und zweiten Zylinder durch die Scheitelspannung beschleunigt werden, treffen dann zwischen dem zweiten und dritten gerade dieselbe beschleunigende Spannung an, wenn sie den zweiten Zylinder in der Zeit einer halben Schwingung der Hochfrequenz durchlaufen. Wird die Anfangsgeschwindigkeit der Ionen passend gewählt, so wiederholt sich bei vorgegebener Spannung und Frequenz des Senders die Beschleunigung auch an den weiteren Zwischenräumen zwischen den Zylindern, wenn sich die Zylinderlängen wie die Quadratwurzeln aufeinanderfolgender ganzer Zahlen verhalten (vgl. Gl. (1), S. 369). Die Ionen werden in der in Abschn. d, α, S. 362 beschriebenen Weise durch Elektronen aus einer Glühkathode erzeugt und durch eine Gleichspannung von etwa 600 V beschleunigt; sie treten durch einen Kanal in das Beschleunigungsrohr, in dem sie zunächst durch eine Gegenspannung so weit abgebremst werden, daß sie den ersten Zylinder mit der passenden Anfangsgeschwindigkeit erreichen. Je

leichter die Ionen, desto länger muß das Beschleunigungsrohr sein, um eine vorgegebene Energie zu erreichen; die Methode ist daher nur für schwere Ionen geeignet, bei leichten ergeben sich unausführbare Dimensionen.

Bei 30 Zylindern lassen sich z. B. Quecksilberionen mit einer Energie von 1,26 Millionen eV durch eine Hochfrequenzscheitelspannung von 42 kV bei einer Senderfrequenz von rund 10^7 Hz erzeugen.

Wideroe, Arch. Elektrot. **21**, 387, 1929; Lawrence u. Sloan, Phys. Rev. **38**, 2021, 1931.

β) Zyklotron. Das Zyklotron beruht darauf, daß Ionen, die sich mit konstanter Geschwindigkeit senkrecht zu einem Magnetfeld $\mathfrak{H}$ bewegen, nach Gl. (2), S. 369 Kreisbahnen mit einem der Geschwindigkeit proportionalen Radius beschreiben und daher z. B. einen Halbkreis in der von ihrer Geschwindigkeit unabhängigen Zeit $T = \frac{\pi m}{\mathfrak{H} e}$ zurücklegen.

Zwischen den beiden Hälften A und B einer flachen, längs eines Durchmessers aufgeschnittenen Schachtel (Abb. 251), die sich im Innern einer größeren, evakuierbaren Schachtel zwischen den Polen eines großen Elektromagneten befinden, liegt eine Hochfrequenzspannung der Schwingungsdauer τ. Ist $\frac{\tau}{2} = \frac{\pi m}{\mathfrak{H} e}$, so treten Ionen, die mittels einer Glühkathode P in der Mitte des Spaltes zwischen den beiden Elektroden erzeugt werden, einmal von der Scheitelspannung in Bewegung gesetzt, durch den Spalt jeweils nach Zurücklegen eines Halbkreises im Innern einer Elektrode gerade in einer solchen Phase der Hochfrequenz, daß die Spannung wiederum beschleunigend auf sie einwirkt. Ist diese Resonanzbedingung erfüllt, so können die Ionen 100- bis 300 mal beschleunigt werden, bis sie auf ihrer spiralartigen Bahn schließlich am Rande der Elektrode A in den Kondensator D eintreten, in dem sie durch ein starkes elektrisches Feld nach außen abgelenkt werden, so daß sie durch F in den Beobachtungsraum gelangen. Nur für die Beschleunigung leichter Ionen ergeben sich ausführbare Dimensionen; Resonanz für H- und He-Ionen erhält man mit Magnetfeldern von 10 000 bis 15 000 Ø bei einer Wellenlänge des Senders zwischen 15 und 30 m.

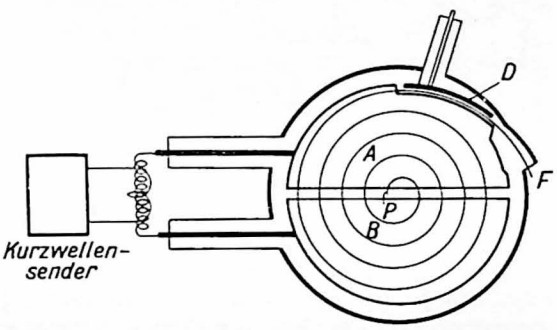


Abb. 251. Zyklotron (schematisch)

Das Zyklotron ist von größter Bedeutung für kernphysikalische Untersuchungen, weil sich mit ihm weit energiereichere Ionenstrahlen erzeugen lassen als mit jeder anderen Anlage. Die Kosten für Bau und Betrieb sind jedoch außergewöhnlich hoch, so daß die Errichtung eines Zyklotrons nur besonders gut ausgestatteten Spezialinstituten möglich ist. Die größte zur Zeit fertige Anlage mit einem Magneten von 1,5 m Poldurchmesser lieferte im Sommer 1939 H-Ionen von $8 \cdot 10^6$ eV, D-Ionen von $16 \cdot 10^6$ eV und doppelt geladene Heliumionen (künstliche α-Strahlen) von $38 \cdot 10^6$ eV mit Stromstärken bis 25 μA. Die Senderleistung beträgt bei solchen Anlagen 60—80 kW bei einer Hochfrequenzscheitelspannung von 70—90 kV.

Lawrence u. Livingstone, Phys. Rev. (2) **40**, 19, 1932; Lawrence u. Cooksey, ebd. **50**, 1131, 1936; Henderson u. White, Rev. sci. instr. (N. S.) **9**, 19, 1938;

zahlreiche technische Einzelheiten auch bei Kurie, J. Appl. Phys. **9**, 691, 1938. Ein kleineres Zyklotron mit 40 cm Poldurchmesser des Magneten und Zweiröhrensender von 10 kW maximaler Leistung, das Protonenstrahlen von $2 \cdot 10^6$ eV liefert, bei Livingstone, Rev. sci. instr. (N. S.) **7**, 55, 1936.

C. Erzeugung hoher Gleichspannungen

Außer den auf S. 5 angegebenen Hochspannungsquellen sind besonders die zum Betrieb von Röntgenröhren benutzten Mittel (S. 414), für sehr hohe Spannungen unter Umständen auch Transformatoren in Kaskadenschaltung oder Stoßgeneratoren (S. 155ff.) geeignet.

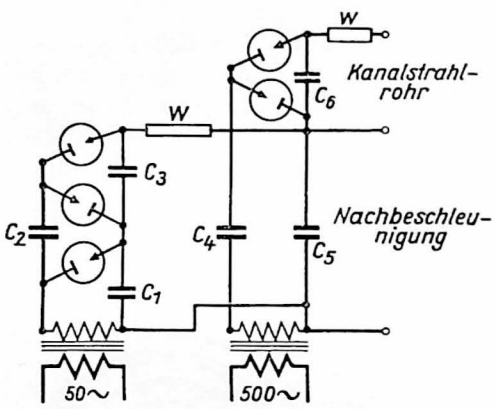


Abb. 252. Gleichrichterschaltung für hohe Spannungen

a) Gleichrichterschaltungen. Eine Gleichrichterschaltung für hohe Spannungen, deren einer Pol an Erde liegt, ist im linken Teil der Abb. 252 wiedergegeben (Greinacher, Schenkel); sie ist z. B. besonders zur Nachbeschleunigung von Ionenstrahlen für Kernumwandlungsversuche geeignet. Mit einem Transformator der Scheitelspannung U, n Ventilen und n Kondensatoren erhält man eine Gleichspannung vom Betrage nU. Die Kondensatoren ordnet man, dem Schema der Abb. 252 entsprechend, in zwei Türmen mit schräg dazwischenliegenden Ventilen an; der erste Kondensator muß für die Spannung U, die übrigen ebenso wie die Ventile für $2U$ berechnet sein. Vorteilhaft ist es, von einer Wechselspannung höherer Frequenz (200 bis 500 Hz) auszugehen, um Kondensatoren kleinerer Kapazität verwenden zu können (über die Berechnung der Kondensatoren vgl. S. 176). Um die Glühkathoden der Ventile zu heizen, werden isoliert aufgestellte Generatoren verwendet, welche mittels langer isolierender Achsen, z. B. aus Pertinaxrohren, angetrieben werden. Die Spannung für die auf hohem Potential befindliche Ionenquelle wird auf dieselbe Weise erzeugt; bei Nachbeschleunigungsspannungen bis zu einigen hundert kV kann man zum Betrieb des Kanalstrahlenrohres auch eine Wechselspannung von 500 Hz benutzen, welche dem isoliert aufgestellten Gleichrichtersatz über zwei für die volle Beschleunigungsspannung isolierte Kondensatoren (C_4 und C_5 in Abb. 252) zugeführt wird. WW sind Schutzwiderstände.

Cockroft u. Walton, Proc. Roy. Soc. London **136**, 619, 1932; Bouwers, Heyn u. Kuntke, Physica **4**, 153, 1937. Eine Anlage für 1,5 Millionen V, bei welcher die Ventile mit Hochfrequenz geheizt werden, die über die Kondensatorentürme zugeführt wird, bei Bouwers u. Kuntke, Z. techn. Phys. **18**, 209, 1937. Kernumwandlungsanlage mit Kaskadentransformator für 1 Million V bei Crane, Phys. Rev. (2) **52**, 11, 1937.

b) Elektrostatischer Generator. Mit verhältnismäßig bescheidenen Mitteln lassen sich hohe Gleichspannungen durch elektrostatische Generatoren nach van de Graaff erzeugen. Dem Hochspannungskörper (Abb. 253), der auf einem langen und weiten Pertinaxrohr sitzt, wird durch ein endloses Band aus Isolierstoff, das über zwei Rollen durch das Innere des Pertinaxrohres läuft, elektrische Ladung zugeführt, welche mittels des Spitzenkamms S_1 und des gegenüber-

stehenden Influenzkörpers aufgesprüht wird. Im Inneren des Hochspannungskörpers wird die Ladung durch den Spitzenkamm S_2 abgenommen. Gleichzeitig wird dem herablaufenden Teil des Bandes durch den Kamm S_3 eine Ladung des entgegengesetzten Vorzeichens erteilt, die an der unteren Rolle wieder abgegeben wird. S_3 ist mit der oberen, gegen den Hochspannungskörper isolierten Rolle leitend verbunden; durch eine Sprühstrecke wird dafür gesorgt, daß sich diese Rolle nur bis zu einem Potential von 10 oder 20 kV gegen den Hochspannungskörper aufladen kann. Um die Maschine zu erregen, sprüht man zunächst bei S_4 mit einer kleinen Gleichrichteranlage von 10 bis 20 kV Ladung auf das Band. Der Generator kann sich aber auch durch die Reibung des Bandes an den Rollen selbst erregen; Selbsterregung zu positiver Ladung von H wird erleichtert, wenn man die obere Rolle aus Glas fertigt (Neubert, Kossel).

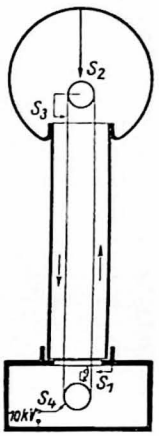


Abb. 253. Elektrostatischer Generator nach van de Graaff

Als Werkstoff für das Band sind besonders Gummi (auch mit Stoffeinlage), gummierter Stoff, Isolierleinen oder dgl. geeignet. Zum Zusammensetzen des Hochspannungskörpers, meist einer Kugel oder eines horizontal liegenden Zylinders mit halbkugligen Enden, benutzt man aus Blech gedrückte Halbkugeln; für sehr große Körper wird ein Gerüst aus Holz oder Aluminium mit dünnen Blechen umkleidet. Zum Aufsprühen der Ladung auf das Band dienen Spitzenkämme aus eng aneinandergesetzten Grammophonnadeln oder 0,05 bis 0,2 mm dicke Drähte (Stahl, V 2 A, Wolfram), die in kleinem Abstand von der Oberfläche quer über das Band gespannt werden. Die Spannung, bis zu welcher der Hochspannungskörper sich auflädt, ist durch die Durchbruchsfeldstärke der Luft an seiner Oberfläche begrenzt, sie ist also um so größer, je größer sein Krümmungsradius ist. Ein Zusatz von CCl_4- oder CCl_2F_2-Dampf zur Luft im Innern des Pertinaxzylinders R erhöht die Durchschlagsfestigkeit der Luft und damit nicht nur die Ladungsdichte auf dem Band, sondern auch die Maximalspannung, da Überschläge zuerst an der Einführung des Bandes in den Hochspannungskörper einsetzen. Kleine Generatoren dieser Art für einige hundert Kilovolt lassen sich mit den einfachsten Mitteln herstellen.

Kugeln von 60 cm Durchmesser werden auf 500—600 kV aufgeladen, solche von 1,20 m Durchmesser auf etwa 1000 kV. Der Strom, welchen der Generator zu liefern vermag, ist der Breite, der Geschwindigkeit und der Flächenbeladung des Bandes proportional. Bei einer Flächengeschwindigkeit von F m²/s beträgt in trockener Luft von Normaldruck der theoretische Höchstwert des Stromes rund $50 \cdot F$ μA. Praktisch werden 40—80 % dieses Wertes erreicht, z. B. ein Strom von 0,5 mA mit zwei parallel laufenden Bändern von je 60 cm Breite bei einer Geschwindigkeit von 19 m/s, das entspricht bei einem Rollendurchmesser von 7,3 cm einer Umdrehungszahl der Rolle von 5000/min.

van de Graaff, Compton u. L. C. van Atta, Phys. Rev. **43**, 149, 1933; L. C. van Atta, Northrup, C. M. van Atta u. van de Graaff, ebd. **49**, 761, 1936; Bramhall, Rev. sci. instr. **5**, 18, 1934; Trump, Merrill u. Safford, ebd. **9**, 398, 1938; Neubert, Z. Phys. **110**, 334, 1938; eingehende Untersuchungen über die Wirkungsweise bei Kossel, ebd. **111**, 264, 1938; günstige Anordnung des Entladungsrohrs bei Bothe u. Gentner, ebd. **104**, 685, 1937; Generator in einem Druckkessel unter 10 at (Spannung bis 8 at dem Druck proportional) für Spannungen von mehr als 2 Millionen V bei Herb, Parkinson, Kerst u. a., Phys. Rev. **51**, 75, 1937; **52**, 379, 1937; **53**, 642, 1938; ein Band aus Astralon empfehlen Baumhauer u. Kunze, Z. Phys. **114**, 197, 1939.

D. Nachweis und Messung der Strahlen

a) Leuchtschirme. Zur visuellen Beobachtung von Elektronen- und Ionenstrahlen sind Fluoreszenzschirme, vor allem aus Sidotblende (ZnS mit einem Zusatz von 0,01% Cu), Willemit (Zinksilikat) oder Kalziumwolframat geeignet. Man schlämmt das feingepulverte Material mit Alkohol auf eine Glasplatte auf oder streut es mit einem feinen Sieb auf die dünn mit Wasserglas bestrichene Platte.

b) Photographisches Verfahren. Gewöhnliche photographische Platten sind bis zu Strahlenergien von 5000 eV herab brauchbar; für Strahlen kleiner Energie sind Platten mit viel Silber in dünner Schicht, z. B. photomechanische, günstig; noch besser sind gelatinearme Schumann-Platten (Bd. 1, S. 431) oder chemisch von Gelatine befreite Platten, die bis herab zu etwa 100 eV verwendet werden können.

Über geeignete Platten und Papiere und ihre Handhabung im Innern der Vakuumröhre s. z. B. Koenigsberger, Phys. Z. **11**, 848, 1910; Koenigsberger u. Kilchling, Verh. D. Phys. Ges. **12**, 995, 1910; Thomson, Phil. Mag. **21**, 225, 1911; Jb. Rad. **14**, 197, 1911; Retschinsky, Ann. Phys. **47**, 525, 1915; **48**, 573, 1915; Aston, Proc. Cambr. Phil. Soc. **22**, 548, 1925; Proc. Roy. Soc. London (A) **163**, 391, 1937; Conrad, Phys. Z. **31**, 888, 1930; Andresen, ebd. **33**, 771, 1932; Burroughs, Rev. sci. instr. (N. S.) **2**, 321, 1931; Weidner, Ann. Phys. (5) **12**, 239, 1932.

c) Strommessung. Den geladenen Anteil der Strahlen mißt man durch den Strom auf einen Auffänger mit einem Galvanometer oder elektrometrisch (S. 143). Um den Fehler herabzusetzen, welcher durch Emission von Sekundärelektronen aus dem Auffänger entsteht, verwendet man als Auffänger ein isoliertes, von einem geerdeten Schutzgehäuse umgebenes Metallgefäß (Faraday-Käfig, Abb. 254), das bis auf eine geeignete Öffnung zum Einlassen der Strahlen allseitig geschlossen ist. Sekundärelektronen, welche häufig auch noch aus einem Faradaykäfig austreten — der Fehler kann von derselben Größenordnung wie die zu messende Intensität sein —, hält man durch Anlegen einer Gegenspannung von der Größenordnung 100 V zwischen Schutzgehäuse und Auffänger zurück; man erhöht die Gegenspannung, bis man einen konstanten Strom auf den Auffänger erhält. Bei ungenügendem Vakuum entstehen fehlerhafte Messungen durch Gasionen, welche durch die Gegenspannung auf den Auffänger getrieben werden. Statt durch eine Gegenspannung verhindert man in diesem Fall den Austritt der Sekundärelektronen dadurch, daß man den Auffänger in ein senkrecht zum Strahl gerichtetes Magnetfeld bringt. Die Auffängermessung ergibt die Anzahl der geladenen Teilchen unabhängig von ihrer Energie; die Nachweisgrenze dieser Methode liegt etwa bei 10^{-14} A.

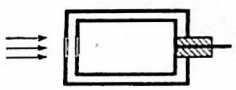


Abb. 254. Faraday-Käfig als Auffänger

Lenard, Ann. Phys. **12**, 715, 1913; Hailer, Wiss. Veröff. Siemenskonz. **17**, 115, 1938; Bothe u. Gentner, Z. Phys. **106**, 236, 1937; Weiß u. Westmeyer, Phys. Z. **40**, 464, 1939.

d) Wärmewirkung. Thermoelemente und Bolometer, wie sie zu Strahlungsmessungen verwendet werden (Bd. 1, S. 289f), geben Meßwerte, welche der Energie der in der Zeiteinheit einfallenden Teilchen, unabhängig von ihrem Ladungszustand, proportional sind. Haben alle Teilchen die gleiche Energie, so

ist die Anzeige der Teilchenzahl proportional. Die Messung wird durch Sekundärstrahlen praktisch nicht beeinflußt, da deren Energie klein gegenüber der einfallenden Primärenergie ist, jedoch muß die Abhängigkeit der Empfindlichkeit der Thermoelemente und Bolometer von dem Gasdruck im Beobachtungsraum beachtet werden.

Über geeignete Thermoelemente und ihre Anwendung s. Rüttenauer, Z. Phys. **5**, 341, 1921; Bolometermessungen an Ionenstrahlen bei Leimberger, Phys. Z. **39**, 150, 1938.

e) Ionisationskammer und Zähler. Zur Messung sehr kleiner Intensitäten ist die Ionisationskammer geeignet. Die Kammer wird von dem Vakuumrohr durch ein kleines, mit einer dünnen Folie luftdicht verschlossenes Fenster für den Eintritt der Strahlen getrennt. Der Druck in der Ionisationskammer (einige mm Hg) wird so hoch gewählt, daß die Strahlen in dem Gasinhalt der Kammer vollständig absorbiert werden, so daß also bei einer weiteren Druckerhöhung der Ionisationsstrom nicht mehr zunimmt. Der Strom ist dann der Energie der in der Zeiteinheit einfallenden Teilchen, unabhängig von ihrem Ladungszustand, proportional. Über die Ausführung der Messungen s. S. 143 und 344f.

In ähnlicher Weise kann für Intensitäten von der Größenordnung 10^{-20} A ein Geigerscher Zähler (S. 462) verwendet werden.

Gerthsen, Ann. Phys. (4) **86**, 1026, 1928; (5) **5**, 659, 1930.

Zur Wahl einer geeigneten Fensterdicke vgl. die Absorption von Elektronenstrahlen in Al-Folie Tabelle 48. Wasserstoffkanalstrahlen von 8 ekV werden z. B. von einer 80 mμ dicken Zelluloidfolie quantitativ durchgelassen.

2. Einwirkung elektrischer und magnetischer Felder

A. Allgemeines

Die Geschwindigkeit v eines Teilchens der Masse m, der Ladung e und der Anfangsgeschwindigkeit Null, das durch die Spannung U beschleunigt wird, ist gegeben durch die Beziehung

$$\frac{m}{2} v^2 = e\,U. \tag{1}$$

Alle Größen in den Gleichungen (1) bis (4a) sind in einem absoluten Maßsystem zu rechnen (vgl. Tab. 73). Mißt man e in Coulomb, U in Volt und m in Gramm, so wird $v = \sqrt{2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{e}{m} U}$ cm/s.

Im homogenen, transversalen Magnetfeld $\mathfrak{H}$ wird der Strahlenweg ein Kreis, der von Elektronenstrahlen im Uhrzeigersinn durchlaufen wird, wenn die Blickrichtung die der Kraftlinien ist. Sein Radius ϱ ist durch die Beziehung

$$\mathfrak{H}\,\varrho = \frac{m\,v}{e} \tag{2}$$

gegeben. Für Elektronenstrahlen vgl. Tab. 48. Wird nicht ϱ direkt, sondern nur die Ablenkung y ($\ll \varrho$) auf einem senkrecht in den Strahlengang gestellten Schirm gemessen, so gilt

$$y = \frac{\mathfrak{H} e}{m} \frac{l}{v}\left[d + \frac{l}{2}\right], \tag{2a}$$

wo l die Feldlänge und d den Abstand des Schirmes von dem Feldende bedeutet.

In einem homogenen, transversalen elektrischen Felde von der Feldstärke $\mathfrak{E}$ und der Länge l werden die Strahlen um eine Strecke x abgelenkt, für die folgende Beziehung gilt:

$$\frac{m v^2}{e} = \frac{\mathfrak{E} l^2}{2x}. \tag{3}$$

Wird die Ablenkung nicht am Ende des Feldes, sondern erst in einem Abstand d davon auf einem senkrecht zur ursprünglichen Strahlrichtung aufgestellten Schirm gemessen, so gilt

$$x = \frac{\mathfrak{E} e}{m} \frac{l}{v^2}\left[d + \frac{l}{2}\right]. \tag{3a}$$

Wird die Geschwindigkeit der Teilchen vergleichbar mit der des Lichtes, so wächst die Masse m, und die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ nimmt dementsprechend ab. Bedeutet m_0 die Masse bei kleiner Geschwindigkeit oder die Ruhemasse des Teilchens, β seine Geschwindigkeit in Bruchteilen der Lichtgeschwindigkeit, so ist in Gl. (2) seine Masse m nach Lorentz gegeben durch

$$m = m_0 (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}. \tag{4}$$

In Gl. (1) und (3) ist die Energie $\frac{m}{2} v^2$ zu ersetzen durch den relativistischen Ausdruck

$$E = m_0 c^2 [(1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} - 1)]. \tag{4a}$$

Zahlenwerte für die Funktion $(1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ finden sich in Tabelle 48. Vgl. auch S. 474.

Nach Dunnington gilt für die spezifische Ladung langsamer Elektronen $\frac{e}{m} = (1{,}7590 \pm 0{,}0004) \cdot 10^7$ elektromagnetische Einheiten (Rev. mod. Phys. **11**, 65, 1939).

Bei Ionenstrahlen ist nicht nur die Masse je nach der Art der bewegten Atom- oder Molekülionen verschieden, es treten außerdem auch gleichartige Ionen mit ein, zwei oder mehr positiven Elementarentladungen, unter Umständen auch negativ geladene Ionenstrahlen auf. Ein Ion mit der Ladung $Z \cdot e$ und der Atommasse M, bezogen auf $O_{16} = 16$, hat die spezifische Ladung $9651 \cdot Z/M$ elektromagnetische Einheiten; für das stets einfach geladene H-Ion hat also e/m den Wert 9573 EME.

Für Elektronenstrahlen aus einer Hochvakuumröhre mit Glühkathode ist in Gl. (1) als Beschleunigungsspannung praktisch die volle Röhrenspannung einzusetzen; nahezu gilt das auch für Kathodenstrahlen aus einem Gasentladungsrohr, in dem der Druck so klein ist, daß praktisch die ganze am Rohr liegende Spannung im Kathodenfall verbraucht wird. Ionenstrahlen aus einem Kanalstrahlenrohr sind in bezug auf ihre Geschwindigkeit wegen der häufigen Umladungen inhomogen und erreichen nur eine Höchstgeschwindigkeit von etwa 80—90% derjenigen, die man errechnet, wenn man in Gl. (1) die ganze Röhrenspannung einsetzt; bei Nachbeschleunigung (S. 363) kommt dagegen die zweite, beschleunigende Spannung voll zur Wirkung.

Nach Gl. (1) ist das Produkt aus Ladung und Beschleunigungsspannung ein Maß für die Energie des Teilchens, unabhängig von seiner Masse; als Energieeinheit für Korpuskularstrahlen wird häufig das Elektronvolt (eV; 1 MeV = 10^6 eV) benutzt, das ist die Energie, die ein mit einer Elementarladung geladenes Teilchen erhält, wenn es durch eine Spannung von 1 V beschleunigt wird. Über die Beziehung dieser Einheit zu anderen Energieeinheiten vgl. Tabelle 48.

Um Elektronen und Wasserstoffionen, welche durch Spannungen vom gleichen Betrage beschleunigt worden sind, magnetisch gleich stark abzulenken, müssen sich die Feldstärken etwa wie 1 : 43 verhalten. In einem transversalen elektrischen Feld werden dagegen durch gleiche Spannungen beschleunigte Teilchen, unabhängig von ihrer Ladung und Masse, gleich stark abgelenkt.

B. Elektronen- und Ionenlinsen

Elektronen- wie auch Ionenstrahlen, welche von einem Punkt ausgehen, lassen sich durch geeignete elektrische und magnetische Felder, ähnlich wie Lichtstrahlen durch optische Linsen, so ablenken, daß sie wieder durch einen Punkt, den Bildpunkt, laufen. Auf diese Weise kann z. B. eine elektronenstrahlende Fläche auf eine andere Fläche, etwa einen Leuchtschirm oder eine photographische Platte, elektrisch oder magnetisch abgebildet werden.

Allgemeine Literatur z. B. Brüche u. Scherzer, Geometrische Elektronenoptik. Berlin 1934; Nachtrag Brüche u. Henneberg, Erg. exakt. Naturwiss. **45**, 365, 1936; Busch u. Brüche, Beiträge zur Elektronenoptik. Leipzig 1937.

a) Elektrische Linsen. Eine elektrische Linsenwirkung erreicht man bei Feldern zwischen Lochblenden oder zwischen Zylindern, welche in Achsenrichtung hintereinandergestellt werden, durch die gewölbten Potentialflächen an den Löchern oder den Zylinderenden (Abb. 255). Die Brennweite solcher Linsen ist durch die Potentiale der Elektroden bedingt, z. B. nimmt die Brennweite der aus drei Lochblenden zusammengesetzten Linse mit zunehmender Potentialdifferenz zwischen der inneren und den beiden äußeren Blenden ab. Für solche Linsen, vor und hinter denen dasselbe Potential besteht, gelten zwischen Brennweite f, Vergrößerung V, Gegenstandsweite a und Bildweite b die den optischen analogen Beziehungen $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ und $V = \frac{b}{a}$. Meist dient aber die elektrische Linse gleichzeitig der Beschleunigung der Strahlen, vor und hinter der Linse herrscht also ein verschiedenes Potential, was optisch einer Änderung des Brechungsindex (Immersionsobjektiv) entspricht. Zweckmäßige Verhältnisse findet man am einfachsten durch Probieren; wenn man einen kleinen Brennfleck erzielen will, ist dabei zu beachten, daß die Gegenstandsweite nicht zu klein gemacht werden darf.

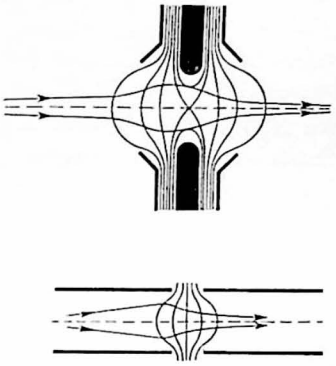


Abb. 255. Elektrische Linsen

Ein Beispiel rein elektrischer Abbildung gibt das System in Abb. 256, wie es etwa in einer Braunschen Hochvakuumröhre verwendet wird: mit Hilfe der ersten, nur einige Zehntelmillimeter von der Oberfläche der Glühkathode K entfernten Lochblende werden die von K ausgehenden Elektronen auf ein enges 1—2 mm entferntes Loch in der zweiten Elektrode konzentriert. Die Hauptlinse, welche dieses Loch z. B. auf den Fluoreszenzschirm der Röhre abbildet, ist das Feld am Übergang von der zylindrischen, 4—5 cm langen zweiten zur dritten Elektrode. Durch die Spannung an der ersten Elektrode wird die Helligkeit, durch die Spannung an der zweiten die Schärfe des Brennflecks beeinflußt; vgl. auch die Anordnung Abb. 246. Die konzentrierende Wirkung des Feldes zwischen zylindrischen Elektroden auf Ionenstrahlen wird in den auf S. 363f. beschriebenen Beschleunigungsröhren benutzt.

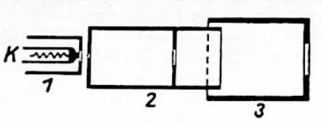


Abb. 256. Abbildungs- und Beschleunigungssystem einer Hochvakuum-Oszillographenröhre

Theorie der elektrischen Linse u. a. Johannson u. Scherzer, Z. Phys. **80**, 183, 1933; Johannson, Ann. Phys. **21**, 274, 1934; Picht, ebd. **15**, 926, 1932; Glaser, Z. Phys. **83**, 104, 1933; Bouwers, Physica **2**, 145, 1935.

b) Magnetische Linsen. Eine magnetische Abbildung erhält man z. B. mit kurzen Stromspulen (bis zu einigen tausend Amperewindungen), die axial von den Elektronenstrahlen durchsetzt werden. Um Streufelder zu vermeiden und ein stärkeres Feld im Spuleninnern und damit eine kürzere Brennweite zu erreichen, umgibt man die Spulen außen und an beiden Enden mit einem Mantel aus etwa 5 mm dickem weichem Eisen (Abb. 257); noch stärker läßt sich das Magnetfeld in der Achsenrichtung zusammendrängen, wenn man auch die Innenfläche der Spule bis auf einen schmalen ringförmigen Spalt mit einem Eisenzylinder oder auswechselbaren eisernen Polschuhen auskleidet (b und c). Die Brennweite einer solchen Linse ist gegeben durch

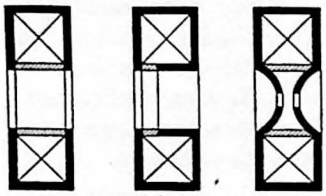


Abb. 257. Magnetische Linsen

$$f = \frac{4\left(\frac{mv}{e}\right)^2}{\int H_x^2\, dx} = \text{const.}\,\frac{\left(\frac{mv}{e}\right)^2}{I^2},$$

wo H_x das magnetische Feld in der Achse x der Linse und I die Stromstärke durch die Spule bedeuten.

Über die Abbildung durch eine lange Stromspule vgl. S. 385. Ein Beispiel für die Anwendung magnetischer Linsen zur Strahlenkonzentration gibt der Kathodenstrahl-Oszillograph Abb. 112, S. 172. Theorie der magnetischen Linse u. a. Busch, Arch. Elektrot. **18**, 583, 1927; Bouwers, Physica **4**, 200, 1937; konstruktive Ausführung s. Ruska, Z. Phys. **89**, 90, 1934.

Infolge der kurzen Wellenlänge von Elektronenstrahlen — für 150 eV-Elektronen ist $\lambda = 1$ Å; vgl. S. 375 — lassen sich mit Elektronenlinsen, besonders mit magnetischen, außerordentlich starke Vergrößerungen von elektronenstrahlenden Flächen oder dünnen, mit Elektronen durchstrahlten Schichten erzielen (Elektronenmikroskop); die Struktur des Elektronenbildes entspricht Verschiedenheiten in der Emission bzw. in der Absorption und Streuung innerhalb der abgebildeten Schicht.

Knoll u. Ruska, Ann. Phys. **12**, 607, 1932; Knoll, Houtermans u. Schulze, Z. Phys. **78**, 340, 1932; Ruska, ebd. **87**, 580, 1934; Marton, Phys. Rev. **46**, 527, 1934; Bull. Belg. **22**, 1336, 1936; Krause, Z. Phys. **102**, 417, 1936; Brüche, Naturwiss. **20**, 49, 1932; Johannson, Ann. Phys. **18**, 385, 1933; v. Ardenne, Z. techn. Phys. **19**, 407, 1938.

3. Messung der Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit schneller, elektrisch geladener Teilchen läßt sich nach einer zuerst von Wiechert 1899 angewendeten, in dem folgenden Abschn. a beschriebenen Methode, ohne daß die Größe der spezifischen Ladung eingeht, unmittelbar durch eine Messung der Zeit ermitteln, welche die Teilchen zum Durchlaufen einer ausgemessenen Strecke benötigen. Ist die spezifische Ladung der Teilchen bekannt, so läßt sich ihre Geschwindigkeit mit Hilfe einer der Gleichungen (1) bis (3) S. 369 auf die in den Abschn. b bis d S. 377 ff. angegebenen Arten bestimmen. Bei Ionenstrahlen stehen jedoch häufig Ladung und Masse der Teilchen nicht von vornherein fest; in diesem Fall müssen zwei Messungen miteinander kombiniert werden, woraus sich dann die beiden Unbekannten, Geschwindigkeit und spez. Ladung, ergeben. Besonders geeignet ist hierfür die auf S. 386 beschriebene Parabelmethode, aber auch eine der anderen, auf den S. 384 bis 389 behandelten Kombinationen zur Messung der spez. Ladung kann in Betracht kommen.

a) Unmittelbare Messung. Ein fein ausgeblendeter Elektronenstrahl aus einer Glühkathodenröhre durchläuft nacheinander parallel zu ihren Platten zwei gleiche Plattenkondensatoren K_1 und K_2 (Länge 0,5—3 cm, Plattenabstand 0,3—1 cm). Die Entfernung l der Kondensatorenmitten voneinander (etwa 50—75 cm) wird sehr genau ausgemessen; dicht vor jedem Kondensator befindet sich, exakt zentriert, eine feine Lochblende. Wird an K_1 und K_2 eine Hochfrequenzspannung ($\lambda \sim 10$ m) gelegt, wobei durch geeignete Leitungsführung für genaue Phasengleichheit der beiden Felder zu sorgen ist, so wird der Elektronenstrahl hinter K_1 infolge der Ablenkung durch das Wechselfeld eine Pendelbewegung ausführen; nur Elektronen, die K_1 in einem feldfreien Augenblick passieren, gelangen durch die zweite Blende nach K_2, wo sie ein Feld antreffen, das durch die Phase ihres Durchganges durch K_1 (0 oder π) und durch ihre Flugzeit für die Strecke l bestimmt ist. Im allgemeinen werden sie daher in K_2 nach der einen oder anderen Seite abgelenkt, so daß auf einem Fluoreszenzschirm hinter K_2 zwei scharfe Leuchtpunkte entstehen. Durch Variieren der Beschleunigungsspannung oder der Hochfrequenz können sie beide zu einem Punkt vereinigt werden. In diesem Fall ist die Flugzeit ein ganzes Vielfaches der halben Schwingungsdauer, also die Elektronengeschwindigkeit $v = \frac{2\nu l}{n} (n = 1, 2, 3 \ldots)$. Bei konstanter Frequenz ν, z. B. eines quarzgesteuerten Röhrensenders, wirkt die Anordnung als Filter (Smythe), welches nur Strahlen dieser Geschwindigkeit durchläßt.

Kirchner, Ann. Phys. **8**, 975, 1931; **12**, 503, 1932; Perry u. Chaffee, Phys. Rev. (2) **36**, 904, 1930; für Kanalstrahlen: Hammer, Verh. D. Phys. Ges. **13**, 955, 1911.
Fehler, welche durch die endliche Länge der Kondensatoren entstehen, werden vermieden, wenn die Strahlen bei K_1 und K_2 je zwei identische Felder durchlaufen: Smythe, Phys. Rev. (2) **28**, 1275, 1926; vgl. auch S. 388, Abschn. c.

b) Magnetische Ablenkung. Eine günstige Anordnung ist das Elektronenstrahl-Spektrometer Abb. 258. Es wird besonders zur Messung der Geschwindigkeiten der sekundären Kathodenstrahlen, die von Röntgenstrahlen erzeugt werden (S. 424), und der radioaktiven β-Strahlen benutzt. Die Röntgenstrahlen treten durch das Fenster F in die gut evakuierte Kammer K, die sich in dem homogenen, senkrecht zur Zeichenebene gerichteten Feld eines Elektromagneten befindet. In dem dünnen streifenförmigen Sekundärstrahler S (Metallfolie), dessen Längsrichtung in der Richtung der Kraftlinien liegt, werden Elektronen ausgelöst, die durch den ziemlich weiten Spalt B ausgeblendet werden und im Magnetfeld je nach ihrer Geschwindigkeit Kreisbahnen mit mehr oder weniger großem Radius durchlaufen. Da die Richtung SB senkrecht auf der Spaltebene steht, schneiden sich die Bahnen aller Elektronen gleicher Geschwindigkeit, die von S aus in etwas verschiedener Richtung durch den ziemlich breiten Spalt B hindurchtreten, nach Zurücklegung eines Halbkreises wieder in einem Punkt, der in der Verlängerung der Spaltebene, z. B. bei L, liegt (Fokusbedingung). Auf der photographischen Platte P erzeugt daher jede Geschwindigkeitsgruppe eine „Spektrallinie". Aus dem Krümmungsradius ($4\varrho^2 = \overline{SB}^2 + \overline{BL}^2$) und der magnetischen Feldstärke ergibt sich nach Gl. (2), S. 369, die Geschwindigkeit v. Man muß mit der hochgeschwinden Grenze

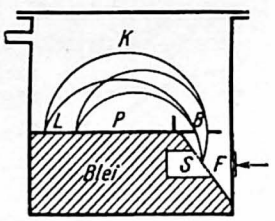


Abb. 258. Elektronenstrahl-Spektrometer

der Linie rechnen, da nach der Seite kleiner Geschwindigkeiten die Linien wegen der Geschwindigkeitsverluste im Elektronenstrahler stark verwaschen sind.

Zur Messung der Geschwindigkeit radioaktiver β-Strahlen wird an die Stelle von S die auf einem Draht niedergeschlagene radioaktive Substanz gebracht. Bei sehr schnellen Elektronen und bei α-Strahlen sind genügend starke und ausgedehnte Magnetfelder nur schwer herstellbar, daher verzichtet man meist auf die Fokussierung; man bringt die photographische Platte und das Präparat an zwei gegenüberliegenden Seitenwänden der evakuierten Kammer an und trennt beide durch eine in die Mitte gestellte Zwischenwand mit einem engen Spalt.

Statt das Spektrum zu photographieren, kann man die Strahlen auch bei L durch einen senkrecht zur Zeichenebene gerichteten Spalt in einen Geigerschen Zähler treten lassen; durch Verändern des Magnetfeldes erhält man das Geschwindigkeitsspektrum, in dem man die Teilchenzahl als Funktion der Feldstärke bestimmt.

Für sekundäre Kathodenstrahlen: s. de Broglie, J. phys. **2**, 265, 1921; Robinson, Proc. Roy. Soc. London **104**, 455, 1923; **113**, 282, 1926; für β-Strahlen: Ellis, ebd. **101**, 1, 1922; Meitner, Erg. exakt. Naturw. **3**, 160, 1924; Ellis, Proc. Cambr. Phil. Soc. **22**, 369, u. 844, 1925; Thibaud, J. Phys. **6**, 82, 1925; O'Conor, Phys. Rev. (2) **52**, 303, 1937; β-Strahlenspektrograph unter Verwendung einer magnetischen Linse wie Abb. 257a oder b bei Klemperer, Phil. Mag. (7) **20**, 545, 1935.

Permanentmagnet für die Ablenkung von β-Strahlen: Cockroft, Ellis u. Kershaw, Proc. Roy. Soc. London **135**, 628, 1932; Briggs, J. sci. instr. **9**, 5, 1932. Konstanthalten eines Magnetfeldes: Wynn-Williams, Proc. Roy. Soc. London **145**, 250, 1934. Ablenkung von α-Strahlen ohne Fokussierung: Briggs, ebd. **114**, 313, 341, 1927; mit Fokussierung: Rutherford u. Mitarbeiter, ebd. **139**, 617, 1933; Cockroft, J. sci. instr. **10**, 71, 1933.

c) Elektrische Ablenkung. Ein homogenes elektrisches Feld, wie es in Gl. (3) S. 370 vorausgesetzt ist, wird durch Anlegen einer Potentialdifferenz U an zwei parallele, eben geschliffene Platten erzeugt; am besten erteilt man den Platten symmetrische Spannungen $\pm U/2$ gegen Erde. Für sehr genaue Messungen werden die Platten vergoldet, um Fehler durch Kontaktpotentiale und durch elektrische Ladungen auf nichtleitenden Oberflächenschichten zu vermeiden. Befinden sich die Platten nicht in einem sehr hohen Vakuum, so weicht die wirkliche Feldstärke von der aus der Geometrie der Anordnung berechneten infolge von Raumladungen ab, welche durch die ionisierende Wirkung der Strahlen zwischen den Platten entstehen. Bei Wechselfeldern ist die Gefahr von Fehlern geringer.

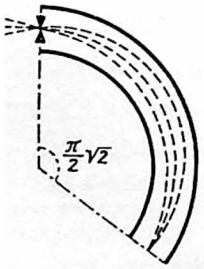


Abb. 259. Fokussierende elektrische Ablenkung im Zylinderkondensator

Über Korrektionsrechnungen für den Einfluß des Streufeldes im Randgebiet der Platten s. Kaufmann, Ann. Phys. **19**, 487, 1906; Bucherer, ebd. **28**, 522, 1909; Neumann, ebd. **45**, 529, 1914; bei Begrenzung des Streufeldes durch eine Blende: Herzog, Z. Phys. **97**, 596, 1935.

In einem Zylinderkondensator (Abb. 259) mit den Radien r_1 und r_2, an dem eine Spannung von U Volt liegt, bewegen sich Strahlen, welche, senkrecht zu einer Ebene durch die Zylinderachse, in den Kondensator eintreten, auf einem zu den Zylindern konzentrischen Kreis, wenn die Beziehung $\frac{mv^2}{e} = \frac{U}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \cdot 10^{-7}$ erfüllt ist, wo e in

Coulomb, m und v in CGS-Einheiten gemessen sind. Ein Strahlenbündel mäßiger räumlicher Divergenz wird dabei in der Zeichenebene nach Durchlaufen eines Bogens $\frac{\pi}{2}\sqrt{2}$ ($\sim 127^0$) fokussiert (Hughes und Rojansky). Auch für Zylinderkondensatoren kürzerer Bogenlänge läßt sich eine Richtungsfokussierung wie bei einer optischen Zylinderlinse erreichen, bei welcher dann der Divergenzpunkt oder der Bildpunkt oder beide außerhalb des elektrischen Feldes liegen.

Hughes u. Rojansky, Phys. Rev. (2) **34**, 284, 1929; Herzog, Z. Phys. **89**, 447, 1934.

d) Elektrisches Gegenfeld. Um die Geschwindigkeit langsamer Elektronen zu messen, läßt man sie gegen ein elektrisches Feld anlaufen, das man durch Anlegen einer Potentialdifferenz an zwei parallele Elektroden erzeugt, deren eine ein Loch zum Durchtritt der Strahlen haben oder aus einem Drahtnetz bestehen kann (S. 379ff.). v berechnet sich dann nach Gl. (1) (S. 369); allerdings wird hierbei nur die Komponente in Richtung des Feldes gemessen, was bei divergenten Strahlen zu beachten ist.

e) Doppler-Effekt. Die Spektrallinien von Kanalstrahlen, die unter dem kleinen Winkel α gegen die Kollimatorachse auf den Spalt des Spektralapparates zulaufen, sind nach dem Dopplerschen Prinzip gegen die Linien der ruhenden Teilchen nach Violett verschoben; aus der Verschiebung $-\Delta\lambda$ ergibt sich die Geschwindigkeit $v = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\,\frac{1}{\cos\alpha}$, wo c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet.

Stark, Jb. Rad. **14**, 139, 1917; Phys. Z. **6**, 893, 1905; Rau, Ann. Phys. **73**, 270, 1924; s. auch die zusammenfassende Literatur über Kanalstrahlen S. 347.

4. Materiewellen

Kirchner, Elektroneninterferenzen u. Röntgeninterferenzen, Erg. exakt. Naturwiss. **11**, 64, 1932. Frisch u. Stern, Beugung von Materiestrahlen im Handb. d. Phys. 2. Aufl., **22**, 2. Teil, 1933. Fues, Beugungsversuche mit Materiewellen, Handb. d. Exp.Phys., Ergänzungswerk Bd. **2**, 1, 1935.

A. Allgemeines

Nach den Theorien von L. de Broglie und Schrödinger verhalten sich Materiestrahlen von der Geschwindigkeit v wie eine Wellenstrahlung von der Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{mv}$ (h = Plancksches Wirkungsquantum, m = Masse des Teilchens); für Elektronen, die mit der Spannung von U Volt beschleunigt sind, gilt $\lambda = \sqrt{\frac{150}{U}} \cdot 10^{-8}$ cm; daher können z. B. mit Elektronenstrahlen Interferenzen erzeugt werden, welche den Röntgenstrahleninterferenzen (S. 418) entsprechen. Komplikationen gegenüber diesen entstehen durch den allmählichen Geschwindigkeitsverlust und die Zerstreuung der Elektronen in der Materie.

Auch an Molekularstrahlen (S. 338) wurden Interferenzen beobachtet; u. a. Estermann, Frisch u. Stern, Z. Phys. **73**, 348, 1931.

B. Elektroneninterferenzen

a) Reflexionsmethode. Ein schmales homogenes Elektronenbündel, das durch Beschleunigung von Glühelektronen mit wenigen hundert bis einigen tausend Volt und enger Ausblendung erzeugt wird, trifft unter einem festen Einfallswinkel auf einen Metalleinkristall. Die spiegelnd reflektierten Elektronen fallen in einen elektrostatisch geschützten Faradaykäfig (S. 368), ihre Intensität wird mit Galvanometer oder Elektrometer gemessen. Variiert man durch

Ändern der beschleunigenden Spannung die Wellenlänge der Elektronen, so treten Intensitätsmaxima auf, wenn die „Braggsche Beziehung" (S. 419) erfüllt ist. Man kann auch bei konstanter Spannung Einfalls- und Reflexionswinkel verändern (S. 421 Abschn. β). Für die Messungen ist hohes Vakuum erforderlich, da durch eine Gashaut auf der Kristalloberfläche fremde Interferenzen auftreten können. Bei bekannter Kristallstruktur ergibt sich die Wellenlänge der Elektronenstrahlen aus der Braggschen Beziehung. Dabei ist jedoch unter Umständen zu beachten, daß die Strahlen infolge des Potentialsprungs an der Kristalloberfläche gebrochen werden. Für Elektronen der Beschleunigungsspannung U beträgt bei einem inneren Potential U_0 des Kristalls das Brechungsverhältnis $\mu = \sqrt{1 + \frac{U_0}{U}}$; die inneren Potentiale betragen etwa 5—15 V. Bei kleinen Beschleunigungsspannungen treten leicht störende Effekte auf.

Davisson u. Germer, Phys. Rev. **30**, 705, 1927; **31**, 1121, 1928; Germer, Z. Phys. **54**, 408, 1929.

b) Durchstrahlungsmethode. Ein fein ausgeblendeter Elektronenstrahl von 10000 eV oder mehr trifft senkrecht auf eine dünne Metallfolie (10^{-4}—10^{-6} cm). Auf einem Leuchtschirm oder einer photographischen Platte in einigem Abstand hinter der Folie erhält man dann „Debye-Scherrer-Ringe" (S. 432). Der Elektronenstrahl wird zunächst durch einen Elektromagneten abgelenkt und nur für die Belichtungszeit von etwa $\frac{1}{100}$ bis 1 s durch die Blende geschickt.

U. a. Ponte, Ann. Phys. **13**, 395, 1930; Kirchner, Z. Phys. **76**, 576, 1932. Thiessen u. Schoon, Z. phys. Chem. (B) **36**, 195, 1937; Boochs, Z. techn. Phys. **19**, 605, 1938; Bestätigung der de Broglie-Formel: u. a. Tappert, Phys. Rev. (2) **54**, 1085, 1935. Extrem dünne Metallschichten lassen sich durch Aufdampfen auf dünne Zelluloid- oder Kollodiumfolien herstellen. Kirchner, Naturwiss. **18**, 84, 1930; vgl. im einzelnen die folgenden Abschnitte c, β.

Von sehr dünnen Einkristallen, z. B. dünnen Glimmerblättchen, erhält man Flächengitterinterferenzen; bei dickeren Schichten werden die Elektronen diffus, es entstehen dann eigenartige Linieninterferenzen durch Reflexion der diffusen Strahlen an den Gitterebenen, die ebenfalls zur Berechnung der Gitterkonstanten bzw. der Wellenlänge dienen können. Besonders schön tritt dieser Effekt beim Durchstrahlen von etwa 10^{-4} cm dicken Glimmerblättchen mit Elektronen von 10—80 ekV auf (Kikuchi, Jap. J. Phys. **5**, 83, 1928).

c) Anwendungen der Elektroneninterferenzen auf strukturelle Probleme. α) Allgemeines. Infolge der weitaus stärkeren Wechselwirkung der Elektronenstrahlen mit der Materie als der Röntgenstrahlen (unter sonst gleichen Verhältnissen unterscheiden sich die Intensitäten der kohärenten Streustrahlung in beiden Fällen um den Faktor 10^9) liegt die Bedeutung der Elektroneninterferenzen für die Strukturforschung hauptsächlich da, wo es sich um die Strukturbestimmung an geringsten Substanzmengen, z. B. an dünnsten Oberflächenschichten, bei schnell verlaufenden Vorgängen oder an gasförmigen Molekülen handelt. Die Untersuchung kann entweder auf dem Wege der Durchstrahlung dünner Folien (Dicke nicht über 10^{-5} cm) oder der Reflexion an der Oberfläche der zu untersuchenden Schicht erfolgen.

β) Herstellung und Beurteilung dünner Folien und Oberflächenschichten. Bei Metallen genügen meist schon geschlagene Blattmetallfolien, die bis zu einer ausreichenden Dicke heruntergeätzt sind. Besser sind Folien, die durch Aufdampfen oder Kathodenzerstäubung auf geeignete ablösbare Unterlagen (NaCl-Kristall, Celluloseazetat-Folie, Kollodiumhäutchen) auf-

gebracht sind oder die mit ihrer Unterlage bekannter Struktur (Gold, Glimmer) durchstrahlt werden. Die Dicke der Schicht kann z. B. aus der Verdampfungsgeschwindigkeit und der Größe der Niederschlagsfläche bestimmt werden.

Vgl. Thomson, Proc. Roy. Soc. London **125**, 352, 1929.

Direkte Ausmessung der Schichtdicke durch Interferenzfarben ist erst oberhalb 10^{-5} cm Schichtdicke möglich. Pulverförmige Substanzen können durch Aufstäuben auf Spinnetze oder Celluloseazetat-Folien der Untersuchung zugänglich gemacht werden. Die Herstellung von Schichten für Reflexionsuntersuchung erfolgt in entsprechender Weise. Wird die Reflexion an nicht genügend glatten Oberflächen vorgenommen, d. h. ragen Grate aus der Oberfläche heraus, so erhält man häufig an Stelle von echten Reflexionsdiagrammen Durchstrahlungsdiagramme der herausragenden Gitterblöckchen, deren durchstrahlbare Grenzdicke je nach dem Atomgewicht 10^{-5}—10^{-6} cm beträgt. Ein Kriterium dafür, ob Durchstrahlung von herausragenden Blöckchen oder echte Spiegelung an einer glatten Oberfläche stattgefunden hat, ist das Fehlen oder Vorhandensein eines Brechungsindexes, sofern es sich um einen Einkristall handelt. Bei echter Spiegelung macht sich der Brechungsindex des Kristalls für Elektronenstrahlen (Verschiebung der niederen Interferenzordnungen gegen den Primärstrahl bei positivem Gitterpotential) bemerkbar, bei Durchstrahlung von Graten und herausragenden Blöckchen nicht.

γ) Anwendungsgebiete bei der Strukturuntersuchung fester und gasförmiger Substanzen. Feste Körper: Während langsame Elektronen (Geschwindigkeit $\sim 10^2$ Volt) wegen der z. T. recht schwierigen Deutung ihrer Interferenzbilder wenig Anwendung auf die Strukturuntersuchung gefunden haben, gibt es eine große Zahl von Erkenntnissen der Oberflächenphysik, die der Messung mit schnellen Elektronen (30– 60 kV) zu verdanken ist. So kann z. B. die Orientierung von auf Einkristalle aufgedampften Schichten (Faserdiagramme) relativ zur verschieden gewählten Orientierung des Unterlagekristalls bestimmt werden, weiter die Struktur elektrolytisch niedergeschlagener dünner Schichten. Monoatomare Schichten durch Aufdampfen konnten nicht beobachtet werden (Kirchner); es ist demnach anzunehmen, daß der allmähliche Aufbau einer Schicht von einzelnen verstreut liegenden Kristallisationskernen ausgeht. Ferner konnte bei mechanischer Bearbeitung von Metalloberflächen (Schleifen, Polieren) die Erzeugung einer quasiflüssigen, amorphen Schicht festgestellt werden, die oft sehr rasch nach Beendigung der Bearbeitung rekristallisiert. Von großem technischem Interesse sind ferner die Untersuchungen von dünnen Fett- oder Ölfilmen auf bestimmten Unterlagen, wobei die seitlichen Abstände der meist sehr steil zur Unterlage orientierten Kohlenstoffketten angegeben und daraus wichtige Schlüsse z. B. auf die Schmierfähigkeit gezogen werden können. Analog wie bei den Röntgenstrahlinterferenzen kann aus der Interferenzschärfe auf die Größe der streuenden Kristallbereiche geschlossen werden. Eine merkliche Unschärfe der Interferenzen tritt erst unterhalb von 50—100 Å Längenausdehnung der Kristallite ein; die Bestimmung der Kristallitgröße ist allerdings oft unsicher. Bei sehr kleinen Kristalliten werden außerdem etwas größere Gitterkonstanten als bei Messung mit Röntgeninterferenzen gefunden.

Zusammenfassende Darstellung mit ausführlichen Literaturangaben bei Finch und Wilman, Ergebn. exakt. Naturwiss. **16**, 353, 1937.

Gase. Die schnellen Elektronenstrahlen eignen sich gut zur Bestimmung von Molekülstrukturen im gasförmigen Zustand; hierzu wird der Elektronenstrahl im Hochvakuum senkrecht durch einen feinen Dampfstrahl hindurchgeschossen. Der aus einer Düse kommende Dampfstrahl wird sofort hinter der Elektronenstrahlaustrittsblende abgepumpt oder kondensiert (Wierl). Bruchteile einer Sekunde genügen als Belichtungszeit. Diese Methode erlaubt in einfachen Fällen Lösungen gewisser stereochemischer Fragen und auf dem Gebiete der organischen Chemie Abstandsbestimmungen der C-Atome bei ein-, zwei-, dreifacher Bindung, die Entscheidung zwischen ebenen und gewinkelten Modellen zyklischer Verbindungen, die Ermittlung einer freien Drehbarkeit u. a.

Wierl, Ann. Phys. **13**, 453, 1932; Braune u. Knoke, Z. phys. Chem. (B) **23**, 163, 1933; Brockway u. Pauling, Proc. Nat. Acad. Amer. **19**, 68, 1933.

IV. Korpuskular- und Quantenkonstanten

1. Bestimmung von Atomkonstanten durch Elektronenstoß

A. Kritische Potentiale

a) Allgemeines. Nach der Quantentheorie kommen jedem Elektron in einem Atom nur bestimmte, diskrete Energiewerte $E_1, E_2 \ldots$ zu, welche den erlaubten Energiezuständen im Atommodell entsprechen. E_1 kennzeichnet dabei den Grundzustand, die innerste Bahn des Elektrons, E_2 usw. die angeregten Zustände der weiter außen gelegenen Bahnen. Beschleunigt man ein Elektron durch ein elektrisches Feld in einem Gase, das keine Elektronenaffinität besitzt, also etwa Helium oder Hg-Dampf, so sind die Zusammenstöße zwischen dem Elektron und den Atomen des Gases zunächst elastisch, d. h. es findet dem Impulssatz entsprechend wegen der relativ zum Elektron großen Masse des Atoms keine merkliche Energieübertragung statt. Überschreitet jedoch die Geschwindigkeit des stoßenden Elektrons einen gewissen kritischen Betrag, so kann Energie auf das gestoßene Atom übertragen werden, und zwar in diskreten Beträgen $E' = E_n - E_1$, indem ein Atomelektron aus dem Grundzustand E_1 in einen höheren Zustand E_n gehoben wird.

In diesem angeregten Zustand verbleibt das Atom im allgemeinen nur kurze Zeit; das Elektron fällt bald auf eine energieärmere Bahn zurück, und die dabei frei werdende Energie setzt sich quantitativ in monochromatische Strahlung um, deren Frequenz durch die Gleichung

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h} \tag{1}$$

gegeben ist, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum bezeichnet. Die Energie $E_n - E_m$ wird meist durch das in Volt gemessene Spannungsgefälle charakterisiert, das ein Elektron frei durchlaufen muß, um diese Energie zu gewinnen (e-Volt).

Dabei versteht man unter

Anregungsspannung diejenige Spannung, die ein Elektron durchlaufen muß, um ein im Atomverband befindliches Elektron von seiner Grundbahn auf eine höhere Bahn zu heben, im besonderen unter

Ionisierungsspannung diejenige Spannung, welche gerade ausreicht, um das getroffene Elektron vollständig aus dem Atomverbande loszulösen, und schließlich unter

Resonanzspannung diejenige, bei der das Elektron von seiner Grundbahn auf die benachbarte übergeht und bei Rückkehr die Resonanzlinie emittiert.

Die erfolgte Anregung kann man auf zwei verschiedene Arten feststellen, entweder optisch, durch Beobachtung der nach der Frequenzgleichung (1) emittierten Spektrallinien (Bd. 1, S. 446) oder unmittelbar durch Beobachtung der Änderung der Stromverhältnisse im Anregungsrohr bei gewissen kritischen Spannungen.

b) Experimentelle Einzelheiten. Die Ermittlung der kritischen Potentiale durch die Elektronenstoßmethoden erfordert eine intensive Elektronenquelle. Da die Elektronen durch variable elektrische Felder definierte und möglichst homogene Geschwindigkeiten erhalten sollen, müssen sie die Quelle mit möglichst kleiner Geschwindigkeit verlassen. Außerdem darf die Verteilung ihrer Geschwindigkeiten nur einen kleinen Bereich umfassen. Besonders geeignet sind deshalb Glühkathoden niedriger Temperatur, die also Materialien von kleiner Austrittsarbeit enthalten, die sog. Wehneltkathoden. Sie bestehen aus Pt-, W- oder Ni-Drähten oder Blechen, die Überzüge von Erdalkali-Oxyden (CaO, BaO, SrO) erhalten haben. Sie lassen sich auf sehr verschiedene Weisen herstellen. Entweder benutzt man die geschmolzenen Hydrate, in die man die etwas aufgerauhten Kathoden eintaucht, oder man verwendet die Karbonate, die man in wässerigen Suspensionen unter Zufügung eines Bindemittels aufträgt. In beiden Fällen muß man die Kathode nach dem Einschmelzen in das Anregungsrohr zuerst durch Erhitzung vom Wasser befreien und dann in Sauerstoff glühen. Über die Herstellung von Oxydkathoden mit Hilfe von Karbonatpasten s. S. 359.

Weitere Methoden vgl. bei Davisson u. Germer, Phys. Rev. **24**, 666, 1924; Siebertz, Z. techn. Phys. **68**, 505, 1931; Statz, ebd. **8**, 451, 1927; Spanner, Ann. Phys. **75**, 609, 1929; Simon, Z. techn. Phys. **8**, 434, 1927. Fertig formierte Oxydkathoden halten sich im Hochvakuum beliebig lange, mit Luft dürfen sie nur kurze Zeit in Berührung kommen.

Die Geschwindigkeits-Homogenität der Elektronen wird beeinträchtigt durch den Spannungsabfall am Heizfaden. Man schaltet diese Fehlerquelle dadurch aus, daß man die Kathode als Folie ausbildet, die in der Mitte verjüngt ist und nur dort das Oxyd enthält. Man kann auch die Kathode durch Wärmeleitung heizen, indem man z. B. flache emittierende Platten an den Heizdraht anschweißt oder anklemmt. Die beste Methode ist die der indirekt geheizten Kathoden, wie sie in den Verstärkerröhren vielfach verwendet werden; hierbei sind Heizdraht und eigentliche Kathode auch elektrisch gegeneinander isoliert.

Hertz, Z. Phys. **22**, 18, 1924 u. Phys. Z. **26**, 868, 1925; Hertz u. Kloppers, Z. Phys. **31**, 463, 1925.

Um Messungen mit Erfolg durchzuführen, muß auf peinliche Sauberkeit der Geräte geachtet werden. Alle Zuleitungen sind in das Glas einzuschmelzen und mit Erdringen, die zweckmäßig aus eingeschmolzenen Platinfolien bestehen, zu versehen, um störende Zweigströme über die Glasoberfläche zu vermeiden. Die Elektronenquelle ist vor Einführung der sorgfältig gereinigten und getrockneten Gase für mehrere Stunden auszuglühen, so daß während der Versuche keine Abgabe okkludierter Gase stattfindet.

c) Erster Energieverlust, Resonanzspannung. Ermittlung durch Beobachtung des primären Elektronenstromes. In Abb. 260 bedeutet D eine Glühkathode.

Für einfache Versuche genügt ein Platindraht, dessen mittleres Stück dünner ist und elektrisch geglüht werden kann. N ist ein feines Platinnetz, welches den Draht D im Abstand von etwa 4 cm zylindrisch umgibt, und Z eine konzentrische Platinfolie, die von N einen Abstand von höchstens 1—2 mm hat. Das Ganze ist in ein Glasrohr gasdicht eingeschlossen.

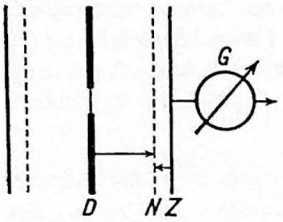


Abb. 260. Messung der Resonanzspannung

Zwischen D und N liegt eine die Elektronen beschleunigende Spannung, welche durch ein Potentiometer in kleinen Stufen vergrößert werden kann, und zwischen N und Z ein schwaches konstantes Feld entgegengesetzter Richtung, welches die durch das Netz N hindurchtretenden Elektronen verzögert. Sobald die beschleunigende Spannung größer geworden ist als die konstante verzögernde Spannung, erreichen die ersten Elektronen den Zylinder Z. Das zwischen Z und Erde eingeschaltete Galvanometer G schlägt aus, und der Ausschlag wird mit zunehmender Spannung DN anwachsen, bis die Geschwindigkeit der Elektronen dicht vor dem Gitter so groß geworden ist, daß Energie auf das gestoßene Atom übertragen wird. Die Elektronen verlieren dann dicht am Gitter vollständig ihre Geschwindigkeit und können nicht mehr gegen das verzögernde Feld anlaufen, ebensowenig wie die bei der Ionisierung neugebildeten Elektronen. Der Galvanometerausschlag geht also bei dieser charakteristischen Spannung plötzlich stark zurück.

Steigert man die beschleunigende Spannung weiter, so rückt die Stelle, an der der Energieverlust der Elektronen eintritt, vom Drahtnetz nach innen; die dort vollkommen abgebremsten Elektronen werden aber in dem Felde vor N wieder beschleunigt und geben erneut Anlaß zu einem Galvanometerausschlag, der dann wieder plötzlich abfällt, wenn die Elektronen dicht vor dem Gitter zum zweitenmal ihre Energie durch unelastische Zusammenstöße verlieren. Dieselbe Erscheinung wiederholt sich immer wieder, wenn man das Feld DN weiter vergrößert. Trägt man den Strom als Funktion der zwischen D und N liegenden Spannung auf, so erhält man eine Reihe äquidistanter Maxima.

Der Abstand zweier einander folgender Maxima ergibt die Spannung, bei der der erste Energieverlust stattfindet, in Hg-Dampf z. B. 4,9 V, entsprechend der der optischen Resonanzlinie 2537 A. Da nur Spannungsdifferenzen gemessen werden, wird das Ergebnis von etwaigen Potentialsprüngen an den Elektroden nicht beeinflußt.

d) Höhere Energieverluste, Ionisierungsspannung. Ermittlung durch Beobachtung von Sekundärerscheinungen. Die Anordnung (Abb. 261) unterscheidet sich von der vorhergehenden dadurch, daß das Platinnetz N nicht mehr dicht vor den Zylinder Z gelegt ist, sondern den Draht D so eng als möglich umschließt. Dadurch wird erreicht, daß die von D ausgehenden Elektronen auf der sehr kurzen Strecke DN im allgemeinen keine Zusammenstöße erleiden und das Netz N mit einer Geschwindigkeit durchsetzen, die größer ist, als dem ersten Energieverlust entspricht. Diese Elektronen können daher bei Zusammenstößen im Gasraum NZ die im Atomverband befindlichen Elektronen auf höhere Bahnen heben und entsprechende Glieder der Absorptionsserien anregen.

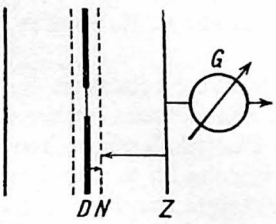


Abb. 261. Messung höherer Anregungsspannungen

Legt man nun an Z ein gegen D negatives Potential, so ist das Gegenfeld ZN größer als das beschleunigende Feld DN, es können also keine Elektronen den Zylinder erreichen, und Z erfährt keine Aufladung, solange im Gasraum keine Anregungsvorgänge stattfinden.

Eine positive Aufladung von Z tritt aber ein, wenn 1. die Elektronen im Gasraum NZ Ionisation erzeugen, wobei die positiven Ionen durch das Feld NZ dem Zylinder Z zugeführt werden, oder wenn 2. die Elektronen im Raume NZ Atome zur Lichtemission anregen, die ihrerseits an dem Zylinder Z Photoelektronen auslöst.

Die Kurve, welche den positiven Ladungsstrom als Funktion der beschleunigenden Spannung darstellt, zeigt plötzliche Anstiege (Knicke) an solchen Stellen, an denen die Elektronen Energie auf die gestoßenen Atome übertragen. Ob im speziellen Fall Ionisation oder Lichtanregung stattfindet, kann entschieden werden, wenn man dicht vor dem Zylinder Z noch ein Hilfsnetz N' einfügt (Abb. 262). Wird zwischen Hilfsnetz und Zylinder ein schwaches Feld von derselben Richtung wie DN gelegt, so werden im Falle 2 alle an Z lichtelektrisch ausgelösten Elektronen auf Z zurückgeworfen, während die an N' ausgelösten Elektronen ebenfalls dem Zylinder Z zugeführt werden, der sich somit negativ auflädt. Dagegen wird im Falle 1 der Ionisationseffekt im Vergleich zu der etwa noch vorhandenen lichtelektrischen Wirkung überwiegen und den Zylinder Z positiv aufladen, da das Feld $N'Z$ zu schwach ist, die positiven Ionen abzubremsen.

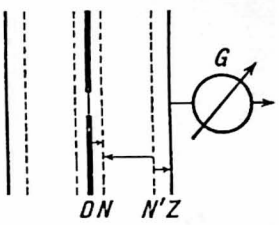


Abb. 262. Messung der Ionisierungsspannung

Da bei der Messung der höheren Energieverluste nicht, wie bei der Messung des Resonanzsprunges, nur die Differenz von Spannungen eingeht, welche an derselben Elektrode N gemessen werden, sondern die Spannung zwischen den beiden Elektroden D und N selbst, kann die Bestimmung der Elektronengeschwindigkeit durch Kontaktpotentiale, elektrische Doppelschichten usw. an den Elektroden fehlerhaft ausfallen. Um diese auszuschalten, setzt man wohl dem zu untersuchenden Gas ein Eichgas von genau bekannten Anregungsspannungen zu, aus denen man dann die wahren Potentialdifferenzen zwischen den Elektroden ermittelt. Hierzu eignet sich Helium, dessen erster Energieverlust bei 20,55 V liegt.

Um die Lage der Knicke in den Kurven möglichst genau zu bestimmen, hat Dymond ein Verfahren entwickelt, das selbsttätig die Differentialkurve des Sekundärstromes liefert. Der Beschleunigungsspannung V wird durch einen rotierenden Kommutator eine kleine, rasch wechselnde Zusatzspannung dV überlagert, so daß die Spannung zwischen $V - dV$ und $V + dV$ und dementsprechend der Strom durch das Galvanometer zwischen $I - dI$ und $I + dI$ oszilliert. Durch einen zweiten, synchron laufenden Kommutator wird der Galvanometerstrom mit der gleichen Frequenz fortlaufend umgepolt, so daß er zwischen $dI + I$ und $dI - I$ oszilliert. Benutzt man ein träges Instrument großer Schwingungsdauer, so zeigt dieses nur den konstanten Anteil dI an. Hält man dV konstant (0,1 Volt) und verändert man V, so erhält man für jede Spannung unmittelbar das Differential dI.

Einzelheiten vgl. Dymond, Proc. Roy. Soc. London **107**, 291, 1925.

Für die Bestimmung der Ionisierungsspannungen dienten vielfach besondere Verfahren, welche auf dem Zusammenbrechen einer Raumladung bei eintretender

Ionisation beruhen; das Verschwinden der Raumladung äußert sich in einem steilen Ansteigen des Stromes.

Hertz, Z. Phys. **18**, 307, 1923. Die niedrigsten Ionisierungsspannungen betragen in H_2 16,1, He 24,6, N_2 16,7, O_2 15,5 und im Hg-Dampf 10,4 V. Untersuchung der Natur der gebildeten Ionen durch elektrische Beschleunigung und magnetische Ablenkung; Smyth, Proc. Roy. Soc. London **104**, 121, 1923; Kallmann u. Bredig, Z. Phys. **34**, 736, 1925; Kallmann u. Rosen, ebd. **58**, 52, 1929. Zusammenfassende Darstellungen: Franck u. Jordan im Handb. d. Phys. 1. Aufl., Bd. 23; de Groot u. Penning, ebd., 2. Aufl., Bd. 23, 1; Gerlach, Experimentelle Grundlagen d. Quantentheorie. Braunschweig 1921.

B. Wirkungsquerschnitt von Molekülen gegen langsame Elektronen

Ein Elektronenbündel von definierter Geschwindigkeit durchsetze ein Gas von der Dichte N Molekeln je Kubikzentimeter; der Bruchteil der Elektronen, welcher durch Reflexion oder Absorption an den Gasmolekeln je Zentimeter Schichtdicke ausscheidet (der „Absorptionskoeffizient"), sei α. Dann ist $Q = \frac{\alpha}{N}$ der „Wirkungsquerschnitt" einer Molekel. Der Ramsauer-Effekt besteht darin, daß Q bei einigen Gasen (namentlich Edelgasen) unterhalb der kleinsten kritischen Elektronengeschwindigkeit (s. o.) ein Maximum besitzt und bei noch kleineren Geschwindigkeiten unter den gaskinetischen Querschnitt der Molekel sinkt. Zur Messung von Q dient die in Abb. 263 dargestellte Anordnung. Die an der Zinkplatte Z lichtelektrisch ausgelösten Elektronen werden zwischen Z und B_1 elektrisch beschleunigt und durchlaufen unter dem Einfluß eines Magnetfeldes den durch die Blenden B_1 bis B_8 vorgeschriebenen Kreisweg, soweit sie nicht durch Zusammenstöße mit den Gasmolekeln ausscheiden. Verbindet man einmal $E_1 + E_2$, dann E_2 allein mit einem Elektrometer, so gibt die relative Differenz der gemessenen Ströme den Bruchteil der auf dem Wege $B_6 - B_7$ ausgeschiedenen Elektronen. Die Geschwindigkeit kann durch Änderung der Spannung zwischen Z und B_1 und des Magnetfeldes meßbar verändert werden (S. 369).

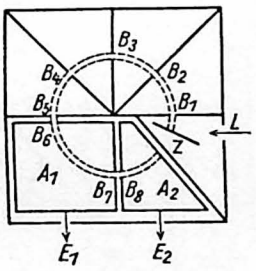


Abb. 263. Messung des Wirkungsquerschnitts

Da die Elektronen am blanken Metall stark reflektiert werden, müssen die Blenden mit scharfen Kanten versehen und berußt werden. Für Messungen mit sehr langsamen Elektronen muß das magnetische Erdfeld kompensiert werden, weil sonst die Geschwindigkeitsbestimmung gefälscht wird.

Ramsauer, Ann. Phys. (5) **3**, 536, 1929. Andere Anordnungen: Brode, Proc. Roy. Soc. London **109**, 397, 1925; Rusch, Phys. Z. **26**, 748, 1925; Ders. Ann. Phys. **80**, 707, 1926. Zusammenfassende Darstellungen: Kollath, Phys. Z. **31**, 985, 1930; Ramsauer u. Kollath, Handb. d. Phys. Bd. 12, 2, 2. Aufl.

2. Elementarladung und Loschmidtsche Zahl

Gerlach, Elektronen, Handb. d. Phys. 2. Aufl., **22**, 1. Teil, 1933; Birge, Phys. Rev. Suppl. **1**, 1, 1929; Phys. Rev. (2) **52**, 241, 1937; über den Zusammenhang mit e/m vgl. Schrifttum S. 386. Abschn. d.

Das elektrische Elementarquantum e, die Loschmidtsche Zahl N, d. i. die Anzahl der Moleküle in einem Grammolekül (Mol), und die Faradaykonstante F, d. i. diejenige Elektrizitätsmenge, welche zur elektrolytischen Abscheidung von 1 Grammäquivalent (z. B. 107,88 g Silber im chemischen Atomgewichts-

system, S. 389) erforderlich ist, hängen miteinander durch die Beziehung $F = Ne$ zusammen. Da die Faradaykonstante sehr genau gemessen werden kann (S. 28), führt eine Bestimmung der Elementarladung gleichzeitig zu einem Wert für die Loschmidtsche Zahl und umgekehrt.

Mit $F = 96\,494$ C gelten zur Zeit mit einer Fehlergrenze von 0,1 % die Werte

$$e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}\,\text{ESE} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$$
$$N = 6{,}023 \cdot 10^{23}.$$

a) Elementarladung aus der Fallgeschwindigkeit geladener Öltröpfchen. In einen Kondensator (Abb. 264) aus zwei genau parallelen, an den Innenseiten eben geschliffenen Platten, welche durch einen Ebonitring isoliert sind, fallen aus der Kammer K durch eine Bohrung in der oberen Platte sehr kleine Öltröpfchen (10^{-4} bis 10^{-5} mm). Der Kondensator ist mit einem guten Wärmeschutz zu umgeben. Die Öltröpfchen werden durch mechanische Zerstäubung von Öl mittels eines Luftstromes erzeugt und in die Kammer K geblasen. Im Kondensator werden sie durch das Fenster F_1 beleuchtet und durch F_2 mit einem Mikroskop beobachtet.

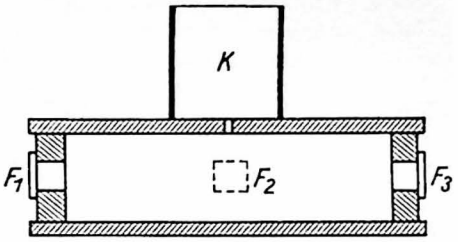


Abb. 264. Kondensator zur Messung der Elementarladung

Treten durch F_3 ionisierende Strahlen, etwa Röntgenstrahlen, in den Kondensator, so gewinnen die Tröpfchen durch sich anhängende Ionen eine Ladung, die im allgemeinen ein kleines Vielfaches der Elementarladung ist. Ein solches Öltröpfchen läßt man nun unter dem Einfluß der Schwere durch das Gesichtsfeld des Mikroskops fallen und hebt es dann durch Einschaltung eines elektrischen Feldes wieder in die Höhe. Fallgeschwindigkeit v_1 und Steiggeschwindigkeit v_2 werden an demselben Tropfen wiederholt gemessen. Man kann auf diese Weise ein Tröpfchen oft stundenlang beobachten, besonders wenn man Tröpfchen aus Apiezonöl B verwendet, die wegen des außerordentlich geringen Dampfdruckes ihre Masse nicht merklich ändern.

Rechnerisch ergibt sich nach dem Stokesschen Gesetz (Bd. 1. S. 99)

$$v_1 = \frac{\frac{4}{3} r^3 \pi s g}{6 \pi r \eta}, \tag{1}$$

wobei g die Schwerebeschleunigung, r den Radius, s die Dichte des Tropfens, vermindert um die Dichte der Luft, und η den Reibungskoeffizienten der Luft bedeuten. Wirkt gleichzeitig noch das elektrische Feld in entgegengesetzter Richtung wie das Erdfeld, so vermindert sich die im Zähler stehende mechanische Kraft um die elektrische Kraft $e\mathfrak{E}$, wobei e die Ladung des Tropfens und $\mathfrak{E}$ die Feldstärke bezeichnen. Es wird also

$$v_2 = \frac{\frac{4}{3} r^3 \pi s g - e\mathfrak{E}}{6 \pi r \eta}. \tag{2}$$

Sondert man aus Gl. (1) und (2) die Größe r aus, so findet man die Ladung e. Sind die Tropfen, wie das meist der Fall ist, sehr klein, so gilt das Stokessche Gesetz nicht mehr genau. Die rechte Seite der Gleichungen ist dann nach Cunningham noch mit dem Faktor $\left(1 + A \cdot \frac{\lambda}{r}\right)$ zu multiplizieren, wo λ die freie Weglänge in Luft und A in erster Näherung eine Konstante ($\sim 0{,}86$) bedeutet.

Der größte gemeinsame Teiler, welchen die Ladungen der verschiedenen Tröpfchen aufweisen, ist das Elementarquantum.

Millikan, Phys. Rev. **2**, 109, 1913; Das Elektron, Braunschweig 1922. Bestimmung des Fallgesetzes für jedes Einzelteilchen s. Bär, Ann. Phys. **67**, 137, 1922. Über abweichende Resultate von Ehrenhaft u. deren Erklärung s. Regener, Berl. Ber. **32**, 632, 1920; Z. Phys. **39**, 247, 1926; Radel, ebd. **3**, 63, 1920.

Frühere Messungen ergaben einen zu kleinen Wert für e, weil zur Berechnung ein zu kleiner η-Wert verwendet wurde; nach neueren Messungen ist $\eta = 183.2$ Mikropoise für Luft von 23° C. Kellström, Phys. Rev. (2) **50**, 190, 1936; Houston, ebd. **52**, 751, 1937; Banerjea u. Pattanaik, Nature **141**, 1016, 1938.

b) Loschmidtsche Zahl aus der Messung von Röntgenwellenlängen. Wird die absolute Wellenlänge einer Röntgenlinie (AlKα, CuKα) durch Interferenzen an einem Strichgitter (S. 419) gemessen, so ergibt sich aus Kristallinterferenzen, die mit derselben Strahlung erzeugt werden, nach der Braggschen Beziehung (S. 419) ein Absolutwert für die Gitterkonstante d des Kristalls. Die Loschmidtsche Zahl N läßt sich daraus berechnen als

$$N = \frac{n\,M}{\varrho\,\varphi\,d^3},$$

wo M das Molekulargewicht und ϱ die Dichte des Kristalls, n die Anzahl der Moleküle in dem Elementarbereich und φ ein Volumfaktor ist, der von der Kristallform abhängt und geometrisch berechenbar ist; für Kalzit ($CaCO_3$) ist z. B. $n = \frac{1}{2}$ und $\varphi = 1{,}0960$.

Bearden, Phys. Rev. (2) **37**, 1210, 1931; **48**, 385, 1935; Bäcklin, Z. Phys. **93**, 450, 1935; Du Mond u. Bollmann, Phys. Rev. (2) **50**, 524, 1936; **54**, 1005, 1938; Södermann, Nature **135**, 67, 1935; Tyrén, Z. Phys. **109**, 722, 1938.

Über andere Methoden zur e-Bestimmung, z. B. durch Messung der von einem α-Teilchen mitgeführten doppelten Elementarladung, s. die zusammenfassende Literatur unter Gerlach.

3. Spezifische Ladung des Elektrons

Da die Ablenkbarkeit geladener Teilchen in elektrischen oder magnetischen Feldern außer von ihrer spezifischen Ladung e/m auch von ihrer Geschwindigkeit abhängt, müssen stets zwei Messungen miteinander gekoppelt werden, aus denen man dann beide Größen erhält. Über die theoretischen Grundlagen für die Messungen vgl. S. 369f. u. S. 372.

Auf 0,1 % genau gilt zur Zeit $e/m_0 = 1{,}759 \cdot 10^8\ C/g$.

a) Ablenkung im transversalen Magnetfeld und Beschleunigungsspannung. Langsame Kathodenstrahlen, die in einem kugelförmigen Entladungsrohr bei einer Entladungsspannung von wenigen hundert Volt aus einer Oxydkathode austreten, lassen sich im homogenen Magnetfeld zu fast geschlossenen Kreisbahnen krümmen. Das Magnetfeld wird durch zwei Stromspulen (etwa 15 cm Durchmesser, 25 cm lang, 6 Lagen Draht) erzeugt, die von beiden Seiten an das Rohr geschoben werden. Man bestimmt den Durchmesser der Kreisbahn an mehreren Stellen mit einer hinter dem Rohr angebrachten Spiegelskala oder genauer mit einem Schlittenmikroskop, oder man fixiert die Bahn durch seitliche Photographie. e/m und v ergeben sich aus Gl. (1) und (2) auf S. 369; über die Berechnung des Magnetfeldes vgl. S. 92.

b) Ablenkung im longitudinalen Magnetfeld und Beschleunigungsspannung. Zwischen einer Glühkathode und einer plattenförmigen, mit einer Lochblende versehenen Anode werden Kathodenstrahlen im Hochvakuum durch die Spannung U beschleunigt und dicht vor der Anode durch ein elektrisches Drehfeld abgelenkt, das durch 6 Platten erzeugt wird, welche ein zur Röhre koaxiales Sechskant bilden. An die drei Paare einander gegenüberstehender Platten werden die Enden der in der Mitte geerdeten Sekundärwicklungen dreier Transformatoren geführt, die in Sternschaltung von Dreiphasenstrom erregt werden. Unter der Wirkung dieses Drehfeldes umläuft das aus der Lochblende austretende Kathodenstrahlenbündel einen Kegelmantel vom halben Öffnungswinkel α und beschreibt daher auf einem Fluoreszenzschirm, der in der Entfernung l (etwa 30 cm) von der Anode angebracht ist, einen Kreis mit dem Radius r, wobei $\frac{r}{l} = \operatorname{tg}\alpha$ ist. Wird nun über die Röhre eine lange Stromspule geschoben, so daß sich die Strecke l in dem homogenen Magnetfeld in ihrem mittleren Teil befindet, so werden die Bahnen der schräg von der Achse weglaufenden Elektronen zu Schraubenlinien gekrümmt, die nach einem Umlauf wieder die Achse schneiden. Durch Verändern des Magnetfeldes findet man diejenige Feldstärke $\mathfrak{H}$, bei welcher dieser Schnittpunkt gerade auf dem Fluoreszenzschirm liegt, die kreisförmige Leuchtspur also zu einem Fleck zusammengezogen wird, der ein scharfes Bild der Lochblende darstellt. Dann ist nach Gl. (1) und (2) auf S. 369

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U \cos^2\alpha}{\mathfrak{H}^2 l^2} \quad \text{und} \quad v = \frac{4\pi U \cos\alpha}{\mathfrak{H} \cdot l}.$$

Busch, Phys. Z. **23**, 438, 1922; Wolf, Ann. Phys. **83**, 849, 1927.

c) Ablenkung im gekreuzten elektrischen und magnetischen Feld. Die Strahlen treten in das elektrische Feld zwischen zwei parallelen Platten (Länge etwa 5 cm, Abstand einige zehntel Millimeter), in welchem sie so stark abgelenkt werden, daß sie gegen eine der Platten laufen. Die ganze Anordnung befindet sich in dem Magnetfeld einer großen Stromspule, dessen Kraftlinien zu dem elektrischen Feld und zu der Strahlrichtung senkrecht stehen, und zwar in dem Sinne, daß sie die Strahlen in der entgegengesetzten Richtung wie das elektrische Feld ablenken. Dann vermögen nach Gl. (2a) und (3a) auf S. 369f. nur solche Strahlen unabgelenkt zwischen den Kondensatorplatten hindurchzulaufen, für die $v = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{H}}$ ist (Wiensches Filter). Nach dem Verlassen des elektrischen Feldes beschreiben die Strahlen, unter dem Einfluß des Magnetfeldes allein, einen Kreisbogen, bis sie im Abstand a von etwa 5 cm vom Ende des Kondensators auf einen Leuchtschirm oder auf eine photographische Platte treffen. Aus der halben Verschiebung y des Auftreffpunktes beim Umpolen beider Felder und $v = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{H}}$ erhält man dann mit Hilfe von Gl. (2) auf S. 369

$$\frac{e}{m} = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{H}^2} \cdot \frac{2y}{a^2 + y^2}.$$

Werden nicht nur Strahlen senkrecht zum Magnetfeld, sondern solche unter beliebigen Winkeln α zur Feldrichtung beobachtet, indem man z. B. ein β-strahlendes Präparat, etwa ein Körnchen Radiumsalz, in die Mitte eines Kreisplattenkondensators ($D = 8$ cm) bringt, welchen im Abstand von einigen Zentimetern ringförmig ein Film umgibt, so wirkt jeweils nur die Komponente $\mathfrak{H} \cdot \sin\alpha$ des

Magnetfeldes. Unter jedem Winkel wird also eine andere Geschwindigkeit $v_\alpha = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{H} \cdot \sin\alpha}$ durch die gekreuzten Felder ausgefiltert, so daß man aus einer Aufnahme die Abhängigkeit der spezifischen Ladung von der Geschwindigkeit der Strahlen (Gl. (4) S. 370) entnehmen kann.

Bucherer, Ann. Phys. **28**, 513, 1909.

Für sekundäre Kathodenstrahlen: Bestelmeyer, Ann. Phys. **22**, 429, 1907; für β-Strahlen: Neumann, ebd. **45**, 529, 1914; Schaefer, ebd. **49**, 934, 1916. Die umgekehrte Anordnung, bei der die Strahlen zuerst das Magnetfeld allein, dann die gekreuzten Felder durchlaufen und dicht hinter dem Kondensator durch einen Spalt in ein Geigersches Zählrohr eintreten, s. Zahn u. Spees, Phys. Rev. (2) **53**, 347, 365, 511, 1938. Dort auch über Fehler durch Sekundärelektronen aus den Kondensatorplatten.

d) Präzisionsmethoden. Eine sehr genaue Messung der spezifischen Ladung des Elektrons läßt sich erreichen, wenn man eine Messung der Beschleunigungsspannung mit einer direkten Geschwindigkeitsmessung nach Abschn. a, S. 373, verbindet; vgl. die dort angegebene Literatur. Die Beschleunigungsspannung muß mindestens einige kV betragen, da sonst ihr Wert durch Kontaktpotentiale, Wandladungen u. a. unsicher wird.

Die Messung der Beschleunigungsspannung vermeidet eine Methode, bei welcher die Elektronen durch eine Hochfrequenzspannung beschleunigt werden und aus dem kontinuierlichen Geschwindigkeitsspektrum durch ein homogenes Magnetfeld und mehrere auf einem Kreis angeordnete Blenden (ähnlich wie in Abb. 263 S. 382) eine bestimmte Geschwindigkeit ausgewählt wird. Nachdem die Elektronen den Kreisbogen φ (fast 2π) zurückgelegt haben, müssen sie gegen dasselbe Hochfrequenzfeld wieder anlaufen, ehe sie in einen Auffänger gelangen. Bei dem Magnetfeld $\mathfrak{H}_0$ mögen die ausgewählten Elektronen gerade eine ganze Periode der Hochfrequenz ν zum Durchlaufen des Bogens φ benötigen; sie werden dann gerade vollständig abgebremst, während bei anderen magnetischen Feldstärken stets ein Teil der Elektronen den Auffänger erreicht. Aus Gl. (2) auf S. 369 ergibt sich $\frac{e}{m} = \frac{\varphi \cdot \nu}{\mathfrak{H}_0}$.

Dunnington, Phys. Rev. (2) **52**, 475, 1937; vgl. auch das Zyklotron S. 365.

Bei der Methode der gekreuzten Felder (Abschn. e) läßt sich die Meßgenauigkeit erhöhen, wenn nach Bartky u. Dempster, Phys. Rev. (2) **33**, 1019, 1929 statt eines ebenen ein Zylinderkondensator wie Abb. 259 verwendet wird. Teilchen mit gleicher spezifischer Ladung, die mit etwas verschiedener Richtung und Geschwindigkeit aus einem Spalt austreten, werden dann nach Durchlaufen eines Bogens $\frac{\pi}{2}\sqrt{2}$ fokussiert, wenn die nach innen wirkende magnetische Kraft gerade doppelt so groß ist wie die nach außen treibende elektrische. Shaw, Phys. Rev. (2) **44**, 1006, 1933 u. **54**, 193, 1938; s. auch S. 389.

Über die spektroskopische Bestimmung von e/m für das Elektron aus dem Zeeman-Effekt und aus der Rydberg-Konstanten s. Bd. 1, S. 439 u. 433, aus dem Brechungsverhältnis für Röntgenstrahlen in Diamant Bearden, Phys. Rev. (2) **54**, 698, 1938. Über den Zusammenhang mit anderen Konstanten u. a. v. Friesen, Proc. Roy. Soc. London (A) **160**, 424, 1937; Birge, Phys. Rev. (2) **52**, 241, 1937; Kirchner, Ergebn. exakt. Naturwiss. **18**, 26, 1939; dort weitere Literatur.

4. Spezifische Ladung und Masse von Ionen

a) Ablenkung im parallelen elektrischen und magnetischen Feld (Parabelmethode, J. J. Thomson). Ein Kanalstrahl tritt durch zwei feine Lochblenden (0,5—0,05 mm, Abstand etwa 20 cm) in ein möglichst gutes Vakuum, in dem er

zwischen den isolierten in das Rohr eingekitteten Polschuhen eines Elektromagneten hindurchläuft, die gleichzeitig als Elektroden für das elektrische Feld dienen (Abb. 265). Die photographische Platte, die an einem Faden hängt, kann man durch Drehen eines Schliffes in die Plattenschleuse ziehen und auswechseln, ohne Luft in den Apparat zu lassen. Nach dem Einführen einer neuen Platte kann man die Schleuse durch eine besondere Leitung zum Vorvakuum auspumpen.

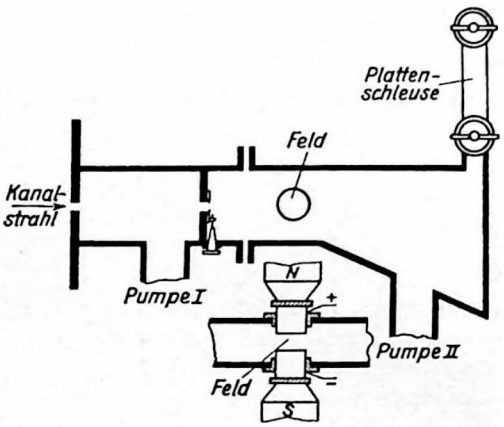


Abb. 265. Versuchsanordnung zur Parabelmethode

Die ablenkenden Kräfte stehen in dieser Anordnung senkrecht zueinander. Bedeuten x und y die vom Auftreffpunkt der unabgelenkten Strahlen aus gerechnete elektrische und magnetische Ablenkung, so folgt aus Gl. (2a) und (3a) von S. 369

$$\frac{y}{x} = \text{const.} \cdot v \quad \text{und} \quad \frac{y^2}{x} = \text{const.} \cdot \frac{e}{m}.$$

Alle Teilchen mit demselben e/m treffen also die Platte längs einer Parabel, die durch den Nullpunkt geht. Die Parabeln werden jedoch auf der Platte nicht bis zum Nullpunkt gezeichnet, sondern enden in „Parabelköpfen", die alle bei derselben kleinsten elektrischen Ablenkung x_0 liegen, entsprechend der gleichen maximalen Beschleunigungsspannung der Teilchen (S. 370). Die Neigung der Verbindungsgeraden eines Parabelpunktes mit dem Nullpunkt gegen die x-Achse, d. h. gegen die Richtung der elektrischen Ablenkung, ist der Teilchengeschwindigkeit proportional. Die Methode ist vorzüglich zur Analyse von Kanalstrahlen geeignet.

U. a. Conrad, Phys. Z. **31**, 888, 1930; Lukanow u. Schütze, Z. Phys. **82**, 610, 1933; Schütze, Wiss. Veröff. Siemenskonz. **16**, 89, 1937; **17**, 135, 1938.

b) Massenspektrograph von Aston. Mit einer geeigneten Kombination eines elektrischen und eines magnetischen Feldes läßt sich erreichen, daß alle Ionen derselben spezifischen Ladung trotz verschiedener Geschwindigkeit

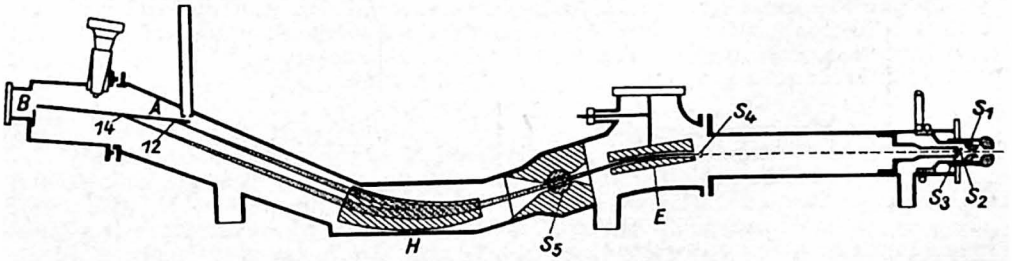


Abb. 266. Massenspektrograph nach Aston

mit erheblicher Genauigkeit in einem Punkte vereinigt werden (Geschwindigkeitsfokussierung). Die wesentlichen Teile der Anordnung sind in Abb. 266 wiedergegeben. Durch vier feine Spalte S_1 bis S_4 wird ein sehr enges Kanalstrahlenbündel ausgeblendet, das zunächst in das elektrische Feld bei E eintritt, wo es entsprechend der verschiedenen Energie der Teilchen

nach Gl. (3) auf S. 370 fächerförmig auseinandergezogen wird; die energiereichsten Ionen werden am wenigsten abgelenkt, während die Bahnen der energieärmeren stärker gekrümmt werden und in dem Fächer nach außen rücken. Durch die ziemlich weite Blende S_5 wird ein begrenzter, für alle Ionenarten gleicher Energiebereich ausgeschnitten, der in das magnetische Feld H gelangt. Dort werden nun alle Ionen in entgegengesetztem Sinne wie in dem elektrischen Feld abgelenkt und auf Kreisbahnen gezwungen, deren Radien nach Gl. (2) den Impulsen proportional sind. Betrachten wir nur Ionen derselben spezifischen Ladung, z. B. einfach geladene Kohlenstoffionen mit der Masse 12, so werden jetzt die langsamen äußeren Strahlen stärker, die schnelleren inneren schwächer abgelenkt, und zwar so, daß sich alle ihre Bahnen in einem Punkt (12) schneiden. Für einfach geladene Stickstoffionen ($M = 14$) sind dagegen bei derselben Energie die Impulse, also auch die Krümmungsradien im Magnetfeld um den Faktor $\sqrt{\frac{14}{12}}$ größer, sie werden daher in einem anderen Punkt (14) vereinigt usf. Bei Astons Anordnung liegen nun alle diese Punkte mit guter Genauigkeit auf einer Geraden AB, so daß man dort auf einer photographischen Platte ein Massenspektrum erhält, das von der Geschwindigkeit der Ionen gänzlich unabhängig ist. Eine Kalibrierung der Massenskala erhält man mit Ionen, für die das Verhältnis der m/e bekannt ist, nämlich mit einfach und zweifach geladenen Atom- und Molekülionen (z. B. $0^{++} : 0^{+} : 0_2{}^{+} = 8 : 16 : 32$).

Das Auflösungsvermögen $\frac{\Delta M}{M}$, das ist der relative Unterschied zweier Massen, bei dem die Linien gerade noch getrennt werden können, beträgt bei Astons erster Anordnung 1 : 100, bei seiner neuesten 1 : 2000; die Massen selbst können mit einer Genauigkeit bis zu 10^{-5} gemessen werden. Aston, Phil. Mag. **39**, 611, 1920; **40**, 628, 1920; **43**, 514, 1922; Proc. Roy. Soc. London (A) **115**, 487, 1927; **163**, 391, 1937; Isotope. Leipzig 1923; Mass-Spektra and Isotopes. London 1933.

Durch geeignete Wahl der Ablenkungswinkel in dem elektrischen Radialfeld und dem Magnetfeld ist es möglich, die abbildenden Eigenschaften der Felder noch weiter auszunutzen, so daß nicht nur ein enges Strahlenbündel inhomogener Geschwindigkeit wie bei Aston, sondern auch ein gleichzeitig richtungsdivergentes Bündel fokussiert wird; jeweils für eine Masse bei jedem passenden Wertepaar des elektrischen und magnetischen Feldes gelingt dies: Dempster, Proc. Am. Phil. Soc. **75**, 755, 1935 u. Bainbridge u. Jordan, Phys. Rev. (2) **50**, 282, 1936 (Auflösungsvermögen 1 : 12 000). Richtungs- und Geschwindigkeitsfokussierung über das ganze Massenspektrum und dadurch außerordentlich schmale und intensive Linien und hohes Auflösungsvermögen erreichten mit einer ebenfalls auf der Astonschen Feldkombination gegründeten Anordnung: Mattauch u. Herzog, Z. Phys. **89**, 786, 1934; Mattauch, Phys. Rev. (2) **50**, 617, 1936.

c) Andere Massenspektrographen. Außer der Astonschen können eine ganze Reihe anderer Feldkombinationen zur exakten Messung von Isotopenmassen verwendet werden. Eine sehr lichtstarke Anordnung, die besonders geeignet ist, um nach seltenen Isotopen zu suchen, erhält Dempster, Phys. Rev. **11**, 316, 1918, indem er mit der Ionenquelle Abb. 249, S. 362 durch Nachbeschleunigung langsamer Ionen Strahlen von weitgehend einheitlicher Geschwindigkeit herstellt, die er durch eine magnetische Halbkreisablenkung (S. 373) analysiert; eine ähnliche Anordnung verwenden Bleakney, Phys. Rev. **40**, 496, 1932 u. P. S. Smith, Lozier, L. G. Smith u. Bleakney, Rev. sci. instr. (N. S.) **8**, 51, 1937. Bainbridge, Phys. Rev. **40**, 130, 1932; **43**, 103, 1933, wählt mit einem Wienschen Filter (S. 385) Strahlen gleicher Lineargeschwindigkeit aus und zerlegt sie durch eine magnetische Ablenkung um den Winkel π nach den Massen. In ähnlicher Weise benutzen Smythe u. Mattauch, Phys. Rev. **40**, 429, 1932, auch Hinterberger u. Mattauch, Z. Phys. **106**, 279, 1937, ein Smythesches Geschwindigkeitsfilter (S. 373) zu-

sammen mit der fokussierenden Ablenkung um den Winkel $\frac{\pi}{2}\sqrt{2}$ in einem elektrischen Radialfeld (S. 374). Durch gekreuzte Felder nach Bartky und Dempster (S. 386), ein elektrisches Radialfeld der Bogenlänge $\frac{\pi}{2}\sqrt{2}$ in einem homogenen Magnetfeld, erreichen Bondy u. Popper, Ann. Phys. **17**, 28, 1933, bei jeder passenden Kombination der Beschleunigungsspannung der Ionen und der elektrischen und magnetischen Feldstärke Richtungs- und Geschwindigkeitsfokusierung für Ionen einer bestimmten Masse.

d) Isotope. Methode der Massenbestimmung. Durch die Massenanalyse gelingt der Nachweis, daß fast alle chemischen Elemente aus mehreren Atomarten (Isotopen) bestehen, deren Massen sich um eine oder mehrere Masseneinheiten unterscheiden, während sie dieselbe Kernladung besitzen und daher in ihren chemischen und den meisten physikalischen Eigenschaften übereinstimmen (s. Tabelle 71). Die Isotope werden durch Indizes am Elementsymbol bezeichnet; meist wird links oben die Massenzahl, links unten, wenn nötig, die Kernladungszahl geschrieben, während der Platz rechts unten für die Angabe der Zahl der Atome im Molekül vorbehalten bleibt, z. B. gewöhnlicher Wasserstoff ${}_1^1H$, schwerer Wasserstoff ${}_1^2H$ oder ${}_1^2D$, Sauerstoffmolekül ${}_8^{16}O_2$ usw.

Als Bezugsmasse wird im physikalischen Massensystem die Masse des Sauerstoffisotops ${}^{16}O$ genau gleich 16 gesetzt, während in der chemischen Atomgewichtsskala das Atomgewicht des natürlichen Mischelements Sauerstoff, das 0,04% des Isotops ${}^{17}O$ und 0,2% ${}^{18}O$ enthält, gleich 16 ist. Die physikalischen Atomgewichte sind daher um den Faktor 1,000 28 größer als die chemischen.

Für genaue Massenbestimmungen ist neben anderen von Aston entwickelten Methoden besonders die Methode der natürlichen Dubletts geeignet, bei der auf derselben Platte verschiedenartige Ionen mit derselben Massenzahl (auf ganze Zahl abgerundete Masse) aufgenommen und aus dem kleinen Linienabstand die Massenunterschiede entnommen werden; z. B. unterscheiden sich die Massen von ${}^{16}O$ und ${}^{12}C\,{}^1H_4$ um 0,03 Einheiten. Aus den drei Grunddubletts (${}^{16}O - {}^{12}C\,{}^1H_4$), (${}^2D_3 - {}^{12}C^{++}$) und (${}^1H_2 - {}^2D$) erhält man die auf ${}^{16}O$ bezogenen Massen ${}^{12}C$, ${}^2D$ und ${}^1H$, relativ zu denen dann in ähnlicher Weise weitere Massen gemessen werden können.

Aston, Isotope. Leipzig 1923; Mass-Spektra and Isotopes. London 1933; Mattauch, Methoden u. Ergebnisse d. Isotopenforschung in Phys. Z. **35**, 567, 1934. Mattauch u. Flügge, Kernphysikalische Tabellen. Berlin 1942; s. außerdem den jährlichen Isotopenbericht im Januarheft der Phys. Z.

5. Plancksches Wirkungsquantum

Ladenburg, Handb. d. Phys. **23,1** 1, 1933; Ann. Phys. (5) **28**, 458, 1937; Birge, Phys. Rev. **49**, 204, 1936.

Die Methoden zur Bestimmung von Plancks elementarem Wirkungsquantum h beruhen sämtlich auf der Quantenhypothese, wonach bei den mit Emission oder Absorption von Strahlungsenergie der Schwingungszahl $\nu = \frac{c}{\lambda}$ verbundenen Elementarprozessen die abgegebene oder aufgenommene Energie stets ein Quantum $\varepsilon = h \cdot \nu$ ist; h ist eine universelle Naturkonstante der Dimension erg · s; h wurde zuerst aus den Gesetzen der schwarzen Strahlung (vgl. Bd. 1, S. 284) bestimmt. In jede h-Bestimmung geht der Wert der Elementarladung e ein; alle verschiedenen Methoden der h-Bestimmung liefern also immer nur einen Wert von h/e^n, wobei $n = \frac{3}{3}$, $\frac{4}{3}$ oder $\frac{5}{3}$ ist. Die Genauigkeit der h-Bestimmung hängt demnach von der Genauigkeit des Wertes für e bzw. vom Grade der Übereinstimmung der verschiedenen h/e^n-Werte ab.

A. Methoden mit $h/e^{\frac{3}{3}}$

a) Lichtelektrischer Effekt. Die am besten nach der Gegenfeldmethode auszuführenden Messungen haben die Bestimmung der maximalen Geschwindigkeit der durch einfaches Licht aus einer Metallplatte in höchstem Vakuum ausgelösten Photoelektronen zur Grundlage. Die Energie E der Photoelektronen ($= e \cdot V$) ist

$$E = e \cdot V = h \cdot \nu - P,$$

wo P die Austrittsarbeit der Elektronen aus der Metalloberfläche darstellt.

Über die Messung von V und P vgl. S. 391: „Lichtelektrischer Effekt"; Millikan, Phys. Rev. (2) **7**, 355, 1916; Lukivsky u. Prileżaev, Z. Phys. **49**, 236, 1928.
Über Photoelektronenmessungen im Röntgengebiet vgl. S. 424: Korpuskularstrahlen-Spektrometrie.

b) Strahlungskonstante. Die Messung der gesamten, von 1 cm² eines schwarzen Körpers der Temperatur T in 1 s in den Halbraum ausgestrahlten Energie $S = \sigma \cdot T^4$ (Stefan-Boltzmannsches Gesetz) liefert bei bekannter universeller Entropiekonstanten k für h den Wert

$$h = \sqrt[3]{\frac{2\pi^5 k^4}{15\, c^2 \sigma}}.$$

h kann auch aus dem Wienschen Verschiebungsgesetz

$$\lambda_{max} \cdot T = \frac{c \cdot h}{k \cdot 4{,}9651}$$

ermittelt werden. Durch Energiemessung einer bestimmten Wellenlänge bei verschiedenen Temperaturen folgt für h

$$h = \frac{c_2 k}{c} \qquad (c_2 \text{ Strahlungskonstante}).$$

In k ist die Elementarladung e durch die Beziehungen enthalten:

$$k = \frac{R_0}{N_0} \text{ mit } N_0 = \frac{F \cdot c}{e}$$

(R_0 Gaskonstante, N_0 Avogadrosche Zahl, F Faraday-Konstante).

c) Ionisierungsspannung. Hierbei wird die kritische Voltgeschwindigkeit V gemessen, bei der die Elektronen die Atome infolge unelastischer Zusammenstöße in höhere stationäre Zustände, speziell in den ersten Anregungszustand, bringen bzw. ionisieren. Aus der Anregungsspannung V einer Resonanzlinie der Wellenlänge λ ergibt sich

$$h = eV \cdot \frac{p \cdot q \cdot 10^8 \cdot \lambda}{c^2}$$

$p \cdot q \cdot 10^8/c$ bedeutet den Umrechnungsfaktor der gemessenen internationalen Volt in elektrostatische Einheiten (vgl. Bd. 1, S. 7 u. Tab. 73).

De Groot u. Penning, Handb. d. Phys. **23,1**, 23, 1933.

B. Methode mit $h/e^{\frac{4}{3}}$

Kurzwellige Grenze des kontinuierlichen Röntgenspektrums. Die Messung der scharf definierten kurzwelligen Grenze des durch Kathodenstrahlen großer Geschwindigkeit erzeugten kontinuierlichen Röntgenspektrums führt auf den Wert

$$h = \frac{e \cdot V}{\nu_{max}}.$$

Die Messung von ν_{max} ist aber noch mit der Messung der Gitterkonstanten des analysierenden Kristalls und dadurch noch mit dem Faktor $e^{\frac{1}{3}}$ verknüpft (vgl. S. 418). Die Messung erfolgt mit Hilfe der „Isochromatenmethode": Man läßt Röntgenstrahlen einer bestimmten Wellenlänge bei langsam wachsenden Röntgenröhrenspannungen V in eine Ionisationskammer nach Kristallreflexion unter festem Winkel fallen. Der Ionisationsstrom setzt bei einer bestimmten, scharf definierten Spannung V ein. Dadurch wird das Produkt aus Spannung V und sin des Beugungswinkels ϑ unmittelbar gemessen. Man erhält

$$h = e^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{2pq \cdot 10^8 \cdot V \cdot \sin\vartheta}{c^2} \cdot \left(\frac{M}{2\varrho\Phi(\beta) \cdot F}\right)^{\frac{1}{3}}$$

(M Molekulargewicht, ϱ Dichte des Kristalls, $\Phi(\beta) = 1{,}095\,94$ für Kalkspat, β rhomboedrischer Achsenwinkel, F Faradaysche Konstante).

Du Mond u. Bollmann, Phys. Rev. (2) **51**, 400, 1937; **50**, 524, 1937; Ohlin, Diss. Uppsala 1941.

C. Methode mit $h/e^{\frac{5}{3}}$

Bohrs Formel der Rydberg-Konstanten. Die Rydberg-Konstante R wird experimentell aus Wellenlängenmessungen z. B. an den Wasserstofflinien oder an den Serienlinien des ionisierten Heliums (He^+) unter Verwendung der Balmer-Formel (vgl. Bd. 1, S. 433) bestimmt. Die Genauigkeit dieser Bestimmung ist groß, da h der dritten Wurzel aus $1/R$ proportional ist:

$$h = \sqrt[3]{\frac{2\pi e^5}{e/m \cdot c \cdot R_\infty}}.$$

Außer der Kenntnis von e ist dabei noch die Kenntnis von e/m erforderlich. (Über e/m-Bestimmungen vgl. S. 370, Abschn. Korpuskularstrahlen.)

Mit dem auf etwa $\frac{1}{2}\,‰$ genauen Wert für $e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}$ ESE ergibt sich für h aus Bohrs Formel der Rydberg-Konstanten $h = 6{,}627 \cdot 10^{-27}$ erg · s, während die Messungen von h aus der kurzwelligen Grenze des kontinuierlichen Röntgenspektrums in Übereinstimmung mit diesem Wert den Wert $h = 6{,}622 \cdot 10^{-27}$ erg · s ergeben (ebenfalls unter Benutzung eines Wertes für $e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}$ ESE); vgl. Ohlin, Diss. Uppsala 1941.

Ladenburg, Ann. Phys. (5) **28**, 458, 1937; Du Mond, Phys. Rev. **52**, 1251, 1937; **56**, 153, 1939; Kirchner, Ergebn. exakt. Naturwiss.— **18**, 26 1939.

V. Der lichtelektrische Effekt

1. Geschichtliches

Becquerel beobachtete 1839, daß zwischen zwei Metallplatten, die in einen Elektrolyten getaucht waren, bei Bestrahlung mit Licht eine Spannung auftritt. Smith und May fanden 1873 bei Belichtung eine Änderung des elektrischen Widerstandes des Halbleiters Selen. Adams und Day konnten 1876 bei Bestrahlung von Selen, das in einen Stromkreis geschaltet war, einen elektrischen Strom nachweisen. Hallwachs stellte 1888 fest, daß eine negativ geladene Metallplatte ihre Ladung verliert, sobald ultraviolettes Licht auf sie fällt. Lenard zeigte 1899, daß das Licht Elektronen ausgelöst hat. Alle diese Erscheinungen werden unter dem Begriff „lichtelektrischer Effekt" zusammengefaßt. Man unterscheidet einen „äußeren" lichtelektrischen Effekt, einen „inneren" lichtelektrischen Effekt und einen „Sperrschichtphotoeffekt".

2. Der äußere lichtelektrische Effekt

Pohl u. Pringsheim, Die lichtelektrischen Erscheinungen. Braunschweig 1914; Hallwachs, Die Lichtelektrizität im Handb. d. Radiologie. Leipzig 1916; Gudden, Lichtelektrische Erscheinungen. Berlin 1928 und Handb. d. Phys. XIII; Fleischer u. Teichmann, Die lichtelektrische Zelle und ihre Herstellung. Dresden 1932; Simon u. Suhrmann, Lichtelektrische Zellen und ihre Anwendung. Berlin 1932; Hughes u. Du Bridge, Photoelectric Phenomena. London 1932; Linford, Rev. mod. Phys. 5, 34, 1933; Suhrmann, Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik IV, 4. Braunschweig 1934; Ergebn. exakt. Naturwiss. XIII, 1934; de Boer, Electron Emission and Adsorption Phenomena. Cambridge 1935.

A. Definition

Fällt kurzwelliges Licht auf eine negativ geladene Metallplatte, so verliert die Platte mit der Zeit ihre Ladung, wie man an einem angeschlossenen Elektroskop feststellen kann. Verbindet man die Platte (Kathode) mit dem negativen Pol einer Batterie und schließt den Stromkreis über ein vor der Platte aufgestelltes Netz (Anode) und ein Galvanometer, dann beobachtet man bei gleichbleibender Belichtung einen konstanten Strom (Abb. 267). Diese auf Hallwachs zurückgehenden Versuche stellen die Grunderscheinungen des äußeren lichtelektrischen Effektes dar. Durch die Bestrahlung mit Licht werden in dem Metall Elektronen ausgelöst, die die Kathode mit einer gewissen Geschwindigkeit verlassen und von der Anode angesaugt werden.

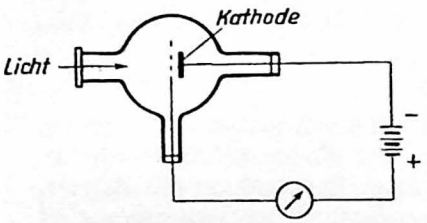


Abb. 267. Elektronenauslösung durch Bestrahlung einer Metallplatte in einer lichtelektrischen Zelle

B. Austrittsarbeit und Kontaktpotential

Die Valenzelektronen besitzen im Metall bereits beim absoluten Nullpunkt eine mittlere kinetische Energie, die mit zunehmender Temperatur nach einer quadratischen Funktion schwach ansteigt, bis sie schließlich bei hoher Temperatur in den Wert $\frac{3}{2}\,k/T$ der klassischen Elektronentheorie übergeht. Trotz dieser Nullpunktsenergie W_i vermögen die Elektronen die Metalloberfläche nicht zu verlassen. Sie werden durch die von den positiven Ionen und den übrigen Elektronen ausgeübten Kräfte zurückgehalten, für deren Überwindung sie die Arbeit W_a aufbringen müssen. Die Differenz $W_a - W_i$ bezeichnet man als Austrittsarbeit, das ihr entsprechende Potential als Austrittspotential ψ (Tab. 53). Um den Elektronen den Austritt aus dem Metall zu ermöglichen, muß durch Energiezufuhr W_i erhöht oder W_a erniedrigt werden. Eine Erhöhung der Elektronenenergie wird z. B. erreicht durch Absorption von Lichtquanten.

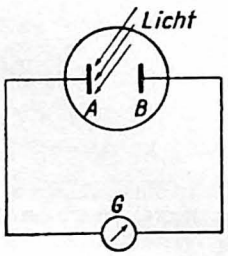


Abb. 268. Nachweis der beim äußeren Photoeffekt auftretenden Photo-EMK

Zwei in einer evakuierten Kugel angeordnete Elektroden A und B sind durch ein empfindliches Galvanometer verbunden (Abb. 268). Die Austrittsarbeit ψ_A der Elektrode A sei kleiner als ψ_B der Elektrode B. Zwischen beiden Elektroden besteht dann die Kontaktpotentialdifferenz $\psi_B - \psi_A$. Wird nun A mit Licht solcher Frequenz belichtet, daß die freigemachten Elektronen nicht nur die Austrittsarbeit ψ_A leisten, sondern auch gegen die Kontaktpotentialdifferenz $\psi_B - \psi_A$ anlaufen können, dann fließt ein Strom zwischen A und B, der im Galvano-

meter gemessen werden kann. Beim Belichten von B fließt bereits ein Strom, wenn die Elektronen die Austrittsarbeit ψ_B leisten können, denn dann wandern sie im elektrischen Feld der Kontaktpotentialdifferenz von B nach A.

C. Energie- und Lichtquanten

Verbindet man bei gleichbeschaffener Kathode und Anode die letztere mit Erde und die erstere mit einem Elektrometer und bestrahlt die Kathode mit Licht einer bestimmten Wellenlänge, so lädt sich die Kathode bis zu einem bestimmten positiven Potential V_m auf, das unabhängig von der Lichtintensität ist und mit abnehmender Wellenlänge zunimmt. Die Abhängigkeit von der Lichtfrequenz ν ist durch die Beziehung

$$h\nu = e_0 V_m + e_0 \psi \tag{1}$$

(h = Plancksche Konstante; e_0 = Elementarladung) gegeben.

Zur Auslösung eines Elektrons der Energie $e_0 V_m$ ist ein Lichtquant $h\nu$ erforderlich, das außer $e_0 V_m$ die Energie $e_0 \psi$ liefern muß, damit das Elektron die Austrittsarbeit leisten kann. Das Elektron kann das Metall nur verlassen, wenn das aufgenommene Lichtquant größer oder gleich der Austrittsarbeit ist, wenn also

$$h\nu \geqq e_0 \cdot \psi. \tag{2}$$

Die Elektronen verlassen das Metall mit einer gewissen Eigengeschwindigkeit v, die sie befähigt, gegen ein verzögerndes Feld anzulaufen. Die Größe der Potentialdifferenz, die sie gerade noch überwinden können, steht mit ihrer Eigengeschwindigkeit in folgendem Zusammenhang:

$$e_0 V_m = \tfrac{1}{2} m v^2 \tag{3}$$

(m = Masse des Elektrons).

Der Photoeffekt besteht in der Übertragung der im absorbierten Licht enthaltenen Energie auf ein Elektron und erscheint wieder als kinetische Energie des austretenden Elektrons.

D. Quantenausbeute

Da ein Teil des auf die Metalloberfläche fallenden Lichtes reflektiert wird, wird die lichtelektrische Empfindlichkeit auf die Einheit des absorbierten Lichtes bezogen. Über die in Elektronenenergie umgesetzte Lichtmenge ist damit nichts gesagt, denn ein Teil des absorbierten Lichtes wird in Wärmeenergie des Metalls umgesetzt. Nicht jedes absorbierte Lichtquant führt zur Auslösung eines Photoelektrons. Die meisten Elektronen, die etwas unter der Oberfläche des Metalls beschleunigt werden, verlieren einen Teil ihrer Energie durch Stöße und können die Oberfläche nicht mehr erreichen. Nur der an einer dünnen Oberflächenschicht absorbierte Bruchteil ruft einem meßbaren Photoeffekt hervor. Die lichtelektrische Empfindlichkeit ist dabei zahlenmäßig ziemlich gering. Den Quotienten aus Elektrizitätsmenge des Photostromes und Lichtenergie (C/cal) oder aus Photostrom und Lichtleistung (A/W) multipliziert mit einem für die lichtelektrische Wirksamkeit charakteristischen Faktor n bezeichnet man als Quantenausbeute. Man nennt n das Quantenäquivalent. Die Zahl n der bei Absorption einer bestimmten Lichtmenge von Q erg einfarbigen Lichtes der Schwingungszahl ν frei werdenden Elektronen ist gegeben durch

$$n = \frac{Q}{h \cdot \nu}. \tag{4}$$

Mit zunehmender Lichtfrequenz müßte bei der Umsetzung der Lichtenergie Q die Zahl der frei werdenden Elektronen immer kleiner werden. Das Experiment ergibt aber eine beträchtliche Zunahme der lichtelektrischen Empfindlichkeit mit

abnehmender Wellenlänge, was dadurch zu erklären ist, daß die durch kurzwelliges Licht ausgelösten Elektronen im Durchschnitt eine größere Geschwindigkeit besitzen als die durch langwelliges Licht frei gemachten Elektronen und nicht im gleichen Maße absorbiert werden wie die letzteren.

E. Spektrale Empfindlichkeitskurve

Wird eine Metallplatte mit Licht einer bestimmten Wellenlänge bestrahlt, so ist der Photostrom proportional der Lichtintensität. Trägt man den pro Lichtintensitäts-Einheit erhaltenen Photostrom als Funktion der Wellenlänge auf, so wird die spektrale Empfindlichkeitskurve erhalten, die bei der langwelligen Grenze oder roten Grenze in die Abszisse einmündet.

Der Verlauf der Empfindlichkeitskurve läßt sich durch keinen exakten theoretischen Ansatz festlegen. Als empirische Formeln haben sich folgende bewährt:

$$f(\lambda) = \text{const}\,\lambda\left(\sqrt{\frac{\lambda_0}{\lambda}} + \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_0}} - 2\right)\frac{\text{C}}{\text{cal}} \tag{5}$$

und

$$f(\lambda) = \text{const}\left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^{\alpha}\frac{\text{C}}{\text{cal}}, \tag{6}$$

wobei $\alpha = 2$ oder $\alpha = 3$.

Die Lage der langwelligen Grenze (S. 395) ist wegen der zusätzlichen Wärmeenergie der Elektronen etwas temperaturabhängig. Sie kann deshalb nicht direkt aus der Empfindlichkeitskurve entnommen werden.

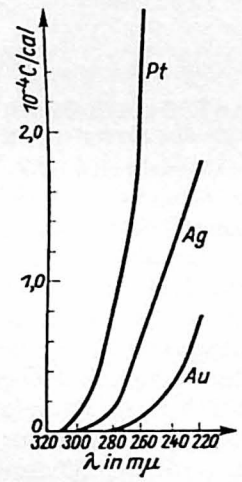


Abb. 269. „Normale" lichtelektrische Empfindlichkeitskurven

Die Zahl der lichtelektrisch ausgelösten Elektronen hängt stark von der Wellenlänge des auffallenden Lichtes ab, man unterscheidet zwei Fälle:

a) Normale Empfindlichkeitskurve. Der Photostrom nimmt mit abnehmender Wellenlänge des auffallenden Lichtes monoton zu (Abb. 269). Die meisten Metalle besitzen eine solche normale Empfindlichkeitskurve, ihre photoelektrische Wirksamkeit setzt erst im UV. ein.

b) Selektive Empfindlichkeitskurve. Die Empfindlichkeitskurven einiger Alkali- und Erdalkalimetalle zeigen in einem bestimmten eng begrenzten Spektralbereich ein ausgeprägtes Maximum (Abb. 270). Dieser selektive Effekt kann durch Einwirkung einer Glimmentladung in Wasserstoff, durch Einwirkung geringer Mengen von Sauerstoff oder anderer reaktionsfähiger Gase verstärkt werden.

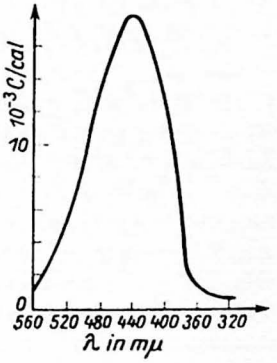


Abb. 270. „Selektive" Empfindlichkeitskurve von hydriertem Kalium

F. Langwellige Grenze

Die langwellige Grenze ist dadurch bestimmt, daß für längere Wellen keine lichtelektrische Wirkung festgestellt werden kann (Tab. 53). Ist in Gl. (2) $h\nu_0 = e_0\psi$, dann verläßt das Elektron die Metalloberfläche mit der Maximalgeschwindigkeit $V_m = 0$. Die hierzu erforderliche Lichtfrequenz ν_0 bzw. λ_0 (langwellige Grenze) läßt sich bei bekanntem Austrittspotential (glühelektrisch ermittelt!) berechnen:

$$h\nu_0 = e_0 \cdot \psi = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} \tag{7a}$$

$$\lambda_0\,(\text{in m}\mu) = \frac{h \cdot c}{e_0 \cdot \psi} = \frac{1236}{\psi\ (\text{Volt})}. \tag{7b}$$

Elektronen, deren Eigenenergie bei höheren Temperaturen um einen Betrag ΔW größer ist als W_i, können das Metall auch dann verlassen, wenn sie ein Lichtquant von $h\nu - \Delta W$ aufgenommen haben. Dies ist nach Suhrmann der Grund dafür, daß die spektrale Empfindlichkeit bei höheren Temperaturen weniger scharf in die Wellenlängenabszisse einmündet als bei tieferen. Die bei Zimmertemperatur beobachtete Unschärfe der langwelligen Grenze ist durch die zusätzliche thermische Energie bedingt.

Suhrmann, Z. Phys. **33**, 63, 1925; **54**, 99, 1929.

Unter Benutzung der Fermi-Dirac-Sommerfeldschen Elektronentheorie entwickelte Fowler eine Theorie der Temperaturabhängigkeit des äußeren Photoeffektes, die die Berechnung des wahren Austrittspotentials ψ und damit der langwelligen Grenze ohne Einfluß der Wärmeenergie des Elektronengases gestattet. Für die lichtelektrische Empfindlichkeit i bei der Temperatur T in der Nähe der langwelligen Grenze erhält Fowler:

$$i = \text{const}\ (k \cdot T)^2 \cdot (e - h\nu)^{-\frac{1}{2}} \left\{ e^{\delta} - \frac{e^{2\delta}}{2^2} + \frac{e^{3\delta}}{3^2} \mp \cdots \right\} \tag{8a}$$

$$\text{für } \delta \leqq 0, \quad h\nu \leqq e_0 \cdot \psi$$

und

$$i = \text{const}\ (k \cdot T)^2 \cdot (C - h\nu)^{-\frac{1}{2}} \left\{ \frac{\pi^2}{6} + \frac{\delta^2}{2} - \left(e^{-\delta} - \frac{e^{-2\delta}}{2^2} \pm \cdots \right) \right\} \tag{8b}$$

$$\text{für } \delta \geqq 0; \quad h\nu \geqq e_0 \psi,$$

wobei abkürzungshalber

$$\delta = -\frac{e_0 \cdot \psi - h\nu}{k \cdot T}$$

gesetzt ist (T = absolute Temperatur; C = Konstante).

Gl. (8a) bezieht sich auf die unmittelbare Nähe der gemessenen langwelligen Grenze, Gl. (8b) auf die Umgebung der wahren langwelligen Grenze nach kurzen Wellen zu. Für die Anwendung werden die beiden Gleichungen umgeformt und der Ausdruck $(C - h\nu)^{-\frac{1}{2}}$ mit in die Konstante genommen, was in der Nähe der langwelligen Grenze zulässig ist. Man erhält

$$\text{für } \delta \leqq 0: \qquad \log \frac{i}{T^2} = \log \left\{ e^{\delta} - \frac{e^{2\delta}}{2^2} + \frac{e^{3\delta}}{3^2} \mp \cdots \right\} + \text{const} \tag{9a}$$

$$\text{für } \delta \geqq 0: \qquad \log \frac{i}{T^2} = \log \left\{ \frac{\pi^2}{6} + \frac{\delta^2}{2} - \left(e^{-\delta} - \frac{e^{-2\delta}}{2^2} \pm \cdots \right) \right\} + \text{const}. \tag{9b}$$

Aus den Gl. (9a) und (9b) kann ψ aus einer bei bestimmter Temperatur gemessenen Empfindlichkeitskurve ermittelt werden. Aus den Gleichungen wird $\log \frac{i}{T^2}$ bis auf die additive Konstante für beliebige positive und negative Werte von δ berechnet, und die gefundenen Zahlen werden als Funktion von δ in ein Koordinatensystem eingetragen. Die gemessenen Werte von $\log \frac{i}{T^2}$ werden als Funktion von $\frac{h\nu}{k \cdot T}$ in dasselbe System eingezeichnet. Beide Kurven sind gegeneinander parallel verschoben und können durch eine vertikale und eine horizontale Verschiebung zur Deckung gebracht werden. Da als Abszisse bei der einen Kurve $\frac{h\nu}{k \cdot T} - \frac{e_0 \cdot \psi}{k \cdot T}$, bei der anderen $\frac{h\nu}{k \cdot T}$ aufgetragen ist, ergibt die Horizontalverschiebung den Wert $\frac{e_0 \cdot \psi}{k \cdot T}$, woraus sich ψ und damit ν_0 oder λ_0 berechnen lassen. Über die Bestimmung von ψ aus der Gesamtemission s. S. 396, Abschn. G.

Fowler, Phys. Rev. **38**, 45, 1931; Du Bridge, ebd. **39**, 108, 1932; Du Bridge u. Roehr, ebd. **39**, 99, 1932; **42**, 52, 1932.

G. Lichtelektrische Gesamtemission

Der durch unzerlegte Strahlung eines schwarzen Körpers der Temperatur T an einer Metalloberfläche ausgelöste Photoelektronenstrom I ist, wie die Zahl der Glühelektronen aus einer Glühkathode, gegeben durch die Gleichung

$$I = M \cdot T^r e^{-\frac{e_0}{k \cdot T}\psi}, \tag{10}$$

in der M die Mengenkonstante (M ist verschieden für beide Prozesse!), k die Boltzmannsche Konstante und r eine Zahl in der Größenordnung von 2 bedeuten. Der Photostrom I wird als lichtelektrische Gesamtemission bezeichnet.

Ermittelt man aus Gl. (10) den Photostrom als Funktion der Temperatur des Strahlers, so läßt sich das Austrittspotential der Photoelektronen ohne spektrale Zerlegung aus der „lichtelektrischen Geraden"

$$\log i - r \log T = -\frac{e_0 \cdot \psi}{k} \cdot \frac{1}{T} \log e + \text{const} \tag{11}$$

mit derselben Genauigkeit festlegen, wie das Austrittspotential der Glühelektroden aus der „Richardsonschen Geraden".

H. Geschwindigkeitsverteilung der ausgelösten Elektronen

Die Elektronen verlassen das Metall bei Belichtung der Metalloberfläche mit einer von Null verschiedenen Anfangsgeschwindigkeit. Zur Messung dieser Elektronengeschwindigkeit stehen drei verschiedene Meßverfahren zur Verfügung.

a) Aufladem ethode. Bei diesem Verfahren wird der Grenzwert der Aufladung in Volt bei Belichtung bestimmt und unter Berücksichtigung der Kontaktspannung eine Aussage über die Höchstenergie der austretenden Elektronen erhalten. Ausgezeichnete Isolation der emittierenden Platte und Vermeidung von Streulicht auf die Gegenelektrode (durch einen Elektronengegenstrom kann die positive Aufladung zurückgedrängt werden) sind unbedingt Voraussetzung. In der Anwendung wird dieses einfache Verfahren meist mit der Gegenfeldmethode kombiniert.

b) Gegenfeldmethode. Die von Lenard entwickelte Gegenfeldmethode besteht in der Aufnahme einer Stromspannungskurve mit Berücksichtigung kleiner verzögernder Spannungen. Am vorteilhaftesten arbeitet man im radialen Feld einer Kugel (Abb. 271). In der Mitte einer leitenden, evakuierten und lichtelektrisch unempfindlichen Hohlkugel H ist das zu untersuchende Metall M angebracht. Durch das Fenster F fällt Licht auf M und löst dort Elektronen aus, die bei Spannungslosigkeit zwischen M und H nach H wandern. Das Instrument E zeigt den Photostrom an. Wird H positiv gegen M aufgeladen, so bleibt der Strom ungeändert, da Sättigung vorliegt. Ist H negativ gegen M, dann müssen die Elektronen gegen ein Gegenfeld anlaufen und es werden nur die Elektronen die Kugel erreichen, deren Geschwindigkeit in Volt größer ist als die angelegte Spannung. Bei ein-

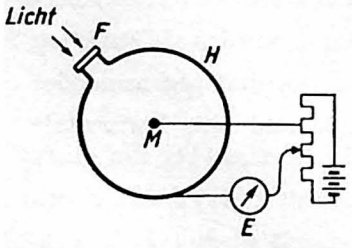


Abb. 271. Gegenfeldmethode nach Lenard

heitlicher Elektronengeschwindigkeit wäre bei größer werdender Gegenspannung ein plötzliches Absinken von dem Maximalwert auf 0 zu erwarten. In Wirklichkeit haben die austretenden Elektronen verschiedene Geschwindigkeiten, und der am Elektrometer abgelesene Photostrom wird bei langsamer Steigerung der Gegenspannung allmählich kleiner (Abb. 272). Die zu V gehörige Ordinate n_V gibt die Menge der Elektronen an, die gegen das Anodenpotential V noch anlaufen können, deren Geschwindigkeit also V Volt beträgt. Die zu $V + \Delta V$ gehörende Ordinate $n_{V+\Delta V}$ ist ein Maß für alle Elektronen, deren Geschwindigkeit V Volt beträgt, vermehrt um diejenigen, die noch gegen $V + \Delta V$ anlaufen können. Die Differenz der Ordinaten $n_{V+\Delta V}$ und n_v gibt die Elektronen an, deren Geschwindigkeit zwischen V und ΔV liegt. Die zu einer bestimmten Geschwindigkeit gehörende Elektronenmenge wird durch schrittweises Vorgehen in dem Anlaufsteil der Stromspannungskurve um ΔV gewonnen. Die Zunahme des Elektronenstroms, die gleich der Differenz der um ΔV benachbarten Werte ist, als Ordinate und den zugehörigen Mittelwert von V und $V + \Delta V$ als Abszisse aufgetragen, ergibt die Energieverteilungskurve. Die relative Energieverteilung um ein Maximum ist praktisch unabhängig von der benutzten Wellenlänge, so daß auch für die häufigsten Geschwindigkeiten eine lineare Abhängigkeit von der Frequenz des auffallenden Lichtes gilt.

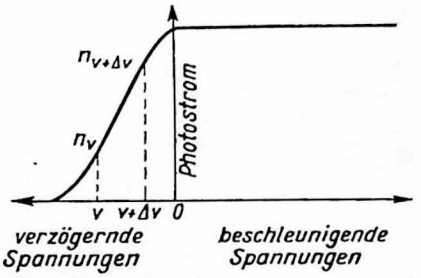


Abb. 272. Lichtelektrischer Strom bei verschiedenen Spannungen

c) Magnetfeldmethode. Zur direkten Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilung der Photoelektronen eignet sich in erster Linie die Magnetfeldmethode.

In der Anordnung nach Ramsauer (Abb. 273) fällt ein Lichtstrahl L auf die zu untersuchende Metallprobe M. Die senkrecht zu M austretenden Elektronen werden durch ein homogenes Magnetfeld, dessen Kraftlinien senkrecht auf der Zeichenebene stehen, auf einer Kreisbahn durch die Blenden 1, 2 ... ausgesondert und in den Käfig K gelenkt, der mit einem Elektrometer verbunden ist. Zwischen der Elektronengeschwindigkeit v, dem Bahnradius r und dem Magnetfeld $\mathfrak{H}$ besteht die Beziehung

$$v = \frac{e_0}{m} \cdot r \cdot \mathfrak{H} . \qquad (12)$$

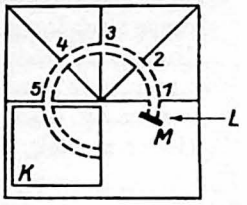


Abb. 273. Ramsauersche Kreismethode

Durch Änderung von $\mathfrak{H}$ und durch gleichzeitige Messung der Elektrometeraufladung kann die relative Zahl der an der Platte M ausgelösten Elektronen festgestellt werden, die gerade die durch das Magnetfeld und den Krümmungsradius bestimmte Geschwindigkeit haben.

Ramsauer, Ann. Phys. **45**, 961, 1121, 1914.

Die Anordnung von Klemperer (Abb. 274) erlaubt gleichzeitig nach allen drei Verfahren zu arbeiten. Ein 16 mm langes Rohr R ist oben und unten verschlossen und im Innern in vier Teile geteilt. Im größten befindet sich ein isolierter 15 mm langer Zylinder Z, in dessen Mitte gegen den Zylinder isoliert die zu belichtende Metallprobe M (1×8 mm) eingebaut ist. Die in M licht-

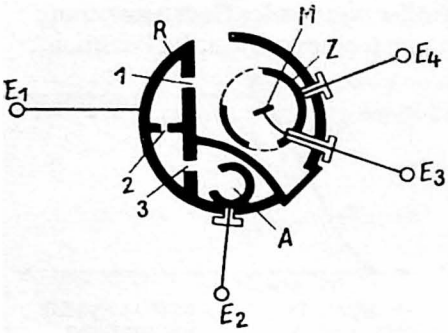


Abb. 274. Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilung von Elektronen nach Klemperer

elektrisch ausgelösten Elektronen werden durch ein Magnetfeld auf Kreisbahnen gebogen. Diejenigen Elektronen, die auf einer Kreisbahn von 0,5 cm Durchmesser verlaufen, gelangen durch die Blenden 1, 2 und 3 in einen isolierten und mit einem Elektrometer verbundenen Auffangkäfig A. M, Z und R können ebenfalls an Elektrometer angeschlossen werden. Zwischen M und Z können Gegenfeldmessungen ausgeführt werden. Außerdem kann das Aufladepotential von M gegen Z bestimmt werden.

Klemperer, Z. Phys. **16**, 280, 1923.

I. Äußere Beeinflussung der lichtelektrischen Empfindlichkeit

a) Ermüdungserscheinungen. Unter der Bezeichnung „Ermüdung" faßt man alle Beobachtungen zusammen, bei denen die lichtelektrische Empfindlichkeit trotz Konstanthaltung aller Versuchsbedingungen zeitlich abnimmt. Die Gründe hierfür sind verschiedener Art. Die chemische Wirkung von Restgasen, die Bildung von Anlagerungsschichten, langsame Kornvergrößerung bei durch Kathodenzerstäubung hergestellten Schichten, Anlagerung positiver Ionen u. a. können solche Ermüdungserscheinungen hervorrufen.

Rosenberg, Z. Phys. **7**, 18, 1921; theoretische Behandlung: Predwoditelew u. Witt, ebd. **35**, 783, 1926.

b) Gasbeladung. Unter günstigen Bedingungen ausgeführte Versuche haben gezeigt, daß an der Oberfläche des Metalls adsorbierte elektronegative Gase (Sauerstoff) die Austrittsarbeit erhöhen und die Empfindlichkeit nach kurzen Wellen verschieben, und daß an der Oberfläche adsorbierte elektropositive Gase (Wasserstoff) die Austrittsarbeit erniedrigen und die Empfindlichkeitskurve nach langen Wellen verschieben. Die sog. „innere" Gasbeladung hat keinen Einfluß auf den lichtelektrischen Effekt. Als günstigste Besetzung für die Änderung der Austrittsarbeit ist eine monoatomare Schicht anzusehen. Wird die Besetzung über die monoatomare gesteigert, so geht die langwellige Grenze wieder zurück, die Austrittsarbeit ist größer geworden.

Sende u. Simon, Ann. Phys. **65**, 697, 1921; Suhrmann, Phys. Z. **30**, 939, 1929.

c) Temperatureinfluß. (Vgl. auch S. 395.) Im allgemeinen bewirkt bei reinen Metallen eine Temperaturerhöhung eine Verminderung der Empfindlichkeit im kurzwelligen Gebiet und eine Erhöhung der Empfindlichkeit an der langwelligen Grenze, während eine Temperaturerniedrigung einen Effekt im entgegengesetzten Sinne hervorruft. Die beiden Empfindlichkeitskurven überschneiden sich also, und zwar verläuft die bei tiefer Temperatur erhaltene Kurve steiler als die bei höherer Temperatur gemessene. Das Zurücktreten der langwelligen Grenze durch Temperaturerniedrigung wird durch Verminderung der thermischen Zusatzenergie erklärt.

Morris, Phys. Rev. **37**, 1263, 1931; Winch, ebd. **37**, 1269, 1931; Cardwell, ebd. **38**, 2041, 1931.

Bei adsorbierten Fremdatomen ist der Temperatureinfluß auf die spektrale lichtelektrische Empfindlichkeit wesentlich größer. Auch hier ruft eine Temperaturerniedrigung eine Erhöhung der Empfindlichkeit im kurzwelligen Gebiet und eine Verminderung der Empfindlichkeit an der langwelligen Grenze hervor.

Ives, J. Opt. Soc. Amer. **8**, 551, 1924; Suhrmann u. Theissing, Z. Phys. **73**, 709, 1932.

K. Der selektive lichtelektrische Effekt

Wird bei reinen Metallunterlagen die Schichtdicke des aufgebrachten Alkalimetalls über die monoatomare Besetzung hinaus vergrößert, so nimmt die lichtelektrische Empfindlichkeit ab. Befindet sich auf der Metallunterlage eine Substanz, die mit dem Alkalimetall eine Verbindung eingehen kann, dann wächst die Empfindlichkeit durch weiteres Aufbringen von Alkaliatomen in einem bestimmten Spektralbereich mehr und mehr an und führt zur Ausbildung eines kräftigen „selektiven" Maximums. Der Aufbau der emittierenden Oberfläche ist maßgebend für die Ausbildung eines selektiven Maximums. Dieser Mechanismus gibt auch eine Erklärung für die Erhöhung der lichtelektrischen Empfindlichkeit durch Einwirkung von Wasserstoff, Sauerstoff und anderen Gasen auf die emittierende Substanz. Durch die freiwerdende Reaktionswärme und durch Ionenbombardement verdampfen einige Alkaliatome und kondensieren sich unmittelbar auf der über der Alkalischicht gebildeten Verbindung zwischen Alkalimetall und Gas.

Kathoden, die aus mehreren Komponenten zusammengesetzt sind, liefern eine höhere bzw. weiter ins langwellige Gebiet reichende Emission als die reinen Alkalimetalle. Durch Verringerung der Elektronen-Austrittsarbeit und durch Erhöhung der optischen Absorption kann sowohl die langwellige Empfindlichkeit nach dem Ultraroten verschoben, wie die lichtelektrische Gesamtemission gesteigert werden. Durch Einführung von „zusammengesetzten" Photokathoden mit Oxyd-Zwischenschicht ist eine wesentliche Verbesserung erzielt worden. Der lichtelektrische Mechanismus, der hier zur Elektronenemission führt, unterscheidet sich von dem bei Metall auftretenden. Das Lichtquant wird von dem an der isolierenden Zwischenschicht adsorbierten Atom aufgefangen und ein Elektron wird frei. Das Alkaliatom verhält sich gegen Licht ähnlich wie ein freies Atom in einem Gas, wo jedes absorbierte Lichtquant zur Auslösung eines Elektrons führt, wenn die Energie des Lichtquants größer ist als die Ionisierungsenergie. Hat sich dieser Prozeß abgespielt, dann bleibt ein positives Ion zurück. Will dieses Ion weiter an der Emission teilnehmen, dann muß es neutralisiert werden. Ein solches Neutralisierungselektron kann nun nicht ohne weiteres aus der isolierenden Zwischenschicht kommen, denn das würde zu einer Ladungsverschiebung führen. Das Elektron muß aus dem Trägermetall kommen. Dies ist möglich, wenn die Zwischenschicht nicht dicker als 100 bis 1000 Moleküle ist. Das von dem positiven Ion hervorgerufene Feld genügt dann, um ein Elektron aus der Metallunterlage herauszulocken. Enthält die Zwischenschicht noch freies Metall, dann können diese Teilchen als Zwischenlieferant dienen.

Untersuchungen über den Aufbau derartiger Kathoden haben gezeigt, daß die Lage des selektiven Maximums und der roten Grenze außer von der Zwischenschicht vom Unterlagmetall abhängig ist.

Kluge, Z. techn. Phys. **16**, 188, 1933.

L. Der Vektoreffekt

Bestrahlt man einen Spiegel von flüssigen Kalium-Natrium-Legierungen unter schrägem Einfall mit linear polarisiertem Licht, dessen elektrischer Vektor $\parallel$ der Einfallsebene liegt ($\mathfrak{E}\parallel$), so erhält man einen wesentlichen größeren Elektronenstrom, als wenn $\mathfrak{E}\perp$ zur Einfallsebene gerichtet ist. Diese Ausbeutekurve besitzt für $\mathfrak{E}\parallel$ eine spektrales Maximum und verläuft für $\mathfrak{E}\perp$ normal. Bei senkrechter Inzidenz auf den Spiegel, gleichgültig ob mit polarisiertem oder unpolarisiertem Licht, erhält man einen normalen Verlauf der Empfindlichkeitskurve. Der Vektoreffekt ist ebenso wie das spektrale selektive Maximum an das Vorhandensein einer atomar verteilten Alkalioberfläche geknüpft. Der Vektoreffekt tritt an selektiv empfindlichen Schichten immer dann auf, wenn die Fläche einen optischen Spiegel darstellt. An rauhen Flächen ist die Orientierung des Lichtvektors nicht definiert. Außerdem müssen die Teilchen der Zwischenschicht und die aufliegenden Alkaliteilchen gerichtet sein, um ein großes Verhältnis der Photoströme für $\mathfrak{E}\parallel$ und $\mathfrak{E}\perp$ zu liefern. Ist eine solche Ausrichtung vorhanden, dann wird das atomar verteilte Alkalimetall von $\mathfrak{E}\parallel$ besonders stark beansprucht.

M. Photozellen

Die grundsätzliche Schaltung der auf dem äußeren Photoeffekt beruhenden Photozellen zeigt Abb. 275.

a) Vakuumzellen. Die Alkaliphotozellen bestehen aus einem luftleeren Glaskörper, in dem zwei Elektroden (Anode und Kathode) angeordnet sind. Fällt Licht auf das Alkalimetall, so werden Elektronen ausgelöst, die unter dem Einfluß einer an den Elektroden liegenden Saugspannung zur Anode laufen. Ist dieses Feld stark genug, daß alle Elektronen zur Anode gelangen, dann entsteht ein Sättigungsstrom, der der Lichtintensität proportional ist.

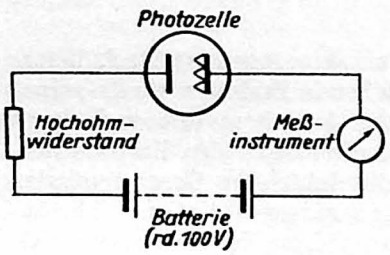


Abb. 275. Schaltung einer Photozelle

Zur Aufnahme der Stromspannungs-Charakteristik dient die in Abb. 276 dargestellte Schaltung. Bei konstanter Beleuchtung wird der Photostrom in Abhängigkeit der Saugspannung aufgenommen. Die graphische Darstellung gibt für die Vakuumzelle eine Kurve, die mit wachsender Anodenspannung zunächst stark ansteigt und dann einem konstanten Wert zustrebt (vgl. Abb. 277).

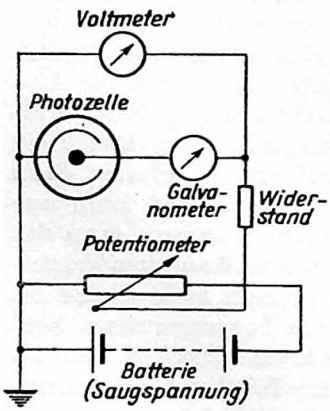


Abb. 276. Schaltung zur Aufnahme der Charakteristik

Bei der Gruppe der einwertigen Alkaliatome hat man ursprünglich den größten Photoeffekt gefunden, und unter diesen wieder beim Cäsium, bei dem das Valenzelektron am lockersten gebunden ist. Alle Elemente, die nicht zur Gruppe der Alkalien gehören, haben im sichtbaren Gebiet keinen Photoeffekt, ihre langwellige Grenze liegt im UV.

Unter Einwirkung einer elektrischen Entladung in Wasserstoff auf Kalium entsteht eine lichtelektrische empfindliche Schicht, deren Rotgrenze gegen die vom unbehandelten Kalium um einige tausend Å nach Rot verschoben ist. Der Einbau der Wasserstoffionen in das Kaliumgitter hat diese Verbesserung bewirkt. Solche Zellen werden „hydrierte Zellen" genannt.

Kathoden, die aus mehreren Komponenten bestehen, liefern eine höhere und weiter ins langwellige Gebiet reichende Emission als reine Alkalimetalle (S. 399, Abschn. 2 K).

In modernen Photozellen sind die Kathoden im wesentlichen alle vom gleichen Grundtypus: Trägermetall (Silber)-Zwischenschicht (Cäsiumoxyd)-Alkalimetall (Cäsium). Der aus 99,9% Ag bestehende Kathodenträger wird durch häufiges Oxydieren und Reduzieren aufgelockert und einer dosierten Oxydation unterworfen. Die Dosierung besteht darin, daß eine bestimmte Zahl von Kondensatorentladungen bei bestimmtem Sauerstoffdruck durch das Rohr geschickt wird. Die Silberoxydschicht wird dann der Einwirkung von Cäsiumdampf ausgesetzt. Wenn sich genügend Cäsium auf der Kathodenoberfläche befindet, wird die Zelle vorsichtig erwärmt. Nun reagiert das Cäsium mit dem Silberoxyd, und es bildet sich eine Schicht, die ein Gemisch aus Silber, Cäsium und Cäsiumoxyd enthält. Frei gewordenes Silber bleibt in feiner Verteilung zurück und übernimmt die Rolle des Zwischenlieferanten (S. 399, Abschn. K). Bei vorsichtiger Herstellung ist die Austrittsarbeit solcher Oxydkathoden kleiner als 1 V.

b) Gasgefüllte Zellen. Der Photostrom kann im Innern der Zelle durch Verwendung eines Füllgases um den Faktor 10 bis 100 verstärkt werden. Abb. 277 zeigt die Charakteristik einer Vakuumzelle und einer gasgefüllten Zelle. Während die Kurve für die Vakuumzelle bei steigender Anodenspannung einen Sättigungswert erreicht, geht bei der gasgefüllten Zelle die Stromcharakteristik in eine Exponentialkurve nach Art der Townsend-Vorstromkurve über.

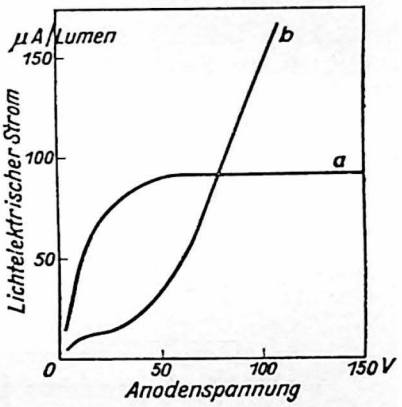


Abb. 277. Der lichtelektrische Strom in Abhängigkeit von der Anodenspannung für eine Vakuumzelle (*a*) und eine gasgefüllte Zelle (*b*)

Die Stromspannungskurve einer gasgefüllten Zelle unterscheidet sich von der einer gleichartigen Vakuumzelle nur wenig, solange die Anodenspannung unter der Ionisierungsspannung des Füllgases bleibt. Erhalten die Elektronen eine Energie, die zur Ionisierung ausreicht, dann finden unelastische Stöße zwischen den Elektronen und den neutralen Gasmolekülen statt, die zur Bildung je eines Ionenpaares, bestehend aus einem positiven Ion und einem Elektron, führen. Das Elektron wandert zusammen mit dem Primärelektron zur Anode, das positive Ion zur Kathode. Je höher die Anodenspannung, um so größer ist die Zahl der Elektronenstöße und um so größer ist die Stromverstärkung. Diese Verstärkung ist begrenzt durch die selbständige Glimmentladung, die bei wachsender Spannung einmal eintreten muß. Ein Sättigungsstrom tritt bei gasgefüllten Zellen nicht auf.

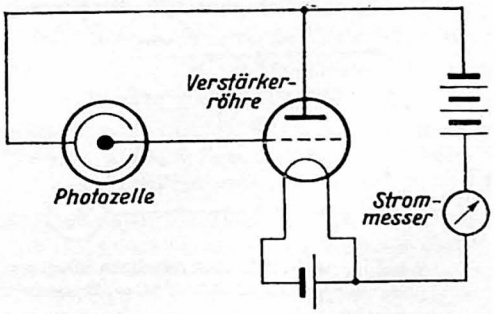


Abb. 278. Verstärkerschaltung für kleine Photoströme

Für technische Zwecke ist meist eine äußere Verstärkung des Photostromes notwendig. Es gibt eine Reihe von Schaltungsschemen, von denen in Abb. 278 eines der einfachsten angegeben ist. Der Photostrom fließt bei Belichtung als Gitterstrom in die Röhre ab. Das Gitter erhält ein positiv höheres

Potential, und der Anodenstrom nimmt zu. Die Schaltung ist für kleine Photoströme geeignet.

Bei größerem Photostrom ist die in Abb. 279 angegebene Schaltung angebrachter. Der Photostrom fließt durch den Hochohmwiderstand W_1 ab. Eine Gittervorspannung sorgt dafür, daß auf der richtigen Stelle der Röhrencharakteristik gearbeitet wird. Das Galvanometer im Kompensationskreis verfolgt kleine Änderungen des Anodenstromes. Mit Hilfe des variablen Widerstandes W_2 wird das Galvanometer zunächst auf Stromlosigkeit gebracht. Ein Photostrom bewirkt eine Änderung des Anodenstromes, und das Galvanometer schlägt aus. Durch weitere Verstärkungsstufen kann die Verstärkung beliebig erhöht werden. Die Schaltung in Abb. 279 kann auch für elektrisches Fernsehen und Bildtelegraphie verwendet werden.

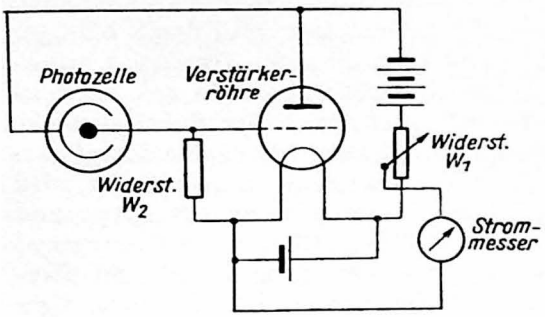


Abb. 279. Verstärkerschaltung für größere Photoströme

Durch passende Verstärkeranordnungen ist es möglich, den Photostrom so zu verstärken, daß seine Größe zur Auslösung eines Schaltvorganges ausreicht. Durch die elektrische Verbindung der Photozelle mit einer Verstärkerröhre und einem Schaltrelais wird die Photozelle zu dem technischen Gerät, das unter der Bezeichnung Lichtrelais eine praktische Anwendung gefunden hat (Abb. 280 und 281).

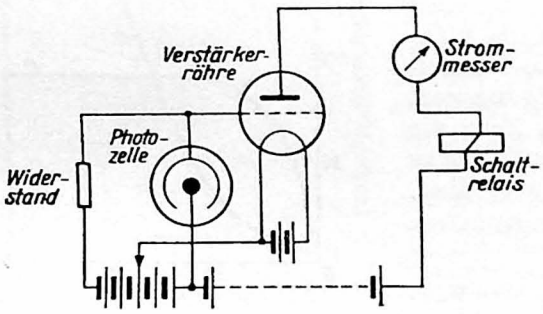


Abb. 280. Einfachste Schaltung eines lichtelektrischen Relais (Gleichstromschaltung)

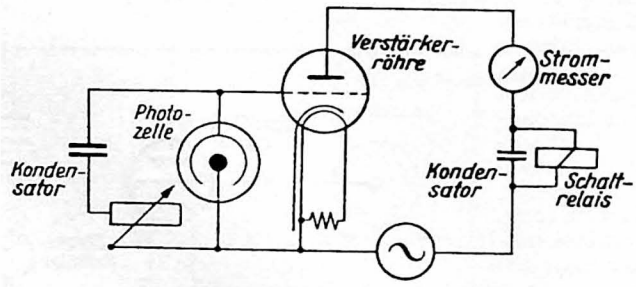


Abb. 281. Grundsätzliche Schaltung des Kleinlichtrelais (Wechselstromschaltung)

c) Photoelektron - Vervielfacher. Eine Möglichkeit, den Photoelektronenstrom im Innern der Röhre zu verstärken, ist die Anwendung der Sekundärelektronen - Emission fester Körper. Der Effekt der Sekundärelektronen - Emission besteht darin, daß ein auf ein Metall auffallendes Elektron je nach seiner Geschwindigkeit, seinem Auftreffwinkel und der Oberflächenbeschaffenheit der Platte wieder mehrere Elektronen, nämlich Sekundärelektronen, zur Emission bringen kann.

Der Photoelektronen-Vervielfacher arbeitet mit oder ohne magnetische oder elektrische Hilfsfelder. Der Vervielfachungsfaktor beträgt bis zu 150 000.

Farnsworth, J. Franklin-Inst. **218**, 411, 1934; Görlich, Z. Phys. **96**, 588, 1935; Weiß, Fernsehen u. Tonfilm 1936, S. 41; Zworykin, Z. techn. Phys. **17**, 170, 1936; Proc. Inst. Rad. Eng. **24**, 351, 1936; Electrician **119**, 162, 1936; Helios **42**, 1224, 1936; Kluge, Beyer u. Steyskal, Z. techn. Phys. **18**, 219, 1937; Electrician **118**, 673, 1937.

d) Lichtzähler. Der Lichtzähler ist eine besondere Form des Geigerschen Spitzenzählers (S. 462). Rajewski hat Lichtzähler mit Natriumkathoden angegeben, die eine Empfindlichkeit von $2 \cdot 10^{-19}$ cal s^{-1} cm^{-2} haben. Das menschliche Auge, das im Gelbgrünen noch auf $2 \cdot 10^{-15}$ cal s^{-1} cm^{-2} anspricht, wird damit um 4 Zehnerpotenzen an Empfindlichkeit übertroffen.

Rajewski, Phys. Z. **32**, 121, 1931.

3. Der innere lichtelektrische Effekt

Gudden, Lichtelektrische Erscheinungen. Berlin 1928; Barnard, The Selenium Cell, its Properties and Applications. London 1930.

A. Definition

Die Änderung der elektrischen Leitfähigkeit nur unter dem Einfluß von Licht wird als innerer lichtelektrischer Effekt bezeichnet und hat mit dem äußeren lichtelektrischen Effekt gemeinsam die lichtelektrische Ablösung von Elektronen aus den Atomen bzw. Ionen des Gitterverbandes. Im Gegensatz zum äußeren Photoeffekt treten die Elektronen nicht aus dem Metall aus, sondern bewegen sich in dem Halbleiter unter dem Einfluß einer Potentialdifferenz. Die in Abb. 282 wiedergegebenen Grundversuche kennzeichnen die charakteristischen Eigenschaften dieses Effektes. Ein dünner Zinksulfidkristall wird von Elektroden gehalten. Die eine Elektrode ist zur Erde abgeleitet, die andere steht mit einem Elektrometer in Verbindung und kann positiv oder negativ aufgeladen werden. Fällt Licht auf den Kristall, dann entlädt sich die aufgeladene Platte.

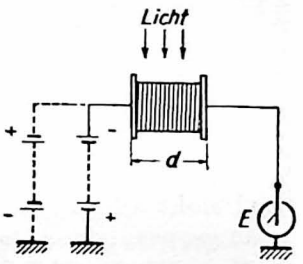


Abb. 282.
Anordnung zum Nachweis des inneren lichtelektrischen Effektes in Kristallen

Verbindet man die zuvor geerdete freie Elektrode mit dem positiven oder negativen Pol einer Spannungsquelle (gestrichelt gezeichnet), so lädt sich bei Belichtung das Elektrometer auf. In dem Zinksulfidkristall werden durch die Bestrahlung Elektronen frei, die je nach der Richtung des elektrischen Feldes sich nach rechts oder links bewegen und dadurch eine negative oder positive Aufladung des Elektrometers hervorrufen. Bedingungen sind, daß der Kristall im Sichtbaren oder Ultravioletten ein Absorptionsgebiet besitzt und daß bei langen Wellen (rein erfahrungsgemäß) sein Brechungsvermögen $n > 2$ ist.

Der Unterschied zwischen äußerem und innerem lichtelektrischen Effekt kann durch folgenden Versuch gezeigt werden. Wird ein zwischen zwei Elektroden befestigter isolierender Kristall belichtet, so werden in dem Kristall, wenn er das einfallende Licht absorbiert, Elektronen frei, d. h. der Kristall ist lichtelektrisch erregt. Ein direkt an die Elektroden angeschlossenes Galvanometer zeigt keinen Strom an. Die lichtelektrische Erregung macht sich nur dadurch bemerkbar, daß die Lichtabsorptionskurve nach längeren Wellen verschoben ist. Schaltet man außerdem eine Spannungsquelle in den Stromkreis, dann geht sofort bei Belichtung des Kristalls ein Strom über, der beim Aufhören der Belichtung sofort verschwindet. Der isolierende Kristall wird zwar infolge lichtelektrischer Erregung zum Leiter, liefert

aber keine eigene elektromotorische Kraft. Beim äußeren lichtelektrischen Effekt dagegen fließt bei verschiedenen und bei gleich beschaffenen Elektroden beim Belichten einer der beiden ein Strom ohne daß eine Spannungsquelle in dem aus Galvanometer und Elektroden bestehenden Stromkreis eingeschaltet ist.

Die Erscheinungen des inneren lichtelektrischen Effektes haben durch die Untersuchungen von Gudden und Pohl eine weitgehende Klärung erfahren. Gudden und Pohl bezeichnen die Fortbewegung primär lichtelektrisch abgespaltener Elektronen und ihren Ersatz als Primärstrom, alle Folgeerscheinungen dieser Bewegung als Sekundärstrom.

B. Primärstrom

Der durch Belichten des Kristalls hervorgerufene erregte Zustand kann durch Wärmebewegung oder durch Bestrahlung mit Licht des langwelligen Absorptionsgebietes, sog. Auslöschung, wieder beseitigt werden, sei es durch Einwanderung von Elektronen oder durch Rückkehr von im Kristall zurückgebliebenen Elektronen.

Abb. 283 zeigt den Verlauf des lichtelektrischen Primärstromes bei konstanter Feldstärke. Im Zeitpunkt t_1 beginnt die Belichtung. Sofort setzt ein Strom ein, der für die Belichtungsdauer von t_1 bis t_2 konstant bleibt. Er entspricht der Wanderung der lichtelektrisch freigemachten Elektronen, man nennt ihn den negativen Anteil des lichtelektrischen Primärstroms. Bei t_2 wird die Belichtung abgeschaltet und der Strom sinkt sofort auf Null. Jetzt ist nur noch der Ersatz der angewanderten Elektronen durch die Wärmebewegung in der Stromleitung bemerkbar. Durch Bestrahlung mit langwelligem Licht oder durch Erwärmung im Zeitpunkt t_3 setzt dieser Ersatz stark ein und sinkt allmählich auf Null ab. Diese Ladungsverschiebungen bezeichnet man als positiven Anteil des lichtelektrischen Primärstroms.

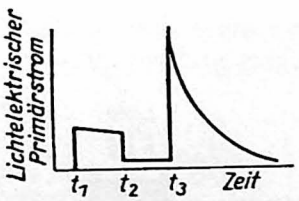


Abb. 283. Verlauf des lichtelektrischen Primärstromes in NaCl

Nach Hilsch und Pohl wird die lichtelektrische Wirkung in einem Halogensalz nicht direkt durch die Absorption kurzwelligen Lichtes ausgelöst, sondern diese führt erst zur Ausbildung von Absorptionszentren, die ihrerseits erst die lichtelektrische Wirkung zeigen. Das Absorptionsspektrum dieser Zentren ist gegenüber dem des unveränderten Salzes nach längeren Wellen verschoben. Nach Pohl ist dieser besondere Zustand charakterisiert durch locker gebundene Elektronen, die auf verschiedene Weise in das Gitter eingebaut werden können, z. B. durch Beschießen mit Elektronenstrahlen. Die locker gebundenen Elektronen kann man durch Wärme oder Licht abspalten und in einem elektrischen Feld durch den Kristall wandern lassen, was an der Verfärbung des Kristalls verfolgt werden kann.

Mit zunehmender Feldstärke steigt der lichtelektrische Strom bei reinen isolierenden Kristallen zunächst an und nähert sich einem Sättigungswert. Bereits unterhalb der Sättigung ist er bei gleichbleibender Feldstärke der Lichtintensität exakt proportional. Jedem absorbierten $h\nu$ entspricht ein freigemachtes Elektron. Enthält der Kristall Verunreinigungen, so ist die Ausbeute geringer.

C. Sekundärstrom

Wird die Menge der wandernden Elektronen durch längeres intensives Belichten sehr groß, so bewirkt die durch sie hervorgerufene Lockerung des Kristallgitters eine Widerstandsabnahme. Infolge der an den Elektroden liegenden Spannung tritt ein zusätzlicher „Sekundärstrom" auf, der nur indirekt durch Belichtung, direkt durch die Wirkung des Primärstroms zustande kommt.

Seine Stärke ist meist wesentlich größer als die des Primärstroms und er wird daher meist als Wirkung der Bestrahlung gemessen. Der Sekundärstrom bildet sich im Gegensatz zum Primärstrom allmählich aus und ist in seinem Endwert von Temperatur, Spannung, Lichtintensität, Wellenlänge und Beleuchtungsrichtung abhängig. Gitterstörungen und Grenzflächen hindern den Primärstrom, begünstigen aber die Ausbildung von Sekundärströmen.

D. Dunkelstrom

Die Erscheinungen werden noch unübersichtlicher, wenn bereits im Dunkeln eine merkliche Leitfähigkeit vorhanden ist, wenn also beim Anlegen einer Spannung, ohne daß Licht auf den Kristall fällt, ein Dunkelstrom auftritt. Die Einstellung auf den einer bestimmten Beleuchtung entsprechenden Sekundärstrom dauert Zeiten bis zu mehreren Minuten, entsprechende Zeiten sind zur Erreichung des stationären Dunkelstromes erforderlich.

E. Widerstandszellen

Die grundsätzliche Schaltung der Widerstandszellen zeigt Abb. 284. In neuzeitlichen Zellen werden die Halbleiter (Selen-, Selen-Tellur- oder Thalliumverbindungen) im Vakuum angeordnet. Bei den meist benutzten Thallofid- (Thalliumsulfid-) Zellen spielt die Anwesenheit von Sauerstoff eine Rolle. Die Thallofidzelle darf ausschließlich mit langwelligem Licht bestrahlt werden, da bei Belichtung mit sichtbarem Licht mit photochemischen Prozessen gerechnet werden muß.

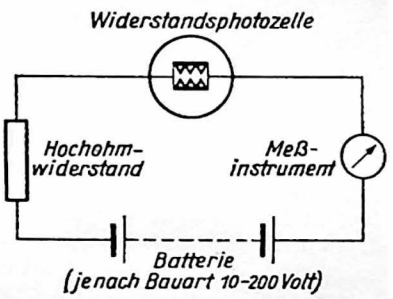


Abb. 284.
Schaltung einer Widerstandsphotozelle

Lange, Die Photoelemente und ihre Anwendung. Leipzig 1936; Suhrmann, Müller-Pouillets Lehrb. d. Physik IV, 4, 1934.

4. Der Sperrschicht-Photoeffekt

A. Definition

Beim inneren Photoeffekt verlaufen die unter dem Einfluß von Lichtabsorption aus dem Atomverband freigemachten Elektronen in demselben Medium. Beim Sperrschicht-Photoeffekt treten die Elektronen in ein anderes Medium über, welches nun nicht, wie beim äußeren Photoeffekt, ein evakuierter oder gasgefüllter Raum zwischen den Elektroden ist, sondern ein fester Körper, der mit der lichtelektrisch empfindlichen Schicht in Berührung steht. Damit die Elektronen in einem Stromkreis nachgewiesen werden können, muß zwischen den Elektroden eine Schicht mit unipolar bevorzugter Leitfähigkeit, ähnlich wie bei Trockengleichrichtern, vorhanden sein. Solche Schichten werden nach dem Vorschlag von Schottky als Sperrschichten bezeichnet.

Der Sperrschicht-Photoeffekt ist an einer Zelle folgender Beschaffenheit zu beobachten: Die Oberfläche einer Kupferplatte wird durch thermische Behandlung in Sauerstoff mit einer Kupferoxydulschicht versehen, gegen die ein Drahtnetz angedrückt wurde. Die zwischen dem Kupfer und dem Kupferoxydul angenommene Sperrschicht hat die Eigenschaft, Elektronen vom Kupfer zum Kupferoxydul leichter hindurch zu lassen als umgekehrt. Das Netz bildet die eine, die

Kupferplatte die andere Elektrode. Beide werden durch ein Galvanometer verbunden. Beim Belichten der Zelle durch das Drahtnetz hindurch entsteht ein Strom.

Da dieser Photostrom ohne Hilfsspannung im Stromkreis zustande kommt, handelt es sich wie beim äußeren Photoeffekt um eine durch Belichtung hervorgerufene elektromotorische Kraft, die ihren Sitz in der Sperrschicht hat. Je nach der Lage der Sperrschicht unterscheidet man einen Vorderwandeffekt und einen Hinterwandeffekt.

B. Vorderwandzelle und Hinterwandzelle

Die dem Vorderwandeffekt zugrunde liegende Zelle ist schematisch in Abb. 285 wiedergegeben. Auf einer Kupferplatte ist eine verhältnismäßig dicke Kupferoxydulschicht aufgewachsen, auf die eine dünne durchsichtige Kupferhaut aufgedampft ist. Bei einer solchen Zelle befreit das auffallende Licht bereits in der Nähe der vorderen Sperrschicht zwischen Kupferoxydul und Kupferhaut Elektronen, deren Energie ausreicht, um die Sperrschicht zu durchdringen. Die Ableitung übernimmt der Metallring.

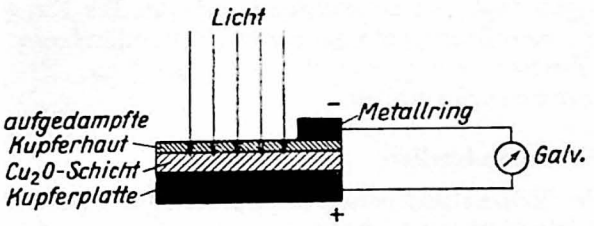


Abb. 285. Vorderwandzelle

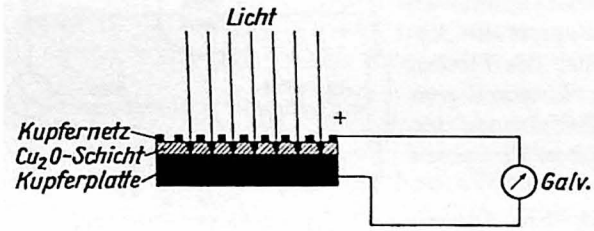


Abb. 286. Hinterwandzelle

Die Hinterwandzelle ist schematisch in Abb. 286 dargestellt. Die Kupferoxydulschicht ist hierbei wesentlich dünner als bei der Vorderwandzelle, so daß das Licht bis zur unteren Sperrschicht vordringen kann. Die Vorderwandelektrode besteht aus einer dünnen Metallhaut oder einem Netz. Die Richtung des Photostromes ist bei beiden Zellentypen entgegengesetzt. Die Empfindlichkeit der Hinterwandzelle ist wegen der größeren Lichtverluste geringer als die der Vorderwandzelle.

Beim Sperrschicht-Effekt handelt es sich also um eine innere lichtelektrische Erregung in einem Halbleiter, die den in der Nähe einer Sperrschicht freigemachten Elektronen gestattet, die Sperre zu durchdringen und aus dem Halbleiter in den Leiter überzutreten. Die Empfindlichkeitskurven für auffallendes Licht sind für die beiden Zellentypen verschieden. Während bei der Vorderwandzelle die Kurvenform durch die Lichtabsorption der aufgedampften Metallschicht beeinflußt wird, spielt bei der Hinterwandzelle noch die Absorption in dem Kupferoxydul eine wichtige Rolle.

Die Wellenlängenabhängigkeit der Lichtabsorption in der Halbleiterschicht kann bei einer Hinterwandzelle mit aufgedampfter Vorderelektrode bewirken, daß die Richtung des Elektronenstromes in der Zelle durch die Lichtwellenlänge beeinflußt wird. Fällt kurzwelliges Licht auf eine solche Zelle, so wird das Kupferoxydul durchsetzt, der Hinterwandeffekt tritt auf und der Strom fließt vom Kupferoxydul zur hinteren Kupferelektrode. Belichtet man mit langwelligem Licht, so wird dieses die Oxydulschicht nicht durchdringen, der Vorderwandeffekt kommt zur Geltung und die Elektronen fließen vom Kupferoxydul zur vorderen Elektrode.

In der Sperrschichttheorie von Schottky und der Elektronendiffusions-Theorie von Lange wird die Wirkungsweise beider Elemente auseinandergesetzt. Während die Sperrschichttheorie den Photostrom in einen ursächlichen Zusammenhang mit der Gleichrichterwirkung des Schichtensystems bringt, verzichtet die Elektronendiffusions-Theorie hierauf und führt den Photostrom darauf zurück, daß bei Belichtung der Zelle im Halbleiter selbst mehr Elektronen frei werden als in der Grenzschicht. Dadurch entsteht eine Anhäufung von Elektronen in der Halbleiterschicht, die sich nach außen hin in einem Potentialunterschied auswirkt.

Schottky, Z. techn. Phys. **11**, 458, 1930; Lange, Die Photoelemente u. ihre Anwendung. Leipzig 1936.

C. Becquerel-Effekt

Wird eine Zelle, bestehend aus zwei in einen Elektrolyten tauchenden Elektroden, mit sichtbarer oder ultravioletter Strahlung belichtet, dann bilden sich zwischen den Elektroden Potentialdifferenzen aus. Es ist wahrscheinlich, daß es sich hierbei ebenfalls um einen Sperrschicht-Effekt handelt. Die Tatsache, daß kurzwelliges Licht die Elektrode positiv, langwelliges Licht dagegen negativ werden läßt, deutet darauf hin, daß bei den auf dem Becquerel-Effekt beruhenden Zellen wie bei den Sperrschichtzellen zwei Sperrschichten vorhanden sind.

D. Photoelemente

Das Schaltungsschema der auf dem Sperrschicht-Photoeffekt beruhenden Photoelemente zeigt Abb. 287. Das bedeutendste Merkmal der Sperrschichtzellen ist, daß sie bei Belichtung eine selbständige elektromotorische Kraft ohne Verwendung einer Hilfsspannung liefern, die Meßinstrumente oder Galvanometerrelais betätigen kann und die den Namen Photoelement rechtfertigt. Hinterwandzellen sind besonders für rotes und ultrarotes Licht, Vorderwandzellen für das sichtbare Spektrum geeignet. Im Gegensatz zu den Photowiderständen ist bei den Photoelementen der Photostrom ein reiner Elektronenstrom.

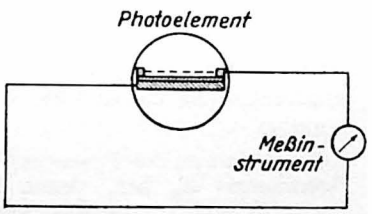


Abb. 287.
Schaltung eines Photoelementes

Zwei besonders wichtige Konstruktionen sollen erwähnt werden.

Zwei Elemente sind mit der Rückseite aneinandergelegt und haben je gleiche Flächen und gleiche Empfindlichkeiten. Sie sind in Differentialschaltung mit einem Galvanometer verbunden, das bei gleicher Beleuchtung beider Flächen keinen Ausschlag zeigt. Geringe Lichtunterschiede werden mit großer Genauigkeit registriert.

Lange, Die Photoelemente u. ihre Anwendung. Leipzig 1936; Teichmann, Naturwiss. **18**, 867, 1930.

Zwei halbkreisförmige Photoelemente sind nach derselben Seite gerichtet und ebenfalls in Differentialschaltung mit einem Galvanometer verbunden. Kleine Verschiebungen eines Lichtflecks, der normalerweise beide Flächen gleichmäßig beleuchtet, können so leicht festgestellt werden (Ablenkungen beim Spiegelgalvanometer).

Bergmann, Phys. Z. **32**, 688, 1931.

VI. Röntgenstrahlen

1. Allgemeines und Geräte

Zusammenfassende Bearbeitungen: Bothe, Kirchner, Kulenkampff, Ewald, Handb. d. Phys. **23**, 2, 1933; Ott, Handb. d. Exp.Phys. **7**, 2, 1928; Kirchner, ebd. **24**, 1, 1930; Lindh, ebd. **24**, 2, 1930.

A. Eigenschaften

Röntgenstrahlen sind kurzwellige elektromagnetische Lichtschwingungen, deren Wellenlängen mit molekularen Dimensionen vergleichbar sind. Ihr Wellenbereich erstreckt sich etwa von 10^{-6} bis 10^{-10} cm. Als Einheit der Wellenlänge dienen 1 Å (Ångström) $= 10^{-8}$ cm oder $1\,X = 10^{-11}$ cm. Entsprechend dem verschieden starken Durchdringungsvermögen für Materie heißen die langwelligen Röntgenstrahlen weich, die kurzwelligen hart.

a) Entstehung der Röntgenstrahlen. Röntgenstrahlen entstehen beim Aufprall von Elektronen (Kathodenstrahlen, gebräuchliche Erzeugungsart; vgl. Abschn. B. S. 411) oder Ionen auf Materie, oder sekundär durch Anregung mit Röntgenstrahlung. Im ersten Fall entsteht ein kontinuierliches und ein charakteristisches, im zweiten Fall nur ein charakteristisches Spektrum.

α) Das kontinuierliche Röntgenspektrum ist unter sonst gleichen Versuchsbedingungen vom Material der von den Elektronen getroffenen Aufprallstelle (Anode der Röntgenröhre), abgesehen von seiner Intensität, unabhängig.

Es rührt von der Bremsung eines Elektrons von einer Anfangsenergie E_1 auf eine Restenergie E_2 her, deren Differenz als „Bremsstrahlung" mit der Frequenz ($h\nu = E_1 - E_2$) emittiert wird ($E_1 \geqq E_2 \geqq 0$). Die scharfe kurzwellige Grenze des kontinuierlichen Spektrums bestimmt sich aus der Beschleunigungsspannung V der Elektronen nach der Gleichung $h\nu = eV$. Für die praktische Verwendung ist diese Gleichung in der Form brauchbar: $V\lambda = 12\,365$, worin V in Volt, die Wellenlänge λ der kurzwelligen Grenze in Å zu rechnen ist. Die Gesamtintensität des kontinuierlichen Röntgenspektrums ist etwa proportional zu V^2, zur Ordnungszahl Z und zur Zahl der aufprallenden Elektronen (Röntgenröhrenstrom). Als Nutzeffekt η gilt das Verhältnis Röntgenstrahlenenergie/Kathodenstrahlenenergie: $\eta = \eta_0 \cdot Z \cdot V$; $\eta_0 \approx 10^{-9}$.

β) Das charakteristische Röntgenspektrum ist vom Material der Anode abhängig („Charakteristische Eigen- oder Fluoreszenzstrahlung"). Es ist ein diskontinuierliches Linienspektrum und für das Element der Anode charakteristisch (röntgenspektroskopische Emissionsanalyse, vgl. Abschn. D, S. 424). Jede Atomart kann unter geeigneten Erregungsbedingungen ein Linienspektrum emittieren, bei dem verschiedene Linienserien zu unterscheiden sind (K-, L-, M-, N- usw. Serien). Über den Zusammenhang dieser Termbezeichnungen mit den optischen Termbezeichnungen vgl. Bd. 1, S. 434 u. Tab. 51. Für die Anregung eines Anodenatoms zur Emission einer Serie ist eine bestimmte Mindestenergie der Kathodenstrahlen erforderlich; diese entspricht der Energie der Absorptionskante der betreffenden Serie. Sonst besteht Unabhängigkeit der Wellenlängen der Serienlinien von der Geschwindigkeit der anregenden Kathodenstrahlen.

Die Entstehung der Röntgenserien kann man an Hand des Bohrschen Atommodells in einfacher Weise deuten. Ist z. B. die Energie der anregenden Kathodenstrahlen größer als die Ionisierungsarbeit für die Atomelektronen eines bestimmten inneren Energieniveaus, dann kann ein Elektron aus diesem Niveau das Atom als Photoelektron verlassen. Der nunmehr in diesem Niveau freigewordene Platz dieses Photoelektrons kann durch ein Elektron eines Niveaus niedrigerer Energie ausgefüllt werden. Dieser Akt ist von der Emission eines Strahlungsquants mit einer der Energiedifferenz der beiden Niveaus entsprechenden Frequenz begleitet. Die K-Serie wird dann emittiert, wenn K-Elektronen die Atome als Photoelektronen verlassen und die im K-Niveau freigewordenen Plätze aus L-, M- und N-Elektronen ergänzt werden. Alle Linien, die beim Übergang von Elektronen eines niedrigeren Niveaus auf das K-Niveau als Endniveau emittiert werden, gehören zur K-Serie. Das K-Niveau ist das Niveau höchster Energie im Atom; daher gehören der K-Serie die Linien höchster Frequenz an. Sie ist die kurzwelligste Serie bei einfachster Liniengruppierung (einfaches K-Niveau). Die langwelligeren L-, M-, und N-Serien werden immer verwickelter in ihrem Aufbau gemäß der zunehmenden Aufspaltung der Energieniveaus und der verschiedenen Übergangsmöglichkeiten. Die Röntgenspektren aller Elemente sind in ihren Hauptzügen gleichartig gebaut, was in dem Moseleyschen Gesetz zum Ausdruck kommt: Die Quadratwurzeln aus den Frequenzen korrespondierender Linien aller Elemente stehen in linearem Zusammenhang mit der Ordnungszahl. Über Abweichungen von diesem Gesetz und ihre Bedeutung für die Erforschung des Aufbaues der Elektronenhülle des Atoms vgl. Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen, 2. Aufl. Berlin 1930. Die intensivsten Linien der K-Serie sind die α_1-, α_2- und β_1-, β_2-Linien. Die Intensität I einer Linie der K-Serie nimmt mit der Differenz zwischen der Röhrenspannung V und der zur Erregung erforderlichen Mindestspannung V_0 zu. Im Bereich $V_0 \leqq V \leqq 10\, V_0$ gilt etwa I proportional mit $(V - V_0)^2$.

b) Schwächung von Röntgenstrahlung. Ein Röntgenstrahlenbündel erfährt beim Durchgang durch Materie (fest, flüssig oder gasförmig) eine Schwächung, die sich aus zwei Anteilen zusammensetzt: 1. Absorption, 2. Streuung. Ein monochromatisches Röntgenstrahlenbündel der Intensität I_0 erleidet durch eine Schichtdicke D eines Stoffes einen Energieverlust nach der Beziehung $I = I_0 e^{-\mu D}$, wobei I die Intensität des geschwächten Strahlenbündels und μ der Schwächungskoeffizient bedeuten.

μ setzt sich additiv zusammen aus dem Absorptionskoeffizienten τ und dem Streukoeffizienten σ, zu dem bei den härtesten Röntgenstrahlen (γ-Strahlen) noch der Koeffizient π für Elektronen-Positronen-Bildung hinzutritt: $\mu = \tau + \sigma + \pi$ (π kann im allgemeinen vernachlässigt werden). Bezogen auf die Dichteeinheit ist μ/ϱ der Massenschwächungs-Koeffizient (ϱ = Dichte). Unter dem atomaren Schwächungskoeffizienten μ_a ist die Schwächung in einer Schicht mit einem Atom/cm^2 zu verstehen: $\mu_a = \frac{\mu}{\varrho} \cdot \frac{A}{L}$ (A Atomgewicht, L Loschmidtsche Zahl).

α) Absorption. Die dem primären Röntgenstrahlenbündel entzogene Energie erscheint als Elektronenstrahlung und als Wellenstrahlung (charakteristische Strahlung). Für den Massenabsorptions-Koeffizienten τ/ϱ — und näherungsweise auch für den Massenschwächungs-Koeffizienten μ/ϱ, da der Massenstreu-Koeffizient σ/ϱ fast konstant bleibt — gilt näherungsweise: $\tau/\varrho = c \cdot \lambda^3 \cdot Z^3$, worin c eine universelle Konstante, λ die Wellenlänge und Z die Ordnungszahl des Absorbers bedeutet. Diese Beziehung gilt stets außer an den Stellen der Absorptionskanten, d. h. für den Absorber charakteristischen Wellenlängen, an denen der Absorptionskoeffizient bei zunehmender Wellenlänge plötzlich auf einen niedrigeren Wert fällt (Absorptionssprung). Die Absorptionskanten entsprechen energetisch der Ablösearbeit eines Elektrons aus einem bestimmten Niveau (eine K-Kante, drei L-Kanten, fünf M-Kanten usw.). Auch die in einem Atom entstehende Fluoreszenzstrahlung kann von dem emittierenden Atom selbst wieder absorbiert werden (innere

Absorption). Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Fluoreszenzquant das Atom wirklich als ein solches verläßt, bezeichnet man als Ausbeute. Sie steigt mit der Ordnungszahl Z an und hat bei $Z = 32$ ungefähr den Wert 0,5 für die K-Fluoreszenzstrahlung. Zur Messung des Schwächungskoeffizienten eignen sich neben der durch Kristallreflexion monochromatisierten Strahlung besonders die Filterdifferenzverfahren von Roß (Phys. Rev. **28**, 425, 1926; vgl. auch Kirkpatrick, Rev. sci. instr. **10**, 186, 1939) und Küstner (Z. Phys. **70**, 324, 1931).

Werte des Schwächungskoeffizienten s. bei Bothe, Handb. d. Phys. **23**, 2, 1933; Werte der Halbwertschichten (Dicke der Schicht, die die Ausgangsintensität auf die Hälfte schwächt) bei Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen. Berlin 1931.

β) Streuung. Das elektrische Wechselfeld einer primären Röntgenwelle versetzt die in dem streuenden Körper verteilten elektrischen Ladungen, Elektronen, in erzwungene Schwingungen. Diese Ladungen werden zu Ausgangszentren von Kugelwellen: Streustrahlung. Die Richtungsverteilung der Streustrahlung beschränkt sich nach Thomson bei zunehmender Härte immer mehr auf die Richtung der Primärstrahlung. Für leichte Elemente hat der Streukoeffizient im Wellenlängenbereich von 0,1 Å den klassischen Wert $\sigma/\varrho = 0{,}2$, ebenso für schwere Elemente in der Nähe von 0,3 Å. Bei sehr kurzen Wellenlängen nimmt er stark ab (Klein-Nishina-Formel). Der Streukoeffizient σ setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: dem eigentlichen Streustrahlungs-Koeffizienten σ_s und dem Rückstoß-Koeffizienten σ_r, der besonders bei kurzen Wellenlängen hervortritt (Compton-Effekt: die streuenden Elektronen nehmen einen Teil der Energie des Lichtquants auf; Rückstoß-Elektronen, das Lichtquant erleidet eine entsprechende Frequenzerniedrigung: inkohärente Streustrahlung).

c) Beugung. Bei regelmäßiger Atomverteilung existieren für die Streustrahlung bevorzugte Richtungen, in denen die von verschiedenen Streuzentren ausgehenden Streuwellen phasengleich schwingen (Interferenz). In diesen Richtungen besitzt die gestreute Intensität starke Maxima, die sich der diffusen Streuung überlagern.

d) Brechung. Für Röntgenstrahlen existiert eine Brechungszahl μ, deren Differenz gegen 1 ($\delta = 1 - \mu$) proportional zur Ordnungszahl Z des brechenden Mediums und zu λ^2 ist. Für mittlere Wellenlängen beträgt μ etwa 10^{-6}.

Vgl. Siegbahn, a. a. O.

e) Ionisation, photographische Wirkung und Anregung zur Fluoreszenz. Die drei Eigenschaften, die überwiegend als Nachweismittel der Röntgenstrahlen verwendet werden, sind die Erzeugung einer Leitfähigkeit beim Durchgang durch Luft infolge Ionisation, die Reduktion des Bromsilbers zu Silber (photographische Wirkung) und die Anregung eines Leuchtschirms zur Fluoreszenz (vgl. Abschn. C S. 416.

f) Polarisation. Die unter 90° gestreute Röntgenstrahlung ist vollständig polarisiert. Bei der Messung des Polarisationsgrades ist besonders auf enge Strahlausblendung, dünne Streukörper wegen der Vermeidung von Vielfachstreuung und Vermeidung der Anregung von unpolarisierter Fluoreszenzstrahlung zu achten. Intensive, nahezu vollständig polarisierte, monochromatische Röntgenstrahlung erhält man durch Reflexion von CuK_α-Strahlung an der (311)-Fläche eines Cu-Einkristalles.

George, Proc. Roy. Soc. London (A) **156**, 96, 1936.

B. Hilfsmittel zur Erzeugung der Röntgenstrahlen

Ott, Handb. d. Exp.Phys. **7**, 2, 1928; Glocker, Materialprüfung mit Röntgenstrahlen. Berlin 1936; Mitteilungen des Seemann-Laboratoriums. Freiburg i. B.

Röntgenröhren bestehen wesentlich aus einer Elektronenquelle (Kathode) und einer mit der Anode leitend verbundenen bzw. mit ihr vereinigten Antikathode, aus der die auftreffenden Elektronen die Röntgenstrahlung auslösen; da nur $\sim 10^{-5} ZV\%$ (Z Ordnungszahl des Anodenmetalls, V Anodenspannung in kV) der zugeführten Energie in Röntgenstrahlen umgesetzt werden (bei einer W-Röhre von 100 kV z. B. 0,4%), der überwiegende Rest in Wärme übergeht, so ist schon für mäßige Strahlungsenergien eine intensive Anodenkühlung, meist durch fließendes Wasser oder Wärmestrahlung, notwendig. Je nach Art der Elektronenquelle unterscheidet man 1. Ionenröhren, mit einem Gasdruck von $5 \cdot 10^{-4}$ bis $5 \cdot 10^{-3}$ Torr, in denen die positiven Ionen aus der Kathode Elektronen auslösen, 2. Elektronenröhren mit Hochvakuum ($p < 10^{-5}$ Torr), in denen die Elektronen von Glühkathoden (ausnahmslos weißglühendem Wolframdraht) emittiert werden. Ferner teilt man in abgeschmolzene („technische") und in „offene" Röhren ein, die stets an der Pumpe liegen; erstere sind leicht zu handhaben, aber nach Durchbrennen des Heizfadens — Lebensdauer etwa 800 Stunden — wertlos, letztere erfordern mehr Wartung, sind aber durch Auswechselbarkeit der Heizfäden, Anoden usw. universell brauchbar und praktisch unbegrenzt haltbar.

a) Ionenröhren, früher ausschließlich gebraucht, werden wegen der störenden Abhängigkeit des Stromes von der Spannung nur noch zu Sonderzwecken benutzt, z. B. die Seemann-Haddingröhre (Seemann 1917) als monochromatische Strahlenquelle zur Spektroskopie, bei der das überlagerte Spektrum von verdampftem Wolfram des Heizfadens stören würde. Leicht zu improvisieren ist die Röhre von Gerlach, auch in der Ausführung von B. Heß für Weitwinkelaufnahmen, wobei die Anode zur Erzielung kürzester Belichtungszeiten bis auf 2 mm an das Objekt angenähert werden kann.

Die Röntgenblitzlichtröhre mit Hg-Anode von Steenbeck liefert in 10^{-6} s 10^{6} mA Anodenstrom zu Momentaufnahmen.

Seemann, Ann. Phys. **53**, 484, 1917; Hadding, Z. Phys. **3**, 369, 1920; Gerlach, Verh. D. Phys. Ges. **2**, 55, 1921; Heß, Z. Krist. (A) **97**, 197, 1937; Steenbeck, Wiss. Veröff. Siemens-Konzern **17**, 1, 1938.

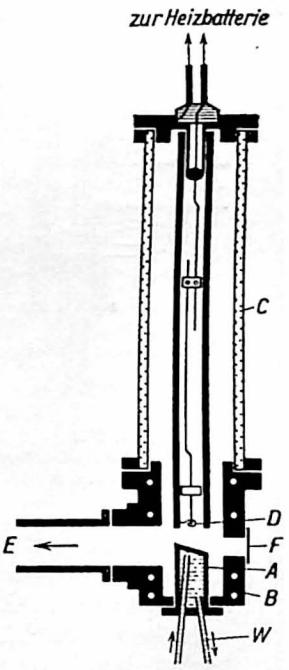


Abb. 288. Offene Hohlanodenröhre nach Seemann

b) Glühelektronenröhren. α) Offene Glühelektronenröhren. Die von Seemann entwickelte zerlegbare Universalröhre wird aus wenig gasenden Chromstahl- und Hartglasteilen mit Dichtungsringen aus Spezialgummi und Zinn unter Vermeidung von Fettdichtungen zusammengesetzt; sie kann durch ein Zwischenstück, enthaltend ein metallenes Ausfriergefäß und einen fettfreien Hahn, unmittelbar auf die Diffusionspumpe aufgeschraubt werden, wodurch man hinreichendes Hochvakuum meist schon wenige Sekunden nach Beginn des Auspumpens erzielt. In der Ausführung der Abb. 288 ist die Anode A mit dem geerdeten Stahlgehäuse B leitend verbunden („Hohlanodenröhre") und kann somit unmittelbar aus der Wasserleitung gekühlt werden. Die durch das Hartglasrohr C isolierte Glühkathode D besitzt Hochspannung gegen Erde und muß

durch entsprechend isolierte Batterien, Dynamo oder meist Heiztransformator geheizt werden. *E* bezeichnet Weg zur Pumpe, *F* Al- oder Zellophanfolie, durch die allein Strahlen austreten („Strahlenschutzröhre"). Die Glühspirale *D* ist mit einem umgebenden Metallzylinder (Wehnelt) leitend verbunden, der die Elektronen elektrostatisch sammelt, damit die schädliche Streustrahlung vermindert, der Brennfleck verkleinert und seine Flächenhelligkeit gesteigert wird. Die Belastbarkeit des Brennflecks in Watt/s ist durch Wärmeleitung und Schmelzpunkt der Anode begrenzt, weshalb man nach Götze statt Glühspirale und Punktfokus einen gestreckten Glühdraht und bandförmigen Fokus benutzt; auf dem um 19° geneigten Anodenspiegel *A* erscheint er in Richtung der austretenden Strahlen perspektivisch verkürzt als Punkt erhöhter Flächenhelligkeit. — Nach Abb. 289 ist die Glühkathode *D* mit dem Stahlkörper *B* leitend verbunden („Hohlkathodenröhre"), wodurch die Streustrahlung vermindert und das Fenster vor Zerstörung geschützt wird. Die geerdete Kathode *D* läßt sich bequemer heizen; die spannungführende Anode *A* muß durch eine isolierte Kühlpumpe (s. u.) oder isolierte Wasserhochbehälter gekühlt werden; bei geringer Belastung und $V < 100$ kV ist auch Anschluß an die Wasserleitung unter Zwischenschaltung von mindestens 5—10 m langen Glasröhren möglich, die als Nebenschluß nur wenige mA durchlassen sollen.

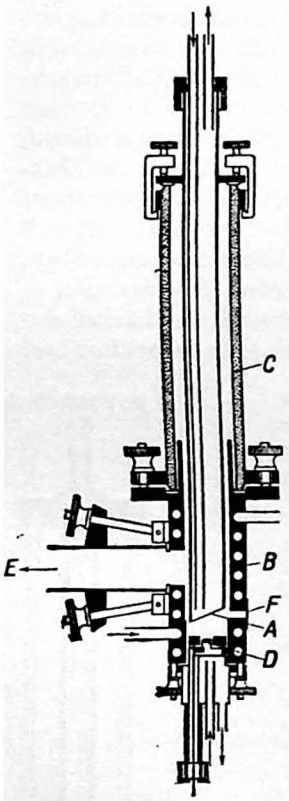


Abb. 289.
Offene Hohlkathodenröhre nach Seemann

Für hohe Spannungen (80—150 kV) wird ein zweites Glasrohr angeflanscht, wodurch die Dreielektrodenröhre mit geerdeter Mittelelektrode nach Bouwers entsteht; hierbei wird der Transformator geschont, der in der Mitte geerdet sein kann. Zur Spektralanalyse leicht verdampfender Stoffe dient nach Coster die Anordnung der Abb. 290, bei der die Probe auf den Rand einer gekühlten Spezialkathode *G* aufgebracht wird. Über weitere Röhrenteile, Geräte zur Bestrahlung mit Sekundärelektronen, für Intensivbestrahlung auf kürzeste Abstände, Fensterantikathoden, Ionenbetrieb, Kanalstrahlenerzeugung usw. s. Seemann a. a. O.

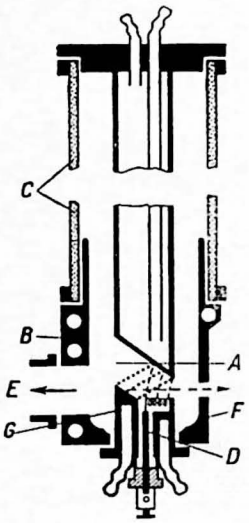


Abb. 290. Röhre für Sekundärstrahlanregung nach Coster

Anderen unabhängigen Konstruktionen offener Röhren fehlt die Austauschbarkeit der Teile und universelle Verwendbarkeit, die die Anschaffung einer Mehrzahl abgeschmolzener Röhren erspart. Selbst herzustellen sind die Siegbahnschen Röhren mit Körpern aus Schmiedemessing und Glas bzw. Porzellan mit Fettdichtungen; von letzteren frei ist die Ottröhre.

Offene hochbelastbare Drehanodenröhren beschreibt Stintzing, eine solche für 30 kW du Mond u. Youtz.

Seemann, Ergebn. techn. Röntgenkunde **3**, 80, 1933; Seemann-Mitteilungen **23** u. **37**; Seemann u. Schotzky, Z. Phys. **71**, 1, 1931 (Entladungsvorgänge in Hohlkathoden-, Hohlanoden- u. Bouwers-Röhren); Siegbahn, Ann. Phys. **59**, 56, 1919; Z. Phys. **9**, 68, 1922; Ott, Handb. d. Exp.Phys. **7**, 2, 1928; Phys. Z. **27**, 598, 1926; Lindh, Handb. d. Exp.Phys. **24**, 2, 1930; Stintzing, Ergebn. techn. Röntgenkunde **3**, 98, 1933; du Mond u. Youtz, Rev. sci. instr. **8**, 291, 1937; vgl. auch W. Müller, Röntgenpraxis **9**, 336, 1937.

β) Technische (abgeschmolzene) Röhren. Der Strahlenschutz, d. h. Begrenzung des austretenden Strahlenbündels auf ein oder mehrere Fenster, läßt sich nicht ohne weiteres durch Bleibedeckung der Glaswand des Entladungsraumes erzielen, da infolge der Aufladung der inneren Glaswand durch Sekundärelektronen Durchschläge eintreten würden; es werden vier Verfahren benutzt:

1. Nach Hauser wird auf die Anode eine metallische hohlzylindrische Schutzhaube aufgesetzt, die nahe an die Kathode heranreicht und eine seitliche Bohrung als Strahlenaustritt besitzt; dieser teilweise Strahlenschutz muß durch eine äußere bleibelegte Schutzhaube ergänzt werden. Auch in den Röhren nach 2. bis 4. wird eine für Strahlenschutz günstige Elektrodenform angewandt und die Streustrahlung durch Bleigummibelegungen an den Röhrenenden geschwächt.

2. Nach dem Metalixprinzip wird zwischen dem gläsernen Anoden- und Kathodenhals ein metallisches (Chromstahl-)Zwischenstück eingeschmolzen (Abb. 291 a), mit Bohrungen zum Strahlenaustritt versehen und mit Bleiblech belegt.

3. Nach dem Multixprinzip vermeidet man diese Einschmelzung, indem man das Glasrohr um den Entladungsraum herum außen zum Strahlenschutz mit Bleiblech, innen mit Chromstahlblech verkleidet; beide Bleche werden durch eingeschmolzene Platindrähte auf gleichem Potential gehalten Abb. 291 b).

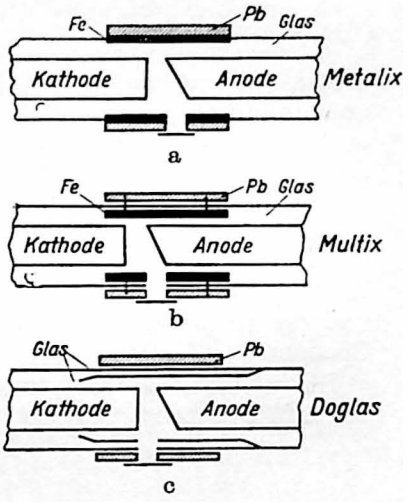


Abb. 291. Prinzipien des Röntgenröhren-Strahlenschutzes

4. Nach dem Doglasprinzip wird der Entladungsraum von einem doppelwandigen Glasrohr umgeben (Abb. 291 c); die Elektronen treffen nur auf den inneren Zylinder auf, und infolge des hochisolierenden Vakuums zwischen den beiden Glasrohren kann das äußere Rohr ohne Schaden mit Bleiblech belegt und gehaltert werden.

Für Durchleuchtungen werden hochbelastbare Röhren hergestellt, die bei weißglühender Anode nur durch Wärmestrahlung gekühlt werden; ebenso Röhren mit Wasserdampfkühlung nach Vierkötter (Ges. Radiologie, Berlin W). Für noch höhere Belastungen, z. B. kurzzeitig 1000 mA, 120 kV, dienen die Drehanodenröhren, z. B. nach Bouwers (Rotalix von Philips oder C. H. F. Müller oder Pantix von Siemens).

Bouwers, Verh. D. Röntg.-Ges. **20**, 103, 1929; Eggert, Einführung in d. Röntgenphotographie. 6. Aufl. Leipzig 1936, S. 57ff.

c) Zubehör. Als Gleichrichter (bis zu 400 kV und 300 mA) werden abgeschmolzene Elektronenröhren, kaum noch mechanische Gleichrichter benutzt. Sie sind ähnlich wie die Hochvakuum-Röntgenröhren gebaut, teilweise mit metallischem

Entladungsraum, und sollen nicht mehr als 1—2 kV Spannungsabfall bewirken; anderenfalls wird die Anode bis zur Glühelektronenemission erhitzt und die Gleichrichterwirkung hört auf, und es werden Röntgenstrahlen erzeugt. Als Gleichrichter für hohe Stromstärken dienen auch Gasventile mit besonders niedrigem Spannungsabfall. Zur Verbindung der Hochspannungsquelle mit der Röhre werden berührungssichere Hochspannungskabel mit geeigneten Endstücken geliefert, brauchbar bis etwa 150 kV. Zur Kühlung spannungführender Anoden dienen an der Decke aufgehängte isolierte Kühlpumpen, die von einem Elektromotor durch eine isolierende Welle angetrieben werden; bei Unterbrechung des Flüssigkeitsstromes schaltet ein Relais die Primärwicklung der Hochspannungsquelle aus, so daß sich eine ständige Überwachung erübrigt.

Vollständigen Spannungs- und Strahlungsschutz bei einfachster Bedienung und kürzester Belichtungszeit durch geschickte Anpassung aller Teile ergeben die kompletten, lediglich an das Lichtnetz anzuschließenden Apparaturen von Seemann (auch mit hochbelastbarer offener Röhre), Bouwers und Busse („Metalix", C. H. F. Müller oder Philips), W. E. Schmid (Siemens) u. a. m.

d) Als Stromquellen für Röntgenanlagen dienen kaum noch Influenzmaschinen und Induktoren, sondern meist Hochspannungstransformatoren, die auch gegen die volle Hochspannung isolierte Wicklungen zur Abnahme der Heizströme für Röntgen- und Gleichrichterröhren enthalten. Für Strukturaufnahmen wird meist ohne besondere Gleichrichterröhren in der „Halbwellenschaltung" mit einseitig geerdetem Transformator gearbeitet, die die Gleichrichterwirkung der Röntgenröhre mit gekühlter Anode benutzt; nachteilig ist die Verlängerung der Belichtungszeit durch Ausnutzung nur einer Halbperiode und die periodische Schwankung der spektralen Zusammensetzung mit der Spannung.

Die wichtigsten Gleichrichterschaltungen zeigt Abb. 292. Ist U die sekundäre Scheitelspannung des Transformators, so liefert Schaltung a (mit in der Mitte angezapfter Sekundärwicklung) die Gleichspannung $\frac{1}{2}U$, b bei Ausnutzung nur einer Phase und c bei Ausnutzung beider (Graetz) die Spannung U, d (Liebenow, Delon, Greinacher) gibt die Gleichspannung $2U$, e eine zwischen Null und U pulsierende (Villard) und f eine zwischen U und $3U$ pulsierende Spannung (Witka). In den meisten Röntgenanlagen wird b oder d verwendet, in medizinischen und technischen für sehr hohe Spannungen auch e und f. Die Kondensatoren sind so zu bemessen, daß sie während einer Stromperiode nur einen kleinen Teil ihrer Spannung verlieren; sie können um so kleiner sein, je höher die Spannung und Periodenzahl und je geringer die Gleichstromentnahme ist. Drosselspulen drücken den Wechselstromanteil noch weiter herab.

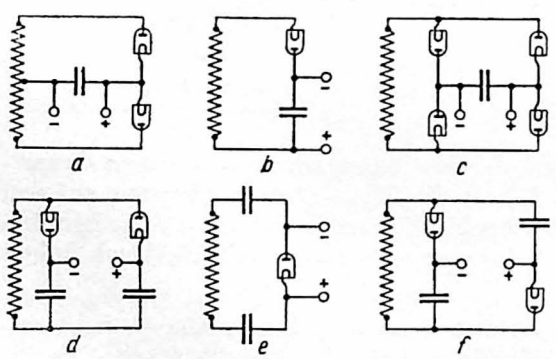


Abb. 292. Gleichrichterschaltungen

Hull, Phys. Rev. 7, 405, 1916.

Zur Berechnung derartiger Anlagen vgl. Jona, Z. techn. Phys. **5**, 405, 1924; über eine Schaltung zur Erzeugung grundsätzlich beliebig hoher Gleichspannung Schenkel, ETZ **40**, 333, 1919; Cockroft u. Walton, Proc. Roy. Soc. London **136**, 619, 1932. Bei höchsten Ansprüchen an Konstanz wurden Akkumulatorenbatterien bis 100 000 V verwendet: Duane u. Hunt, Phys. Rev. **6**, 166, 1915; Lorenz, Z. Phys. **51**, 71, 1928. Über d. Technik d. Erzeugung von Röntgenstrahlen vgl. Mark, Die Verwendung d. Röntgenstrahlen in Chemie u. Technik im Handb. d. angew. phys. Chemie, Bd. XIV. Leipzig 1926; ferner Großmann, Physikalische u. technische Grundlagen d. Röntgentherapie. Berlin 1925. Über elektrostatische Hochspannungserzeugung nach dem Van de Graaff-Prinzip vgl. S. 366; s. auch Bouwers, Elektrische Höchstspannungen. Berlin 1939.

e) Strahlenschutz. Bei allen Arbeiten mit Röntgenstrahlen muß man sich und seine Mitarbeiter pflichtgemäß vor deren gesundheitsschädigender Wirkung schützen, die bei länger dauernden oder wiederholten Bestrahlungen zu Röntgenkrebs führt. Als zulässige Dosis hat die Deutsche Röntgengesellschaft 0,25 r je siebenstündigen Arbeitstag erklärt.

Die Festlegung des medizinischen Dosisbegriffs beruht auf der Beobachtung, daß die physiologische Wirksamkeit der Röntgen- und γ-Strahlen die gleiche Wellenlängenabhängigkeit wie das Ionisierungsvermögen dieser Strahlen für Luft zeigt. Die internationale Einheit der Röntgendosis ist „ein Röntgen (r)" (vgl. Abschn. C, S. 417). Mißt man in einer L cm langen Luftkammer bei zwei verschiedenen, nicht zu kurzen Wellenlängen mit den Absorptionskoeffizienten $\bar{\mu}_1$ und $\bar{\mu}_2$ die Ionisierungsströme i_1 und i_2, so ist das Verhältnis der auffallenden Strahlungsintensitäten $J_1/J_2 \approx i_1\bar{\mu}_2/i_2\bar{\mu}_1$, falls $\bar{\mu}_1 L \ll 1$ und $\bar{\mu}_2 L \ll 1$ ist. Die genauere Durchrechnung ergibt nach Glocker, daß 1r eine Strahlenmenge bedeutet, die in 1 cm³ Luft unabhängig von der Wellenlänge Photo- und Rückstoßelektronen der Energie 0,11 Erg erzeugt.

Außer physiologischen Schädigungen (Hautverbrennung, Blutzersetzung, Schädigung innerer Organe) treten durch die zeitliche Summierung physiologisch zulässiger Dosen ($\ll$ 0,25r/Tag) Keimschädigungen auf, weshalb eine größenordnungsmäßige Unterschreitung dieser Dosis empfohlen wird. Ferner treten bei mangelnder Lüftung des Laboratoriums Übelkeitsgefühle auf, die durch das Einatmen der unter dem Einfluß der Hochspannung entstehenden nitrosen Gase verursacht sind.

Die Strahlenschutzvorschriften (Normblatt DIN RÖNT 6) sichern durch Bau- und Betriebsvorschriften vor physiologischen Schädigungen; die Abschirmung sowohl der unmittelbaren (primären) Strahlung als auch der sekundären Streustrahlung erfolgt vorzugsweise durch Stoffe hohen Atomgewichts wie Blei, auch als Bleiglas oder Bleigummi. Bei 200 kV verhalten sich die Dicken gleicher Schutzwirkung von Blei, Bleigummi, Bleiglas, Barytplatten, Beton und Ziegelsteinen wie 1 : 2,5 : 4 : 13 : 60 : 110; oberhalb von 200 kV steigt die relative Schutzwirkung von Mauerwerk, weil in diesem leichteren Stoff durch Comptoneffekt die harte Strahlung unter Wellenlängenvergrößerung (inkohärent) gestreut und infolgedessen anschließend leichter absorbiert wird. Strahlenschutzstoffe werden vom Hersteller mit der für 180 kV gültigen gleichwertigen Bleidicke gekennzeichnet, Strahlenschutzröhren mit der höchstzulässigen Spannung. Bei Durchstrahlungen muß die vom untersuchten Stück oder der Röhrenblende ausgehende Streustrahlung in Richtung auf den Beobachter durch Schutzschichten von 0 mm Bleiwert bis 50 kV, 0,5 mm bis 100 kV, 1 mm bis 150 kV, 1,5 mm bis 200 kV und 3 mm bis 300 kV geschwächt werden; statt dessen genügen auch Abstände (Luftschichten) zwischen Probe und Beobachter von mindestens 5 m bis 100 kV, 10 m bis 200 kV und 15 m bis 300 kV. Bei Feinstrukturunter-

suchungen und Spektralanalysen sind diese Streustrahlung und die aus Kammer bzw. Spektrograph austretende Strahlung durch Bleiwerte von 1 mm bis 50 kV, 2 mm bis 100 kV und 3 mm bis 150 kV bzw. durch entsprechende Luftschichten abzuschirmen.

Der Strahlenschutz wird zuverlässig nur ionometrisch, z. B. mit dem Strahlenschutz-Ionometer von Leistner, geprüft; photographische oder Leuchtschirmbeobachtungen sind unsicherer. Empfohlen wird regelmäßige mikroskopische Blutbilduntersuchung der Gefährdeten.

Normblatt DIN RÖNT 6, Beuth-Vertrieb, Berlin; X-Ray-Protection, Bur. Stand. Handbook HB 20, 1936; Behnken, Strahlentherapie **26**, 79, 1927; **50**, 476, 1934; Jaeger, Z. techn. Phys. **15**, 39, 1934; Phys. Z. **35**, 665, 1934; Heidenreich u. Jaeger, ebd. **39**, 541, 1938; Strahlentherapie **61**, 394, 1938.

C. Nachweismittel für Röntgenstrahlen

Zusammenfassende Darstellungen: Glocker, Materialprüfung mit Röntgenstrahlen. 2. Aufl. Berlin 1938; Eggert, Ergebn. d. techn. Röntgenkde. **1**, 49, 1930; **2**, 127, 1931; Einführung in die Röntgenphotogr. 6. Aufl. Leipzig 1936; Kirchner, Handb. d. Exp. Phys. **24**, 1, 1930.

Die drei wichtigsten Nachweismittel der Röntgenstrahlen sind die Ionisation, die Schwärzung einer photographischen Schicht und die Erregung von Fluoreszenz in Leuchtschirmen.

a) Ionisation. Die beim Durchgang von Röntgenstrahlen durch Luft oder ein anderes Gas erzeugte Leitfähigkeit kann als Maß der Intensität der Röntgenstrahlen in einer Ionisationskammer benutzt werden. Die Zahl der in der Zeiteinheit gebildeten Ladungsträger (Ionen und Elektronen) werden als Strom mit Hilfe zweier an Spannung liegender Elektroden gemessen. Die Kammer soll immer bei Sättigungsspannung gebraucht werden (größenordnungsmäßige Sättigungsspannung bei einer Feldstärke von etwa 100 V/cm).

Auf die Intensität polychromatischer Röntgenstrahlen kann aus dem in einer Ionisationskammer gemessenen Strom (dieser entspricht der pro Volumeinheit absorbierten Energie-Dosis) nur dann geschlossen werden, wenn die Röntgenstrahlen in der Kammer vollständig absorbiert werden (Verwendung von langen Kammern und schweren Gasen wie Argon, C_2H_5Br, CH_3J unter Druck). Nur bei vollständiger Absorption polychromatischer Röntgenstrahlung besteht Proportionalität zwischen der Intensität und der Dosis. Bei monochromatischen Röntgenstrahlen braucht diese Bedingung nicht erfüllt zu sein. Sprunghafte Empfindlichkeitsänderungen treten bei Benutzung schwerer Gase als Kammerfüllung bei Überschreitung von Absorptionskanten durch die eingestrahlte Röntgenfrequenz ein. Argon ist aus diesem Umstand als Kammerfüllung besonders zu empfehlen, da hierbei die sehr langwellige K-Kante nicht stört.

Über Einzelheiten der Vorgänge in einer Ionisationskammer vgl. Bothe, Handb. d. Phys. **23**, 2, 1933.

Bei vergleichenden Intensitätsmessungen an Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlängen ist ferner eine direkte Bestrahlung der Kammerwand (Metall) und der Elektroden zu vermeiden. Der Abstand der Kammerwände vom ionisierten Volum muß größer sein als die Reichweite der in Luft gebildeten Sekundärelektronen (etwa 10 cm bei den härtesten Röntgenstrahlen). Besteht dagegen das Kammerwandmaterial aus einem Stoff, dessen Wellenabhängigkeit

der Röntgenstrahlenabsorption mit der der Luft übereinstimmt (z. B. eine Mischung aus 97% Achesongraphit und 3% Si), so kann damit auch die reine Luftionisation gemessen werden („Luftwändekammern"). Mit diesen Kammern mißt man in der Praxis (Technik und Medizin) die Röntgenstrahlendosis, deren internationale Einheit r (Röntgen) die Röntgenstrahlenmenge darstellt, die bei voller Ausnützung der sekundären Elektronen und unter Vermeidung der Wandwirkungen in der Ionisationskammer in 1 cm^3 atmosphärischer Luft von 0° C und 760 mm Hg eine solche Leitfähigkeit bewirkt, daß eine Ladung von einer elektrostatischen Einheit bei Sättigungsstrom gemessen wird.

Über die Messung von γ-Strahlen in r vgl. Gray, Proc. Roy. Soc. London (A) **156**, 578, 1936; Zimmer, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. Erg.-Bd. **49**, 1936.

Der Ionisationsstrom wird mit einem Elektrometer (Wulfsches Fadenelektrometer, Lindemann- oder Edelmann-Elektrometer) durch Messung der Auflade- oder Entladezeit ermittelt oder bei Parallelschaltung eines hochohmigen Widerstandes (10^9 bis 10^{12} Ω) durch Ablesen eines stationären Ausschlages oder durch Benutzung eines Galvanometers hinter einem Gleichstromverstärker mit einer Elektrometerröhre.

An die Stelle der Ionisationskammer kann, besonders bei sehr schwachen Intensitäten, ein Geiger-Müller-Zählrohr treten. Dieses Zählrohr wird z. B. bei der Grobstrukturuntersuchung (vgl. S. 442) sehr dicker Werkstücke benutzt (vgl. Trost, Stahl u. Eisen **58**, 668, 1938), wobei eine 20fache Empfindlichkeit gegenüber der Ionisationskammer erzielt werden kann.

b) Photographie. Neben der Ionisationsmessung eignet sich sehr gut die Messung der photographischen Schwärzung als quantitatives Nachweismittel für Röntgenstrahlen im gesamten Gebiet der Feinstruktur- und Grobstrukturuntersuchung. Den Zusammenhang zwischen Intensität der Röntgenstrahlung und Schwärzung der photographischen Schicht (Platte, Film) liefert eine Aufnahme der Schwärzungskurve, die durch Belichtung der photographischen Schicht mit verschiedenen Intensitäten bekannter Abstufung erhalten wird. Bei quantitativen Intensitätsmessungen ist stets auf denselben Film, auf den die Aufnahme gemacht wird, mit Hilfe eines rotierenden Sektors geeigneter Gestalt (logarithmische Spirale) oder eines Stufenkeils eine Schwärzungsskala aufzunehmen. Die Verteilung der erzeugten Silberkörner innerhalb der Schicht ist bei Röntgenstrahlen nicht allzu großer Weichheit praktisch homogen wegen der geringen Strahlenabsorption im Vergleich zu Lichtstrahlen. Bis zu Schwärzungen von $S = 1{,}0$ verläuft für CuK_α die Schwärzungskurve linear, d. h. das Bunsen-Roscoesche Gesetz $I \cdot t = \text{const}$ ist hier gültig. Im linearen Gebiet wird für ein gegebenes Intensitätsverhältnis der größtmögliche Schwärzungsunterschied erhalten. Die Verwendung doppelseitig begossener Filme (Agfa-Laue-Film) erhöht die Empfindlichkeit und die Gradation. Die Empfindlichkeit der photographischen Schicht gegenüber Röntgenstrahlen zunehmender Wellenlängen erleidet plötzliche Änderungen bei Überschreiten der K-Absorptionskanten des Ag (0,48 Å) und des Br (0,92 Å).

Vgl. George, Proc. Phys. Soc. **49**, 357, 1937; Mühlbach, Z. wiss. Photogr. **36**, 269, 1937 (Schwärzungsgesetz langwelliger Röntgenstrahlen).

Durch Verwendung von sog. Verstärkungsfolien läßt sich die Belichtungszeit wesentlich abkürzen, solange es sich um Wellenlängen $< 1{,}0$ Å handelt.

Verstärkungsfolien sind im allgemeinen blauleuchtende Fluoreszenzschirme (ohne merkbares Nachleuchten), die fest auf die photographische Schicht angepreßt werden (mit Hilfe geeigneter Kassetten). Bei Verwendung einer Verstärkungsfolie wird die Folie hinter den Film, bei Verwendung zweier Folien eine Folie vor und eine hinter den Film gelegt. Bei kurzwelligen Röntgenstrahlen kann der Verstärkungsfaktor größenordnungsmäßig den Wert 10^2 erreichen; er ist wesentlich abhängig von Belichtungsdauer, Wellenlänge und Schwärzung. Da bei Benutzung von Verstärkungsfolien die Schwärzung großenteils vom Licht der Folie und nicht von den Röntgenstrahlen herrührt, gilt hier das Schwärzungsgesetz von Licht, bei dem das Bunsen-Roscoesche Gesetz nicht erfüllt ist. Je höher der Verstärkungsfaktor einer Folie, um so größer wird der Nachteil der Folie in bezug auf die geringere Zeichenschärfe. Aus diesem Grunde finden Verstärkungsfolien bei Feinstrukturaufnahmen weitaus weniger Anwendung als in der Grobstrukturuntersuchung.

Ermittlung der Zeichenschärfe vgl. Nitka, Phys. Z. **39**, 436, 1938.

c) Leuchtschirme. Die Leuchtschirme dienen hauptsächlich einem orientierenden qualitativen Überblick bei Grobstrukturuntersuchungen, namentlich in der medizinischen Diagnostik. Als Leuchtschirmsubstanz benutzt man meist Zinksilikat (grünes Licht und mit Ag aktiviertes Kadmiumzinksulfid (gelbgrünes Licht). Neben der Eigenschaft eines wertvollen Hilfsmittels beim Aufsuchen und Abgrenzen von Strahlengängen liegt die besondere Bedeutung des Leuchtschirms in der Möglichkeit von diagnostischen Filmaufnahmen vom bewegten, durch Röntgenstrahlen erzeugten Leuchtschirmbild. Über eine Strahlenqualitäts- und Dosismessung mit Hilfe von Leuchtschirmen und Photozellen vgl. Herz, Veröff. wiss. Zentr.-Lab. d. Agfa **5**, 234, 1937.

2. Röntgenspektroskopie

Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlung. Berlin 1930; Compton u. Allison, X-Rays in Theorie and Experiment. New York, van Nostrand 1936; v. Laue, Röntgenstrahl-Interferenzen, Leipzig 1941.

A. Allgemeines

Die Grundlage der Röntgenspektroskopie bildet die Entdeckung von Laue, Friedrich und Knipping über die Beugung der Röntgenstrahlen am Raumgitter der Kristalle (Wellenlänge der Röntgenstrahlen von gleicher Größenordnung wie der regelmäßige Atomabstand im Kristall). Für einen einfachen kubischen Kristall läßt sich die zur Wellenlängenmessung erforderliche Gitterkonstante d eines Kristalles aus seiner Dichte ϱ, dem Atom- bzw. Molekulargewicht M und der Avogadroschen Zahl N (Zahl der Atome im Grammatom) bestimmen:

$\varrho = \frac{n \cdot M}{d^3 \cdot N}$ oder $d = \sqrt[3]{\frac{n \cdot m}{\varrho \cdot N}}$ (vgl. Tab. 52), wenn n die Zahl der Atome im Elementarwürfel ist. Besteht das Gitter nur aus einer Atomart, ist $n = 1$; bei NaCl, wo die Na- und Cl-Atome alle gleichen Abstand voneinander haben, ist $n = \frac{1}{2}$, wenn M das Molekulargewicht des Salzes NaCl bedeutet. d ist hierbei der Abstand von einem Na- zu einem Cl-Atom. Für spektroskopische Messungen, die auf Steinsalz als Normal bezogen sind, gilt für NaCl eine Gitterkonstante von $d = 2{,}81400 \cdot 10^{-8}$ cm bei 18° C (die letzten beiden Stellen sind willkürlich festgelegt). Für Kalkspat gilt $d = 3{,}029\,04 \cdot 10^{-8}$ cm (vgl. unten S. 420). Temperaturkoeffizienten:

$$\text{Steinsalz: } d_t = d_{18^\circ}\,(1 + 0{,}000\,040\,4\,\Delta t)$$
$$\text{Kalkspat: } d_t = d_{18^\circ}\,(1 + 0{,}000\,010\,4\,\Delta t).$$

Weitere Gitterkonstanten (namentlich geeignet zu Messungen im langwelligen Gebiet):

Gips	$d =$	7,578 Å
Glimmer	$d =$	9,927 Å
Palmitinsäure	$d =$	35,49 Å
Barium-Kupfer-Stearat	$d =$	50,47 Å
Cerotinsäure	$d =$	72,5 Å

Holley, Phys. Rev. **35**, 534, 1938.

Die Genauigkeit der aus der Dichte ermittelten Gitterkonstanten hängt von der Genauigkeit der Avogadroschen Zahl ab.

Eine Wellenlängenmessung mit Hilfe der natürlichen Kristallgitter gelingt dann, wenn die Röntgenstrahlen auf Kristallflächen (z. B. Spaltflächen, d. h. besonders dicht mit Atomen besetzte Kristallflächen) auffallen (W. H. und W. L. Bragg). Wenn der Gangunterschied der in verschiedenen zur Spaltfläche parallelen Netzebenen mit dem Abstand d voneinander gestreuten Strahlung jeweils ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist, tritt durch Interferenz eine Verstärkung der gestreuten Strahlung auf. Der Winkel φ, für den diese Bedingung bei einer bestimmten Wellenlänge erfüllt ist, heißt Reflexionswinkel (Abb. 293); er ist gleich dem Einfallswinkel. Die Wellenlänge errechnet sich aus der Braggschen Gleichung: $n \cdot \lambda = 2d \cdot \sin\varphi$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$ usw. Ordnungszahl).

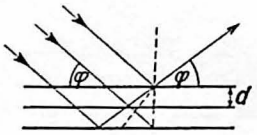


Abb. 293. Beziehung zwischen Gitterkonstante d und Einfallwinkel φ nach Bragg

Hieraus sieht man, daß keine Reflexion mehr für $n\lambda > 2d$ eintritt. Die Braggsche Gleichung gilt exakt nur für einen Brechungsindex $\mu = 1$ des reflektierenden Kristalls; die Brechung bewirkt einen mit zunehmender Ordnungszahl kleiner werdenden Wert für $\frac{\sin\varphi_n}{n}$. Statt der Braggschen Gleichung ist bei Berücksichtigung der Brechung zu setzen

$$\log\frac{\sin\varphi_n}{n} = C + \frac{A}{n^2} \qquad (C \text{ und } A \text{ von } n \text{ unabhängig}).$$

Diese Beziehung folgt aus der dynamischen Theorie der Röntgenstrahlen (vgl. Ewald, Handb. d. Phys. **23**, 2, 1933). Über dispersionsmäßige Anomalien des Brechungsindex in der Nähe einer Absorptionskante des brechenden Mittels vgl. Hönl, Z. Phys. **84**, 1, 1933; Larsson, Diss. Uppsala 1929.

Eine absolute Wellenlängenmessung gelingt mit Hilfe von Strichgittern auf Glas oder Spiegelmetall (Compton und Doan, Thibaud). Bei nahezu streifendem Einfall (Glanzwinkel φ hängt mit dem Einfallswinkel α der gewöhnlichen Optik durch die Beziehung $\varphi = 90^0 - \alpha$ zusammen) tritt Reflexion ein, wenn der Glanzwinkel φ unterhalb des Grenzwinkels der Totalreflexion liegt. Bedeutet m die Ordnung des Beugungsspektrums, $(\varphi + \alpha_m)$ den Winkel zwischen dem abgebeugten Strahl m-ter Ordnung und der Gitterebene (Abb. 294), so bestimmt sich die Wellenlänge zu $m \cdot \lambda = d \cdot (\cos\varphi - \cos(\varphi + \alpha_m))$. Besonders geeignet ist diese Methode für Wellenlängenmessungen oberhalb 20 Å. Die Präzisionsmessungen mit

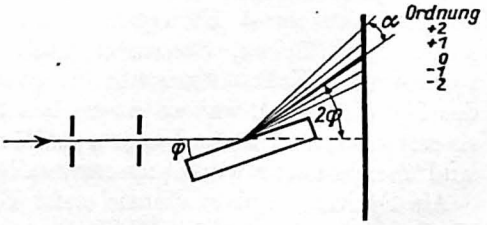


Abb. 294. Absolute Wellenlängenmessung am Strichgitter

Hilfe von Strichgittern ergeben etwa $2\,^0/_{00}$ höhere Wellenlängenwerte als bei Benutzung von Kristallgittern, deren Gitterkonstanten auf NaCl mit $d = 2{,}81400 \cdot 10^{-8}$ cm bezogen sind. Für Kalkspat bestimmt sich aus den Absolutwerten der Röntgenwellenlängen eine Gitterkonstante von $d = 3{,}0356 \cdot 10^{-8}$ cm. Alle Wellenlängen, die mit Kristallgittern bestimmt worden sind, sind demnach um etwa $2\,^0/_{00}$ zu erhöhen, um sie in absolutem Längenmaß zu erhalten.

Bei spektroskopischen Messungen muß besonderes Gewicht auf die Auswahl gut gewachsener Kristalle gelegt werden. Die Güte eines Kristalls bezüglich Auflösung und Reflexionsvermögen kann durch vergleichende Röntgenstrahlenmessungen an verschiedenen Kristallexemplaren beurteilt werden. Polieren der Kristallflächen, z. B. mit Karborundpulver, erhöht zwar oft das Reflexionsvermögen (Mosaikwirkung) gegenüber dem Reflexionsvermögen an Wachstums- und Spaltflächen, aber die Güte der Spaltflächen geht leicht dabei verloren (Verbreiterung der Reflexionskurve, verringerte Auflösung).

B. Allgemeine Versuchsbedingungen

Bei Wellenlängenmessungen oberhalb 2,5 Å muß der Strahlengang ins Vakuum wegen der starken Luftabsorption verlegt werden. Die Röntgenröhre ist unmittelbar an den Spektrographen angesetzt (z. B. bei Siegbahn- und Seemannspektrographen). Bis zu Wellenlängen von 6 Å kann die Röhre (Hochvakuum!) vom Spektrographenraum (Vorvakuum) durch eine dünne Al-Folie bis zu etwa 7 μ Dicke abgetrennt sein. Für längere Wellenlängen (bis etwa 18 Å) genügt eine dünne rotgefärbte Azetylzellulosefolie (Dicke 0,5 μ); oberhalb dieses Wellenlängenbereichs ist die Röhre ohne Fenster mit dem Spektrographen zu verbinden und der ganze Raum auf Hochvakuum zu halten.

Für spektrographische Messungen eignen sich besonders offene Röntgenröhren mit auswechselbaren Anoden, z. B. Seemann- und Siegbahnröhren.

Eine Röhre, bei der die Bildung eines Wolframniederschlags auf der Anode durch den Glühfaden und sichtbares Glühkathodenlicht vermieden ist, wurde von Dershem beschrieben (Rev. sci. instr. **7**, 86, 1936).

Kristallspektrometer finden bis 20 Å Verwendung, von da ab Liniengitterspektrometer.

Für die Messung sehr kurzer Wellenlängen (0,03 ... 0,2 Å) haben Cuykendall u. Jones (Rev. sci. instr. **6**, 356, 1935) ein Doppelkristallspektrometer beschrieben, wobei die Reflexion an inneren Netzebenen benutzt wird (Transmissionsmethode). Die beiden Spektrometerkristalle haben hierbei eine Entfernung von über 1 m.

Für spektroskopische Zwecke benutzt man im kurzen und mittleren Wellenlängengebiet meist Kalkspatkristalle als Spektrometerkristalle wegen ihrer guten Spaltflächen. Steinsalzkristalle haben zwar ein besseres Reflexionsvermögen als Kalkspatkristalle (Streuvermögen wächst mit der Ordnungszahl Z des Streukörpers), was zu einer etwa 2—3mal kürzeren Belichtungszeit führt; sie erreichen aber nicht das gute Auflösungsvermögen der Kalkspatkristalle und sind überdies sehr witterungsempfindlich.

Als Spektrographen dienen meist Konstruktionen von Siegbahn (Topfform für kurze und mittlere Wellenlängen, Konkavgitterspektrographen mit geritzten Glas- oder Metallgittern für sehr lange Wellen bis zu 300 Å) und die Konstruktionen von Seemann (z. B. Spektrographen für Schneiden-, Lochkammer- und Fensterverfahren, Ionisationsspektrometer, Hochvakuumspektrographen). Bei dem Konkavgitterspektrographen für Messungen im extrem

weichen Wellenlängengebiet ist die Aufstellung von Spalt und photographischer Platte die gewöhnliche Rowlandsche Anordnung.

Vgl. Osgood, Phys. Rev. **10**, 567, 1927; Tyrèn, Z. Phys. **98**, 768, 1936). Als Bezugslinien im extrem weichen Spektralgebiet dienen die Emissionslinien von C, Zn, Cu, Fe in verschiedenen Ordnungen, angeregt im Hochvakuumfunken (vgl. Siegbahn, Ergebn. exakt. Naturwiss. **16**, 104, 1937).

C. Methoden der Wellenlängenmessung

a) Reflexion eines divergenten Strahlenbündels am feststehenden Kristall. Diese Methode ist höchstens für rasche Übersichtsaufnahmen geeignet. Der Spalt S (Abb. 295) wird möglichst nahe an die Anode A der Röntgenröhre zur Erzielung eines divergenten Strahlenbündels herangebracht. Die im Strahlenbündel enthaltenen Wellenlängen werden an dem großflächigen Kristall unter verschiedenen Winkeln auf die photographische Platte P reflektiert. Heller leuchtende Stellen der Anode täuschen leicht falsche Linien vor, ebenso Unregelmäßigkeiten der Kristalloberfläche.

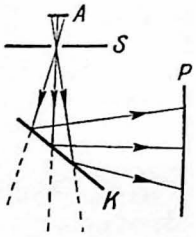


Abb. 295. Reflexion eines divergenten Strahlenbündels am feststehenden Kristall

b) Verfahren mit gedrehtem Kristall (W. H. und W. L. Bragg 1913). Um die dem Verfahren mit feststehendem Kristall anhaftenden Fehler zu vermeiden, läßt man den Kristall Dreh- oder Schwenkbewegungen ausführen (Braggsches Spektrometerverfahren):

α) Paralleles Licht. Auf den Kristall, in dessen Reflexionsebene sich die Drehachse befindet, fällt ein schmales, durch mehrere Spalte ausgeblendetes Strahlenbündel einer Divergenz von höchstens einigen Winkelsekunden auf. Bei Drehung des Kristalls K (Abb. 296) muß die Ionisationskammer I mit der doppelten Winkelgeschwindigkeit mitgeführt werden. Wegen des eng ausgeblendeten Strahls ist die Anordnung sehr intensitätsarm.

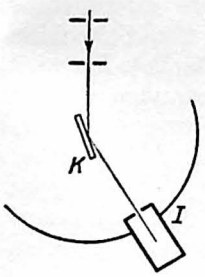


Abb. 296. Braggsches Spektrometer

β) Divergentes Licht. Das durch einen Spalt S (Abb. 297) einfallende divergente Strahlenbündel trifft auf den drehbar aufgestellten großflächigen Kristall (etwa $1{,}5 \times 2{,}5\ \mathrm{cm}^2$). Bei Drehung des Kristalls werden Strahlen derselben Wellenlänge, aber verschiedener Einfallsrichtung nacheinander an verschiedenen Stellen des Kristalls so reflektiert, daß sie sich alle an derselben Stelle der photographischen Platte treffen (Fokusierungsprinzip). Diese Bedingung ist dann erfüllt, wenn Spalt und photographische Platte von der Drehachse O des Kristalls dieselbe Entfernung haben. Auf einem Film F, den man auf einen genau durch S laufenden Kreis mit O als Mittelpunkt legt, erhält man also bei der Drehung des Kristalls scharfe Spektrallinien; für kleine Bogenbereiche (bis zu etwa 10% des Abstands OS) kann auch eine ebene photographische Platte an Stelle des gebogenen Films benutzt werden. Bei kleinen Reflexionswinkeln sind zur Ausnützung des auffallenden Bündels lange Kristalle

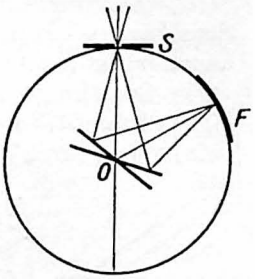


Abb. 297. Fokusierung divergenter Strahlen am Drehkristall

erforderlich. Die Linienbreite ist gleich der Spaltbreite. Die Linienform wird bei zunehmender Härte der Strahlung allmählich unsymmetrisch und verbreitert, weil die Reflexion wegen der dann verminderten Absorption nicht nur an der Oberfläche, sondern auch in der Tiefe des Kristalls erfolgt. Ist R der Radius, d. h. der Abstand Film-Kristall bzw. Kristall-Spalt und φ der Braggsche Reflexionswinkel (vgl. Abschn. A, S. 419), so ergibt sich für den Abstand s der Spektrallinie vom Durchstoßpunkt des Primärstrahls (diametral gegenüber dem Spalt) der Wert $s = R \cdot \text{arc}\, 2\varphi$ bei gebogenem Film bzw. $s = R \cdot \text{tg}\, 2\varphi$ bei ebener Platte. Für kleine Winkel kann 2φ für arc 2φ gesetzt werden. Die Entfernung zwischen zwei Spektrallinien ist dann

$$s_1 - s_2 = R\,(\text{arc}\ 2\ \varphi_1 - \text{arc}\ 2\ \varphi_2) \text{ bzw. } R\,(\text{tg}\ 2\ \varphi_1 - \text{tg}\ 2\ \varphi_2).$$

Unter Benutzung der Braggschen Gleichung ergibt sich für kleine Winkel ($\text{tg}\,\varphi = \sin\varphi = \varphi$):

$$s_1 - s_2 = \frac{R \cdot n}{d}(\lambda_1 - \lambda_2).$$

c) Gleichzeitige Drehung von Kristall und photographischer Platte. α) Schneidenverfahren. Eine auf dem Kristall K (Abb. 298) aufliegende oder in sehr geringer Entfernung von der Kristalloberfläche befindliche Schneide S aus Blei oder Wolfram bildet den Spalt. Das örtliche Zusammenfallen von Spalt und Kristall ermöglicht einen geringen Brennfleckabstand und damit eine große Lichtstärke. Nur kleine Kristalle sind zu dieser Methode erforderlich. Mit dem Kristall und der Schneide fest verbunden ist die photographische Platte P. Zur Erzielung einer hinreichend großen Strahlenkonvergenz der von der feststehenden Röntgenröhre ausgehenden Strahlung wird das System Schneide, Kristall und Platte um den Schneidenansatzpunkt als Achse gedreht (Drehachse parallel zur Kristallfläche). Als wirksame Spaltbreite ist die Summe des doppelten Schneidenabstandes von der Kristalloberfläche und der Eindringungstiefe der Strahlen einzusetzen. Das reflektierte Strahlenbündel ist nicht scharf begrenzt, wie aus der Abb. 298 hervorgeht. Bei harten Strahlen sind möglichst schwere oder sehr dünne Kristalle zu benutzen (Glimmer), um die einseitige unscharfe Linienbegrenzung einzuschränken.

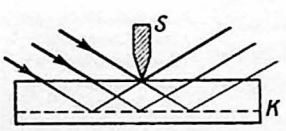


Abb. 298. Seemannsches Schneidenverfahren zur Wellenlängenmessung

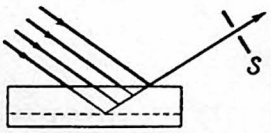


Abb. 299. Seemannsche Lochkameramethode zur Wellenlängenmessung

β) Lochkameramethode. Dieses Verfahren liefert sehr scharfe Spektrallinien. Der Spalt S befindet sich hinter dem Kristall (Abb. 299); er blendet ein scharfes Bündel von allen aus verschiedenen Eindringungstiefen reflektierten Strahlen gleicher Richtung aus. Die Methode ist besonders geeignet bei harten Strahlen. Die einseitige Linienverbreiterung des Schneidenverfahrens fällt hier weg.

d) Reflexion an inneren Netzebenen; Transmissionsmethode. Bei der zur Wellenlängenmessung an sehr kurzwelligen Strahlen (γ-Strahlen) verwendeten Methode durchdringen die an inneren Netzebenen reflektierten Strahlen den Kristall; die Ausblendung der Strahlen erfolgt durch einen hinter dem Kristall stehenden Spalt.

e) Reflexion an zylindrisch gebogenen Kristallen. Ein Quarzkristall, dessen Oberfläche (Spaltfläche) auf einen Krümmungsradius r konkav geschliffen ist (Abb. 300), wird längs einer Zylinderfläche so gebogen (durch eine künstliche Einspannvorrichtung), daß seine reflektierenden Netzebenen einen Krümmungsradius $2r$ erhalten. Alle von S ausgehenden und vom Kristall K reflektierten Strahlen werden auf den Film F fokusiert; in S befindet sich der Brennfleck der Röntgenröhre (starke Strahlendivergenz). Etwa 100fache Lichtstärke gegenüber der Braggschen Fokusierungsmethode ist erreichbar.

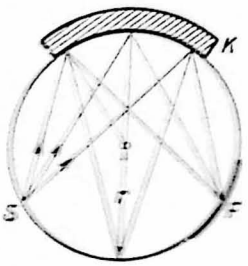


Abb. 300.
Reflexion am zylindrisch gebogenen Kristall nach Johann und Coucheis

f) Multikristall-Spektrometer. Eine Steigerung der Lichtstärke kann durch eine Vergrößerung des Öffnungswinkels der Primärstrahlung bewirkt werden, und zwar durch Verwendung einer größeren Zahl von Einzelkristallen, die alle so justiert sind, daß sie aus dem divergenten Primärstrahlenbündel nur eine bestimmte Wellenlänge auf einen bestimmten Punkt reflektieren.

Vgl. du Mond u. Kirkpatrick, Phys. Rev. **13**, 136, 1931.

g) Doppelkristall-Spektrometer. Diese Methode der Wellenlängenmessung eignet sich besonders zur Erzielung hoher spektraler Auflösung. Das von der Röntgenröhre ausgehende divergente Röntgenstrahlenbündel fällt zunächst auf den Kristall A (Abb. 301), der mit der Richtung des primären Röntgenlichts den Glanzwinkel φ der zu untersuchenden Wellenlänge bildet. Die vom Kristall A reflektierten Strahlen fallen auf den Kristall B und werden von diesem noch einmal reflektiert. Die zweimal reflektierten Strahlen fallen auf die photographische Platte, in eine Ionisationskammer oder in ein Zählrohr. Die Drehachsen der beiden Kristalle müssen genau parallel stehen. Das Doppelkristall-Spektrometer wird in den zwei Hauptstellungen (1, —1) und (1, 1) benutzt. Hierbei besteht die stets erfüllte Voraussetzung, daß die Divergenz der einfallenden Strahlung groß ist gegen den von der Reflexionskurve des Kristalls (Verlauf des Reflexionsvermögens in der nächsten Umgebung einer Braggschen Reflexion) überdeckten Winkelbereich. Kristall A bleibt im allgemeinen fest in der Reflexionsstellung, während Kristall B durch den Reflexionswinkelbereich gedreht und die Abhängigkeit der reflektierten Intensität von der Winkelstellung des Kristalls B aufgenommen wird. Die reflektierte Gesamtintensität ergibt sich als Produkt aus den sich für eine bestimmte Winkelstellung mehr oder weniger überschneidenden Reflexionskurven der Einzelkristalle. Bei der Messung müssen Winkel von der Größe einer Bogensekunde noch gut ablesbar sein. Fehlerhafte Justierung der Kristalldrehachsen verursacht eine Linienverbreiterung. In Stellung (1, —1) werden schärfere Linien (höhere Auflösung) bei der Reflexion erhalten als in Stellung (1, 1).

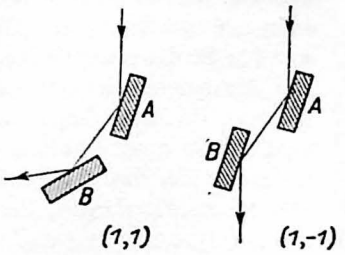


Abb. 301.
Doppelkristall-Spektrometer

Über Reflexionsvermögen und -kurven s. Ewald, Handb. d. Phys. **21**, 2, 301, 1933; du Mond, Phys. Rev. **52**, 872, 1937; Renninger, Z. Krist. **99**, 181, 1938. Über konstruktive Einzelheiten eines Doppelkristallspektrometers: du Mond u. Marlow, Rev. sci. instr. **8**, 112, 1937.

h) Korpuskularstrahlen-Spektrometrie. Wellenlängenmessungen ohne Gitter lassen sich unter Benutzung der Gleichung für die Energie E der von Röntgenstrahlen ausgelösten Photoelektronen ausführen:

$$E = h\,(\nu - \nu_s)$$

(ν Frequenz der Primärstrahlung, $\nu_s = \nu_{K,L,\ldots}$ Frequenz der Absorptionskante des Elektronen emittierenden Elektronenniveaus des Sekundärstrahls, $h\nu_s$ Ablösearbeit des Elektrons). Die Energie der Photoelektronen wird durch Ablenkung in einem Magnetfeld gemessen (vgl. Abschn. Lichtel. Effekt, S. 396). Die Methode eignet sich besonders zur Messung der Absorptionskanten bei bekannter Primärfrequenz und damit zur Bestimmung von Elektronenniveaus im Atom.

Vgl. Sandström, Phil. Mag. **22**, 171, 1936.

Die Korpuskularspektrometrie erlaubt ferner die Bestimmung der Wellenlängen der harten γ-Strahlen aus der Energiemessung der im γ-Strahler selbst oder in einem Sekundärstrahler ausgelösten Elektronen. Aus der gemessenen Energie der Sekundärelektronen und den bekannten, durch Messung mit Röntgenstrahlen ermittelten Absorptionsfrequenzen ν_s folgen die Frequenzen ν der auslösenden γ-Strahlen.

Meitner, Ergebn. exakt. Naturwiss. **3**, 160, 1924; Robinson, Proc. Roy. Soc. London **143**, 48, 1933; Nature **134**, 179, 1934. Zusammenfassende Darstellungen bei Lindh, Handb. d. Exp.Phys. **24**, 2, 1930; Siegbahn, Spektroskopie d. Röntgenstrahlen. Berlin 1930.

D. Spektroskopische Emissions- und Absorptionsanalyse

Glocker, Materialprüfung mit Röntgenstrahlen. Berlin 1936; Lindh, Handb. d. Exp.Phys. **24**, 2, 1930; Leiß-Mitteilungen, Berlin-Steglitz.

a) Emissionsanalyse. Die Analyse kann nur an festen Stoffen durchgeführt werden, die als Pulver auf die mit einer Feile aufgerauhte Anode eingerieben oder auf die Anode als Blech aufgelötet werden. Die Analyse kann praktisch erst für Stoffe einer Ordnungszahl größer als 19 (Kalium) vorgenommen werden. Als Analysenspektrum kann das einfach aufgebaute K-Spektrum verwendet werden, das allerdings höhere Anregungsspannungen als das L-Spektrum erfordert. In zweifelhaften Fällen ist das L-Spektrum zur Diskussion hinzuzunehmen. Da die Nachweisbarkeit eines Elementes von zahlreichen Faktoren (Fluoreszenzausbeute, Verdampfbarkeit, Absorption in anderen Komponenten des Analysenstoffes) und von Linienkoinzidenzen abhängt, wird die Emissionsanalyse häufig nur zum qualitativen Nachweis benutzt (z. B. Analyse von Stählen).

Eine Tabelle von Linienkoinzidenzen findet sich in der 1. Auflage des Glockerschen Buches. Zu einer quantitativen Analyse ist es ratsam (vgl. unten), bei Kathodenstrahlanregung nur Linien korrespondierender Serien miteinander zu vergleichen. Um Änderungen in der Zusammensetzung des Analysenstoffes durch die Kathodenstrahlbeschießung zu umgehen, wird die Sekundärstrahlanalyse (Kalterregung) verwendet. Der Analysenstoff befindet sich dabei in der Röntgenröhre gegenüber der Anode auf gleichem Potential wie die Glühkathode. Die Bremsstrahlung der Anode erregt die Eigenstrahlungen der Elemente des Analysenstoffes (Seemannsche Sekundärstrahlröhre, vgl. Abb. 290). Dem Analysenstoff wird ein Element zugemischt, das eine Linie in unmittelbarer Nähe der

Hauptlinien des zu bestimmenden Elementes besitzt (unter Verzicht eines Vergleiches korrespondierender Serienlinien); vorher erfolgt eine Eichung der Intensitätsverhältnisse mit bekannten Mengenteilen einer gleichen Mischung (Coster und v. Hevesy).

b) Absorptionsanalyse. Bei Einschaltung des Analysenstoffs als Filter in den Strahlengang ist die Intensität zu beiden Seiten der Absorptionskante eines Elementes (Größe des Absorptionssprunges) von der durchstrahlten Masse pro cm^2 Filterfläche des Elementes abhängig. Die Mindestmenge zur Erzeugung eines eben noch wahrnehmbaren Absorptionssprunges (Intensitätsunterschied beiderseits der Kante 5%) beträgt für die K-Absorptionskante bei Mo 0,7, bei Sn 1,5, bei W 6,3 und bei Th 16,0 mg/cm^2. Zur Vermeidung einer Überdeckung der in 2. Ordnung reflektierten Strahlung darf die Spannung an der Röntgenröhre höchstens das 1,8 fache der Spannung betragen, die zur Anregung der Wellenlänge der betreffenden Absorptionskante erforderlich ist.

Die Messung der Feinstruktur einer Absorptionskante liefert wertvolle Aufschlüsse über die Bindungsverhältnisse der Atome untereinander oder über die Lage und Breite der Elektronenniveaus in Kristallgittern. Bei derartigen Messungen müssen noch Linienabstände von wenigen Volt aufgelöst werden können. Kronig, Handb. d. Phys. **24**, 2, 2. Aufl., 1934: Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen. Berlin 1930; Landshoff, Rev. scient. instr. **9**, 143, 1938; Kurylenko, Diss. Univ. Paris 1939.

3. Kristallstrukturbestimmung

Das Aufgabengebiet der sog. Feinstrukturuntersuchung mit Röntgenstrahlen erstreckt sich auf folgende Fragen: Nachweis einer kristallinen Natur, Erforschung der Kristallstruktur, Orientierung eines Kristalls, Identitätsnachweis eines Stoffes, Änderung des Kristallgitters unter verschiedenen physikalischen Bedingungen, Kristallitorientierung (Textur), Kristallgröße, Verformung, Messung elastischer Spannungen, Rekristallisation usw.

Über Strukturbestimmungen mit Hilfe von Elektroneninterferenzen vgl. S. 376.

Apparaturen, teilweise vollständige Anordnungen mit Röntgenröhre und Hochspannungstransformator, sind im Handel zu haben.

Zusammenfassende Darstellungen und Hilfsmittel: Glocker, Materialprüfung mit Röntgenstrahlen. Berlin 1936; Ewald, Handb. d. Phys. **23**, 2, 1933; v. Laue, Röntgenstrahl-Interferenzen. Leipzig 1941; Becker, Röntgenographische Werkstoffprüfung. Braunschweig 1929; Schwarz u. Summa, Forschungsarbeiten über Metallkunde u. Röntgenmetallographie, Folge 6: „Praktische Auswertungshilfsmittel für Feinstrukturuntersuchungen“ (mit graphischen Darstellungen nach Hull); Ott, Handb. d. Exp.Phys. **7**, 2, 1928; Ergebn. d. techn. Röntgenkunde (Herausgeber: Eggert u. Schiebold), Bd. I bis VI. Leipzig 1930 bis 1938; Halla u. Mark, Röntgenographische Untersuchung von Kristallen. Leipzig 1937.

A. Kristallographische Grundlagen

a) Begriffserklärungen. Unter Kristallen versteht man ursprünglich feste Körper, die im Gegensatz zu „amorphen“ Körpern natürlich von ebenen Flächen begrenzt sind; von Kristalliten spricht man, wenn diese Kristalle sehr klein sind. Fast alle Festkörper (Ausnahme: frisch entstandene Gläser) haben sich als kristallin, d. h. als Anhäufung von Kristalliten erwiesen. Bei völlig unregelmäßiger Lagerung der Kristallite nennt man den Zustand polykristallin. Einkristalle sind Festkörper, deren Kristallite nach allen Richtungen des Raumes

gleichmäßig ausgerichtet sind. Bei der Verformung von Polykristallen, wie dem Ziehen oder Walzen von Metallen, entstehen „Texturen", d. h. die Kristallite werden in einigen Richtungen mehr oder weniger ausgerichtet, wodurch das „quasiisotrope" Verhalten des Polykristalls aufgehoben wird. Seit es gelungen ist, mittels Kristallen scharfe Röntgenstrahlinterferenzen zu erzeugen und dadurch die regelmäßige Anordnung der Atome im Kristallgitter zu beweisen, definiert man genauer den kristallischen Zustand durch diesen dreifach periodischen Feinbau, der z. B. teilweise auch Flüssigkeiten zukommt, und sieht die Begrenzung der Kristalle durch ebene Flächen als Folge des Feinbaues an.

b) Rationalitätsgesetz, Indizes. Anstatt die Flächen eines Kristallindividuums auszumessen, bestimmt man allgemeiner die Winkel zwischen den Flächen bzw. ihren Normalen, also Flächenverhältnisse; sie wiederholen sich an entsprechenden Flächen mit größter Genauigkeit. Eine Fläche möge auf den drei Achsen eines beliebigen Koordinatensystems Strecken abschneiden, die sich wie $a_0 : b_0 : c_0$ verhalten; eine andere, hierzu geneigte Fläche desselben Kristalls ergebe Abschnittsverhältnisse $a_1 : b_1 : c_1 = m \cdot a_0 : n \cdot b_0 : p \cdot c_0$. Die Erfahrung lehrt, daß die „Koeffizienten" m, n, p rationale Zahlen und deren Reziproke $h = 1/m$, $k = 1/n$, $l = 1/p$ teilerfremde kleine ganze Zahlen sind („Millersche Indizes"); so sind m, n, p temperaturunabhängig, nicht aber $a_0 : b_0 : c_0$. Durch dieses (aus dem Feinbau ableitbare) „Rationalitätsgesetz" werden aus allen geometrisch möglichen Flächenneigungen wenige als physikalisch möglich ausgesondert.

Als Koordinatensystem werden drei nichtkomplanare Vektoren so ausgewählt, daß häufig vorkommende (primäre) Flächen die aus 0 und 1 bestehenden Indizes erhalten; die „Grundfläche" (111) gibt das Achsenverhältnis $a_0 : b_0 : c_0$ an, also auch das Verhältnis der Maßstäbe, mit denen die Strecken gemessen werden. Beispiel: in einem kartesischen Koordinatensystem schneide eine zur b, c-Ebene parallele Ebene auf der a-Achse die Strecke 1, auf b und c ∞ große Strecken ab. Die Indizes sind also $(h : k : l) = (1/1 : 1/\infty : 1/\infty) = (1 : 0 : 0)$; entsprechend ist (010) die Parallelebene von ac, die $b = 1$ abschneidet, und (001) die Parallelebene zu ab, die $c = 1$ abschneidet. Ein Minuszeichen wird über den Index gesetzt; so ist $(00\bar{1})$ die Parallelebene zu ab, die auf c die Strecke -1 abschneidet. Alle Ebenen, bei denen sich die drei Indizes um denselben Faktor unterscheiden, sind parallel. Alle Ebenen, die sich in parallelen Kanten schneiden, gehören einer „Zone" an; „Zonenachse" heißt eine zu den Kanten parallele Gerade. Mit $[hkl]$ werden die Indizes der Normalen auf der Ebene (hkl) bezeichnet.

Dreht man einen Kristall um eine Symmetrieachse, so kann nur alle 360°/2, 360°/3, 360°/4 oder 360°/6 Deckung mit der Form bei 0° bzw. 360° erfolgen; die Beschränkung der „n-Zähligkeit" der Symmetrieachse auf $n = 2, 3, 4$ oder 6 folgt aus dem Rationalitätsgesetz. Andere „Deckoperationen", durch die man Flächen desselben Kristalls ineinander überführen kann, sind die Spiegelung, Inversion und hieraus zusammengesetzte Operationen. Je nach der Art der anzuwendenden Deckoperationen ergeben sich 32 verschiedene Kristallklassen. Zur geometrischen Beschreibung sämtlicher Kristalle reichen die in Tab. 52 nach der Gleichheit oder Ungleichheit der Achsen und Winkel gekennzeichneten Kristallsysteme aus.

Im hexagonalen System werden die Indizes gleichartiger Flächen beim Rechnen mit 3 Achsen bzw. dreigliedrigen Indizes verschieden, weshalb man besser mit den 4 Achsen rechnet und viergliedrig indiziert. Der Index der 3. Nebenachse ist $i = -h - k$, wenn ihr negativer Ast den Winkel zwischen den beiden ersten Nebenachsen halbiert.

Kristalle, bei denen sämtliche möglichen Flächen ausgebildet sind, heißen holoëdrische Formen (Vollflächner), im Gegensatz zu den niedriger symmetrischen Halbflächnern (Hemiëdern) oder Viertelflächnern (Tetratoëdern).

c) Translationsgitter, Gitter mit Basis. Jedes Raumgitter kann man durch lückenlose räumliche Aneinanderreihung (Translation) einer „Elementarzelle" erzeugen, wie es Abb. 302 für ein triklines Gitter veranschaulicht; im Beispiel sind nur die Eckpunkte der Zelle mit Atomen besetzt, und diese ist jeweils von 6 Nachbarzellen umgeben, so daß auf jede Zelle nur 1 Atom entfällt. Läßt man die Kanten der Zelle mit den Kristallachsen zusammenfallen, so kommen der Elementarzelle und dem Kristall dieselben Winkel und Achsenverhältnisse zu; läßt sich wie hier diese Zelle durch Verschiebung eines einzigen Atoms in drei Richtungen erzeugen, so handelt es sich um einfache Translations- oder Bravaisgitter, die, passend ineinandergestellt, alle Raumgitter erzeugen können.

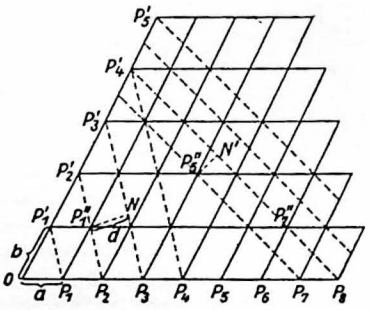


Abb. 302. Triklines Translationsgitter

Zwei praktisch wichtige Beispiele hierfür zeigen die Abb. 303 und 304, davon Abb. 303 das kubisch-raumzentrierte oder -körperzentrierte Gitter, das entsteht, wenn man zwei kubische Gitter so ineinanderstellt, daß jeder Würfeleckpunkt des einen Gitters jeweils in die Mitte eines Elementarwürfels des zweiten Gitters fällt. Der kubisch-flächenzentrierte Würfel der Abb. 304 entsteht dadurch, daß man in die Mitte von 3 Seitenflächen eines Würfels je einen Eckpunkt eines 2., 3. und 4. Würfels fallen läßt; bei der Parallelverschiebung des Würfels um die Kantenlängen werden dann auch die 4., 5. und 6. Würfelfläche mit flächenzentrierten Atomen besetzt. Damit enthält dies Gitter $1 + \frac{6}{2} = 4$ Atome je Zelle — denn jedes flächenzentrierte Atom gehört zwei Würfeln an, gegenüber nur 2 Atomen in der raumzentrierten Zelle. Die Atomzahl N je Zelle kann ferner aus der Dichte ϱ des Stoffes, seinem Atomgewicht A und dem Volum der Elementarzelle V (vgl. Tab. 52, Spalte 3) mit $\varrho = NAm_H/V$ (m_H = Masse des H-Atoms = $1{,}650 \cdot 10^{-24}$ g) berechnet werden. Kubisch-flächenzentriert kristallisieren u. a. Au, Ag, Cu, Al, Pt, kubisch-raumzentriert W, Mo, Ta, K, Li, Na, auch Metallverbindungen wie CuZn, CuPd, wobei die beiden erzeugenden einfachen Gitter jeweils nur von 1 Atomart besetzt sind („CsCl-Typus").

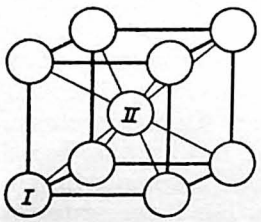


Abb. 303. Kubisch-raumzentriertes Gitter

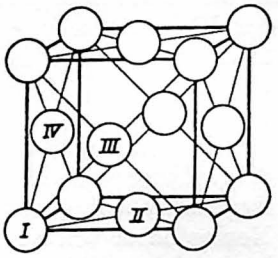


Abb. 304. Kubisch-flächenzentriertes Gitter

Im kubisch-flächenzentrierten Gitter bilden die Atome I—IV (Abb. 304), im raumzentrierten die Atome I und II (Abb. 303) die „Basis"; die Gitter heißen solche mit „Basis" im Gegensatz zu einfachen Translationsgittern. Die Koordinaten der Basisatome werden in Bruchteilen der Kantenlänge der Elementarzelle angegeben, also z. B. für das flächenzentrierte Gitter: I. Atom 000; II. Atom: $\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,0$; III. Atom: $\frac{1}{2}\,0\,\frac{1}{2}$; IV. Atom: $0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}$, und im raumzentrierten Gitter (Abb. 304) für das Basisatom I: 0 0 0; für II: $\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}$.

Jedes Raumgitter läßt sich auf verschiedene Arten in äquidistante ausgezeichnete „Netzebenen" zerlegen; als Beispiel ist in Abb. 302 die ab-Ebene (001) eines monoklinen Gitters gezeichnet, auf der (bzw. der Zeichenebene) die c-Achse senkrecht steht. In der Geraden P_1P_1' schneidet die Zeichenebene eine Netzebene (110); diese schneidet nämlich auf a, b, c beziehentlich die Strecken $1 \cdot a$, $1 \cdot b$, $\infty \cdot c$ ab; die senkrecht auf P_2P_2' stehende Ebene die Strecken $2a$, $2 \cdot b$, $\infty \cdot c$, die senkrecht auf P_3P_3' stehende Ebene die Strecken 3, a, $3 \cdot b$, $\infty \cdot c$ usw., so daß allen diesen Parallelebenen die Indizes (110) zukommen. „Netzebenenabstand" heißt der senkrechte Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Parallelebenen, für die (110)-Netzebenen z. B. die Strecke $P_1''N$. Die auf P_8P_4' senkrechte Ebene schneidet die

Strecken $8a$, $4b$, $\infty \cdot c$ ab, die Indizes lauten also ($\frac{1}{8}\ \frac{1}{4}\ 0$), und nach Multiplikation mit 8 teilerfremd gemacht (120). Man erkennt anschaulich, daß auf der Geraden P_8P_4' die Atome weitere Abstände haben als auf P_1P_1', und daß der Netzebenenabstand für (120), z. B. $P_5''N'$, kleiner als der für (110), $P_1''N$, ist. Den kürzesten Abstand zwischen zwei translatorisch identischen, d. h. durch Verschiebung in den Translationsrichtungen ineinander überführbaren Punkten des Raumgitters nennt man Identitätsabstand; er ist z. B. in der (120)-Ebene P_8P_7'', in der (110)-Ebene P_2P_1'' und ist parallel zu den a, b, c-Achsen gleich der Kantenlänge der Elementarzelle.

Allgemeiner gilt der Satz, daß die Netzebenen um so dichter mit Atomen besetzt sind und um so größere Abstände haben, je niedriger sie indiziert sind; ebenso ist eine Gittergerade (Schnittpunkt zweier Netzebenen) um so dichter mit Atomen besetzt und hat um so geringere Identitätsabstände, je niedriger sie indiziert ist. So ist im kubischen System ($a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90°$) $d = a/\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$; d wird röntgenographisch aus der Braggschen Reflexionsbedingung $n \cdot \lambda = 2d \cdot \sin \vartheta$ ($n = 1, 2, 3 \ldots$ = Ordnungszahl, λ = Wellenlänge, ϑ = Reflexionswinkel) bestimmt. Damit ergibt sich $\sin^2\vartheta = \lambda^2/4a^2(h^2 + k^2 + l^2)$ und entsprechende „quadratische Formen" für die anderen Kristallsysteme, die in der letzten Spalte der Tab. 52 angeführt sind.

d) Raumgruppen. Setzt man einfache Raumgitter zu solchen mit Basis zusammen, so zeigen diese keine neuen Röntgenstrahlinterferenzen, vielmehr werden die Intensitäten der Translationsgitter in einer bestimmten Weise geschwächt bzw. ausgelöscht, aus der man auf die Anordnung der Basisatome in der Elementarzelle schließen kann; so fehlen z. B. in den raumzentrierten Translationsgittern die Reflexionen an Netzebenen mit ungerader Indexsumme wie (100) oder (111). Alle diese geometrisch möglichen Anordnungen werden systematisch auf ihre Darstellbarkeit durch Drehung, Spiegelung, Parallelverschiebung und die zusammengesetzten Operationen der Drehspiegelung, Schraubung und Gleitspiegelung untersucht, wodurch sich, beschränkt durch Symmetriebedingungen, nur 230 „Raumgruppen" ergeben, die meist in der Nomenklatur von Schönfließ und Niggli bezeichnet werden. Die Raumgruppen lassen sich in die oben erwähnten 32 Kristallklassen einteilen; in jeder Klasse unterscheiden sich die Raumgruppen nur dadurch, daß die Achsen gleicher Richtung Schraubenachsen oder Drehungsachsen, die Symmetrieebenen Spiegelebenen oder Gleitspiegelebenen sind.

Über die Symbole für die Raumgruppen vgl. Niggli, Handb. d. Exp.Phys. **7**, 1, 1928.

e) Reziprokes Gitter, stereographische Projektion. Für viele Fälle der kristallographischen Strukturanalyse eignet sich die Darstellung der Gitterpunkte im „reziproken Gitter" und die sog. „stereographische Projektion".

Vgl. Glocker, Materialprüfung mit Röntgenstrahlen. Berlin 1936.

B. Herstellung und Orientierung von Einkristallen

Sachs, Handb. d. Exp.Phys. **5**, 6, 1930; Schmid u. Boas, Kristallplastizität. Berlin 1935.

a) Im festen Zustand. α) Durch Rekristallisation nach kritischer Verformung. Das Verfahren gelingt nur, wenn die umzuwandelnden blech- oder stabförmigen Proben ein gleichmäßiges und feinkörniges Gefüge (etwa 100 Körner/mm²) besitzen; daher wird die Probe zunächst entweder über eine Umwandlungstemperatur erhitzt oder kräftig gereckt und etwa $\frac{1}{2}$ h geglüht. Hierauf werden die Proben kritisch ($\frac{1}{2}$ bis 4%) gedehnt, wobei zusätzliche Ver-

formungen wie z. B. Biegung zu vermeiden sind. Die Glühung, bei der ein einziger Kristallkeim durch die ganze Probe wachsen soll, dauert mehrere Tage, beginnt unterhalb der Rekristallisationstemperatur, steigt dann um 20° bis 50° je Tag und endigt gegen Schluß schneller ansteigend mit einem kurzen Glühen dicht unterhalb des Schmelzpunktes bzw. der Soliduslinie bzw. der eutektischen Temperatur, um noch vorhandene kleine Körner umzuwandeln. Ein geringes Temperaturgefälle (exzentrische Lage der Probe im Ofen) begünstigt die Lokalisation der Keimbildung. Der günstigste Dehnungsgrad hängt von Art und Reinheit des Metalles ab und muß durch Vorversuche ermittelt werden. Das Verfahren ist allgemein anwendbar (Mg, Al, Zn, Fr, Cu und Mischkristalle) und liefert gute Kristalle beliebiger Form.

Elam u. Carpenter, Proc. Roy. Soc. London **100**, 329, 1921; Czochralski, Moderne Metallkunde. Berlin 1924; Honda u. Kaya, Sci. Rep. Tohoku Imp. Univ. **15**, 721, 1926.

β) Durch Sammelkristallisation. Besonders zur Herstellung von Wolfram-Einkristallen als Glühfäden benutzt. Feinkristallines W-Pulver wird mit einem Bindemittel versehen zu Fäden gespritzt, getrocknet und mit etwa 1 mm/s Geschwindigkeit durch eine schmale Zone von etwa 2500° C hindurchgezogen, von der aus das Kristallwachstum fortschreitet; zum Gelingen ist erfahrungsgemäß ein ThO_2-Zusatz von etwa 2% notwendig. Auch durch Sintern unter hohem Druck, Hämmern bei hohen Temperaturen und Glühen im H_2-Strom wird Wolframpulver einkristallin. Notwendige Beimengungen: 0,75% ThO_2 im W oder H_2O-Dampf im H_2. Ähnlich entstehen auch Zn-Kristalle beim Erhitzen über 150° C, indem größere Kristalle die kleineren aufzehren.

Orbig u. Schaller, DRP. 291 994; Smithells, J. inst. met. **20**, 109, 1918; Alterthum, Z. phys. Chem. **110**, 1, 1924; Sachs, Z. Metallkde. **17**, 187, 1925.

b) Aus der flüssigen Phase. α) Kristallisation im Schmelzgefäß. Das Verfahren eignet sich sowohl für Metalle wie Salze und ergibt meist zylindrische Kristalle vorgebbarer kristallographischer Orientierung. Der Stoff wird je nach seiner Schmelztemperatur in ein unten zu einer Spitze ausgezogenes Rohr aus Glas, Quarz oder Graphit eingefüllt und zur Entfernung okkludierter Gase im Vakuum 50° bis 100° über den Schmelzpunkt erhitzt. Hierauf wird die Schmelze gleichmäßig und langsam — je nach der Kristallisationsgeschwindigkeit 4 bis 60 mm/h — durch den senkrecht stehenden Ofen gesenkt, so daß der Stoff zuerst an der unteren Spitze erstarrt. Von den hier gebildeten Kristallkeimen wächst derjenige fort, für den die Richtung größter Kristallisationsgeschwindigkeit den kleinsten Winkel mit der Rohrachse bildet. Es ist möglich, im unteren kapillaren Ansatz einen Kristallkeim in der gewünschten Orientierung zur Achse einzusetzen, der nicht völlig geschmolzen werden darf und der durch die ganze Probe durchwächst. Günstig ist Schmelzen im Hochfrequenzofen, wenn die elektrodynamische Badbewegung vermieden wird (Glocker und Graf). Um ein Haften der Kristalle am Glas- oder Quarzrohr zu vermeiden, wird dieses vor dem Schmelzen mit Öl oder Petroläther ausgespült und zum Schluß gesprengt (Bridgman). Sonderverfahren erzielen größere Spannungsfreiheit der Kristalle durch Vermeiden von Tiegeln (Kapitza, Goetz: Bi; Webb: β-Messing). Salze werden zweckmäßig in Form von Birnen auskristallisiert (Strong, Kyropoulos).

Burger, Physica **2**, 26, 1921; Tammann, Lehrbuch d. Metallographie, 3. Aufl. Leipzig 1923; Bridgman, Proc. Amer. Acad. Sci. **60**, 306, 1925; **61**, 101, 1926; Hausser u. Scholz, Wiss. Veröff. Siemens-Konzern **5**, 144, 1927; Glocker u.

Graf, Z. anorg. allg. Chem. **188**, 232, 1930; Graf, Z. Phys. **67**, 388, 1931 (Cu, Ag, Au, Ni); Sckell, Ann. Phys. **6**, 932, 1930 (Hg). Kapitza, Proc. Roy. Soc. London (A) **119**, 358, 1928 (Bi); Goetz, Phys. Rev. **35**, 193, 1930 (Bi); Meißner u. Heidenreich, Phys. Z. **37**, 449, 1936 (Sn); Webb, Phys. Rev. **55**, 297, 1939.

β) Durch Ziehen aus der Schmelze. Nach diesem Verfahren lassen sich annähernd zylindrische Kristalle namentlich leicht schmelzender Metalle und Salze von 0,2 bis 5 mm Dicke und vorschreibbarer Kristallorientierung gewinnen. Ein Kristallkeim der gewünschten Orientierung wird kurz in die Schmelze eingetaucht und mit einer empirisch ermittelten Geschwindigkeit ($\sim$ 1 cm/s) unterhalb der linearen Kristallisationsgeschwindigkeit gleichmäßig und unter Vermeidung jeglicher Erschütterungen herausgezogen; die Dicke des entstehenden Kristallfadens regelt ein durchbohrtes, etwas beschwertes Glimmerblättchen, das auf der Schmelze schwimmt. Der Schmelzfaden kann oberhalb der Glimmerblende mit einem inerten Gasstrom (N_2, CO_2), angeblasen und so gekühlt werden. Die kristallographische Orientierung der Kristalle schwankt längs der Drahtachse infolge von Temperaturschwankungen um 2^0 bis 10^0 (Hoyem). Brauchbar für Zn, Cd, Bi, Au, Legierungen.

Czochralski, Z. phys. Chem. **92**, 219, 1917; Grüneisen u. Goens, Phys. Z. **24**, 506, 1923; Z. Phys. **26**, 235 u. 250, 1924; **29**, 141, 1924; **37**, 278, 1926; Rosbaud u. Schmid, ebd. **32**, 197, 1925; Hoyem u. Tyndall, Phys. Rev. **33**, 81, 1929; Hoyem, ebd. **38**, 1357, 1931; Meißner, Handb. d. Exp.Phys. **11,2**, 30, 1935.

γ) Kristallisation in Lösungen. Auch durch elektrolytische Abscheidung aus Lösungen lassen sich Kristallkeime beträchtlich vergrößern. Durch Elektrolyse von Alkaliwolframaten bei hohen Temperaturen entstehen größere W-Kristalle, zum Teil in einer ungewöhnlichen Kristallmodifikation (β — W). Das Verfahren ist auch angewandt auf Ta, Mo. Über die gewöhnliche Züchtung von Salzkristallen aus Lösungen vgl. den Bericht von Eitel.

van Liempt, Z. Elektroch. **31**, 249, 1925; ders., De Afscheiding van Wolfram. Purmerend 1931 (W, Mo); Hartmann, Ebert u. Bretschneider, Z. anorg. allg. Chem. **198**, 116, 1931 (β — W); Eitel, Handb. d. Arb.-Meth. i. d. anorg. Chem. **4**, **2**, 463.

c) Durch Niederschlagen aus der Gasphase. Dämpfe von Zn und Cd werden auf kalten Flächen kristallin niedergeschlagen. Kristalle höchster chemischer Reinheit erhält man durch Zersetzung von gasförmigen Metallsalzen, wie Chloriden und Oxychloriden. Nach Koref wird eine W-Kristallseele (Pintschfaden), in einem mit WCl_6-Dampf (110^0 C) gefüllten Glasgefäß auf 1000^0 C erhitzt, und durch Einleiten von H_2 wird Wolfram niedergeschlagen ($WCl_6 + 3\ H_2 = W + 6\ HCl$). Die Pintschfäden wachsen bis zu mehreren mm einkristallin an. Nach van Arkel und van Liempt erhält man kompaktere und bessere Kristalle, wenn man nicht H_2 einleitet, sondern das WCl_6 durch Erhitzen der W-Seele auf 1500^0—1600^0 C thermisch dissoziiert. Ähnlich lassen sich Ta, Nb, Mo, Cu einkristallin niederschlagen.

Straumanis, Z. phys. Chem. (B) **13**, 316, 1931; **19**, 63, 1932 (Zn u. Cd); Koref, Z. Elektroch. **28**, 511, 1922 (W); Van Arkel, Physica **2**, 56, 1922; **3**, 76, 1923; van Liempt, De Afscheiding van Wolfram. Purmerend 1931 (W, Mo); Koref u. Fischvoigt, Z. techn. Phys. **6**, 296, 1925 (Ta, Mo, Zr, Ti, Fe); Burgers u. Basart, Z. anorg. allg. Chem. **216**, 223, 1934 (Ta, Nb); Geiss u. van Liempt, ebd. Chem. **143**, 259, 1925 (Mo); Sihvonen, Z. Elektroch. **37**, 80, 1931 (Cu).

d) Orientierung von Einkristallen. Die Orientierung von Einkristallen, d. h. die Lage des Kristallgitters in bezug auf die Gestalt der Kristallprobe, kann nach

drei verschiedenen Verfahren erfolgen. Mechanische Verfahren benutzen z. B. die Auswertung der Zähligkeit der Druckfiguren, die durch plastische Deformation (Rockwell- und Brinellprüfung, vgl. S. 87) hervorgerufen werden. Optische Verfahren gehen von der Tatsache aus, daß durch Ätzen verschiedene Kristallflächen verschieden stark aufgelöst werden, so daß die Ätzgrübchen (bzw. Wachstumsgrübchen) z. B. von Oktaederflächen begrenzt sind; man läßt einen parallelen Lichtstrahl auf den geätzten Kristall auffallen, der auf einer Holzkugel mit Teilkreisen (Bridgman-Kugel) befestigt ist, und bestimmt die Stellungen maximaler Lichtreflexion, aus der die Orientierung errechnet werden kann.

Die genauesten Orientierungsbestimmungen erfolgen röntgenographisch, z. B. mit Drehkristall-, Laue-, Schichtlinien-, Goniometer- oder Weitwinkel-Aufnahmen.

Tammann u. Müller, Z. Metallkde. **18**, 69, 1928 (Druckfiguren); Köster, ebd. **18**, 112 u. 219, 1926 (Ätzgrübchen); Bridgman, Proc. Amer. Acad. Sci. **60**, 305, 1925 (Lichtreflexion); Weerts, Z. techn. Phys. **9**, 126, 1928 (Korrektur hierzu). Weitere Literatur bei Schmid u. Boas, Kristallplastizität. Berlin 1935; Seemann, Ann. Phys. (5) **7**, 133, 1930 (Weitwinkel-Diagramme).

C. Verfahren zur Kristallstruktur-Bestimmung

So verschieden die einzelnen nachfolgend zu besprechenden Verfahren sind, sie liefern alle dieselben beiden zur Strukturbestimmung erforderlichen Aussagen: 1. Geometrische Aussagen über die Reflexionsstellungen des Kristalls und die Abbeugungswinkel der Interferenzstrahlung, woraus auf die Grundzelle des Gitters geschlossen werden kann. 2. Intensitätsangaben über die relative oder absolute Intensität der Interferenzstrahlung, aus denen die Raumgruppe und die Basis bestimmt wird. Man bedient sich folgender

Verfahren zur Strukturbestimmung

Bezeichnung des Verfahrens	Röntgenstrahlung	Verwendetes Material	Hauptsächliche Anwendung zur Bestimmung von
1. Laue	polychromatisch	Einkristall	Symmetrie, Orientierung
2. Bragg (Spektrometer)	monochromatisch	„	Absolute Intensitätsmessung von Interferenzen
3. Debye-Scherrer	„	Polykristall	Kristallklasse, Gitterkonstanten
4. Drehkristall	„	Einkristall	Orientierung, Größe der Elementarzelle, Translationsgruppe
5. Goniometer	„	„	Netzebenenwinkel, Symmetrie

Eine vollständige Strukturbestimmung gelingt durch geeignete Kombination mehrerer Verfahren.

a) Die zur Verwendung gelangende Röntgenstrahlung. Beim Laue-Verfahren wird das kontinuierliche Spektrum benutzt, wobei möglichst Anoden ohne Eigenstrahlung im verwendeten Spektralbereich (*Pt*, *W*) gebraucht werden. Wellenlängen, die kleiner als die halben Wellenlängen im spektralen Maximum sind, sollen möglichst durch Wahl geeigneter Filter (Tab. 49 u. 50) vermieden werden (Spannung nicht über 60 kV). Die photographische Wirksamkeit sinkt oberhalb

der Ag-Absorptionskante um etwa 50%. Bei allen anderen Verfahren zur Kristallstrukturbestimmung werden monochromatische Wellen angewandt (charakteristische Strahlung des Anodenmaterials der Röntgenröhre vgl. Tab. 50): Wird besonderer Wert auf hohe Monochromasie gelegt, dann läßt man die charakteristische Strahlung unter dem Braggschen Winkel auf einen NaCl- oder Kalkspatkristall auffallen und benutzt die kristallreflektierte Strahlung als Primärstrahlung. Zur Spalte 2 ist zu bemerken, daß die Wellenlänge der K_{α_2}-Linie um etwa 0,002 Å größer, die der K_{α_1}-Linie um etwa 0,002 Å kleiner als der angegebene Wert ist, was bei großer Dispersion (Ablenkung unter großen Winkeln oder bei großem Abstand des Films oder der Ionisationskammer vom Kristallpräparat) zu berücksichtigen ist. Bei der Auswertung Vorsicht vor Reflexionen, die von den K_β-Linien herrühren! Für gut homogenisierte Strahlung ist der 1,5 fache Wert der in Spalte 3 angegebenen Werte nicht zu überschreiten. Der Zusammenhang zwischen Intensität und Spannung ist in Abschn. a, S. 408) enthalten. Für Strukturbestimmungen ist große Reinheit der Strahlung erforderlich; sie ist gelegentlich durch Aufnahme eines bekannten Gitters mit bekannten Interferenzen zu prüfen. Bei der Wahl der Strahlung muß möglichst eine Anregung einer Präparateigenstrahlung durch die Primärstrahlung vermieden werden, z. B. Co-Strahlung bei der Untersuchung von Fe-Präparaten, nicht aber durch Cu-Strahlung.

b) Debye-Scherrer-Verfahren (Aufnahme von Pulverdiagrammen). Die im Präparat regellos durcheinander liegenden Kriställchen ($\geqq 10^{-5}$ cm Linearausdehnung) erzeugen scharfe Röntgeninterferenzen, deren Schärfe durch die Präparatdicke und die Divergenz des einfallenden Röntgenstrahlenbündels bedingt ist. Die Lage der Interferenzen ist durch die Braggsche Reflexionsbedingung bestimmt:

$$n \cdot \lambda = 2d \sin \vartheta$$

Hierbei bezeichnet λ die Wellenlänge, n die Ordnungszahl, d den Abstand der Wegebene und ϑ den Glanzwinkel.

α) Filmanordnung. Um möglichst viele Interferenzen zur Diskussion zur Verfügung zu haben, wird der Film kreisförmig um das Präparat P im Kreismittelpunkt herumgelegt. Ist $2r$ der Abstand korrespondierender Linien (im Äquator) auf dem eben ausgebreiteten Film (Abb. 305), so ergibt sich für einen Kammerradius A (= Filmradius) der Reflexionswinkel aus

$$2r = 2A \cdot \text{arc}\, 2\vartheta.$$

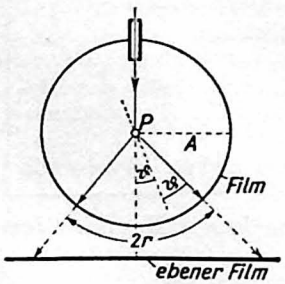


Abb. 305. Ebene und kreisförmige Filmanordnung beim Debye-Scherrer-Verfahren

Meist werden Kammern verwendet, bei denen 0,5 mm auf dem Film einem Bogengrad entspricht ($2A = 57{,}3$ mm). Außer der kreisförmigen Filmanordnung können auch Aufnahmen auf ebenen Filmen oder Photoplatten gemacht werden. In diesem Falle stehen zwar nur wenige Interferenzen, dafür aber ganze Reflexionskegel einer Interferenz zur Verfügung. Die ebene Filmanordnung (Vorwärtsdiagramm) wird hauptsächlich bei Substanzen mit sehr großer Gitterkonstante (z. B. hochmolekularen organischen Stoffen) und zur Bestimmung von Texturen (bevorzugte Orientierung einzelner Kristallite) benutzt (Abb. 305). Eine Abart ist das sog. Rückstrahl-

verfahren, das zur Ermittlung kleiner Änderungen der Gitterkonstante wegen der hohen Meßgenauigkeit bei großem Reflexionswinkel (ϑ nahe 180°) angewendet wird.

β) Präparat. Je dünner das Präparat P ist (Dicke etwa 0,1 bis 1,0 mm), desto schärfer werden die Interferenzen. Bei schwach absorbierenden Stoffen ist die Breite der Interferenzlinie bei allseitiger Umspülung des Präparats mit der Strahlung gleich der Präparatbreite. Bei stark absorbierenden Präparaten ist eine Absorptionskorrektion (Hadding) einzuführen: Der Linienabstand $2r$ (gemessen von Linienmitte zu Linienmitte) ist bei einem Präparat der Dicke ϱ um den Betrag $\varrho \cdot (1 \pm \cos 2\vartheta)$ zu korrigieren, je nachdem $2\vartheta \gtrless 90^0$ ist. Am sichersten ist die Bestimmung der wahren Linienlage durch Zumischung eines Stoffes bekannter Gitterkonstante. Das Präparat muß gut zentriert in der Kammer sitzen. Ein Pulverstäbchen kann durch Anrühren mit Zaponlack, durch Einfüllen des Pulvers in ein Markröhrchen (dünnwandiges Glasröhrchen) oder ein Azetylzellulose-Röhrchen erhalten werden. Wird das Präparat (z. B. Metall) bearbeitet, so ist es vor der Aufnahme abzuätzen. Zur Erzielung gleichmäßig geschwärzter Interferenzen wird das Präparat während der Aufnahme gedreht (etwa durch Benutzung eines kleinen Synchronmotors mit biegsamer Antriebswelle).

Vgl. Fricke, Lohrmann u. Schröder, Z. Elektroch. **47**, 374, 1941.

γ) Blende. Die Primärstrahlung ist scharf durch eine genügend lange Blende (Lochblende oder Spaltblende) zur Erzielung einer geringen Strahlendivergenz auszublenden.

Geeignete Blendenformen sind bei Glocker (Materialprüfung mit Röntgenstrahlen) und bei Ott, Handb. d. Exp.Phys. 7,2, 1, 1928 angegeben. Auf die Vermeidung der Anregung von Blendeneigenstrahlung ist zu achten.

δ) Besondere Anordnungen. Eine Abart dieser Aufnahmemethode ist das sog. Seemann-Bohlin-Verfahren. Dabei trifft ein divergentes Strahlenbündel (Spaltblende der Kammer möglichst nahe am Brennfleck) auf das auf demselben Kreisbogen wie die Spaltblende liegende flächenförmig ausgebreitete Präparat P (Abb. 306). Liegt der Film F auf demselben Kreisbogen wie Spalt und Präparat, so ist die Fokusierungsbedingung erfüllt. Die Spaltbreite beträgt etwa 0,1 bis 0,05 cm, die Fläche des Präparats etwa 100 mm². Eine bestimmte Kombination Spalt-Präparat erlaubt nur die Aufnahme eines bestimmten Winkelbereichs. Dieses Verfahren bedarf keiner Absorptionskorrektion. Die Linien sind nach größeren Winkeln zu scharf begrenzt. Der Ablenkungswinkel 2ϑ ergibt sich zu arc $2\vartheta = \frac{r}{2A}$, wenn r den Abstand der äußeren Linienkante vom Spalt bedeutet.

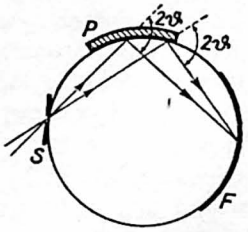


Abb. 306. Seemann-Bohlin-Verfahren

Ein lichtstarkes, besonders zu absoluten Intensitätsmessungen geeignetes Verfahren sieht die Verwendung eines ebenen Pulverpräparates vor, auf das ein breiter paralleler Primärstrahl unter möglichst großem Einfallswinkel auffällt, aber unter kleinem Winkel von der Pulverebene reflektiert wird (Bragg-Brentano-Verfahren).

Vgl. Proc. Phys. Soc. London **47**, 932, 1932; Brentano, Z. Phys. **99**, 65, 1936.

Eine Kombination von Rückstrahlverfahren und Seemann-Bohlin-Verfahren erhöht stark die Lichtstärke (Abb. 307). Allerdings ist streng die Fokusierung nur für einen bestimmten Reflexionswinkel erreicht. Diese Beschränkung bedeutet aber keinen Nachteil bei der Untersuchung bekannter Gitter auf geringe Gitterkonstanten-Änderungen. Bei verändertem Reflexionswinkel braucht nur die Blende gemäß der Bedingung so verschoben zu werden, daß Präparat, Blende und Schnitt der reflektierten Strahlen auf einem Kreis liegen.

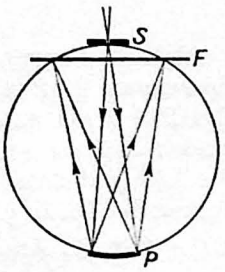


Abb. 307. Rückstrahlverfahren für bestimmte Reflexionswinkel

Kammern für Aufnahmen bei hohen Temperaturen wurden hauptsächlich von Seemann (bis 1300° C) und von Schoßberger (Z. Krist. **98**, 259, 1937) angegeben. Die Kammern sind für Hochvakuum vorgesehen. Kammern für Aufnahmen bei tiefen Temperaturen (namentlich zur Untersuchung kondensierter Gase) sind von Keesom und von Ruhemann (Z. Phys. **76**, 368, 1932) mit aufgesetzter Kältemaschine (Expansionsgefäß und Gegenströmer) für kontinuierliche Temperatureinstellung konstruiert worden. (Vgl. Ewald, Handb. d. Phys. **23,2**, 207, 1933. Über Präzisionsmessungen vgl. Ievins-Karlsons, Z. Phys. **112**, 350, 1939.)

ε) Die Auswertung der Aufnahmen erfolgt mit Hilfe der quadratischen Form, die bei bekannten Kantenlängen a, b und c und Kantenwinkeln α, β und γ des Gitters die Netzebenenabstände d einführt:

$$\frac{1}{d^2} = f_1 h^2 + f_2 k^2 + f_3 l^2 + f_4 hk + f_5 kl + f_6 lh .$$

Die Koeffizienten f_1 sind für jedes Kristallsystem bekannt (vgl. S. 427). Diese Form gibt nur die maximal möglichen Reflexionen eines Gitters an; ihr wirkliches Auftreten ist durch den Strukturfaktor bestimmt (vgl. Abschn. e, S. 438). Indizesbestimmungen der Interferenzen können auf graphischem Wege mit Hilfe der Hullschen Kurven durchgeführt werden (als große Tafeln erhältlich zu dem Buch von Schwarz und Summa, Feinstrukturbestimmungen mit Röntgenstrahlen. München 1932).

Über die Bestimmung der Zahl der Atome pro Elementarzelle vgl. S. 427.

Literaturangaben bei Glocker, Materialprüfung mit Röntgenstrahlen. Berlin 1936; v. Laue, Röntgenstrahlinterferenzen. Leipzig 1941.

c) Laue-Verfahren (v. Laue 1912). Der feststehende Einkristall wird von einem durch zwei Lochblenden ausgeblendeten Röntgenstrahl getroffen (kontinuierliches Röntgenspektrum). Gemäß der Braggschen Beziehung suchen sich die inneren und äußeren Netzebenen des Kristalls die zur Reflexion passenden Wellenlängen aus. Jedem Interferenzfleck gehört eine andere Wellenlänge zu, abgesehen von „Obertönen" oder von durch Symmetriebeziehungen verknüpften Interferenzpunkten. Bei einer Spannung von 60 kV und Verwendung einer Zinnfolie ist das Spektralgebiet von 0,485 (Ag-Absorptionskante) bis 0,424 Å photographisch günstig wirksam. Bei nicht allzu stark absorbierenden Kristallen ist eine Kristalldicke von 1 mm nicht zu überschreiten. Der Kristall befindet sich zur Einstellung einer bestimmten Achsenrichtung auf einem Goniometerkopf. Blende, Goniometerkopf mit Kristall K und photographische Platte oder Film F sind zweckmäßig auf einer optischen Bank oder dergleichen anzuordnen (Abb. 308). Der Abstand Kristall-Platte ist von der Kristallmitte aus zu rechnen; die genaue Lage des Beugungszentrums kann auch rechnerisch mit Hilfe von zwei Aufnahmen in verschiedenem Abstand vom Kristall ermittelt werden. Bei Verwendung eines Filmes ist auf Ebenheit des Films zu achten. Die Platte muß senkrecht zum

Primärstahl stehen (Justierung mittels Fernrohr). Der indirekte Strahl wird durch eine Bleiblende über dem Film oder der Platte abgedeckt. An sehr dicken oder sehr stark absorbierenden Einkristallen, z. B. Metalleinkristallen, werden Laue-Rückstrahlaufnahmen gemacht (Abb. 309), auf ebener photographischer Platte oder auch auf kegelförmig gebogenem Film. Das Laue-Verfahren wird hauptsächlich bei Symmetrie- und Orientierungsbestimmungen (bei bekannter Gitterkonstante) angewendet.

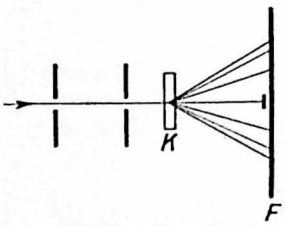


Abb. 308. Anordnung beim Laue-Verfahren

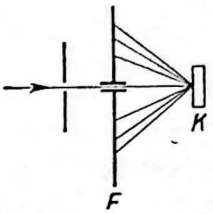


Abb. 309. Laue-Rückstrahl-Verfahren

Die Auswertung einer Laue-Aufnahme erfolgt mit Hilfe der gnomonischen Projektion (vgl. Schiebold, Die Laue-Methode. Leipzig 1932).

d) Drehkristallverfahren (Seemann 1919). Das Verfahren liefert die Kantenlängen der Elementarzelle und die Translationsgruppe eines Gitters. Der Unterschied gegenüber dem Braggschen Spektrometerverfahren, das in der Spektroskopie Verwendung findet (vgl. Abschn. b, S. 421), besteht darin, daß auch Reflexionen an Netzebenen erhalten werden, die gegen die Drehachse geneigt sind. Der Kristall wird während der Aufnahme um eine zu einer Zonenachse (möglichst niedrig indiziert) parallelen Achse gedreht. Im Äquator liegt das von der parallel zur Drehachse liegenden Netzebene herrührende Hauptspektrum oder die „nullte Schichtlinie", darüber und darunter die 1., 2., 3. usw. Schichtlinie. Die experimentelle Anordnung entspricht der der Pulveraufnahme (monochromatische Strahlung). Der Kristall befindet sich gut justiert auf einem Goniometerkopf. Ist die Drehrichtung eine Richtung hoher Symmetrie, so fallen bei Drehung um 360° häufig Reflexe von ungleichwertigen Ebenen zusammen. Die Trennung solcher Reflexe gelingt durch einen eingeschränkten Drehbereich („Schwenkaufnahmen") $< 360°$, wobei die Stellung des Kristalls und der Schwenkwinkel aufeinander abgestimmt sein müssen. Als Blende dient gewöhnlich ein der Drehachse paralleler Spalt, zur genauen Messung der Schichtlinienabstände ein Spalt senkrecht zur Drehachse. Zur Kontrolle der Kristallorientierung, die genau eingehalten werden muß, dient eine Laue-Aufnahme in derselben Anordnung. Bei der Aufnahme ist das Kriställchen (Nadeln von etwa 1 mm Höhe und 0,1 mm Dicke) ganz vom Röntgenstrahl umspült.

Eine Mikrokammer für Kriställchen von 0,01 mm Linearausdehnung ist von Kratky beschrieben (Z. Krist. **73**, 567, 1930; **76**, 261, 517, 1930).

Bedeutet σ_n den Öffnungswinkel der n-ten Schichtlinie gegen die Primärstrahlrichtung (Abb. 310), so ergibt sich der Identitätsabstand I (Abstand gleichwertiger Gitterpunkte) zu

$$I = \frac{n \cdot \lambda}{\sin \sigma_n}.$$

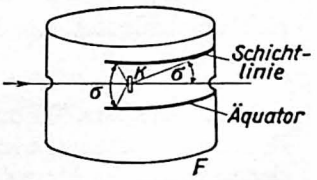


Abb. 310. Geometrie der Schichtlinien beim Drehkristallverfahren

Der Winkel ϱ zwischen der Normalen einer unter dem Winkel ϑ reflektierenden Netzebene und der Drehachse bestimmt sich aus

$$2 \sin \vartheta \cdot \cos \varrho = \sin \sigma_n.$$

Eine zusammenfassende Darstellung des Drehkristallverfahrens findet sich bei Schiebold, Fortschr. Mineralog. **11**, 113, 1927.

Die Kantenlängen werden direkt durch Aufnahmen von drei Drehdiagrammen um die drei kristallographischen Achsen erhalten, die Translationsgruppe durch Aufnahmen um weitere kristallographisch ausgezeichnete Richtungen.

Das Braggsche Spektrometerverfahren, bei dem meist nur die nullte Schichtlinie ausgemessen wird, wird vorteilhaft zu absoluten Intensitätsmessungen mit Hilfe einer Ionisationskammer angewendet (Messung der Energie des einfallenden und des reflektierten Strahls).

James u. Firth, Proc. Roy. Soc. London **117**, 62, 1927.

e) Goniometerverfahren (Weißenberg 1924). Bei diesem Verfahren, das hauptsächlich zur Strukturbestimmung komplizierter Kristalle benutzt wird (Zusammendrängung der Reflexe einer Schichtlinie bei großen Zellen), werden die Reflexe einer Schichtlinie flächenhaft auseinandergezogen, was durch eine Verschiebung der Filmtrommel parallel zur Drehachse des Kristalls und proportional dem Drehwinkel erzielt wird. Verschiedene Varianten dieses Verfahrens unterscheiden sich durch die Kopplung der Dreh- und Fortbewegung von Kristall bzw. Film (Sauter, Schiebold, Polanyi, de Jong u. Bouman). Die Belichtungszeiten sind ähnlich wie bei Schwenkaufnahmen.

Zusammenstellung von Literaturnachweisen bei Glocker, Materialprüfung. Berlin 1936; de Jong u. Bouman, Physica **5**, 188, 220, 1938.

D. Intensitätsgesetze

Die genaue Erforschung der Gitterstruktur, insbesondere die Bestimmung der Basis, erfordert die Einbeziehung der Intensitäten in die Diskussion.

Eine zusammenfassende Darstellung über die theoretischen und experimentellen Grundlagen der Intensität der Röntgeninterferenzen: Ewald, Handb. d. Phys. **23, 2**, 207, 1933; v. Laue, Röntgenstrahlinterferenzen. Leipzig 1941.

Die wichtigsten Faktoren, die die Intensität einer Röntgeninterferenz bestimmen, sind die folgenden:

a) Polarisationsfaktor. Die Winkelabhängigkeit der Streuung eines Elektrons bei einfallender, nicht polarisierter Strahlung ist durch den Polarisationsfaktor $P = \frac{1 + \cos^2 2\vartheta}{2}$ gegeben, wo 2ϑ den Winkel zwischen Primärstrahl und Streurichtung bedeutet. Alle Interferenzintensitäten müssen auf Polarisation korrigiert werden.

b) Atomfaktor. Die mit der Röntgenwellenlänge vergleichbare räumliche Ausdehnung des Atoms veranlaßt Phasendifferenzen zwischen den von verschiedenen Teilen des Atoms ausgehenden Streuwellen. Die Amplituden der Streuwellen werden sich streng genommen nur in der Primärrichtung addieren (die Streuamplitude ist in der Primärrichtung proportional zur Atomelektronenzahl). Der Atomfaktor F bedeutet nun das Verhältnis der Amplituden der Ausstrahlung des wirklichen Atoms zu der eines freien, gemäß der Thomsonschen Streuformel streuenden Elektrons. Die Richtungsabhängigkeit von F besteht in einer monotonen Abnahme mit zunehmendem $\frac{\sin\vartheta}{\lambda}$; daher rührt die bei zunehmendem Streuwinkel abnehmende Interferenzintensität, die proportional zu F^2 ist.

Die nachfolgende Tabelle gibt die Atomfaktoren nach Hartree für Na^+ (10 Elektronen) und Cl^- (18 Elektronen):

Atomfaktoren F für Natrium und Chlor

$\frac{\sin\vartheta}{\lambda}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
F_{Na+}	10	9,5	8,2	6,7	5,2	4,0	3,2	2,5	2,3	2,0	1,7
F_{Cl-}	18	15,2	11,5	9,3	8,1	7,2	6,5	5,8	5,1	4,4	3,8

Die Bestimmung des Atomfaktors gelingt mit Hilfe von absoluten Intensitätsmessungen durch eine Ionisationsmessung nach dem Spektrometerverfahren (James, Waller u. Hartree, Proc. Roy. Soc. London (A) **118**, 334, 1928) oder nach der Pulvermethode auf photographisch-photometrischem Wege. Brentano, Proc. Phys. Soc. **47**, 932, 1935; Brindley u. Spiers, ebd. **50**, 17, 1938. Feinheiten bezüglich der Elektronenladungs-Verteilung im Atom können z. B. durch Streuung an gasförmigen Molekülen oder Atomen ermittelt werden, vgl. Thomer, Phys. Z. **38**, 48, 1937. Liegt die eingestrahlte Wellenlänge in der Nähe einer Absorptionskante des streuenden Atoms, so tritt eine dispersionsmäßige Abnahme des Atomfaktors ein; vgl. Hönl, Ann. Phys. (5) **18**, 625, 1933; Wollan, Rev. Modern Phys. **4**, 205, 1932; Waller u. Hartree, Proc. Roy. Soc. London (A) **124**, 119, 1929; Hartree, Phys. Z. **30**, 517, 1930.

c) Temperaturfaktor. Dieser Faktor berücksichtigt die thermische Bewegung der Atome im Gitter. Sie bewirkt mit zunehmender absoluter Temperatur T eine Schwächung der Interferenzen, die nicht mehr proportional zu F_0^2 sind (F_0 Atomfaktor beim absoluten Nullpunkt, bei dem nur noch die Nullpunktsenergie existiert), sondern zu $F_T^2 = F_0^2 \cdot e^{-2M}$, wo M den Temperaturfaktor darstellt. Er folgt theoretisch aus der Debyeschen Theorie der spezifischen Wärme. Experimentell wird M durch Messung der Interferenzintensität bei zwei oder mehreren verschiedenen Temperaturen gemessen. M ist bei gegebener Temperatur um so kleiner, je höher die charakteristische Temperatur Θ der Substanz liegt. Daher liefern Stoffe mit sehr hoher charakteristischer Temperatur (große Härte), z. B. Diamant, sehr intensive, klare Röntgendiagramme. Die Erhöhung der Temperatur bewirkt außer dieser Schwächung der Interferenzen (Interferenzschärfe bleibt erhalten!) noch einen durch die Temperaturbewegung verursachten allgemeinen Streuhintergrund, der sich auch den Interferenzen unterlagert. Mit abnehmender Kristallgröße macht sich dieser Streuhintergrund um so eher bemerkbar. Er ist bei kleinen Reflexionswinkeln schwach und nimmt monoton von 0^0 bis 180^0 zu.

d) Lorentz-Faktor. Die spektrale Breite der primären Röntgenwelle und die Winkeldivergenz des Primärstrahls verändern das Ansprechungsvermögen einer Gitterebene. Der diese Tatsache berücksichtigende Lorentz-Faktor L nimmt bei verschiedenen Feinstrukturverfahren auch verschiedene Formen an. Es ist beim Debye-Scherrer-Verfahren

$$L = \frac{1}{\sin 2\vartheta \cdot \sin\vartheta},$$

beim Drehkristall-Verfahren

$$L = \frac{1}{\sin 2\vartheta} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin\sigma}{\sin 2\vartheta}\right)^2}}.$$

e) Strukturfaktor. Die Intensität bzw. das Vorkommen einer Interferenz wird durch die Anordnung der Atome im Gitter bestimmt. Das Fehlen bestimmter Reflexionen („Auslöschungen") erlangt besondere Bedeutung bei der Bestimmung der Atomlagen im Gitter. Durch Ineinanderstellen mehrerer einfacher Translationsgitter treten keine neuen Reflexionen auf; es können aber Reflexionen ausfallen, die beim einfachen Translationsgitter vorhanden waren. Beim kubisch-raumzentrierten Gitter z. B. fehlen alle Reflexionen von Netzebenen, deren Indizessumme $(h+k+l)$ eine ungerade Zahl ist. Beim kubisch-flächenzentrierten Gitter sind die drei Indizes reflektierender Ebene entweder alle gerade oder alle ungerade; Reflexionen mit gemischten Indizes treten nicht auf. Sind (m_A, n_A, p_A), (m_B, n_B, p_B) die Koordinaten der Atome A und B in der Elementarzelle eines Gitters, ausgedrückt in Bruchteilen der Kantenlänge (A und B sind die Atomfaktoren der beiden Atome), so hat der Strukturfaktor S für die Netzebene (hkl) den Wert

$$S = A \cdot e^{2\pi i(m_A \cdot h + n_A \cdot k + p_A \cdot l)} + B \cdot e^{2\pi i(m_B \cdot h + h_B \cdot k + p_B \cdot l)}.$$

Dieser Strukturfaktor liefert für jede Netzebene die Intensität. Mit dem Atomfaktor F und dem Temperaturfaktor M tritt der Strukturfaktor für die Atomsorten $A, B, \ldots$, folgendermaßen zusammen:

$$S = |S_A \cdot F_A e^{-M_A} + S_B \cdot F_B \cdot e^{-M_B} + \cdots|^2.$$

Zahlreiche Beispiele der Strukturfaktorberechnung bei Ott, Handb. d. Exp.-Phys. **7, 2**, 1, 1928; Brill u. Mitarbeiter, Ann. Phys. (5) **34**, 393, 1939; vgl. 3, E, e.

f) Mosaikstruktur. Unter Mosaikkristall versteht man einen Kristall, der aus kleinen, in sich idealen (kohärenten) Blöckchen besteht, die mit kleinen Neigungen (Größenordnung Bogensekunde) und Versetzungen aneinandergelagert sind. Der Mosaikzustand erhöht das Reflexionsvermögen eines Kristalls gegenüber dem eines Idealkristalls (ohne Mosaikstruktur). Die Reflexionsintensität eines Idealkristalls ist proportional $|S|$ (S = Strukturfaktor), die eines Mosaikkristalls proportional $|S|^2$. Die natürlichen Kristalle kommen gewöhnlich der Mosaikstruktur näher als der Idealstruktur. Künstliche Erhöhung der Mosaikwirkung und damit auch der Reflexionsintensität läßt sich durch Polieren erzielen.

Vgl. Renninger, Naturwiss. **22**, 334, 1934; Z. techn. Phys. **16**, 440, 1935.

g) Absorptionsfaktor. Da sowohl Primär- als auch Sekundärstrahlen einen endlichen Weg im Kristall zurücklegen, so wird eine Schwächung A durch Absorption und Extinktion eintreten. Als primäre Extinktion bezeichnet man die die normale Schwächung im Falle der Reflexion an einer Netzebene überschreitende Schwächung, was bei unvollkommenen Einkristallen, insbesondere organischen Kristallen, nicht berücksichtigt zu werden braucht. Die sekundäre Extinktion rührt von der Mosaikstruktur der Einkristalle her (sie spielt bei Pulvern keine Rolle).

h) Flächenhäufigkeitsfaktor. Netzebenen mit gleichem Netzebenenabstand und gleichem Strukturfaktor und verschiedenen Millerschen Indizes (hkl) können sich gleichzeitig in Reflexionsstellung befinden (bei kubischen Kristallen z. B. gibt es 6 Würfelebenen, 8 Oktaederebenen usw.). Die Flächenhäufigkeitszahl H berücksichtigt diese Tatsache.

Tabellen über H finden sich bei Schwarz-Summa (vgl. S. 434).

i) Photographischer Wirkungsfaktor. Dieser Faktor W berücksichtigt die Tatsache, daß für verschiedene Winkel zwischen der Filmnormalen und der Richtung der Interferenzstrahlen das Volum der getroffenen photographischen Schicht verschieden sein kann. Die Intensität, aus der Schwärzung gewonnen, muß auf gleiches Schichtvolum bezogen sein.

k) Umweganregung. Der Primärstrahl kann unter bestimmten Azimuten Nebenreflexionen erregen, die durch weitere Reflexionen von der Differenzordnung zwischen Haupt- und Nebenreflex in die Austrittsrichtung des Hauptreflexes gelenkt werden. Diese Erscheinung kann zur Vortäuschung nicht vorhandener Reflexe führen. Beim Pulververfahren besteht diese Gefahr nur bei grobkörnigem Pulver. Da die durch Umweganregung erzeugten Reflexionen meist sehr schwach sind, besteht die Gefahr der Vortäuschung hauptsächlich bei der Suche nach anderen, sehr schwachen Reflexionen.

Vgl. Renninger, Z. Phys. **106**, 141, 1937.

l) Formel für die gesamte Intensität. Die Intensität I eines Interferenzstrahles ergibt sich aus der Zusammenfassung aller Faktoren zu

$$I \text{ proportional } P \cdot L \cdot |SFe^{-M}|^2 \cdot A \cdot H \cdot W.$$

4. Anwendungsgebiete der Röntgenstrahlen

A. Gefügeuntersuchungen mit Hilfe der Feinstrukturanalyse

Die einzelnen Kristallite, die aus dem Atom- oder Molekülgitter aufgebaut sind, bilden in ihrer Gesamtheit das Gefüge. Die Aufgabe der Gefügeuntersuchung liegt vor allen Dingen in der Bestimmung des Zusammenhanges zwischen Kristalleigenschaften (Größe, Form, Orientierung, Zusammensetzung) und anderen physikalischen Eigenschaften (Festigkeit, magnetische Eigenschaften, elastische Spannungen). Hierzu sind auch die Strukturuntersuchungen an Flüssigkeiten und an Gasmolekülen zu rechnen.

a) Kristallitorientierung (Textur, Fasertextur). Liegen die Kristallite nicht regellos durcheinander, sondern zeigen sie eine bestimmte statistische Ordnung, so wird sich dies in einer Auflösung der Debye-Scherrer-Kreise in einzelne Kreisbogenstücke (teilweise sogar in einem vollständigen Ausfall eines Kreises) zu erkennen geben. Die Aufnahmen der Textur werden vorteilhaft auf ebenen Filmen oder photographischen Platten gemacht. „Fasertextur" bedeutet, daß alle Kristallite, z. B. in einem gezogenen Draht oder in einer Faser, mit einer bestimmten kristallographischen Richtung zueinander parallel bei regelloser Verdrehung um diese Faserachse liegen. Bei „Walztexturen" (Lagerung der Kristallite in gewalzten Blechen) liegt außer einer bestimmten kristallographischen Richtung auch eine bestimmte Kristallebene parallel zur Walzebene. Die Verwendung kurzwelliger Strahlung (z. B. Mo-Strahlung) macht auch die Reflexionen höher indizierter Netzebenen noch gut erkennbar bei guter Durchstrahlungsfähigkeit für dünne Bleche.

Auswertung von Texturaufnahmen bei Glocker, Materialprüfung. Berlin 1936; Sachs, Praktische Metallkunde **2**. Berlin 1934; Schmid, u. Boas, Kristallplastizität. Berlin 1935.

b) Teilchengrößenbestimmung. Das Prinzip der röntgenographischen Teilchengrößenbestimmung (v. Laue, Scherrer) beruht auf der Tatsache der Verbrei-

terung der Interferenzlinien mit abnehmender Kristallgröße. Die Größe des Kriställchens bestimmt seine Auflösungsschärfe (entsprechend der Strichzahl bei einem optischen Gitter). Die Verbreiterung der Interferenzen beginnt unterhalb einer Teilchengröße von 10^{-6} bis 10^{-5} cm Durchmesser, um bei 10^{-7}cm so diffus zu werden, daß die Interferenzen kaum vom Untergrund unterschieden werden können. Nach Brill wird dem Pulverpräparat zur Verringerung von Absorptionseffekten die Form eines sehr dünnwandigen Hohlzylinders gegeben entweder: 1. durch Aufstreichen des in Kollodium suspendierten Pulvers auf ein benzollösliches Trägerstäbchen, das nachher herausgelöst wird, oder 2. durch Aufstreichen auf ein amorphes, praktisch vollkommen absorbierendes Bleiglasstäbchen. Im ersten Falle erhält man doppelte Interferenzen, deren Maximalabstand ein Maß für die Teilchengröße ist. Bei der Untersuchung von Metalldrähten wird starke Absorption durch Wahl einer langwelligen Strahlung erzielt.

Brill, Z. Krist. **75**, 217, 1930; Kurvenblätter zur Auswertung bei Brill, Ergebnisse d. technischen Röntgenkunde **2**, 115, 1931; v. Laue, Z. Krist. **64**, 115, 1926; Brill, ebd. **68**, 387, 1928; Halberstadt, Meßtechnik **15**, 21, 42, 1939.

Die Eintrittsöffnung der Debye-Scherrer-Kammer ist punktförmig (Lochblende) zu wählen; der Abstand Blende-Präparat muß dem Abstand Präparat-Film gleich sein. Die Messung liefert eine mittlere Teilchengröße; in besonders günstigen Fällen kann die Teilchenform bei kubischen Kristallen errechnet werden.

Jones, Proc. Roy. Soc. London **166**, 16, 1938. Über andere interferenzverbreiternde Einflüsse s. Jones, Proc. Roy. Soc. London **166**, 637, 1938. Über Teilchengrößenbestimmungen mit Elektronenstrahlen vgl. Schoon u. Haul, Z. phys. Chem. **44**, 109, 1939.

c) Flüssigkeits- und Gasinterferenzen, Compton-Effekt. Die Intensitätsverteilung der Röntgenstreustrahlung (monochromatische Primärstrahlung) wird durch zwei Faktoren bestimmt: 1. Interferenzen der Atomstreustrahlung innerhalb desselben Moleküls (intramolekular); 2. Interferenzen der Molekülstreustrahlung eines Moleküls mit der eines Nachbarmoleküls (intermolekular).

Bei der Streuung einer Flüssigkeit sind beide, bei der Streuung an Gasen nur die erste der Interferenzmöglichkeiten zu berücksichtigen. Die intermolekularen Interferenzen liegen bei kleinen Beugungswinkeln; sie entstehen durch einen mittleren wahrscheinlichsten Molekularabstand, der jeweils nur über Bereiche von der Größenordnung sehr weniger Molekularabstände verwirklicht ist. Die experimentelle Untersuchung erfolgt entweder durch photographische Aufnahmen der von einer freien Flüssigkeitsoberfläche ausgehenden Streustrahlung (der Primärstrahl fällt unter flachem Winkel auf die ebene Flüssigkeitsoberfläche oder streifend auf eine Tropfenkuppe auf) oder durch Durchstrahlung einer dünnen Flüssigkeitsschicht. Möglichst hohe Monochromasie der Strahlung, am besten erreicht durch Kristallreflexion, ist erforderlich.

Zusammenfassende Darstellungen von Kronig, Handb. d. Phys. **24,2**, 1934; Debye u. Menke, Ergebnisse d. technischen Röntgenkunde **2**. Leipzig 1931; Stewart, Rev. Mod. Phys. **2**, 116, 1930; Trillat, Z. Phys. **64**, 191, 1930. Entsprechende Untersuchungen sind auch an Gläsern angestellt worden, vgl. Warren, J. Appl. Phys. **8**, 645, 1937.

Die Erfassung der Gasinterferenzen (Streuung an ein- und mehratomigen Gasen) erfordert lange Belichtungszeiten.

Über die Benutzung eines Geiger-Müller-Zählers vgl. v. d. Grinten u. Brasseur, Nature **137**, 657, 1936.

Sehr wichtig ist bei Gas- und Flüssigkeitsinterferenzen, besonders an leichten Atomen als Streukörpern, die Berücksichtigung der inkohärenten Compton-Streustrahlung, die keine Interferenzen liefert, sondern nur als Untergrund sich bemerkbar macht, dessen Stärke von der Zahl und Bindungsart der Atomelektronen abhängt.

Nach Wentzel (Z. Phys. **43**, 779, 1927) ist die Summe von inkohärenter und kohärenter Streustrahlung für alle Streuwinkel konstant (ohne Berücksichtigung des Polarisationsfaktors). Vgl. Hoffmann, Phys. Z. **39**, 695, 1938; Debye, Ergebnisse d. technischen Röntgenkunde **3**, 1932; Bewilogua, Phys. Z. **32**, 740, 1931; Wollan, Rev. Mod. Phys. **4**, 205, 1932.

Der Compton-Effekt kann als Stoßprozeß zwischen einem Lichtquant $h\nu_0$ und einem ursprünglich ruhenden freien Elektron aufgefaßt werden, wobei das Lichtquant einen Teil seiner Energie an das Elektron abgibt. Aus den Erhaltungssätzen für Energie und Impuls folgt für die inkohärente Compton-Wellenlänge λ der Wert

$$\lambda = \lambda_0 + 2\Lambda \sin^2 \frac{\Theta}{2} \quad \text{mit} \quad \Lambda = \frac{h}{mc} = 0{,}0242\,\text{Å}$$

(m Elektronenmasse, c Lichtgeschwindigkeit, h Plancksches Wirkungsquantum, Θ Winkel zwischen Primär- und Streurichtung des Lichtquants, λ_0 Wellenlänge des Primärquants). Aus der Messung der Breite der Compton-Linie kann auf die Geschwindigkeitsverteilung der streuenden Elektronen geschlossen werden. Das Intensitätsverhältnis der verschobenen zur unverschobenen Linie nimmt mit zunehmender Ordnungszahl des Streustrahlers ab, während die Breite der verschobenen Linie mit zunehmendem Streuwinkel monoton zunimmt. Geringe Abweichungen von der durch die obige Gleichung festgelegten Wellenlängenverschiebung werden durch die Bindung der Streuelektronen verursacht.

Kirkpatrick, Ross, Ritland, Phys. Rev. (2) **50**, 928, 1936; Kappeler, Ann. Phys. (5) **27**, 129, 1936.

Über Messungen der an gasförmigem He gestreuten Compton-Linie mit fokussierendem Quarzkristallspektrometer vgl. DuMond und Kirkpatrick, Phys. Rev. (2) **52**, 419, 1937. Über eine Bestimmung der Zahl freier Leitungselektronen in Be aus dem kontinuierlichen Untergrund der inkohärenten Streustrahlung vgl. Scharwächter, Phys. Z. **38**, 165, 1937.

d) Messung elastischer Spannungen. Eine makroskopische elastische Verformung wirkt sich submikroskopisch durch eine Änderung der Gitterkonstante aus, die proportional der elastischen Dehnung ist. Die Größe und Richtung der drei Hauptspannungen (Achsen des Spannungsellipsoids) folgt nach einem von Glocker und Oßwald angegebenen Verfahren, wobei die Größe der Gitterkonstanten im spannungsfreien Zustande nicht bekannt zu sein braucht. (Das Verfahren liefert die Größe von Oberflächenspannungen; die Spannung in der zur Tangentialebene am Meßpunkt senkrechten Richtung ist dabei immer Null.) Diese Beschränkung ist kein Nachteil des Verfahrens, da in der Oberfläche die Maximalwerte der Spannung liegen und von dort gewöhnlich Dauerbrüche ausgehen.

Das Verfahren besitzt hervorragendes technisches Interesse, da es mit großer Genauigkeit die Spannungen längs kleinster Bereiche, z. B. in der Umgebung von Bohrlöchern, liefert.

Vgl. Glocker, Materialprüfung. Berlin 1936; Z. Metallkunde **27**, 196, 1935; Glocker u. Schaaber, Ergebnisse d. technischen Röntgenkunde **6**. Leipzig 1938; Berthold, Z. Techn. Phys. **15**, 42, 1935.

Über röntgenographische Spannungsmessung bei dynamischer Beanspruchung vgl. Glocker, Kemnitz u. Schaal, Arch. Eisenhüttenwesen **13**, 89, 1939.

e) Sonstige Anwendungen. Von besonders praktischem Interesse sind: die Untersuchung der Bildung von Mischkristallen bei Metallen, Ermittlung von Überstrukturen durch das Auftreten zusätzlicher Interferenzen (periodische Verteilung verschiedener Atomsorten auf gleichwertige Gitterplätze), Rekristallisationsvorgänge, Aufnahme von Zustandsdiagrammen bei Legierungen, polymorphe Umwandlungen. Vgl. Glocker, Materialprüfung. Berlin 1936; Ewald, Handb. d. Phys. **23,2**, 1933. Besondere Bedeutung hat die Strukturanalyse organischer Moleküle und deren Kristallgitter erlangt. Nach den Arbeiten von Bragg und Mitarbeitern gelingt mit Hilfe von Drehkristallaufnahmen in Verbindung mit absoluten Intensitätsmessungen eine Bestimmung der Elektronenladungsverteilung auf dem Wege einer Fourier-Analyse. Aus den Strukturfaktoren können die Fourierkoeffizienten der Elektronendichtefunktion parallel zu einer Zonenachse gewonnen werden. Auf diese Weise erhält man durch Projektion der Dichtefunktion auf eine Basisebene ein Niveaulinienbild der Elektronenverteilung. Nach den Untersuchungen von Brill u. Mitarbeiter, Naturwiss. **26**, 29, 1938; Ann. Phys. (5) **34**, 393, 1939, können sogar die Lagen der H-Atome in organischen Molekülen ermittelt werden. Vgl. Ewald, Handb. d. Phys. **23,2**, 207, 1933; Bragg, **3**; Spiers, Memorial Lecture „Molecul Planning", 1934; Mark u. Schoßberger, Ergebn. exakt. Naturwiss. **16**, 183, 1937; Robinson, Ergebnisse d. technischen Röntgenkunde **4**, 3, 1934.

Die Anregung von Atomen in einem Einkristall zur Emission ihrer Röntgenfluoreszenzstrahlung mit Hilfe von Kathoden- oder Röntgenstrahlen führt auf Röntgeninterferenzen in dem Kristall selbst. Eine im Abstand von wenigen cm vom Kristall aufgestellte photographische Platte zeigt die hellen oder dunklen Interferenz-Linien (Kegelschnitte entsprechend den Seemannschen Weitwinkeldiagrammen), wenn der einfallende Strahl sich in der Nähe eines solchen Kegels befindet. Diese von Kossel und Mitarbeitern gefundenen Gitterquellen-Interferenzen hängen in ihrer Lage und Richtung wie die Seemannschen Weitwinkeldiagramme nur von dem Verhältnis Wellenlänge zu Netzebenenabstand ab, das auf diese Weise sehr genau ermittelt werden kann.

Vgl. Kossel und Voges, Ann. Phys. (5) **23**, 705, 1935; Kossel, Ergebn. exakt. Naturwiss. **16**, 295, 1937.

In Analogie zur quantitativen Spektralanalyse gelingt unter bestimmten Bedingungen auch eine quantitative Kristallitanalyse, wobei der zu analysierende Stoff fein zerteilt und Korkmehl zwecks Verminderung der Absorption zugemischt werden muß. Die Konzentrationen werden aus den Interferenzintensitäten ermittelt. Vgl. Schäfer, Z. Krist. **99**, 142, 1937.

Über den Einfluß von Gitterstörungen auf Röntgeninterferenzen vgl. Boas, Z. Krist. **97**, 354, 1937; Clark u. Dunn, Phys. Rev. (2) **52**, 1170, 1937; Bragg u. Lipson, Nature **141**, 367, 1938; Wolbank, Naturwiss. **25**, 456, 1937; Fricke, Z. Elektroch. **46**, 491, 1940.

Über plastische Verformung vgl. Sachs, Handb. d. Exp.Phys. **5**, 18ff., 1930.

B. Grobstruktur-Untersuchungen

Zusammenfassende Darstellungen: Berthold, Grundlagen der technischen Röntgendurchstrahlung. Leipzig 1930; Berthold, Atlas der zerstörungsfreien Prüfverfahren. Leipzig 1936; Clark, Applied X-Rays, 2. Edit. New York 1933; John u. Isenburger, Industrial Radiographie. New York 1934.

Die technische Materialuntersuchung mit Röntgenstrahlen beruht auf der wichtigen Eigenschaft der Röntgenstrahlen, alle Stoffe je nach ihrer Dicke und Dichte in verschiedenem Maße zu durchdringen. Es gelingt hiermit eine zerstörungsfreie Prüfung des Werkstoffes auf Vorhandensein äußerlich nicht wahrnehmbarer Fehlstellen (Risse, Lunker, Einschlüsse, Schweißnahtfehler usw.). Die Fehlererkennbarkeit hängt von zahlreichen Faktoren ab.

a) Nachweismittel. Als Nachweismittel kommen die photographische Aufnahme (meist in Verbindung mit Verstärkerfolien) oder das Leuchtschirmbild, weniger die Ionisationskammer oder das Zählrohr in Frage (vgl. Abschn., C, S. 416).

b) Einzuhaltende Versuchsbedingungen. Normalerweise sind folgende Bedingungen aus Vergleichsgründen einzuhalten: 50 oder 70 cm Brennfleckabstand vom Film, Schwärzung der Aufnahme $S \sim 0{,}7$, konstante Gleichspannung, doppelseitig begossener Film mit zwei Verstärkerfolien.

c) Strahlenhärte. Der Nachweis von Dickenunterschieden im Prüfstück ist um so empfindlicher, je weicher (langwelliger) die Röntgenstrahlung ist. Dem Kontrastgewinn durch Verwendung weicher Strahlung stehen die langen Expositionszeiten bzw. zu geringe Fluoreszenzhelligkeiten gegenüber. Zunehmende Strahlenhärte verringert die Expositionszeit und erhöht die Größe noch sicher erkennbarer Fehlstellen.

Nach Neeff gilt für einen 4 cm dicken Al-Block bei 50 cm Brennfleckabstand:

Spannung in KV	Durchmesser der noch sicher nachweisbaren Fehlstelle in mm	Belichtungszeit in s
50	0,5	720
100	0,7	60
170	1,2	10

Andererseits sinkt bei gegebener Strahlenhärte die Fehlererkennbarkeits-Grenze (Dicke der noch erkennbaren Fehlstelle in % der Gesamtdicke) mit zunehmender Dicke des Prüfstücks. Bei etwa $\frac{1}{4}$stündiger Belichtung (Brennfleckabstand 50 cm, Verstärkerfolien, 200 kV, 15 mA) lassen sich etwa 400 mm Al, 90 mm Fe, 60 mm Cu mit der Fehlererkennbarkeits-Grenze von etwa 5% bzw. 1% bzw. 0,7% untersuchen. Die durchstrahlbaren Grenzdicken bei 500 kV liegen etwa bei dem 1,5 fachen dieser Werte.

d) Streustrahlung. Je geringer die Dichte der durchstrahlten Substanz ist, um so größer ist der Anteil der Streustrahlung an der auf die photographische Platte gelangenden Nutzstrahlung. Die Streustrahlung, die namentlich mit zunehmender Härte der Strahlung intensiver wird, nimmt anteilmäßig weiter bei wachsendem durchstrahltem Volum und bei wachsender Feldgröße zu. Enge Ausblendung des Primärstrahls oder Verwendung einer Streustrahlenblende beschränkt den Streustrahleneinfluß, der die Fehlererkennbarkeit stark beeinträchtigen kann.

Glocker, Materialprüfung. Berlin 1936.

Besondere Beachtung der Strahlenschutz-Vorschriften (vgl. Abschn. e, S. 415) ist bei Materialprüfung von größeren Leichtmetallgußstücken geboten, da die vom Prüfstück ausgehende Streustrahlung im Prüfstück selbst praktisch nicht absorbiert wird und den ganzen Raum erfüllt. Wohl erfolgt die Streuung bei zunehmender Strahlenhärte immer mehr in der Vorwärtsrichtung, aber die Absorption verringert sich äußerst stark, und die mehrfache Compton-Streuung tritt immer stärker hervor.

e) Bildqualität. Die für ein hochwertiges Bild maßgebenden Eigenschaften sind die Bildschärfe und der Bildkontrast.

α) Die Bildschärfe hängt hauptsächlich von geometrischen Bedingungen ab. Ein kleiner, möglichst punktförmiger Brennfleck der Röntgenröhre (z. B. Hohlanodenröhren mit nahezu punktförmigem Brennfleck von etwa 0,2 mm Durchmesser) und große Entfernung Röhre-Objekt und kleine Entfernung

Objekt-Film liefern scharfe Bilder. (Objekt, Film und Röhre vollkommen ruhig lagern!) Die Verwendung von Verstärkerfolien bringt einen Verlust an Schärfe mit sich. Neben sehr stark die Belichtungszeit abkürzenden Folien mit geringer Zeichenschärfe gibt es auch Folien mit geringerer Verstärkung und größerer Zeichenschärfe (vgl. Abschn. b, S. 417).

β) Der Bildkontrast wird wesentlich durch die Härte der Strahlung bestimmt. Weiche Strahlung liefert kontrastreiche Bilder. Streustrahlung vermindert den Kontrast und damit die Detailerkennbarkeit. Die steile Gradation der Röntgenfilme erhöht den Kontrast, besonders bei Verwendung von Verstärkerfolien. Der Schwärzungsumfang einer Aufnahme soll den Bereich zwischen der Schwärzung $S = 0{,}3$ und $S = 2{,}0$ nicht überschreiten (bestes Gebiet für die Bildbetrachtung). Die Bildqualität wird ferner wesentlich durch Verwendung der im Handel befindlichen Röntgenentwickler günstig beeinflußt.

Vgl. Eggert, Einführung in die Röntgenphotographie. Leipzig 1936.

Bei Leuchtschirmbeobachtung ist die Erkennbarkeit der Einzelheiten gegenüber der photographischen Aufnahme wesentlich geringer, bei der Schwärzungsunterschiede von $\Delta S = 0{,}02$ bei einer Schwärzung von $S = 0{,}7$ noch gut wahrgenommen werden können. Bei Aufnahmen von Körpern mit starken Dickenunterschieden oder sehr unregelmäßiger Form ist zur Vermeidung von Überstrahlungen in der photographischen Schicht ein künstlicher Dickenausgleich (z. B. Verstopfen mit bleihaltiger Paste, Anlegen von Gegenstücken u. a.) herzustellen.

f) Die γ-Durchstrahlung. Die große Härte der γ-Strahlung erlaubt die Durchstrahlung von Stahl bis zu 200 mm und von Kupferlegierungen bis zu 150 mm. Als Präparate dienen Radium oder Mesothor. Zur Durchstrahlung eines 100 mm dicken Stahlblocks ist zur Erzielung einer Grundschwärzung von $S = 0{,}7$ bei Verwendung von 30 mg Mesothor eine Belichtungszeit von etwa 50 Stunden erforderlich (50 cm Abstand zwischen Strahlenquelle und Film).

Vgl. R. Berthold, Ergebn. techn. Röntgenkunde **5**, 1, 1935.

g) Beurteilung des Röntgenbildes. Um eine Gewähr dafür zu haben, daß Materialfehler bestimmter Größe auch wirklich abgebildet werden, benötigt man Testkörper aus dem gleichen Material wie das Prüfstück; sie werden auf das Material aufgelegt und mitphotographiert. Die Testkörper bestehen meistens aus Drahtstegen bestimmten Durchmessers. Die genaue Kontrolle der Strahlrichtung erfolgt mit einem drehbaren Schlitztest nach Berthold.

DIN-Blatt 1914 „Richtlinien für die Prüfung von Schweißverbindungen mit Röntgen- und Gammastrahlen".

Die Fehlererkennbarkeit ist stark von der Form und Lage der Fehlstellen abhängig. Risse werden z. B. nur dann nachgewiesen werden können, wenn sie nicht allzu fein sind und vor allen Dingen ihre Richtung einigermaßen bekannt ist. Die Tiefenlage einer Fehlstelle kann durch zwei Aufnahmen aus verschiedenen Winkeln (Stereoskop-Prinzip) ermittelt werden. Eine geometrische Vergrößerung des Grobstrukturbildes durch einen vergrößerten Objekt-Film-Abstand kann die Fehlererkennbarkeit sowohl bei Aufnahmen als auch bei Leuchtschirmbeobachtung erhöhen.

Über eine Steigerung des Bildkontrastes durch Auflegen des Negativs auf einen zur Fluoreszenz angeregten Leuchtschirm: Wolf, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **54**, 104, 1936.

h) Medizinische Diagnostik. Als ein spezielles Teilgebiet der Grobstruktur-Untersuchung muß die medizinische Diagnostik gelten. Für die röntgenoptische Darstellung medizinischer Objekte (Gewebe, Lunge, Knochen) sind im wesentlichen die in diesem Abschnitt bereits gemachten Angaben gültig. Da derartige medizinische Objekte eine geringe Dichte haben (ungefähr entsprechend der Dichte des Wassers), ist es zur Erzielung guter Kontraste erforderlich, mit verhältnismäßig weichen Strahlen zu arbeiten. Spannungen über 100 kV werden praktisch nicht verwendet. Da bei weichen Strahlen unter sonst gleichen Umständen die Belichtungszeit höher ist als bei harten Strahlen, werden hohe Röhrenströme zur Erzielung hoher Strahlenintensität angewendet. Moderne Diagnostikapparate erlauben bei einer Brennfleckgröße von etwa 2—4 mm^2 während weniger Tausendstel Sekunden einen Durchgang von 1000 mA durch die Röhre (Drehanode). Diese Aufnahmetechnik bewährt sich besonders bei Aufnahmen von bewegten Objekten (Herz, Magen u. a.). In der sog. Schichtbildphotographie gelingt die röntgenographische Darstellung einer bestimmten Körperschicht ohne störende Überdeckung durch über oder unter der abzubildenden Schicht liegende Bildteile (z. B. Lungenaufnahmen ohne Abbildung der Rippen). Dies wird durch gleichzeitige, gegenläufige Bewegung von Röntgenröhre und Film um einen gemeinsamen, in der abzubildenden Schicht liegenden Drehpunkt erreicht.

Über elektromedizinische Geräte vgl. Nitka, Z. VDI **80**, 1153, 1936; über Aufnahmetechnik Eggert, Einführung in die Röntgenphotographie. Leipzig 1936. Röntgendiagnostische Leuchtschirmphotographie: Janker, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **58**, 588, 1938. Über die Anwendung fernsehtechnischer Hilfsmittel zur Röntgendurchleuchtung s. Lorenz, Jahrbuch des elektrischen Fernmeldewesens, Jahrgang 1940. Berlin 1941.

VII. Strahlungen der Atomkerne

St. Meyer u. v. Schweidler, Radioaktivität. Leipzig 1927. Rutherford, Chadwick u. Ellis, Radiations of Radioactive Substances. Cambridge 1930; v. Hevesy u. Paneth, Lehrb. d. Radioaktivität. Leipzig 1931; Bothe, Der radioaktive Zerfall; St. Meyer, Die radioaktiven Stoffe; Meitner, Kernstruktur; Fränz u. Bothe, Künstliche Anregung u. Umwandlung von Atomkernen; Bothe, Durchgang von Elektronen durch Materie; Geiger, Durchgang von α-Strahlen durch Materie, sämtlich im Handb. d. Phys. **22**, Teil 1 und 2, 1933; Kohlrausch, Radioaktivität, Handb. d. Exp. Phys. **15**, Leipzig 1928; Fleischmann u. Bothe, Künstliche Kern-γ-Strahlen, Neutronen, Positronen, Erg. exakt. Naturwiss. **13**, 1, 1934; Kirchner, Elementumwandlung durch schnelle Wasserstoffkerne, ebd. **13**, 57, 1934; Fleischmann u. Bothe, Künstliche Kernumwandlung, ebd. **14**, 1, 1935 und Langsame Neutronen, ebd. **16**, 1, 1937; Pose, Verhalten von α-Strahlen beim Durchgang durch Materie, Hand- u. Jahrbuch d. chemischen Physik Bd. **6**, III. Leipzig 1933; Hengstenberg u. Wolf, Elektronenstrahlen und ihre Wechselwirkung mit Materie, ebd. Bd. **6**, I, 1935; Philipp, Kernspektren, ebd. Bd. **9**, V, 1937; Bethe u. Bacher, Stationary States of Nuclei, Rev. mod. phys. **8**, 83, 1936; Bethe, Nuclear dynamics, theoretical, ebd. Bd. **9**, 69, 1937; Livingston u. Bethe, Nuclear dynamics, experimental, ebd. **9**, 245, 1937; v. Weizsäcker, Die Atomkerne (Theorie). Leipzig 1937; Mattauch u. Flügge, Kernphysikalische Tabellen, Berlin 1942.

1. Kernprozesse und ihre Strahlungen

A. Die radioaktiven Vorgänge und die künstliche Kernumwandlung

a) Natürliche Radioaktivität. Die schwersten Elemente des natürlichen periodischen Systems befinden sich in einem dauernden Umwandlungsprozeß: von einer vorhandenen Menge einer Atomart wandelt sich in der Zeiteinheit ein

bestimmter Bruchteil in eine andere Atomart um, diese wieder in eine dritte usw. Diese Umwandlungs- oder Zerfallsprozesse sind primär Prozesse des Atomkerns, während sich die Elektronenhülle des Atoms jeweils dem entstandenen Kern anpaßt. Sie gehen entweder unter Emission eines Heliumkerns $^{4}_{2}\mathrm{He}$ (unterer Index Ladungszahl, oberer Index Massenzahl, S. 389), α-Teilchen genannt, oder unter Emission eines negativen Elektrons, eines β-Teilchens, vor sich. Bei der α-Umwandlung entsteht aus einem Atomkern mit der Kernladung Z und der Massenzahl M ein Kern mit der Ladung $Z' = Z - 2$ und der Massenzahl $M' = M - 4$, z. B. aus Radium $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ die Radiumemanation (Radon) $^{222}_{6}\mathrm{Rd}$, während beim β-Prozeß, entsprechend der negativen Ladung und der gegenüber den Kernmassen verschwindenden Masse des Elektrons $Z' = Z + 1$ und $M' = M$ ist, also z. B. $^{210}_{83}\mathrm{RaE} \xrightarrow{\beta} {}^{210}_{84}\mathrm{Po}$.

Bei den explosionsartigen Zerfallsvorgängen werden erhebliche Energien frei, so daß die emittierten Teilchen als α- und β-Strahlen in Erscheinung treten. Außerdem kann bei beiden Vorgängen gleichzeitig mit den Teilchen eine Wellenstrahlung, die γ-Strahlung, ausgesandt werden.

Tab. 70 enthält eine Übersicht über die drei natürlichen radioaktiven Umwandlungsreihen, die Uran-, Aktinium- und Thoriumreihe, sowie eine Anzahl der für die radioaktiven Stoffe und ihre Strahlungen charakteristischen Größen. Bei den C-Substanzen treten in den drei Reihen Verzweigungen ein, indem nebeneinander die C'- und C''-Substanzen entstehen. Ebenso zerfällt Uran X_1 sowohl nach Uran X_2 als nach Uran Z. Bei den D-Substanzen bzw. beim Uran II vereinigen sich die beiden Zweige wieder, indem sich z. B. sowohl die C'- wie die C''-Substanz in die D-Substanz umwandelt.

b) Künstliche Radioaktivität. Bei vielen künstlichen Kernumwandlungen (Abschn. c) entstehen instabile Atomarten, die zum Teil unter Emission eines negativen Elektrons, wie beim natürlichen β-Zerfall, zum Teil aber unter Emission eines positiven Elektrons in ein anderes Element übergehen; im letzten Fall gilt dann für das Produkt $Z' = Z - 1$ und $M' = M$. Diese neuen künstlich radioaktiven Atomarten sind isotop zu bereits bekannten Elementen und finden sich über das ganze periodische System verteilt.

Außer dem bekannten inaktiven Aluminiumatom mit der Masse 27 gibt es z. B. noch das Positronen strahlende Isotop $^{25}_{13}\mathrm{Al}$, das sich mit einer Halbwertszeit von 7 s in das stabile $^{25}_{12}\mathrm{Mg}$ umwandelt, und die beiden Elektronen strahlenden Isotope $^{28}_{13}\mathrm{Al}$ und $^{29}_{13}\mathrm{Al}$, die mit Halbwertszeiten von 2,4 min und 11 min in die stabilen Atomarten $^{28}_{14}\mathrm{Si}$ und $^{29}_{14}\mathrm{Si}$ übergehen; beim Silber bestehen neben den stabilen Isotopen 107 und 109 die aktiven 106, 108 und 110, von denen das erste sowohl unter Positronen- wie unter Elektronenemission zerfallen kann, während die beiden anderen nur Elektronen ausstrahlen. Im ganzen sind zur Zeit weit über 200 künstlich radioaktive Atomarten bekannt. Im allgemeinen ist bereits ihr erstes Folgeprodukt stabil, bei den Kernspaltungen (S. 448) entstehen jedoch Zerfallsreihen, ähnlich wie bei den natürlichen radioaktiven Elementen. Tabellarische Zusammenstellungen von künstlich radioaktiven Elementen z. B. in der auf S. 445 angeführten Literatur bei Livingston u. Bethe und Mattauch u. Flügge, sowie bei Diebner u. Graßmann. Phys. Z. **41**, 157, 1940 und Künstl. Radioaktivität, Leipzig 1939.

c) Künstliche Kernumwandlung. Im Gegensatz zu den aus inneren Ursachen heraus ablaufenden radioaktiven Umwandlungen sind künstliche Kernumwandlungen solche, die durch eine äußere Ursache, nämlich durch das Eindringen einer Korpuskel oder auch durch die Absorption eines γ-Quants in dem

Kern erzwungen werden. Bei diesem Vorgang wird in der Regel statt des eingedrungenen Teilchens ein anderer leichter Kernbestandteil ausgestoßen; es kann aber auch bei der einfachen Anlagerung des Teilchens an den Kern bleiben, wobei dann die Energie, die durch seine Bindung frei wird, als γ-Quant ausgesandt wird. Eine Umwandlung der ersten Art wird als Austauschreaktion, eine solche der zweiten Art als Anlagerungsreaktion bezeichnet. An Teilchen, die Umwandlungen herbeiführen können, sind bisher bekannt: die Kerne ${}_1^1\mathrm{H}$ (Protonen, p), ${}_1^2\mathrm{H}$ (Deuteronen, d) ${}_2^4\mathrm{He}$ (α-Teilchen) und die Neutronen (${}_0^1n$), während bei den Austauschreaktionen die Teilchen p, α oder n ausgestoßen werden können.

Teilchen, welche eine elektrische Ladung tragen (p, d, α), müssen eine große kinetische Energie besitzen, damit sie durch das entgegenwirkende Kraftfeld hindurch in das Innere des ebenfalls positiv geladenen Kerns gelangen können; sie müssen daher, soweit sie nicht als α-Strahlen die Energie aus einem radioaktiven Zerfall besitzen, durch hohe elektrische Felder beschleunigt werden (s. den Abschnitt über Erzeugung von Ionenstrahlen, S. 360ff.). Da Ionenstrahlen bereits auf einer kurzen Wegstrecke durch Materie ihre Energie infolge der Wechselwirkung mit den Atomelektronen verlieren, haben sie nur eine kleine Wahrscheinlichkeit, mit ausreichender Energie auf einen Kern zu treffen. Nur ein kleiner Bruchteil solcher in einen umwandelbaren Stoff eintretenden Strahlen bewirkt daher tatsächlich eine Umwandlung; die Ausbeute ist in den günstigsten Fällen von der Größenordnung 10^{-5}, meist aber erheblich kleiner. Sie steigt im allgemeinen mit der Energie der Strahlen stark an. Für Ionenstrahlen einer vorgegebenen Art und Energie ist die Kernladungszahl Z derjenigen Elemente begrenzt, bei denen überhaupt eine noch nachweisbare Ausbeute an Umwandlungen zu erzielen ist; für die schnellsten radioaktiven α-Strahlen (8,8 MeV; Th C') liegt z. B. diese Grenze etwa bei $Z = 40$. Ob beim Eindringen eines Teilchens in einen Kern eine Umwandlung stattfindet, hängt noch davon ab, ob die von dem Teilchen mitgeführte Energie zusätzlich der freiwerdenden Bindungsenergie ausreicht, um ein anderes Teilchen aus dem Kernverband zu lösen.

Neutronen, die selbst Produkte von Kernumwandlungen durch geladene Teilchen sind, vermögen, da sie keine elektrische Ladung besitzen, in besonderem Maße und selbst bei kleinster Energie in Kerne einzudringen (S. 481f.); fast alle Elemente sind durch Neutronen umwandelbar, und zwar vor allem durch Anlagerung langsamer Neutronen.

Ein Beispiel für eine Austauschreaktion ist die Umwandlung des Stickstoffs durch α-Strahlen, bei der ein Sauerstoffkern mit der Masse 17 und ein Proton entstehen. Dieser Vorgang wird durch die Gleichung ${}_7^{14}\mathrm{N} + {}_2^4\mathrm{He} = {}_8^{17}\mathrm{O} + {}_1^1\mathrm{H}$ oder auch in der kürzeren Form ${}_7^{14}\mathrm{N}(\alpha, p)\,{}_8^{17}\mathrm{O}$ dargestellt. Dabei wird die von dem α-Teilchen mitgeführte kinetische Energie und der Unterschied Q zwischen seiner Bindungsenergie an den Kern und der Bindungsenergie des befreiten Protons verfügbar; Q wird als Energietönung der Reaktion bezeichnet und kann sowohl positiv als auch negativ sein. Die freie Energie verteilt sich als kinetische Energie nach dem Impulssatz auf die beiden Produkte, so daß das leichte Proton den größten Teil erhält und als H-Strahl in Erscheinung tritt. Ein Teil der freien Energie kann auch als Wellenstrahlung (γ-Quant) emittiert werden, s. S. 473.

Anlagerungsreaktionen sind nur bei Neutronen und Protonen bekannt, wie z. B. die Umwandlung ${}_3^7\mathrm{Li}\,(p, \gamma)\,{}_4^8\mathrm{Be}$, bei der eine γ-Strahlung von 17,2 MeV ausgesandt wird. Über die Energiebeziehungen bei Kernprozessen s. S. 473.

Umwandlungen durch γ-Strahlen werden nur bei einer Reihe von Atomkernen durch Strahlen sehr großer Energie, wie denen der genannten Li-Umwandlung, hervorgerufen; sie bestehen in der Abspaltung eines Neutrons aus dem Kern.

Zur Zeit sind mehr als 700 Kernreaktionen bekannt. Folgende Typen sind bisher sicher beobachtet worden: (α, p), (α, n); (p, α), (p, n), (p, γ); (d, α), (d, p), (d, n); (n, α), (n, p), (n, γ), $(n, 2n)$ und (γ, n). Außerdem finden bei den leichtesten Kernen (bis N) Aufspaltungen in mehrere Teilchen n, p, α und ${}^3_2\mathrm{He}$ statt.

Bei einigen der schwersten Elemente treten Umwandlungen besonderer Art, die Kernspaltungen, auf: hierbei zerbricht der Kern, der durch das Eindringen einer Korpuskel instabil geworden ist, in zwei Teile mit Massen um 95 und 140; z. B. wird Uran u. a. in einen Xenon- und einen Strontiumkern oder auch in einen Krypton- und einen Bariumkern gespalten, wobei noch ein oder mehrere Neutronen abgespalten werden können. Da diese Neutronen ihrerseits wieder Umwandlungen zu bewirken vermögen, entstehen unter Umständen Kettenreaktionen.

Kernspaltungen wurden bisher mit langsamen Neutronen beim Uranisotop 235, mit schnellen Neutronen sowie mit sehr energiereichen Protonen, Deuteronen und künstlichen α-Teilchen bei Uran, Thorium, Ionium und Protaktinium beobachtet.

Eine Zusammenstellung von Kernreaktionen findet man bei Livingston u. Bethe und bei Mattauch u. Flügge, s. S. 445.

B. Die Strahlungen

a) α-Strahlen und andere Ionenstrahlen. Die α-Strahlen sind schnell bewegte Heliumkerne; sie werden in magnetischen und elektrischen Feldern entsprechend ihrer Masse 4 und ihrer doppelten positiven Ladung abgelenkt (S. 369). Beim Durchgang durch Materie legen sie im allgemeinen eine gerade Bahn zurück, auf der sie ohne merkliche Richtungsänderung durch Wechselwirkung mit den Atomelektronen ihre Energie in kleinen Beträgen allmählich verlieren. Nur in seltenen Fällen, und dann besonders am Ende ihrer Bahn, werden sie durch einen Zusammenstoß mit einem Atomkern um einen größeren Winkel aus ihrer Richtung abgelenkt. Strahlen einheitlicher Anfangsgeschwindigkeit durchlaufen bis zur völligen Abbremsung nahezu dieselbe Wegstrecke, ihre Reichweite.

Die natürlichen radioaktiven α-Strahlen ergeben bei magnetischer Ablenkung mit mäßiger Auflösung für jede α-strahlende Substanz eine scharfe Linie, sie haben sehr nahe einheitliche Anfangsgeschwindigkeit, ihre Reichweite ist eine charakteristische Konstante des Strahlers. Die Anfangsgeschwindigkeiten aller natürlichen α-Strahlen liegen, mit Ausnahme der des Samariums, in dem engen Bereich von $1{,}39$—$2{,}05 \cdot 10^9$ cm/s, ihre Energien zwischen 4 und 8,8 MeV und ihre Reichweiten in Luft von 760 mm und 15^0 C zwischen 2,6 und 8,6 cm (Tab. 70). Eine lochfreie Aluminiumfolie von 0,05 mm Dicke oder ein Blatt Schreibpapier vermögen sie nicht zu durchdringen.

Die magnetische Ablenkung mit hohem Auflösungsvermögen (fokussierende Halbkreisablenkung, S. 373ff.) ergibt bei einer Reihe von α-Strahlern eine Feinstruktur der Linie (s. a. S. 473). Die Geschwindigkeiten der Komponenten unterscheiden sich um Beträge bis zu 4%, die Reichweiten um einige Millimeter. Die α-Strahlen des Po, RaC′ und ThC′, die bei Kernumwandlungs-Versuchen häufig verwendet werden, zeigen keine nachweisbare Feinstruktur, dagegen besitzt ein Bruch-

teil von der Größenordnung 10^{-5} bzw. 10^{-4} der Strahlen des RaC′ und ThC′ übernormale Reichweiten bis zu 11,7 cm, entsprechend Energien bis zu 10,1 MeV.

Unter Rückstoßstrahlen versteht man die radioaktiven Atome, welche bei der Emission eines α-Teilchens infolge des Zerfallvorgangs einen so starken Rückstoß erfahren, daß sie eine Luftschicht von etwa $\frac{1}{10}$ mm Dicke bei Atmosphärendruck zu durchsetzen vermögen.

Als H-Strahlen bezeichnet man im besonderen die Protonen, die beim Durchgang von α-Strahlen durch wasserstoffhaltige Substanzen infolge elastischer Stöße beschleunigt werden; über H-Strahlen, die in derselben Weise durch Neutronen erzeugt werden, vgl. S. 480. Protonen und Deuteronenstrahlen treten ferner vor allem bei vielen künstlichen Kernumwandlungen auf. Als Ionenstrahlen haben sie ähnliche Eigenschaften wie die α-Strahlen; über die Abhängigkeit ihrer Reichweite von der Anfangsenergie s. Abb. 320, S. 477.

b) Elektronenstrahlen. Die von natürlichen und künstlichen radioaktiven Elementen ausgesandten β-Strahlen sind Elektronen mit Geschwindigkeiten bis zu mehr als 99% der Lichtgeschwindigkeit. Infolge ihrer kleinen Maße werden sie in elektrischen und magnetischen Feldern im Vergleich zu den α-Strahlen stark abgelenkt. Auf ihrem Wege durch Materie erfahren sie durch Zusammenstöße mit Atomelektronen um so häufigere und um so größere Ablenkungen aus ihrer Richtung (Zerstreuung), je langsamer sie sind. Ihre Durchdringungsfähigkeit ist erheblich größer als die der α-Strahlen; 0,4 mm Al absorbieren z. B. etwa die Hälfte der β-Strahlen von Uran X.

Die bei dem eigentlichen radioaktiven Zerfallsvorgang von dem Atomkern ausgesandten primären β-Strahlen haben eine kontinuierliche Energieverteilung, die sich von sehr kleinen Energien bis zu einer oberen Grenze erstreckt, welche für den β-Strahler charakteristisch ist; sie ist durch die Zerfallsenergie gegeben und hat einen Betrag von einigen Hundertsteln bis zu einigen MeV. Über sekundäre β-Strahlen s. unter γ-Strahlen, Abschn. c.

Positive Elektronen (Positronen) werden von einem Teil der künstlich radioaktiven Elemente, ebenfalls mit kontinuierlich verteilter Energie, ausgesandt. Über eine andere Entstehungsart von Positronen und ihre Vernichtung s. unter γ-Strahlen. Im übrigen stimmen ihre Eigenschaften mit denen der negativen Elektronen überein.

Als δ-Strahlen bezeichnet man die langsamen Elektronen, die von den α- und β-Strahlen beim Durchgang durch Materie ausgelöst werden.

c) γ-Strahlen. Bei vielen radioaktiven Umwandlungen wird neben den α- oder β-Strahlen eine Wellenstrahlung mit Energiequanten bis zu einigen MeV, die γ-Strahlung, emittiert. Bei künstlichen Kernumwandlungen treten γ-Strahlen mit Energien bis zu etwa 17 MeV auf. Ihre Wellenlängen schließen sich an das kurzwellige Ende des Röntgenbereiches an und ergeben sich aus den Energien zu 10^{-9} bis 10^{-11} cm; ihre Spektren sind Linienspektren. Außerdem erzeugen die β-Strahlen, und mit wesentlich geringerer Intensität auch die α-Strahlen, beim Auftreffen auf Materie eine sekundäre γ-Strahlung, deren Spektrum wie das der Röntgen-Bremsstrahlung kontinuierlich ist.

Die γ-Strahlen sind außerordentlich durchdringend, erst 55 mm Aluminium oder 12 mm Blei setzen z. B. die Intensität der harten γ-Strahlen des Radiums auf die Hälfte herab.

In Materie erzeugen die γ-Strahlen eine intensive sekundäre β-Strahlung, die sich aus Photoelektronen und Rückstoß-(Compton-)Elektronen zusammensetzt (vgl. S. 396, 410 u. 440, auch S. 474). Die γ-strahlenden radioaktiven Atome erzeugen vor allem in der eigenen Atomhülle intensive Photoelektronen. Entsprechend der diskreten Energieverteilung der auslösenden γ-Strahlen besitzen auch diese Photoelektronen im Gegensatz zu den primären β-Strahlen diskrete Energien. Die Intensität der Photoelektronen nimmt mit wachsender γ-Energie rasch ab und steigt mit etwa der dritten Potenz der Ordnungszahl der absorbierenden Atome an. Eine merkliche Intensität an Photoelektronen erhält man daher nur mit γ-Strahlen von weniger als 2 MeV aus schweratomigen Stoffen. Die Intensität der Rückstoßelektronen fällt langsamer mit wachsender γ-Energie und ist von der Ordnungszahl angenähert unabhängig.

Harte γ-Strahlen können sich außerdem im Kraftfeld eines Atomkerns „materialisieren", d. h. in ein Zwillingspaar verwandeln, das aus einem negativen und einem positiven Elektron besteht. Zur Paarbildung ist eine γ-Energie von mindestens $2\,mc^2 = 1{,}022$ MeV erforderlich, wo m die Elektronenmasse ist; die über diesen Betrag hinausgehende Energie des γ-Quants verteilt sich als kinetische Energie auf die beiden Elektronen. Die Intensität der Zwillingselektronen nimmt mit der γ-Energie zu und übertrifft von etwa 5 MeV ab die der Rückstoßelektronen.

Die Umkehrung des Vorgangs der Paarbildung ist die Vernichtung eines Positrons zusammen mit einem Elektron, auf das es trifft. Dabei werden jeweils zwei γ-Quanten von 0,511 MeV, die Vernichtungsstrahlung, emittiert.

d) Neutronenstrahlen. Neutronen sind elektrisch neutrale Kerne mit der Masse 1,0090. Sie werden mit Energien bis zu etwa 14 MeV bei einer größeren Zahl von künstlichen Kernumwandlungen emittiert. Schnelle Neutronen sind außerordentlich durchdringend. Im Gegensatz zu den γ-Strahlen ist die Schwächung durch gleichdicke Schichten leichter und schwerer Stoffe von derselben Größenordnung, und zwar ist sie bei den leichtesten Stoffen am größten, während Blei sehr durchlässig für Neutronen ist; die Schichtdicken, welche die Intensität schneller Neutronen auf die Hälfte herabsetzen, liegen zwischen 3 und 15 cm.

Beim Durchgang durch wasserstoffhaltige Substanzen wie Paraffin oder Wasser verlieren die schnellen Neutronen durch elastische Stöße mit den Protonen auf einem Weg von wenigen Zentimetern fast ihre ganze Energie. Die Durchlässigkeit für die so entstandenen langsamen Neutronen ist von Element zu Element außerordentlich verschieden, für viele wichtige Werkstoffe wie Al, Zn, Cu, Fe, Sn, C, Glas und besonders für Pb ist sie fast von derselben Größe wie für schnelle Neutronen. Vgl. auch S. 480f.

C. Zerfallstheorie

a) Grundgesetz. Die Menge N einer isolierten radioaktiven Substanz nimmt mit der Zeit t nach einem Exponentialgesetz ab:

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}. \tag{1}$$

Unter Menge ist hier und im folgenden stets die Anzahl der Atome zu verstehen; will man Massen einführen, so ist statt N die Masse dividiert durch das Atomgewicht zu setzen.

Die Zerfallskonstante λ bedeutet den in der Sekunde zerfallenden Bruchteil der vorhandenen Atome, $1/\lambda$ wird als mittlere Lebensdauer bezeichnet. Statt λ gibt man oft die Halbwertzeit T an, nach deren Verlauf noch die Hälfte der ursprünglichen Substanzmenge übrig ist:

$$T = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln 2 = \frac{0{,}6931}{\lambda}.$$

b) Radioaktives Gleichgewicht. Radioaktives Gleichgewicht zwischen zwei oder mehreren aufeinanderfolgenden Substanzen ist dann vorhanden, wenn von jeder Substanz in der Zeiteinheit dieselbe Zahl von Atomen zerfällt, wie durch die vorhergehende nachgebildet wird. Sind also $N_1, N_2, N_3, \ldots$ die vorhandenen Mengen und $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$ die entsprechenden Zerfallskonstanten mehrerer sukzessiver Substanzen, so zerfallen in der Zeiteinheit je $\lambda_i N_i$ Atome, und die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \cdots.$$

Bei radioaktivem Gleichgewicht verhalten sich also die vorhandenen Mengen umgekehrt wie die Zerfallskonstanten. Diejenige Menge eines Folgeproduktes des Radiums, welche mit 1 g Radium im Gleichgewicht ist, heißt 1 Curie.

c) Zerfallsreihen. Bildet sich bei dem Zerfall einer Substanz A eine zweite radioaktive Substanz B, so ändert sich die Menge von B nach der Gleichung

$$B = \frac{\lambda_1 A_0}{\lambda_2} \cdot (1 - e^{-\lambda_2 t}) = \frac{\lambda_1 A_0}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}), \tag{2}$$

wenn zu Beginn ($t = 0$) nur die erste Substanz in der Menge A_0 vorhanden war; A fällt dabei nach (1) ab. Ist A sehr langlebig gegen B, also $\lambda_1 \ll \lambda_2$, so ergibt sich

$$B = B_\infty (1 - e^{-\lambda_2 t}), \tag{2a}$$

wo B_∞ die nach langer Zeit sich einstellende Gleichgewichtsmenge bedeutet.

Waren andererseits A und B zu Beginn bereits im radioaktiven Gleichgewicht, so gilt für die Änderung von B

$$B = \frac{\lambda_1 A_0}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 t}\right). \tag{3}$$

Über die Gesetzmäßigkeiten, die sich für weitere, auf B folgende radioaktive Substanzen ergeben, s. die Lehr- und Handbücher der Radioaktivität.

Sehr bequeme Formeln und Tabellen für die Berechnung der Zufallskurven aller Glieder der Uran-, Aktinium- und Thoriumreihen gibt Hull, Z. phys. Chem. **45**, 1305, 1941.

2. Strahlenquellen

A. Arten und Eigenschaften der Strahlenquellen

a) Künstliche Strahlenquellen. Anlagen zur Erzeugung schneller Wasserstoff- und Heliumstrahlen für Untersuchungen über künstliche Kernumwandlung sind in dem Abschnitt „Erzeugung von Ionenstrahlen" S. 361 ff. beschrieben.

Als Quelle harter γ-Strahlen kann man einige Anlagerungsreaktionen von Protonen verwenden; z. B. erhält man bei der Beschießung von Lithium mit Protonenstrahlen von mindestens 440 keV eine γ-Strahlung von 17,2 MeV, aus Bor mit Protonen von über 180 keV eine γ-Strahlung von 16,7 MeV und aus Fluor mit Protonen von mindesten 330 keV eine γ-Strahlung von 6,0 MeV.

b) Radioaktive Strahlenquellen. Für die meisten Untersuchungen radioaktiver Strahlungen und vor allem für Untersuchungen künstlicher Kernumwandlungen benötigt man räumlich sehr kleine, aber möglichst intensive Strahlenquellen. Will man homogene α-Strahlen erhalten, so darf das Präparat nur eine äußerst geringe Schichtdicke haben; auch β-Strahlenquellen dürfen häufig nicht sehr dick sein. Nur wenige der radioaktiven Substanzen, die eine ausreichende Lebensdauer besitzen, lassen diese Forderungen erfüllen. Als Quellen von α- und β-Strahlen werden fast ausschließlich Folgeprodukte (aktive Niederschläge) der Radiumemanation und gelegentlich auch der Thoriumemanation benutzt.

Die α-Strahlung des kurzlebigen Niederschlags der Radiumemanation (RaA, RaB, RaC) rührt nach dem Abklingen des RaA, d. i. etwa 15 Minuten nach dem Entfernen der Emanation, nur vom RaC′ her, ist also homogen mit einer mittleren Reichweite von 6,87 cm und einer Energie von 7,68 MeV. Das Präparat emittiert aber gleichzeitig eine intensive β- und γ-Strahlung, die besonders bei Kernumwandlungsversuchen häufig stört. Die Intensität der α-Strahlen hat etwa 1 Std. nach dem Entfernen aus der Emanation auf die Hälfte abgenommen. Die Präparatstärke in Curie kann man durch Vergleich der γ-Strahlung mit der eines Radiumpräparates bekannten Gehalts ermitteln (S. 485), wobei man mindestens 2 cm Blei vor das Meßinstrument schaltet, damit bei beiden Präparaten nur die harten γ-Strahlen des RaC zur Wirkung kommen. 1 Curie emittiert $3{,}7 \cdot 10^{10}$ α-Teilchen je Sekunde.

Die α-Strahlung des Niederschlags der Thoriumemanation besteht aus zwei Gruppen: 65% rühren von ThC′ her und haben eine mittlere Reichweite von 8,53 cm bei einer Energie von 8,78 MeV, 35% von ThC eine mittlere Reichweite von 4,7 cm und eine Energie von 6,2 MeV. Das Präparat emittiert ebenfalls eine intensive β- und γ-Strahlung und klingt praktisch mit der Halbwertszeit des ThB von 10,5 Std. ab.

Polonium ist eine β-strahlenfreie Quelle homogener α-Strahlen, die jedoch nur eine mittlere Reichweite von 3,81 cm bei einer Energie von 5,30 MeV haben. Die Halbwertszeit beträgt 140 Tage, intensive Präparate sind jedoch schwer zu erhalten.

Eine verhältnismäßig langlebige Quelle inhomogener α-Strahlen läßt sich leicht herstellen, indem man Radiumemanation in einen α-Strahlen durchlassenden Behälter bringt, z. B. in eine kurze, am Ende zu einem kleinen Trichter erweiterte Glas- oder Metallkapillare, auf deren weites Ende ein dünnes Glimmerblättchen gekittet ist. Nach Rutherford lassen sich auch Glasröhrchen herstellen, deren Wand nur etwa 1 cm Luftäquivalent für α-Strahlen hat und die bei einem Durchmesser von 1 mm noch ohne weiteres evakuiert werden können. Man verfertigt zunächst in der Flamme ein möglichst dünnes Röhrchen und zieht es dann in einem kleinen Öfchen, das aus einem in der Gebläselampe erhitzten Hartglasrohr besteht, noch weiter aus. Die α-Strahlung solcher Präparate rührt von der Emanation selbst, sowie vom RaA und RaC her.

Über die Anfertigung kleiner, α-Strahlen durchlassender Kügelchen s. Lind, Wien. Ber. **120**, 1709, 1911.

β-Strahlen werden von allen γ-strahlenden Präparaten emittiert. Ein von γ-Strahlen freier β-Strahler ist RaE; sein kontinuierliches β-Spektrum hat eine mittlere Energie von 0,34 MeV und eine maximale Energie von 1,17 MeV.

Als Quellen intensiver γ-Strahlen dienen Radium, Radiumemanation, Mesothor oder Radiothor, die in kurze und enge Glas- oder Metallröhrchen luftdicht eingeschlossen sind. Die γ-Strahlen eines Radium- bzw. Emanationspräparats sind außerordentlich inhomogen, die obere Grenze der Energie liegt bei 2,2 MeV (vrgl. auch S. 478). Über die zeitliche Änderung der γ-Strahlung von MsTh- und RaTh-Präparaten s. S. 487; bei Filterung durch mindestens 5 cm Blei geben diese Präparate eine praktisch homogene γ-Strahlung mit einer Energie von 2,65 MeV.

c) Neutronenquellen. α) Allgemeines. Große Intensitäten von Neutronenstrahlen lassen sich leicht erzeugen, wenn man zur Auslösung künstlich beschleunigte Strahlen verwendet, doch ist es bei diesen Quellen schwierig, eine gute zeitliche Konstanz zu erreichen. Neutronenquellen, die Kernumwandlungen durch α-Strahlen benutzen, besitzen eine völlig konstante oder doch in genau anzugebender Weise langsam veränderliche Intensität, die aber bei den gewöhnlich vorhandenen Präparatstärken verhältnismäßig schwach ist.

β) Auslösung durch α-Strahlen. Bei der Verwendung von α-Strahlen gibt die stärkste Neutronenausbeute die Reaktion ${}^{9}_{4}\mathrm{Be}\ (\alpha, n)\ {}^{13}_{6}\mathrm{C}$. Man stellt eine Neutronenquelle in der Weise her, daß man in ein kleines Glasröhrchen, das möglichst voll mit Berylliumpulver gefüllt ist, Radiumemanation hineinbringt und das Röhrchen abschmilzt. Ein Neutronenpräparat für den dauernden Gebrauch erhält man durch Mischen von Radiumsalz mit Berylliumpulver. Um gute Ausbeute zu erzielen, muß man für eine möglichst innige Mischung sorgen. Feinstes Be-Pulver wird durch ein Sieb von etwa 10 000 Maschen pro cm² ausgesiebt und mit feinstkörnigem Radiumsulfat vermischt; noch besser ist es, das Be-Pulver in eine konzentrierte Radiumlösung einzutragen, bis man einen Brei erhält, den man durch vorsichtiges Erwärmen auf 200° unter Umrühren trocknet. Das vollkommen trockene Gemisch wird in ein kleines Glasröhrchen eingeschmolzen.

Erbacher u. Philipp, Z. phys. Chem. A, **176**, 175, 1936.

Rn + Be-Präparate und Ra + Be-Präparate emittieren außer den Neutronen die im Verhältnis außerordentlich intensiven γ-Strahlen des RaB + C. Eine fast γ-strahlenfreie Neutronenquelle erhält man, wenn man ein Poloniumpräparat mit Berylliumplättchen bedeckt.

Die Be-Präparate geben ein Energiespektrum der Neutronen, das sich von den kleinsten Energien bis zu einem Höchstwert erstreckt, der für Polonium als α-Strahler etwa bei 11 MeV, für Ra- oder Rn-Präparate bei 14 MeV liegt. Verwendet man Bor statt des Berylliums, so erhält man hauptsächlich Neutronen mit einer Energie von 3—4 MeV, während die Energie der Neutronen, die durch α-Strahlen in Lithium ausgelöst werden, nur 0,5—1 MeV beträgt.

Neutronenenergie für Be: Bernardini u. Bocciarelli, Acad. Lincei, Atti. **24**, 132, 1936; Bernardini, Ricerca Scient. **8**, 33, 1937; Dunning, Phys. Rev. (2) **45**, 586, 1934. Für B: Bonner u. Moth-Smith, Phys. Rev. (2) **46**, 258, 1934. Für Li: Savel, C. R. **198**, 368, 1934.

Ein (Re + Be)-Präparat emittiert nach den zur Zeit als zuverlässigste erscheinenden Messungen $2{,}5 \cdot 10^{4}$ Neutronen/mCurie $\cdot s$: Amaldi u. Fermi, Phys. Rev. (2) **50**, 899, 1936; Amaldi, Hafstad u. Tuve, ebd. **51**, 896, 1937.

γ) Auslösung durch γ-Strahlen (Photoneutronen). Neutronen mit Energien von nur einigen 100 000 eV erhält man aus den Reaktionen

$^{2}_{1}H\,(\gamma, n)\,^{1}_{1}H$ und $^{9}_{4}Be\,(\gamma, n)\,^{8}_{4}Be$. Man bringt in die Mitte einer Kugel oder eines Zylinders von 5 bis 10 cm Durchmesser (und Höhe), der mit Be-Pulver bzw. schwerem Wasser gefüllt ist, ein starkes Ra- oder Rn-Präparat. Die Neutronenintensität einer solchen Quelle ist etwa um eine Größenordnung kleiner als die eines (Rn + Be)-Präparates gleichen Rn-Gehalts.

U. a. Goloborodko u. Rosenkewitsch, Phys. Z. Sowjetunion **11**, 78, 1937: Dementi, Leipunsky u. Maslov, ebd. **12**, 764, 1937; Halban, C. R. **206**, 1170, 1938; Ollano, Cim. (N. S.) **15**, 541, 1938; Miwa, Proc. Phys. Math. Soc. Japan **22**, 560, 1940.

δ) Auslösung durch künstlich beschleunigte Strahlen. Stehen zur Erzeugung von Deuteronenstrahlen nur Spannungen unter 700 000 V zur Verfügung, so erhält man die größte Neutronenausbeute aus der Reaktion $^{2}_{1}H\,(d, n)\,^{3}_{2}He$, bei größerer Energie der Deuteronen, wie sie vor allem das Cyclotron liefert, gibt die Reaktion $^{9}_{4}Be\,(d, n)\,^{10}_{5}B$ eine höhere Ausbeute. Für die erste Reaktion läßt man den Deuteronenstrahl auf einen mit flüssiger Luft gekühlten metallischen Auffänger fallen, auf dem man durch kurzes Einleiten von schwerem Wasserdampf in das Vakuumrohr eine dünne Schicht von $^{2}H_2O$-Eis erzeugt hat. Die Neutronen haben eine Energie von 2,4 MeV.

Abhängigkeit der Neutronenintensität von der Beschleunigungsspannung der Deuteronen bis 200 kV: Ladenburg u. Kanner, Phys. Rev. (2) **52**, 911, 1937; Reddemann, Z. Phys. **110**, 373, 1938. Für Spannungen von 300—1000 kV: Amaldi, Hafstad u. Tuve, Phys. Rev. (2) **51**, 896, 1937. Mit geringen Mitteln zu erstellende Anlage: Weiß u. Westmeyer, Phys. Z. **40**, 461, 1939.

d) Vorsichtsmaßregeln. Man hüte sich davor, die Haut längere Zeit der Einwirkung starker Radiumpräparate auszusetzen; Entzündungen und schwer heilende Wunden könnten die Folge sein. Auch das Einatmen größerer Mengen von Emanation kann gesundheitsschädigend wirken.

Bei Untersuchungen schwacher radioaktiver Wirkungen entferne man Substanzen starker Aktivität aus dem Wirkungsbereich.

Verhängnisvoll für die Meßinstrumente kann die Entwicklung größerer Mengen von Emanation (z. B. durch Erhitzen von starken Radiumsalzen, offene Aufbewahrung solcher oder ihrer Lösungen usw.) werden. Die Emanation diffundiert in alle Räume des Gebäudes und ist nur durch langes Lüften zu vertreiben.

B. Herstellung einiger radioaktiver Präparate

a) Radiumemanation. Um die Emanation aus einem Radiumpräparat zu gewinnen, wird das Präparat in Salzsäure gelöst und die stark saure Lösung in einen Glaskolben von etwa 100 cm^3 Inhalt, d. i. etwa dem dreifachen Rauminhalt der Lösung, gebracht, der vorher zur Beseitigung aller Sulfatspuren mit einer salzsauren Bariumchloridlösung ausgekocht worden ist. Unter Zwischenschaltung eines Glashahns wird der Kolben L an die Emanationspumpe (Abb. 311) angeschmolzen. Man evakuiert nun mit der Toeplerpumpe T die Apparatur völlig und schließt dann den Hahn A, um den stetigen Kontakt zwischen Emanation und Quecksilber zu vermeiden, der zur Oxydation des Quecksilbers und baldigen Verunreinigung der Pumpe führt. Nach Ablauf von 1—2 Wochen haben sich aus der Lösung beträchtliche Gasmengen entwickelt, die vor allem aus den Zersetzungsprodukten des Wassers (Knallgas) bestehen, und denen die gebildete Emanation beigemengt ist. Eine Lösung, die nur einige Milligramm Radium enthält, entwickelt schon in einer Woche einige Kubikzentimeter Gas.

Um die Emanation zu gewinnen, bringt man nun durch kurzes Öffnen des Hahns A bei geschlossenem Hahn B den größten Teil des angesammelten Gases

in das Gefäß K von etwa 250 cm³ Inhalt und verbrennt dort das Knallgas zu Wasser, indem man einen Funken durch das Gas schlagen läßt. Das Hahnöffnen und Verbrennen wiederholt man ein- bis zweimal, um auch die in L zurückgebliebenen Reste des Knallgases noch zu beseitigen. Zur weiteren Reinigung der Emanation bringt man das Gas mit metallischem Kalzium in Berührung, das sich in dem Rohr C aus Supremaxglas befindet und zuvor durch den elektrischen Ofen O auf beginnende Rotglut erhitzt worden ist; vor der ersten Benutzung muß das Ca durch längeres Abpumpen bei mäßiger Rotglut entgast werden. Man hält A zunächst geschlossen und öffnet B, nachdem die Pumpe T durch Heben des Quecksilbers bis an das Ventil abgesperrt worden ist. Nach einigen Minuten schließt man B und spült nun dadurch, daß man mehrmals abwechselnd die Hähne A und B ganz kurz öffnet, mit Hilfe des aus L ausströmenden Wasserdampfes alles emanationshaltige Gas aus L und K heraus. Nach etwa 5 Minuten schaltet man den Ofen O aus und läßt das Ca langsam abkühlen.

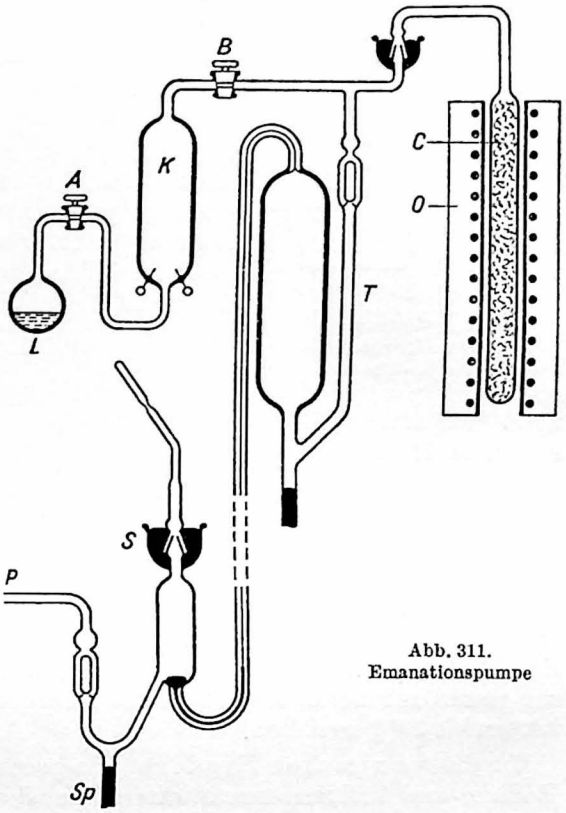


Abb. 311. Emanationspumpe

10 bis 30 Minuten später, je nach dem gewünschten Reinigungsgrade, pumpt man die Emanation mit der Toepler-Pumpe in das kleine Sammelgefäß, das vorher über P durch eine zweite Toepler-Pumpe oder eine andere Hochvakuumpumpe sehr sorgfältig evakuiert und dann durch die Quecksilbersperre Sp von der Pumpe abgetrennt worden ist. Schließlich wird durch Anheben des Quecksilbers der Sperre Sp die Emanation in das zu füllende, über dem mit Quecksilber gedichteten Schliff S angesetzte Röhrchen gepreßt, das man dann abschmilzt. Man erhält auf diese Weise außerordentlich kleine und intensive Strahlungsquellen.

Sollte in besonderen Fällen die erreichte Konzentration der Emanation noch nicht genügen, so kann man sie noch dadurch etwas verbessern, daß man die Emanation mit flüssiger Luft ausfriert und die nicht kondensierbaren Verunreinigungen abpumpt. Über Reinigung durch Ca s. Fränz, Z. Instrkde. **52**, 155, 1932.

Eingehende Beschreibung einer Emanationspumpe mit chemischer Reinigung und Ausfrieren gibt Curtis, J. opt. Soc. **17**, 77, 1938. Über feste Radiumpräparate von hohem Emanierungsvermögen, bei denen das Radium an einen oberflächenreichen Eisenhydroxyd-Niederschlag gebunden ist, s. Hahn, Naturwiss. **12**, 1140, 1924; Hahn u. Heidenhain, Chem. Ber. **59**, 284, 1928. Eine Anlage für die Gewinnung von Emanation aus Hahnschen Präparaten mit Reinigung durch glühendes Ca beschreibt Werner, Z. phys. Chem. (A) **165**, 391, 1933.

b) Aktive Niederschläge (A- bis C-Körper). Die aktiven Niederschläge der Emanationen konzentrieren sich infolge ihrer positiven Ladung in einem elektrischen Felde auf der Kathode. Man bringt die Emanation in einen metallischen Behälter, der positiv geladen wird, während sich im Innern der zu aktivierende Draht oder die Platte als negative Elektrode befindet. Um saubere Präparate zu erhalten, verwendet man eine Kathode aus Platin oder aus vergoldetem und poliertem Messing. Die langlebige Radiumemanation kann man von dem Radium abtrennen, wenn nötig, reinigen und in das vorher evakuierte Aktivierungsgefäß überführen. Bei den rasch zerfallenden Emanationen von Thorium und Aktinium ist die Überführung in einen anderen Raum im allgemeinen nicht möglich, man bringt daher das Ac- oder Th-Präparat selbst in das Aktivierungsgefäß (Abb. 312) und bedeckt es mit einem Drahtnetz. Sehr starke ThB + C-Präparate erhält man bei Verwendung eines Hahnschen, an Eisenhydroxyd gebundenen RdTh-Präparates (vgl. Abschn. a).

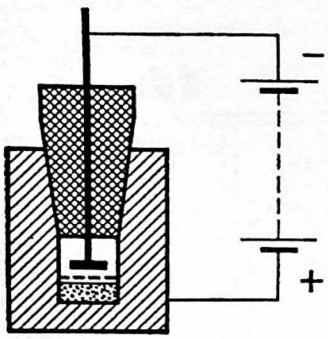


Abb. 312. Gewinnung des aktiven Niederschlags der Th- oder Ac-Emanation

Da bei hoher Konzentration der Emanation die elektrische Niederschlagung keine sehr guten Ausbeuten mehr ergibt, kann man starke RaB + C-Präparate auch so herstellen, daß man die Emanation in ein an die Emanationspumpe angesetztes kurzes Glasröhrchen von 2 mm lichter Weite drückt, in das man ein dünnes Platinblech von etwa 5×6 mm Größe so hineingebracht hat, daß es völlig dicht an der Wandung anliegt. Auf dem Blech schlägt sich dann ein Bruchteil des gesamten RaB + C nieder, der dem Verhältnis seiner Oberfläche zur gesamten inneren Oberfläche des Röhrchens entspricht; man kann so Ausbeuten bis 70% erreichen.

Um die maximalen Niederschlagsmengen zu erhalten, muß man bei Radium- und Aktiniumemanation reichlich drei Stunden, bei Thoriumemanation drei Tage exponieren. RaB + C-Präparate spült man zur Vertreibung der anhaftenden Emanation kurz in Alkohol und erhitzt sie auf einen Augenblick auf 400—500°; bei zu langem Waschen oder zu starkem Erhitzen wird ein Teil des RaB gelöst bzw. verdampft.

c) Radium D, Radium E und Polonium. Radium D, E und F (Polonium) finden sich auf den Wänden von Glasröhrchen, in denen größere Mengen Ra-Emanation zerfallen sind; man kann sie durch konzentrierte Salzsäure ablösen. Damit auch das Polonium im Gleichgewichtsbetrag vorhanden ist, müssen die Röhrchen mehrere Jahre alt sein. Auch aus alten Radiumpräparaten lassen sich diese Substanzen, am besten elektrolytisch, abscheiden. Man löst das Radium in verdünnter Salpetersäure, dampft mehrmals zur Trockne, um die Halogene zu vertreiben, und nimmt schließlich mit 5 cm^3 7%iger HNO_3 auf. Diese Lösung elektrolysiert man mit Platinelektroden von 7×7 mm Größe bei einer Stromstärke von 3 mA; wenn nötig, wiederholt man die Elektrolyse mit neuen Elektroden, unter Umständen auch mit erhöhter Stromstärke. Das RaD scheidet sich schon ziemlich rein teils auf der Kathode, teils auch auf der Anode ab. Den Beschlag der Kathoden löst man mit konzentrierter Salpetersäure, den der Anoden mit salpetriger Säure, die man z. B. durch Destillation von

HNO_3 der Dichte 1,35 über gepulvertem, glasigem Arsenik in eisgekühltes Wasser herstellt. Beide Lösungen dampft man ein, nimmt mit 7%iger Salpetersäure auf und elektrolysiert nun mehrmals mit einer Stromstärke von 0,3 mA, wobei sich das RaD als Superoxyd auf der Anode niederschlägt, von der man es sofort mit HNO_2 herunterlöst.

Man erhält so eine sehr reine RaD-Lösung, die mehrfach mit Salzsäure zur Trockne gedampft und zuletzt mit 0,5 normaler HCl aufgenommen wird. Aus der erwähnten Lösung scheidet sich das Polonium in einigen Stunden vollständig auf einem in die Lösung getauchten, sich langsam drehenden blanken Silberblech ab. Man kann das Polonium auch aus einer 0,1 normalen salpetersauren Lösung auf Kupfer abscheiden. Nach der Abtrennung des Poloniums läßt sich das RaE durch Eintauchen eines Nickelblechs in die Lösung gewinnen.

Silberabscheidung: Curie, J. chim. phys. **22**, 471, 1925; Joliot, ebd. **27**, 119, 1930 u. **28**, 201, 1931. Elektrolyse, Abscheidung auf Silber: Erbacher u. Philipp, Z. Phys. **51**, 309, 1928; Erbacher, Z. phys. Chem. (A) **165**, 421, 1933. Abscheidung von Polonium aus unreinen Lösungen: Bjerge, Z. Phys. **89**, 277, 1934. Trennung des RaD vom Ra durch Schwefelwasserstoffällung und Abscheidung des Po auf Silber: Hafstad, J. Franklin-Inst. **221**, 191, 1936. Konzentrierte Po-Präparate durch Destillation im Vakuum: Rona u. Schmidt, Z. Phys. **48**, 784, 1928.

3. Nachweis, Messung von Intensität und Energie der Strahlen

A. Nachweis und Intensitätsmessung

a) Leuchtschirm. Zur qualitativen Beobachtung besonders von α-Strahlen eignen sich Zinksulfidschirme; für β- und γ-Strahlen ist Kieselzinkerz (Willemit) und Bariumplatinzyanür empfindlicher. Über die Herstellung von Leuchtschirmen s. S. 368 u. 459 f.

Eine quantitative Messung starker α-strahlender Präparate mit einer Genauigkeit von 10% ist möglich, wenn man den Zinksulfidschirm vor eine Photozelle mit zweistufigem Verstärker setzt. Garnier, J. de phys. et le Radium (7) **7**, 110, 1936.

b) Photographische Methode. Die Empfindlichkeit der photographischen Platte ist für die α-Strahlen sehr groß, da schon ein einzelnes α-Teilchen eine im Mikroskop erkennbare Schwärzung der Platte hervorruft (S. 460). Bei den β-Strahlen sind die Verhältnisse nicht ganz so günstig. γ-Strahlen wirken durch die in der Platte und ihrer Umgebung ausgelösten sekundären β-Strahlen, ihre Wirkung wird daher durch die Umgebung der Platte stark beeinflußt, was bei photographischen Intensitätsmessungen zu beachten ist. Die Schwärzungen durch γ-Strahlen und durch Röntgenstrahlen mittlerer Härte, die in Luft gleich stark ionisieren, verhalten sich ungefähr wie 1 : 10. Für β- und γ-Strahlen sind Röntgenplatten oder -filme am besten geeignet. Die Schwärzung hängt für alle Strahlenarten, im Gegensatz zum Licht, nur von dem Produkt aus Intensität und Expositionszeit ab (Bd. 1, S. 519 f.).

Michl, Wien. Ber. **121**, 1431, 1912; Sahni, Phil. Mag. **29**, 836, 1915; Bothe, Z. Phys. **13**, 106, 1923.

c) Ionisationsmethode. Die ionisierenden Wirkungen, welche die α-, β- und γ-Strahlen eines offenen Radiumpräparates von geringer Schichtdicke in einem würfelförmigen Blattelektrometer von 10 cm Kantenlänge hervorrufen, verhalten sich etwa wie 10000 : 100 : 1. Ein α-Teilchen des RaC (Reichweite 6,87 cm) erzeugt in Luft $2{,}36 \cdot 10^5$ Ionenpaare.

Bei Intensitätsmessungen an den verschiedenen Strahlenarten, z. B. um die zeitliche Änderung der Strahlung eines radioaktiven Präparates oder die Absorbierbarkeit der Strahlen zu messen, benutzt man Ionisationskammern von der Art der Abb. 240 und 241 auf S. 345 meist in Verbindung mit einem Goldblatt-, Faden- oder auch Quadrantelektrometer, häufig auch einfache Blattelektrometer nach Abb. 83, S. 133.

Allgemeines über Ionisationsmessungen auf S. 344f, über elektrometrische Meßmethoden auf S. 140ff. Über die Verwendung von Gleichstromverstärkern mit Elektrometerröhre zur Messung schwacher Ionisationsströme s. u. a. Macdonald u. Turnbull, Physics **6**, 304, 1935; van Voorhis, Phys. Rev. (2) **49**, 889, 1936; Lea, J. sci. instr. **14**, 89, 1937; Bedeau u. Herman, C. R. **206**, 592, 1938.

α-strahlende Präparate bringt man am besten in das Innere einer Ionisationskammer mit Plattenelektrode wie Abb. 240, S. 345. Um eine radioaktive Verseuchung der Kammer leicht beseitigen zu können, legt man das Präparat nicht unmittelbar auf den Kammerboden, sondern auf eine leicht auswechselbare Unterlage aus Aluminiumfolie. Für sehr schwache Präparate ist ein Blattelektrometer nach Abb. 83, S. 133 gut geeignet, das man unten mit einer Schublade zum bequemen Einführen der Präparate versehen kann. Soll der gemessene Strom der Menge des α-Strahlers proportional sein, so muß das Präparat in einer Schicht von weniger als 0,001 mm Dicke vorliegen und die Kammer muß so groß sein, daß die α-Strahlen bis zu ihrem Reichweitenende innerhalb des elektrischen Feldes verlaufen.

Bei starken α-strahlenden Präparaten sind wegen der großen Ionisierungsdichte sehr hohe Feldstärken nötig, um Sättigungsstrom zu erreichen; man muß daher Spannungen von einigen tausend Volt an die Kammer legen. Da man bei starken Präparaten verhältnismäßig hohe Sättigungsströme erhält, muß man entweder dem Elektrometer eine große Kapazität parallel schalten oder ein Galvanometer verwenden.

Über ein besonderes Meßverfahren für starke Präparate, bei dem zur Vermeidung unbequem hoher Spannungen ein schmales α-Strahlenbündel ausgeblendet und in einer Ionisationskammer von wenigen Kubikmillimeter Inhalt gemessen wird, s. Fränz, Z. Phys. **44**, 757, 1927; dort weitere Literatur.

Für viele α-Strahlenmessungen ist als Vergleichspräparat schwarzes Uranoxyd (U_3O_8) geeignet; die Schichtdicke wählt man größer als die Reichweite der α-Strahlen im Uranoxyd — also etwa einige zehntel Millimeter —, so daß eine Vergrößerung die aus der Oberfläche austretende Strahlung nicht mehr erhöht (Sättigungsdicke). Die Schicht kann z. B. durch Aufschlämmen von U_3O_8 mit Alkohol in einer entsprechend flachen Vertiefung einer Messingplatte hergestellt werden. Der Ionisationsstrom eines solchen Präparates mit einer Oberfläche von 1 cm² beträgt $1{,}73 \cdot 10^{-3}$ elektrostatische Einheit $= 5{,}78 \cdot 10^{-13}$ A.

Die β-Strahlen werden in einer Ionisationskammer in der Regel nicht mehr vollständig wie die α-Strahlen, aber doch zu einem erheblichen Teil absorbiert, so daß der Ionisationsstrom in schwer zu übersehender Weise von Größe und Form der Kammer abhängt. Vergleichsmessungen sind daher nur zwischen Präparaten gleicher Art exakt durchführbar. Gehen von dem Präparat gleichzeitig α-Strahlen aus, so müssen sie, z. B. durch Aluminiumfolien von mindestens 0,05 mm Dicke, absorbiert werden. Um schwache β-Aktivitäten zu messen, z. B. solche künstlich radioaktiver Stoffe, empfiehlt es sich, eine Ionisationskammer von einigen Litern Inhalt mit Luft oder Kohlensäure von mehreren Atmosphären Druck zu füllen, so daß die β-Strahlen möglichst vollständig in der Kammer absorbiert werden. Für den Eintritt der Strahlen wird ein Fenster aus 0,1 mm Duraluminium angebracht.

Zur Messung von γ-Strahlen benutzt man Ionisationskammern aus Blei von mehreren Millimetern Dicke, um die sekundären β-Strahlen auszuschließen, die vom Präparat selbst ausgehen sowie von den γ-Strahlen an benachbarten Gegenständen ausgelöst werden. Will man auch gestreute γ-Strahlen fernhalten, so muß man das Instrument weit von den Zimmerwänden entfernt aufstellen oder es bis auf die Eintrittsseite der direkten Strahlen mit mindestens 15 mm Blei umgeben.

Über Gehaltsbestimmungen von radioaktiven Präparaten S. 485ff., über Ionisationsmessungen an Neutronen S. 480.

B. Zählung einzelner Strahlenteilchen

a) Allgemeines. Die Methoden zur Teilchenzählung sind die empfindlichsten Meßmethoden der Kernphysik. Vor allem die elektrischen Zählmethoden haben mit ihrer Anpassungsfähigkeit und der Zuverlässigkeit, die sie mit der objektiven Registrierung durch photographische Aufzeichnung oder mit mechanischen Zählwerken erreichen, die rasche Entwicklung dieses Gebietes erst ermöglicht.

Die besondere Bedeutung der Wilsonschen Nebelkammer, die für eigentliche Zählungen zu schwerfällig ist, liegt darin, daß sie nicht nur das Auftreten eines Teilchens, sondern seine ganze Bahn und alle von ihm ausgehenden Wirkungen zu beobachten gestattet.

Alle im folgenden aufgeführten Methoden sind zur Zählung stark ionisierender Teilchen, nämlich der Ionenstrahlen, wie α-Strahlen, H-Strahlen usw. geeignet, sofern ihre kinetische Energie 10^5eV oder mehr beträgt. Um Positronen- und Elektronenstrahlen, deren differentielles Ionisierungsvermögen um etwa zwei Zehnerpotenzen kleiner ist, zu zählen und zu beobachten, können nur die Auslösezähler oder die Wilsonkammer verwendet werden.

Messungen, die auf dem Abzählen statistisch verteilter Ereignisse beruhen, unterliegen statistischen Schwankungen. Werden in einer bestimmten Zeit N Strahlenteilchen gezählt, so beträgt der absolute mittlere statistische Fehler dieses Wertes $\sqrt{N}$, der mittlere relative Fehler also $1/\sqrt{N}$; um die Intensität einer Strahlung mit einem mittleren Fehler von $\pm$ 1 % zu bestimmen, müssen daher mindestens 10 000 Teilchen gezählt werden. Wegen der überall vorhandenen geringen Mengen radioaktiver Stoffe und der kosmischen Strahlung zeigt jedes Zählgerät auch nach Entfernung der zu untersuchenden Strahlenquelle eine gewisse Anzahl von Strahlenteilchen an, den Nulleffekt. Die zu messende Intensität ergibt sich daher als die in einer bestimmten Zeit bei Anwesenheit der Strahlenquelle gezählte Teilchenzahl N_1, vermindert um den in einem gleichen Zeitabschnitt bestimmten Nulleffekt N_2; der mittlere Fehler des Wertes $N_1 - N_2$ ist nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz (Bd. 1, S. 18) gleich $\pm \sqrt{N_1 + N_2}$. Zwei durch Teilchenzählung gemessene Intensitäten kann man dann mit hoher Wahrscheinlichkeit als voneinander verschieden ansehen, wenn ihre Differenz mindestens das Dreifache des mittleren Fehlers der Einzelwerte beträgt. Über einen systematischen Fehler infolge des begrenzten zeitlichen Auflösungsvermögens der Zählanordnung s. S. 467.

b) Szintillationsmethode. Auf phosphoreszierendem Zinksulfid erzeugt jedes einzelne α- oder H-Teilchen an der Auftreffstelle einen kleinen Lichtblitz (Szintillation). Man zählt die Szintillationen im gut verdunkelten Zimmer mittels einer Lupe oder eines lichtstarken Mikroskops bei etwa dreißigfacher Vergrößerung. Das Verfahren ist oft für orientierende Versuche sehr brauchbar. Geeignete Zinksulfidschirme stellt man in der Weise her, daß man eine sehr verdünnte

Lösung von Kanadabalsam, Rizinusöl oder Terpentinöl in Xylol auf eine Glasplatte aufträgt und, sobald sie nahezu eingetrocknet ist, die nicht zu feingepulverten Kristalle in die Oberfläche einreibt oder durch ein Haarsieb aufstreut.

Über die günstigsten Beobachtungsbedingungen s. Chadwick, Phil. Mag. **2**, 1056, 1926; Karlik u. Kara-Michailova, Z. Phys. **48**, 765, 1928. Über eine Korrektion für übersehene Szintillationen s. Geiger u. Werner, ebd. **21**, 187, 1924.

c) Photographisches Verfahren. Da jedes von einem α-Teilchen getroffene Bromsilberkorn entwicklungsfähig ist, markieren sich die Bahnen von α-Strahlen in einer photographischen Schicht als geradlinige Ketten geschwärzter Punkte, deren Längen der Reichweite der Teilchen in der Schicht (z. B. 50 μ für α-Teilchen von 7 cm Reichweite in Luft) entsprechen. Man läßt die α-Teilchen streifend auf die photographische Platte auffallen und mißt die Bahnen, die je nach der Reichweite der Strahlen und der Art der Emulsion bis zu 20 Punkte enthalten, unter einem Mikroskop bei mehrhundertfacher Vergrößerung aus. Zur Beobachtung von H-Strahlen reicht wegen ihrer großen Reichweite die Dicke der üblichen Schichten nicht mehr aus; auch wird wegen des kleineren Ionisierungsvermögens dieser Strahlen nicht jedes getroffene Korn entwicklungsfähig. Man verwendet daher besonders gegossene Platten, deren Schichten bis zu 70 μ dick sind, und sensibilisiert sie vor dem Versuch zur Erhöhung der Empfindlichkeit in einem Pinakryptolbad.

Myssowsky u. Schichow, Z. Phys. **44**, 408, 1927; Taylor u. Dabholker, Proc. Phys. Soc. **48**, 285; 1936; Blau u. Wambacher, Wien. Ber. **146**, 259, 1937; Phot. Korresp. **74**, 2 u. 23, 1938.

d) Hochempfindliches Elektrometer. Mit dem Hoffmannschen Duanteneleketrometer (S. 132) lassen sich die Stromstöße, die von einzelnen α- oder H-Teilchen in einer Ionisationskammer hervorgerufen werden, unmittelbar messen und photographisch registrieren. Die Methode ist wegen der ziemlich großen Trägheit des Elektrometers nur für schwache Intensitäten bis zu höchstens einigen Teilchen pro Minute brauchbar, läßt aber eine Registrierung über lange Zeiten zu.

Pose, Z. Phys. **102**, 379, 1936; dort weitere Literatur.

e) Verstärkeranordnungen. Die Ionenladungen, die von einzelnen α- oder H-Teilchen längs ihrer Bahn durch eine Ionisationskammer erzeugt werden, können durch empfindliche Verstärkeranordnungen bis zur bequemen Meßbarkeit verstärkt werden. Da diese Ladungen zwischen einigen 10^{-14} und 10^{-15} C liegen, werden auf einer Kapazität von rund 10^{-11} F, wie sie die Kammerelektrode und der Verstärkereingang etwa aufweisen, nur Spannungen von der Größenordnung eines Mikrovolt oder weniger erzeugt; soll also z. B. ein Braunsches Rohr als Meßinstrument benutzt werden, so muß mindestens eine 10^5fache Spannungsverstärkung zur Verfügung stehen.

Geeignet ist ein vierstufiger Verstärker mit Kapazitäts-Widerstandskopplung (S. 299 u. 305), der wegen seiner hohen Empfindlichkeit besonders sorgfältig nach den allgemeinen verstärkertechnischen Grundsätzen aufgebaut werden muß. Jede Röhre wird zusammen mit dem Anodenwiderstand der vorangehenden, dem Kopplungskondensator und dem eigenen Gitterwiderstand in einem besonderen, metallisch abgeschirmten Abteil untergebracht; ebenso empfiehlt es sich, die aus je einem Widerstand und Kondensator bestehenden Siebglieder, die in alle Spannungszuführungen einzuschalten sind, um unerwünschte Kopplungen zu vermeiden, für jede Stufe gesondert abzuschirmen.

Die Ionisationskammer wird unmittelbar mit dem Gitter der ersten Röhre verbunden, die am besten, von dem übrigen Verstärker getrennt, in einem mit dem Kammergehäuse starr verbundenen Schutzgehäuse untergebracht wird.

Für die erste und meist auch für die zweite Röhre muß der Heizstrom einer Batterie oder einem Gleichrichtergerät mit Pufferbatterie entnommen werden, während die übrigen Röhren bei sorgfältiger Verlegung und Abschirmung der Leitungen auch mit Wechselstrom geheizt werden können. Für die Anodenspannung sind Netzanschlußgeräte mit guter Siebung geeignet, wenn die Spannung durch einen Glimmstreckenstabilisator oder ein Elektronenrohr stabilisiert wird (S. 467); nur die Spannung für die erste Röhre muß einer kleinen Batterie entnommen werden. Der ganze Verstärker mit allem Zubehör, wie Batterien und Netzanschlußgeräten, ist völlig dicht abzuschirmen, am besten mit Eisen von einigen Millimetern Dicke; mit besonderer Sorgfalt muß dabei die Verbindung zwischen der ersten, an der Ionisationskammer hängenden Stufe und dem übrigen Verstärker geschützt werden. Ist die Anordnung gegen Erschütterungen oder akustische Schwingungen empfindlich, so kann man sich meist helfen, indem man die erste Röhre innerhalb ihres Abschirmungsgehäuses in einem an Gummibändern aufgehängten Metallzylinder unterbringt, unter Umständen muß auch der ganze Verstärker auf Gummi- oder Filzplatten gestellt werden; weitere Maßnahmen bei Laaff, s. u.

Als Anzeige-, Registrier- und Zählgeräte sind dieselben geeignet, die auf S. 466 für Zähler genannt werden. Über konstante Spannungen für die Ionisationskammer s. S. 467.

Wegen der kleinen, auf das erste Gitter gelangenden Ladungen muß als Eingangsröhre des Verstärkers eine Röhre mit hoher Gitterisolation verwendet werden, z. B. eine Elektrometerröhre mit niedriger Anodenspannung (T 113 oder 4060); unter Umständen findet man aber auch eine brauchbare Pentode, mit der man dann schon in der ersten Stufe die Impulse über den Störpegel hinausheben kann. Für die folgenden Stufen sind Pentoden wie z. B. AF 7, KF 4, EF 12 oder EF 14 geeignet.

In der Eingangsstufe ist ein besonderer Gitterwiderstand unzweckmäßig, als Ableitwiderstand dient der Isolationswiderstand der ersten Röhre selbst. Auf diese Weise erreicht man ein günstiges Verhältnis zwischen der Impulsgröße und der in der ersten Stufe entstehenden Rauschspannung (Stetter, Johnson), aber zunächst eine ziemlich lange Zeitdauer der Impulse. Um trotzdem das Auflösungsvermögen (S. 467) der Anordnung für rasch aufeinanderfolgende Impulse groß zu machen, muß man dann die Impulsdauer durch Wahl einer kleinen Zeitkonstante $\tau = C_{\ddot{u}} \cdot R_g$ für die Kopplungsglieder zur zweiten Stufe verkürzen; man wähle etwa $\tau = 10^{-3}$ s, z. B. $C_{\ddot{u}} = 5000$ pF und $R_g = 2 \cdot 10^5\ \Omega$. In den folgenden Stufen ist dann durch große Zeitkonstanten für form- und amplitudengetreue Verstärkung zu sorgen, also $\tau = 10^{-1}$ bis 10^{-2} s, $C_{\ddot{u}} = 0{,}05$ bis $0{,}1\ \mu$F und $R_g = 0{,}5$ bis $1 \cdot 10^6\ \Omega$. Als Anodenwiderstände sind 10^4 bis $10^5\ \Omega$ geeignet, die Kopplungskondensatoren sollen Glimmerdielektrikum besitzen.

Großes Auflösungsvermögen einer Zählanordnung ist nicht nur wichtig, um hohe Zählgeschwindigkeiten zu erreichen, sondern auch dann, wenn außer der zu beobachtenden α- oder H-Strahlung eine intensive γ-Strahlung in die Ionisationskammer gelangt. Wenn sich auch einzelne Sekundärelektronen wegen ihres kleinen Ionisierungsvermögens nicht bemerkbar machen, so überlagern sie sich doch bei großer Anzahl zu einem Dauerstrom, der durch seine statistischen Schwankungen eine störende Unruhe des Nullpunktes erzeugt, die um so größer ist, je kleiner das Auflösungsvermögen der Anordnung ist. Die Impulsdauer am Verstärkerausgang und damit das Auflösungsvermögen des Verstärkers wird durch die kleinste Zeitkonstante, hier also die der Kopplung zwischen der ersten und der zweiten Stufe, bedingt. Wenn man Proportionalität zwischen der Impulsgröße am Eingang und am Ausgang des Verstärkers verlangt, muß diese Zeitkonstante jedoch einigemal größer sein als die Dauer des Stromübergangs in der Ionisationskammer.

Um die Ionen möglichst rasch auf die Meßelektrode zu treiben, legt man daher an die Kammer eine hohe negative Spannung (einige tausend Volt) und füllt sie mit einem Gas ohne Elektronenaffinität, z. B. mit sehr reinem Argon oder Stickstoff, so daß man die große Beweglichkeit der freien Elektronen ausnützt (s. S. 339 u. 342).

Verstärkeranordnungen u. a. bei Wynn-Williams u. Ward, Proc. Roy. Soc. London (A) **131**, 391, 1931; Dunning, Rev. sci. instr. (N. S.) **5**, 387, 1934; Roberts, ebd. **9**, 98, 1938; Madsen, Z. Phys. **101**, 68, 1936; Laaff, Ann. Phys. **32**, 743, 1938. Ein Gleichstromverstärker (Röhrenelektrometer): Ortner u. Stetter, Z. Phys. **54**, 449, 1929. Über die Wahl des Gitterwiderstandes am Eingang: Stetter, Wien. Ber. (IIa) **142**, 481, 1933, auch E. A. Johnson u. A. G. Johnson, Phys. Rev. **50**, 170, 1936.

f) Proportionalzähler und Auslösezähler. α) Allgemeines. Die Zähler beruhen auf der Verstärkung der primär von einem Strahlenteilchen erzeugten Ionenmenge durch Stoßionisation. Legt man an das zylindrische Metallgehäuse des Zählers (Abb. 313) eine zur Erzeugung von Stoßionisation ausreichende Spannung (S. 346), so gelangt beim Eintritt eines Teilchens in den Zähler eine Ionenmenge auf die in einer Spitze endende Elektrode D, die groß genug ist, um auch von einem verhältnismäßig unempfindlichen Fadenelektrometer *El* angezeigt zu werden. Durch den Ableitwiderstand W fließt diese Ladung sofort wieder ab, so daß der Elektrometerfaden nach einem kurzen Ausschlag wieder in seine Ruhelage zurückkehrt. Den Faden projiziert man zur Beobachtung am besten auf einen Schirm. Für den Eintritt der Strahlen in das Zählerinnere ist in der Vorderwand des Zählers ein Fenster B angebracht, das mit einer dünnen Metallfolie oder einem durch Kathodenzerstäubung metallisierten Glimmerblättchen verschlossen wird.

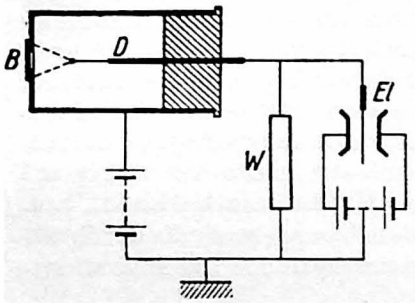


Abb. 313. Spitzenzähler

Von dieser als Spitzenzähler bezeichneten Zählerform werden nur solche Teilchen angezeigt, die einen etwa paraboloidförmigen „empfindlichen Bereich" durchlaufen, der zwischen der Spitze und der Vorderfläche des Zählers liegt. Der Basisdurchmesser dieses empfindlichen Bereichs, der in der Abb. 313 durch die punktierten Linien bezeichnet ist, wird mit zunehmendem Abstand der Spitze von der Vorderfläche nur langsam größer.

Eine andere Form des Zählers ist das Zählrohr, ein Metallzylinder, in dem als Elektrode axial ein von Isolatoren gehaltener Draht gespannt ist (Abb. 314). Das Zählrohr spricht in seinem ganzen Volum zwischen Zähldraht und Rohrwand auf Strahlenteilchen an; es ist daher vor allem immer dann angebracht, wenn es sich um Messungen in schwachen, aber räumlich ausgedehnten Strahlenfeldern handelt.

Der Wirkungsweise nach ist bei beiden Zählerformen zwischen Proportional- und Auslösezähler zu unterscheiden. Bei negativer Spannung am Zählergehäuse gibt es einen Spannungsbereich, in welchem die durch Ionenstoß erzeugte Elektrizitätsmenge proportional der Primärionisation durch das Strahlenteilchen ist. Der Faktor, um den die primäre Ionisation vermehrt wird, wächst in diesem Bereich mit zunehmender Spannung bis auf etwa 10^4 an. Steigert man die Spannung weiter, so kommt man in den Auslösebereich, in dem ein ionisierendes Teilchen bereits einen Dauerstrom in dem Zähler auslöst, der jedoch infolge des Spannungsabfalls, welcher sich in dem Widerstand W einstellt und die Zählerspannung erniedrigt, nach einer Dauer von einer hundertstel Sekunde oder weniger wieder abreißt. Der Aus-

lösebereich setzt bei einer auf wenige Volt scharf definierten Spannung ein; oberhalb dieser Einsatzspannung nimmt zunächst bei konstanter Einstrahlung die Größe und die Anzahl der Elektrometerausschläge mit der Spannung zu, um dann über einen Bereich von 50 V oder mehr konstant zu werden. In diesem Bereich, der im allgemeinen um so größer ist, je größer der Ableitwiderstand ist, muß der Zähler benutzt werden; bei zu hoher Spannung reißt schließlich eine einmal einsetzende Entladung nicht mehr ab.

Im Proportional- oder Multiplikationsbereich spricht ein Zähler nur auf die stark ionisierenden Strahlen (α, H und ähnliche) an, während sich einzelne β-Teilchen, deren Ionisierungsvermögen um einige Größenordnungen kleiner ist, nicht bemerkbar machen; der Auslösezähler zeigt dagegen α- und β-Strahlen durch praktisch gleich große Impulse an. Alle Zähler erfordern negative Spannung am Zählergehäuse mit Ausnahme des Auslöse-Spitzenzählers, der auch mit positiver Gehäusespannung arbeitet.

β) Proportionalzähler. Beim Proportionalzähler in der Form des Spitzenzählers dient als Spitze ein Kügelchen, dessen Durchmesser zwischen einigen Zehntelmillimetern und einigen Millimetern liegen kann. Sehr geeignet sind polierte Stahlkugeln von 2 mm Durchmesser, wie sie für Kugellager verwendet werden. Die Kugel wird mit einem dünnen Drahtstiel von 2—3 cm Länge an einem langen Messingstift befestigt; der Isolator, der diesen Stift trägt, muß in der Regel mit einem geerdeten Schutzring umgeben werden, um das Überkriechen von Ladungen von dem Zählergehäuse auf den Stift zu verhindern. Beim Proportionalzähler muß an das Gehäuse negative Spannung gelegt werden, die um so höher sein muß, je größer der Kugeldurchmesser und der Gasdruck ist; die Zählspannung hängt außerdem spezifisch von der Gasart ab.

Bei einer 2-mm-Kugel und Atmosphärendruck liegt der proportionale Zählbereich z. B. für Luftfüllung etwa um 7000 V, für Wasserstoff um 5000 V, für Argon unterhalb von 3000 V und für Luft von 20 cm Druck um 3300 V. Ganz ähnliche Verhältnisse erhält man bei einem Zählrohr, wenn als Zähldraht ein blanker Stahldraht von 0,5 mm Durchmesser dient; auch hier ist die Anwendung von Schutzringen bei den Isolatoren, die das Rohr abschließen, zu empfehlen.

Beim Proportionalzähler ist die Größe des Ableitwiderstandes nicht so kritisch wie bei den Auslösezählern. Macht man den Widerstand zu klein, so nimmt die Ausschlagsgröße ab und die Proportionalität zwischen dem vom Zähler abgegebenen Spannungsstoß und der Primärionisation ist für Teilchen, die in verschiedener Richtung durch den Zähler laufen, nicht mehr gewährleistet. Im allgemeinen wird man den Widerstand zwischen 10^8 und 10^{10} Ω wählen. Der Nulleffekt, der durch stets vorhandene kleine radioaktive Verunreinigungen hervorgerufen wird, beträgt beim Proportionalzähler nur einige Ausschläge pro Stunde.

Zum Nachweis der Zählerimpulse dient gewöhnlich statt des zu trägen und unbequemen Elektrometers ein Verstärker, der einen Oszillographen oder ein mechanisches Zählwerk steuert (s. Abschn. g, S. 466). Der grundsätzliche Aufbau der Verstärkeranordnung ist derselbe, wie er in Abschn. e, S. 460 beschrieben worden ist, nur braucht wegen der größeren Eingangsimpulse der Verstärkungsgrad nicht so hoch zu sein, so daß die ganze Anordnung einfacher zu handhaben und weniger störempfindlich ist. Die Zählerelektrode wird unmittelbar an das erste Gitter geführt, der Zählerableitwiderstand dient gleichzeitig als Gitterwiderstand. Da wegen der negativen Zählerspannung negative Spannungsimpulse an das erste Gitter gelangen, in einem durch Widerstände und Kapazitäten gekoppelten Spannungsverstärker aber die Impulsrichtung in jeder Stufe umgekehrt wird, empfiehlt es sich, für die Spannungsverstärkung eine ungerade Stufenzahl zu benutzen, damit das Endrohr einen positiven Impuls erhält. Ist das Endrohr ein Thyratron, das ein mechanisches Zählwerk

betreibt, so ist ein positiver Impuls notwendig; bei einem Endrohr hoher Leistung, wie es zum Aussteuern eines Schleifenoszillographen mit hoher Eigenfrequenz erforderlich ist, kann man bei positiven Impulsen den Anodenruhestrom klein halten.

Zählrohr: Rutherford u. Geiger, Phys. Z. **10**, 1, 1909. Spitzenzähler: Geiger u. Klemperer, Z. Phys. **49**, 753, 1928; Brubaker u. Pollard, Rev. sci. instr. (N. S.) **8**, 254, 1937. Verstärker: Fränz, Phys. Z. **30**, 810, 1929; Z. Phys. **63**, 370, 1930. Koinzidenzverstärker: Bernardini, Bocciarelli und Oppenheimer, Rev. sci. instr. (N. S.) **7**, 382, 1936.

γ) Der Auslöse-Spitzenzähler arbeitet am besten mit positiver Gehäusespannung, bei negativer Spannung besitzt er aber einen größeren empfindlichen Bereich (S. 462). Als Spitze erhält er eine leicht oxydierte scharfe Stahlspitze (Nähnadel) oder besser ein Platinkügelchen von etwa 0,2 mm Durchmesser; ein solches Kügelchen stellt man her, indem man die Spitze eines 0,1 mm starken Platindrähtchens, das am Ende eines 2 mm dicken Messingstiftes befestigt ist, in der feinen Flamme eines Leuchtgas-Sauerstoffgebläses schmilzt. Der Abstand der Spitze von der Vorderfläche soll nicht größer als der halbe Zählerdurchmesser sein. Der Zählbereich liegt je nach Gasdruck und Art der Spitze zwischen 100 und 3000 V; negative Gehäusespannung muß unter sonst gleichen Bedingungen stets etwas höher als positive sein. Als Ableitwiderstand sind 10^9 bis 10^{10} Ω geeignet, behelfsmäßig genügt auch ein Stück Zeichenpapier, auf dem einige Tuschestriche gezogen werden.

Der empfindliche Bereich ist für α-Strahlen etwas größer als für β-Strahlen; bei negativer Gehäusespannung und 15 mm Spitzenabstand beträgt sein Basisdurchmesser etwa 8 mm.

Bothe, Z. Phys. **37**, 563, 1926.

δ) Auslöse-Zählrohr. Das Auslöse-Zählrohr nach Geiger und Müller besteht in seiner einfachsten Form aus einem Metallrohr (Abb. 314), das an beiden Enden mit Hartgummistopfen verschlossen ist; durch die Isolatoren werden zentrisch zwei etwa 3 mm dicke, der Länge nach durchbohrte Messingstifte mit gut verrundeten Enden eingesetzt, zwischen denen der Zähldraht, z. B. ein Stahldraht von 0,2 mm Dicke, ausgespannt wird. In eine exzentrisch sitzende Bohrung des einen Isolators wird, um das Zählrohr evakuieren zu können, ein enges Glasrohr eingekittet, das nach dem Füllen des Zählers abgeschmolzen wird. Bevor man den Zähldraht in das Rohr einzieht, muß man ihn mit einer dünnen, gleichmäßigen, halbleitenden Oberflächenschicht versehen; das läßt sich durch kurzes elektrisches Glühen, Hindurchziehen durch eine Flamme oder Ätzen mit sehr verdünnter Salpetersäure erreichen. Beim Zusammensetzen des Zählrohrs achte man auf Staubfreiheit.

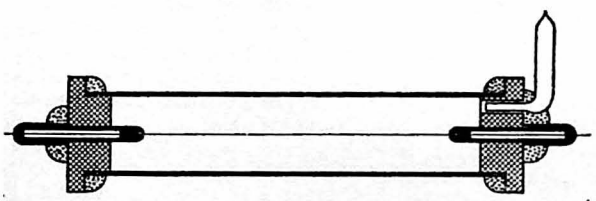


Abb. 314. Zählrohr

Das Auslöse-Zählrohr arbeitet nur mit negativer Gehäusespannung; für ein Rohr mit 0,2 mm dickem Zähldraht, das mit Luft von 6 cm Druck gefüllt ist, liegt die Zählspannung bei 1200—1500 V, sie steigt mit Drahtdicke und Druck an. Das Zählrohr wird entweder, wie der Zähler in Abb. 313, S. 462, mit einem Elektrometer verbunden, oder aber die Spannungsstöße werden über einen zwei-

stufigen Verstärker mit Lautsprecher hörbar gemacht; für längere Zählreihen benutzt man ein mechanisches Zählwerk, das in einer der in Abschn. g und auf S. 318 f. beschriebenen Schaltungen betrieben wird.

Das Zählrohr braucht in der Regel einen hohen Ableitwiderstand ($10^9\ \Omega$ oder mehr), da sonst die Entladung, nachdem sie einmal gezündet hat, nicht mehr abreißt; die Dauer eines einzelnen Stromstoßes ist daher von der Größenordnung 10^{-2} s, so daß das Auflösungsvermögen des Rohres, d. i. das Reziproke des kleinsten zeitlichen Abstandes zweier Strahlenteilchen, bei dem sie noch getrennt gezählt werden, ziemlich klein ist. Das Abreißen der Entladung wird durch Zusetzen von Dämpfen zu der Zählrohrfüllung begünstigt (A. Trost). An einem Rohr, das mit Argon von 10 cm Druck und Alkoholdampf von 1 cm Druck gefüllt ist, lassen sich Ableitwiderstände bis herab zu 10^6 oder $10^5\ \Omega$ verwenden, die Entladungsdauer ist nur von der Größenordnung 10^{-4} s, das Auflösungsvermögen entsprechend groß. Die Innenwand dieser Dampfzählrohre muß mit einer dünnen, schlecht leitenden Schicht überzogen sein. Bei frisch geschmirgelten Messingrohren entsteht eine geeignete Schicht, wenn man die Rohre einen Tag lang an Luft liegen läßt; Rohre aus anderen Metallen spült man z. B. mit einer Lösung von einigen Tropfen Zaponlack in 10 cm^3 Amylazetat aus, läßt gut abtropfen und in staubfreier Luft trocknen. Bei Kupfer und Aluminium führt Oxydieren durch Erhitzen, bei letzterem auch Behandeln mit Wasserstoffsuperoxyd, zum Ziel.

Form und Größe des Zählrohrs können weitgehend den Versuchsbedingungen angepaßt werden; für viele Zwecke geeignet ist ein Rohr von etwa 1,5 cm Durchmesser und 6—8 cm Länge. Kittungen und die zuweilen Störungen verursachenden Hartgummi-Isolatoren lassen sich vermeiden, wenn man das Zählrohr in ein Glasrohr einschmilzt oder ein in seinem Mittelteil innen versilbertes Glasrohr verwendet. Der Zähldraht wird an kleinen Zugfedern zwischen Platindrähten gehalten, die in die Enden des Glasrohrs eingeschmolzen werden.

Um weiche β-Strahlen zu zählen, braucht man sehr dünnwandige Zählrohre. Rohre der oben angegebenen Größe aus Duraluminium lassen sich bei 0,2 mm Wandstärke oder auch etwas weniger noch evakuieren; noch weit dünnere Wände sind möglich, wenn man das Rohr mit Helium von Atmosphärendruck füllt, wobei eine Zählspannung von nur etwa 2000 V erforderlich ist. Besonders bei Dampfzählrohren, die für längere Versuchsreihen gebraucht werden sollen, verschließt man die Rohre statt mit Hartgummi- besser mit Messingstopfen, in die kurze Quarz- oder Glasröhrchen als Isolatoren für die Haltestifte des Zählrohres eingesetzt werden.

Große Auslösezählrohre sind wegen ihres großen empfindlichen Volums außerordentlich empfindlich für β- und γ-Strahlen, so daß sie bereits allein unter dem Einfluß der kosmischen Strahlung und der γ-Strahlen, welche der schwachen natürlichen Radioaktivität der Umgebung (Zimmerwände) entstammen, etwa 1 Ausschlag pro min und cm^2 der wirksamen Rohroberfläche geben, d. h. also bei einem Rohr der oben genannten Größe 20—40 pro min. Dieser große, bei den Messungen störende Nulleffekt (s. Abschn. a, S. 459) wird auf die Hälfte bis ein Drittel vermindert, wenn man das Zählrohr allseitig mit einem Eisenpanzer von 20 cm Dicke gegen die radioaktive Strahlung der Zimmerwände abschirmt.

Geiger u. Müller, Phys. Z. **29**, 839, 1938. Zusammenfassender Bericht: Moon, J. sci. instr. **14**, 189, 1937. Zählrohre mit Dampfzusatz: Trost, Z. Phys. **105**, 339, 1937; Curran u. Petržilka, Proc. Cambridge Phil. Soc. **35**, 309, 1939. Dünnwandige Zählrohre: Allen u. Alvarez, Rev. sci. instr. (N. S.) **6**, 329, 1935; Barnes, ebd. **7**, 107, 1936; Halpern u. Simpson, ebd. **8**, 172, 1937. Zählrohre für γ-Strahlen und deren

Ansprechwahrscheinlichkeit: v. Droste, Z. Phys. **100**, 329, 1936; Evans u. Mugele, Rev. sci. instr. (N. S.) **7**, 441, 1936; Buchmann, Phys. Z. **38**, 817, 1937; Yukawa u. Sakata, Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Tokio **31**, 187, 1937; Sizoo u. Willemsen, Physica **5**, 105, 1938. Verringerung des Nulleffektes durch Koinzidenzschaltung: Buch Andersen, Z. Phys. **98**, 597, 1936; Madsen, ebd. **101**, 72, 1936. Schaltungen mit hohem Auflösungsvermögen, bei denen durch Verstärkerrohre das Zählrohr zwangsläufig nah jeder Zündung gelöscht wird: Neher u. Harper, Phys. Rev. (2) **49**, 940, 1936; Neher u. Pickering, ebd. (2) **53**, 316, 1938; Getting, ebd. (2) **53**, 103, 1938; Ruark, ebd. (2) **53**, 316, 1938; Alexopoulos u. Peristerakis, Naturwiss. **26**, 105, 1938.

g) Registrierung und Zählung elektrischer Impulse. Die Spannungsstöße, die am Ausgang des an einen Zähler angeschlossenen Verstärkers oder auch eines Proportionalverstärkers (S. 460) auftreten, werden entweder mittels eines Schleifen- oder Kathodenstrahl-Oszillographen auf einem gleichmäßig fortlaufenden Papierfilm photographisch registriert oder mit einem mechanischen Addierwerk gezählt.

Die photographische Registrierung wird man vor allem beim Proportionalzähler und Proportionalverstärker verwenden, wenn man außer der Teilchenzahl auch die von den Teilchen erzeugten Ionenmengen messen will (S. 479). Während ein Kathodenstrahl-Oszillograph meist unmittelbar mit dem Spannungsverstärker verbunden werden kann, muß beim Schleifenoszillographen ein Anpassungstransformator oder aber ein Endrohr zwischen Verstärker und Oszillograph geschaltet werden, das einen Strom von 50 mA verzerrungsfrei abgeben kann, wie er zum Aussteuern einer Schleife mit einer für diese Registrierungen geeigneten Eigenfrequenz von etwa 5000 Hz benötigt wird. Um die Schleife nicht mit dem Anodenruhestrom des Endrohrs vorzubelasten, kompensiert man entweder diesen Strom oder man schaltet eine Drossel in den Anodenkreis und koppelt die Schleife über einen Kondensator von einigen μF an.

Zum Zählen der Impulse mit einem mechanischen Addierwerk ist bei kleineren Zählgeschwindigkeiten die auf S. 319 beschriebene Schaltung von Jaeger und Kluge geeignet, bei welcher das Zählwerk von einem Thyratron in Kippschwingschaltung betätigt wird. Da das Thyratron positive Spannungsstöße erhalten muß, ist der Verstärker, der es steuert, durch Wahl einer geeigneten Stufenzahl so einzurichten, daß er positive Impulse abgibt (S. 463). Beim Auslösezählrohr genügt z. B. ein Verstärkerrohr zwischen Zählrohr und Thyratron.

Ein mechanisches Addierwerk läßt sich aus einem Telephon-Gesprächszähler herstellen, indem man seine Magnetspule, die gewöhnlich nur eine verhältnismäßig kleine Windungszahl hat, durch eine Spule mit 5000 bis 10 000 Windungen ersetzt. Die Auflösungszeit (s. Abschn. i) eines Telephonzählers beträgt etwa $5 \cdot 10^{-2}$ s. Sie läßt sich noch erheblich verkürzen, wenn man den Hub des Magnetankers dadurch verkleinert, daß man das zehnzähnige Rädchen, das von dem Anker bewegt wird, durch ein Rädchen mit z. B. 50 Zähnen ersetzt und gleichzeitig die Spannung der Zugfeder des Ankers durch Probieren auf die günstigste Größe bringt.

Mechanische Zählwerke mit einem Auflösungsvermögen von 200 bis 1000 Impulsen pro Sekunde können aus Uhrwerken hergestellt werden: Flammersfeld, Naturwiss. **24**, 522, 1936; Neher, Rev. sci. instr. (N. S.) **10**, 29, 1939. Eine Steigerung des Auflösungsvermögens läßt sich auch durch die auf S. 319 beschriebenen Untersetzungsschaltungen erreichen, bei denen nur jeder 2. bzw. jeder 2^n-te Impuls dem

Zählwerk zugeführt wird. Wynn-Williams, J. sci. instr. **14**, 36, 1937; Litschutz u. Lawson, Rev. sci. instr. **9**, 83, 1938. Weitere Schaltungen zur Betätigung von Zählwerken u. a. W. Schmitz, Z. techn. Phys. **17**, 323, 1936; Barnóthy u. Forró, Phys. Z. **37**, 208, 1936; Griffith, Proc. Phys. Soc. London **49**, 85, 1937; Gingrich, Rev. sci. instr. (N. S.) **7**, 207, 1936.

h) Konstante Spannungen für Verstärker und Zähler. Die Verstärker für Auslösezähler sowie die Untersetzer für mechanische Zählwerke stellen keine besonderen Anforderungen an die Konstanz der Betriebsspannungen, so daß die üblichen, aus dem Wechselstromnetz gespeisten Gleichrichter genügen. Wenn eine sehr konstante Wechselspannung zur Verfügung steht, lassen sich Gleichrichter mit einer reichlich bemessenen Siebkette auch für Proportionalverstärker mit Ionisationskammer oder Proportionalzähler verwenden. Die Konstanz der Wechselspannung läßt sich unter Umständen mit gesättigten Transformatoren oder mit Eisen-Wasserstoff-Widerständen erreichen. Besser ist es aber, die Anodengleichspannung mit Glimmentladungsröhren (Stabilisatorröhren s. S. 319 f.) zu stabilisieren.

Um Spannungen von 1000 bis 10 000 V für Zähler und Ionisationskammern konstant zu halten, ist nach Medicus eine Glimmstrecke von der Form eines Zählrohres geeignet: Kathode ist ein Messingrohr von 10 bis 15 mm Durchmesser, in dessen Achse als Anode ein Draht gespannt ist. Als Füllgas dient Luft, die über P_2O_5 getrocknet wird, um Temperatureinflüsse zu vermeiden. In Serie mit der Glimmstrecke liegt ein Widerstand von 10^7 bis $10^8\,\Omega$, parallel zu ihr ein Kondensator von etwa 0,1 μF. Die Spannung am Glimmrohr läßt sich durch Verändern des Luftdrucks einstellen; ihre Konstanz wird um so größer, je länger das Rohr ist.

Bei fünf parallel geschalteten Rohren von je 30 cm Länge mit 0,1 mm dicken Stahldrähten als Anoden und Luftfüllung von 6 cm Hg ändert sich z. B. die Spannung an der Glimmstrecke von 1242,0 V auf 1243,5 V, wenn die ungeregelte Gleichspannung von 1500 V auf 2400 V steigt. Medicus, Z. techn. Phys. **14**, 304, 1933.

Konstanthalten von Spannungen mit Hilfe von Elektronenröhren u. a. Evans, Rev. sci. instr. (N. S.) **5**, 371, 1934; Dunning, ebd. **5**, 387, 1934; Gingrich, ebd. **7**, 207, 1936; Hunt u. Hickmann, ebd. **10**, 6, 1939.

i) Auflösungsvermögen einer Zählanordnung. Da der Ablauf eines Zählvorganges eine endliche Zeit T erfordert, deren Dauer von der jeweiligen Anordnung abhängt, wird die Zählanordnung beim Eintreffen eines Impulses für eine Zeit T für die Aufnahme weiterer Impulse gesperrt, so daß stets grundsätzlich zu wenig Impulse gezählt werden. T bezeichnet man als die Auflösungszeit, $\frac{1}{T}$ als das Auflösungsvermögen der Zählanordnung. Bei der Berechnung der Korrektion für die ausgelassenen Impulse sind zwei Grenzfälle zu unterscheiden: ein während der Sperrzeit eintreffender Impuls kann entweder den Zählvorgang wieder von Anfang an beginnen lassen, so daß die Sperrzeit verlängert wird, oder er bleibt auf den bereits eingeleiteten Zählvorgang ohne Einfluß.

Der erste Fall wird im wesentlichen dann verwirklicht, wenn das Auflösungsvermögen durch ein mechanisches Zählwerk begrenzt ist. Ein Impuls wird nur dann gezählt, wenn in einem Zeitraum T vor seinem Eintreffen kein Impuls gefallen ist. Da die Wahrscheinlichkeit hierfür $e^{-N_0 T}$ ist, wenn in der Zeiteinheit N_0 statistisch verteilte Impulse eintreffen, so werden

$$N = N_0 e^{-N_0 T} \tag{1}$$

Impulse gezählt. Als Näherungsformel für die Berechnung der wahren Impulszahl N_0 aus N ergibt sich daraus

$$N_0 = N\left[1 + NT + \frac{3}{2}(NT)^2 + \frac{8}{3}(NT)^3 + \cdots\right]. \tag{1a}$$

Der zweite Grenzfall liegt vor, wenn das Auflösungsvermögen durch die Zeitdauer einer elektrischen Entladung, z. B. im Zählrohr selbst oder in einem Thyratron, begrenzt wird. Hier werden alle Impulse, die in einem Intervall T auf einen gezählten Impuls folgen, das sind aber $N_0 \cdot NT$ in der Zeiteinheit, ausgelassen. Daraus ergibt sich

$$N_0 = \frac{N}{1 - NT}. \qquad (2)$$

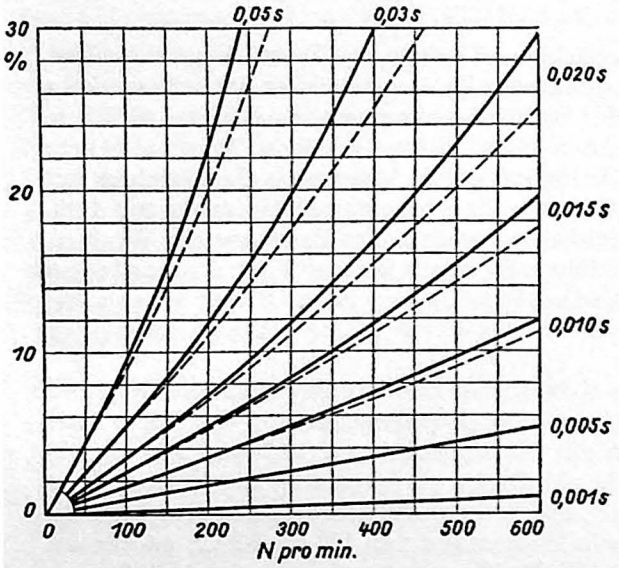


Abb. 315. Korrektionen an Zählungen bei ungenügendem Auflösungsvermögen

Die Kurvenschar der Abb. 315 stellt den Zuschlag in Prozenten dar, der zu der mittleren, in der Zeiteinheit gezählten Impulszahl hinzuzufügen ist, um die wahre Anzahl zu erhalten; Parameter ist die Auflösungszeit T der Anordnung. Die ausgezogenen Kurven entsprechen der Formel (1), die gestrichelten der Formel (2), soweit sie von (1) merklich abweicht.

Über die Ableitung der Formel (1) s. u. a. Schiff, Phys. Rev. (2) **50**, 88, 1936; Todd, Phil. Mag. (7) **24**, 572, 1937; auch Artikel Bothe, S. 203f. in Geiger-Scheel, Handb. d. Phys. Bd. 22, Tl. 1. Berlin 1933. Bei sehr großen Korrektionen muß das Auflösungsvermögen der einzelnen Teile der Zählanordung, wie Zählrohr, Verstärker und Zählwerk, gesondert berücksichtigt werden: Ruark u. Brammer, Phys. Rev. (2) **52**, 322, 1937.

Zur Bestimmung des Auflösungsvermögens läßt sich die Tatsache benutzen, daß N bei steigendem N_0 nach Formel (1) ein Maximum durchläuft. Aus der Höchstzahl N_{max} der Impulse, die in der Zeiteinheit bei stufenweiser Vergrößerung von N_0, z. B. durch Annähern eines Radiumpräparates an das Zählrohr, gezählt werden, ergibt sich $T = \frac{1}{e \cdot N_{max}}$.

Volz, Z. Phys. **93**, 539, 1935; dort auch eine weitere Methode zur Bestimmung von T.

Das Auflösungsvermögen eines Zählwerks läßt sich messen, indem man ihm Impulse in regelmäßigen Zeitabständen, z. B. aus einer Kippschwingschaltung (S. 244ff.) zuführt. Aus der höchsten Impulsfrequenz N_{max}, der das Zählwerk noch quantitativ folgt, ergibt sich dann $T = \frac{1}{N_{max}}$.

Ohne theoretische Voraussetzungen läßt sich die Korrektionskurve einer Zählanordnung ermitteln, wenn man über einen Satz von mehreren Radiumpräparaten bekannten Gehaltes verfügt, der einen Bereich von 1 : 10 oder mehr überdeckt. Man bringt zunächst das kleinste Präparat in eine solche Entfernung vom Zählrohr, daß die Anordnung noch praktisch quantitativ zählt ($N_1' = N_1$). Dann werden die übrigen Präparate nacheinander an dieselbe Stelle gelegt und für jedes die mittlere Impulszahl N_2', N_3', ... pro min bestimmt; die wahren Zahlen N_1, N_2, N_3, ... ergeben sich aus den bekannten Präparatstärken P_1, P_2, P_3, ... zu $N_2 = N_1 \cdot \frac{P_2}{P_1} = N_1' \cdot \frac{P_2}{P_1}$ usw.

C. Wilsonsches Nebelkammerverfahren

a) Allgemeines. Wird ein mit Wasserdampf gesättigter Luftraum plötzlich um etwa ein Drittel expandiert, so tritt infolge der Abkühlung Übersättigung des Wasserdampfes ein. In staubfreier Luft entsteht jedoch noch keine Kondensation; enthält aber die Luft Ionen, so bildet sich an jedem Ion ein feines Wassertröpfchen. Wenn man daher unmittelbar nach der Expansion ionisierende Strahlen durch die Kammer schickt, so werden ihre Bahnen, bei γ- oder Röntgenstrahlen die kürzeren oder längeren Bahnen ihrer Sekundärelektronen, als feine Nebelspuren sichtbar.

Allgemeine Darstellung des Verfahrens und zahlreiche Literaturangaben: Gentner, Maier-Leibnitz u. Bothe, Atlas typischer Nebelkammerbilder. Berlin 1940.

b) Kolbenkammer. In der von Wilson zuerst angegebenen Anordnung (Abb. 316) führt man die Expansion in einem zylindrischen Gefäß aus, dessen Durchmesser gewöhnlich 10 bis 20 cm beträgt und das in seinem oberen Teil aus Glas, in seinem unteren aus Metall besteht. Zur Beobachtung der Bahnen wird das Gefäß oben mit einer Spiegelglasplatte Q abgeschlossen. Ein luftdicht gleitender Kolben K grenzt einen Raum von einigen Zentimetern Höhe ab, den man dadurch plötzlich vergrößern kann, daß man den Kolben um eine kleine Strecke herunterschnellen läßt. Der Kolben wird durch eine kräftige Feder oder durch plötzliches Evakuieren des Raumes unter ihm (in Abb. 316 durch Öffnen des Ventils V) in Bewegung gesetzt. Damit die Bahnen nicht durch Wirbel verzerrt werden, muß der Expansionsraum von glatter Form sein und darf keine Hindernisse für die Luftbewegung enthalten; Blenden und Folien, die bei manchen Versuchen in die Kammer gebracht werden müssen, sind daher stets sorgfältig in die Richtung der Luftbewegung zu stellen. Der bewegliche Kolben muß den Expansionsraum völlig dicht abschließen, damit sich bei wiederholter Expansion der Druck in der Kammer nicht ändert. Diese Dichtung ist der schwierigste Punkt bei der Kolbenkammer; bei einem sehr gut eingepaßten Kolben genügt eine Ölschmierung durch die Nut N, meist wird jedoch in diese Nut ein gefetteter, den Kolben dicht umschließender Lederring gelegt. Um das Expansionsverhältnis einstellen zu können, wird entweder die Anfangsstellung des Kolbens (in Abb. 316 z. B. durch die Schraubenmutter A) oder sein unterer Anschlag veränderlich gemacht. Um das harte Aufschlagen des Kolbens zu mildern, bedeckt man den unteren Anschlag mit etwa 1 mm dickem Gummi oder man bringt eine Öldämpfung an (O in Abb. 316).

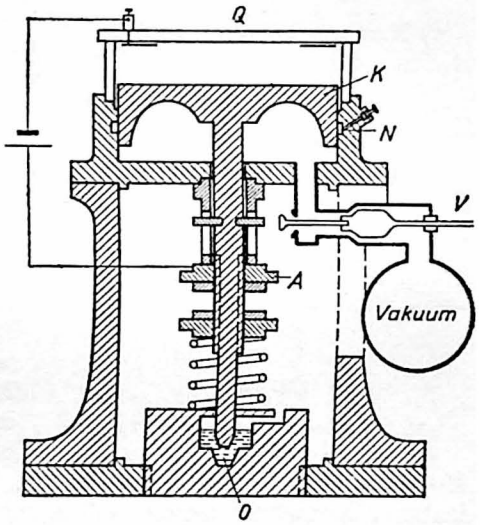


Abb. 316. Wilsonkammer (nach Auger)

Kolbenbewegung durch Unterdruck: C. T. R. Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A) **87**,277, 1912; Jb. Radioakt. **10**, 34, 1913; Proc. Roy. Soc. London (A) **104**, 1 u. 193, 1923; Auger, Ann. phys. **6**, 183, 1926.

Dichtung des Kolbens durch Metallfederkörper, Bewegung durch einen Elektromagneten: Dahl, Hafstad u. Tuve, Rev. sci. instr. **4**, 373, 1933. Kolbenbewegung durch Federn: Blackett, Proc. Roy. Soc. London (A) **102**, 294, 1922; Philipp u. Dörffel, Phys. Z. **34**, 491, 1933.

Eine einfache Kolbendichtung erhält man, wenn man den unteren Teil der Kammer mit Wasser füllt, auf dem ein hohler Aluminiumkolben schwimmt. Die Expansion bewirkt man dadurch, daß man eine dicke Gummimembran, die den Kammerzylinder unten abschließt, an einem in ihrer Mitte befestigten Stempel durch eine Feder plötzlich herunterzieht; um ein Schwingen des Kolbens zu verhindern, dämpft man die Bewegung des Wassers durch eine zwischen Kolben und Gummimembran angebrachte, mehrfach durchlöcherte Metallplatte: Kapitza, Proc. Roy. Soc. London (A) **105**, 691, 1924; **106**, 602, 1924; Blackett, J. sci. instr. **4**, 433, 1927.

Kammern für niedrige Drucke: Klemperer, Z. Phys. **45**, 225, 1927; Petrova, ebd. **55**, 621, 1929; Joliot, J. phys. Radium (7) **5**, 216, 1934; für Drucke von 10 bis 20 at: Mott-Smith, Rev. sci. instr. **5**, 346, 1934; Brubaker u. Bonner, ebd. **6**, 143, 1935; bis 100 at: Kipfer, Nature **135**, 431, 1935; für 0,2 cm Hg bis 20 at: Kurie, Phys. Rev. **53**, 215, 1938.

c) Membrankammer und andere Kammerarten. Besonders einfach herzustellen ist die ebenfalls von Wilson herrührende Kammerform (Abb. 317), bei welcher der Kolben durch die dünne Gummimembran M ersetzt ist. Die Expansion bewirkt man dadurch, daß man unter die zunächst flach auf dem Boden aufliegende Membran aus einer Druckflasche durch das Rohr R so viel Luft einbläst, bis in der Kammer ein Überdruck von etwa $\frac{1}{3}$ at entsteht, und dann plötzlich das Ventil V öffnet. In den Kammerraum über der Membran bringt man einige Tropfen Wasser, um das Gas mit Wasserdampf zu sättigen. Wird Luft als Füllgas der Kammer verwendet, so kann die Membran auch fortgelassen werden. Der obere Teil der Kammer, in dem die Bahnen beobachtet werden sollen, ist durch das Drahtnetz D abgetrennt, das dazu dient, Wirbel zu vermeiden, welche die Bahnen verzerren würden.

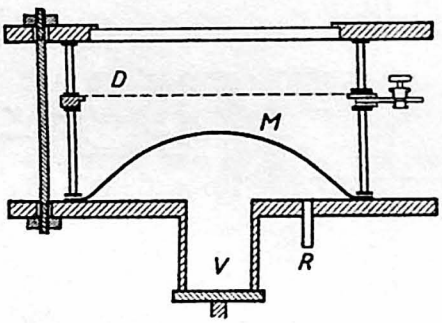


Abb. 317. Membrankammer nach Wilson

Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A) **142**, 88, 1933; mit Metallplatte in einer ringförmigen Gummimembran als Kolben: Blackett, ebd. (A) **146**, 281, 1934; besonders große Kammern: Herzog, J. sci. instr. **12**, 153, 1935; Leprince-Ringuet, Ann. Phys. **7**, 5, 1936; Street u. Stevenson, Rev. sci. instr. **7**, 347, 1936.

Kammern mit radialer Expansion: C. T. R. Wilson u. I. G. Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A) **148**, 523, 1935; für Demonstrationen: Herzog, Helv. phys. Acta **10**, 68, 1937; Trey, Phys. Z. **39**, 343, 1938.

Kammern mit langer Expansionsdauer zur Beobachtung schwacher Intensitäten: Shimizu, Proc. Roy. Soc. London (A) **99**, 425 u. 432, 1921; Órban, Wien. Ber. **140**, 101, 1931; Bearden, J. sci. instr. **6**, 256, 1935; Frisch, Naturwiss. **23**, 166, 1935.

Kontinuierliche Kammern, die mit strömenden oder diffundierenden Gasen oder Dämpfen arbeiten: Vollrath, Rev. sci. instr. **7**, 409, 1936; Langsdorf, Phys. Rev. **49**, 422, 1936; **51**, 1026, 1937.

d) Expansionsverhältnis und Gasfüllung. Das günstigste Expansionsverhältnis, das für ein Luft-Wasserdampf-Gemisch von Atmosphärendruck 1,32 beträgt, ist

um so kleiner, je größer das Verhältnis der spezifischen Wärmen $\varkappa = c_p/c_v$ des Gasinhaltes der Kammer ist. Ein Gemisch von Wasser- und Alkoholdampf bietet z. B. gegenüber reinem Wasserdampf den Vorteil eines kleineren Expansionsverhältnisses und erzeugt außerdem größere Tröpfchen, so daß sich die Bahnen leichter photographieren lassen.

Eine Tabelle der $\varkappa$ und anderer für Wilsonaufnahmen wichtiger Daten der Gase und Dämpfe, die als Kammerfüllung hauptsächlich in Betracht kommen, findet sich bei Gentner, Maier-Leibnitz u. Bothe (s. Abschn. a, S. 469).

Verwendung anderer Dämpfe statt Wasserdampf: BCl_3 und CCl_4: Philipp, Z. Phys. **53**, 100, 1929; CF_4: Feather, Proc. Roy. Soc. London (A) **141**, 194, 1933; Methylalkohol und Wasser: Froemke, Bloomquist u. Anderson, Z. phys Chem. (A) **166**, 305, 1933; BF_3: Roaf, Proc. Roy. Soc. London (A) **153**, 568, 1935; Methyljodid: Simons u. Zuber, ebd. (A) **159**, 383, 1937.

e) Entfernung der Ionen. Um alte Ionen aus der Kammer zu entfernen, die vor der Expansion entstanden sind, legt man an die Kammer ein elektrisches Feld. Als Elektroden dienen die Kolbenfläche bzw. das Drahtnetz *D* in Abb. 317 und eine borsäure- oder kupfersulfathaltige Gelatineschicht auf der Spiegelglasplatte oder auch einige dünne, über die Innenseite der Glasplatte gespannte Drähte oder eine ringförmige, ihren Rand bedeckende Metallfolie. Die Gelatineschicht kann zugleich für den nötigen Wasserdampfgehalt der Kammer sorgen. Man verwendet entweder ein schwaches Feld von einigen Volt je cm, das auch während der Expansion aufrechterhalten werden kann, oder ein stärkeres Feld von etwa 100 V/cm, das aber kurz vor der Expansion abgeschaltet werden muß, damit die Bahnen scharf bleiben.

f) Beleuchtung und Photographie. Um die Bahnen zu photographieren, schickt man von der Seite her ein helles flaches Lichtbündel durch die Kammer, das, um störende Reflexe zu vermeiden, die abschließende Glasplatte und die Kolbenoberfläche bzw. das Netz in Abb. 317 nicht streifen darf. Damit die Bahnen sich gut abheben, wird die Oberfläche des Kolbens mit einem Mattlack geschwärzt. Für Kammern mit Alkoholdampf ist als Lack schwarzes Apiezonwachs oder Lampenruß mit Petroläther geeignet.

Als Lichtquelle lassen sich Bogenlampen verwenden, die im Augenblick der Aufnahme überlastet werden, ebenso Glühlampen mit dünnen Drähten (etwa 100 W), an die man durch Kurzschließen eines Widerstandes für einen Sekundenbruchteil die doppelte Nennspannung legt. Sehr geeignet sind auch auf höhere Temperatur geheizte Hartglaskapillaren, die mit Quecksilberdampf gefüllt sind, und durch die ein kurzer Stromstoß aus einer Kondensatorenbatterie oder einem Transformator von etwa 3000 V Sekundärspannung geschickt wird. Das benötigte flache, parallele Lichtbündel stellt man mittels Kondensor und Blende oder einer Zylinderlinse (es genügt ein mit Wasser gefülltes Glasrohr) her.

Für die Aufnahmen sind Kinofilmkameras besonders geeignet; sie müssen ein lichtstarkes (z. B. 1 : 3,5) und gut korrigiertes Objektiv besitzen, damit man bei kurzen Belichtungszeiten — etwa $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{20}$ s — ausreichende und auch in den Randgebieten unverzerrte Bilder der Bahnen erhält. Die Tiefenschärfe ist um so besser, je stärker man verkleinert.

Ist die Intensität der zu beobachtenden Strahlen groß genug, was z. B. bei α-Strahlen gewöhnlich der Fall sein wird, so blendet man nur solche Strahlen aus, die in einer zur Kammerachse senkrechten Ebene verlaufen, und photographiert dann

in Richtung der Achse. Statt durch Blenden läßt sich eine solche Auswahl der Bahnen auch dadurch erreichen, daß man zur Beleuchtung ein besonders flaches Lichtbündel benutzt und nur solche Bahnen auswertet, die nicht aus dem Lichtbündel herauslaufen. Ist jedoch eine räumliche Auswertung der Bahnen nicht zu umgehen, so muß man zwei Aufnahmen, z. B. eine in der Achsenrichtung und die zweite gleichzeitig unter einem Winkel von etwa 20° gegen die Achse machen, die sich dann stereoskopisch betrachten lassen. Statt zwei Kameras zu verwenden, kann man beide Bilder auch auf demselben Film erzeugen, indem man neben die Wilsonkammer parallel zur Achsenrichtung einen Spiegel stellt.

Anordnung für zwei Aufnahmen unter einem Winkel von etwa 90° gegeneinander: Blackett, Proc. Roy. Soc. London (A) **123**, 613, 1929; Kurie, Rev. sci. instr. **3**, 655, 1932.

g) Magnetfelder. Die Energie schneller Korpuskeln kann aus der Krümmung ihrer Bahnen durch ein Magnetfeld bestimmt werden (S. 474). Krümmungsradien etwa von der Größe des halben Radius der Wilsonkammer sind für die Ausmessung am günstigsten. Für primäre und sekundäre β-Strahlen radioaktiven Ursprungs reichen homogene Felder bis zu 2000 Oersted aus, die sich für die kurze Zeit einer Aufnahme noch bequem mit zwei großen über die Kammer geschobenen Helmholtz-Spulen (S. 92) erzeugen lassen, deren Abstand etwa ihrem Radius gleich ist.

Für α- und H-Strahlen sowie für Ultrastrahlenteilchen (S. 499ff.) sind Felder von 10000 Oersted und mehr erforderlich, die sich in genügender Ausdehnung und Homogenität nur mit großem Aufwand herstellen lassen.

In eisenfreien Spulen von einigen cm Durchmesser erreicht durch Kurzschlußströme spezieller Akkumulatorenbatterien Feldstärken bis 45000 Oersted Kapitza, Proc. Roy. Soc. London (A) **105**, 641, 1924; **106**, 602, 1924; Feldstärken bis 16000 Oersted bei 20 cm Spulendurchmesser Joliot u. Zlotowski, J. phys. Radium (7), **9**, 343, 1938; ähnlich Kunze, Z. Phys. **80**, 559, 1933. Große Elektromagnete für Felder von 12000 bis 15000 Oersted bei 10 bis 15 cm Luftspalt und Kammerdurchmessern von 16 bis 55 cm Anderson, Phys. Rev. **44**, 406, 1933; Blackett, Proc. Roy. Soc. London (A) **154**, 564, 1936; Leprince-Ringuet, Ann. phys. Paris. **7**, 5, 1936.

h) Auswertung der Aufnahmen. Zur Bestimmung von Reichweiten muß außer dem Abbildungsmaßstab auch das Bremsvermögen des Kammergases zu dem Zeitpunkt des Entstehens der Bahnen ermittelt werden. Das geschieht am einfachsten durch Einschießen von α-Teilchen bekannter Reichweite in die Kammer. Für Bahnen, die vollständig in der Bildebene liegen, wird die Länge entweder auf dem Film mit dem Meßmikroskop oder an einer vergrößernden Projektion bestimmt. Räumliche Aufnahmen projiziert man mit Hilfe der beiden Aufnahmeapparate zurück und mißt die Bahn auf einem beweglichen Schirm aus, den man so stellt, daß die beiden Bilder aufeinanderfallen. Gleichmäßige Bahnkrümmungen im Magnetfeld bestimmt man am einfachsten durch Anlegen von Kreisen an die Projektion; die Genauigkeit dieses Verfahrens beträgt etwa 5 bis 10%.

Messung veränderlicher Bahnkrümmungen: Kapitza, Proc. Roy. Soc. London (A) **10**, 6, 1924; Joliot u. Zlotowski, J. phys. Radium (7) **9**, 393, 1938; Simons u. Zuber, Proc. Roy. Soc. London (A) **159**, 383, 1937. Messung schwacher Krümmungen: Blackett, ebd. **159**, 1, 1937. Genaue Ausmessung der Winkel bei gegabelten Bahnen: Blackett, ebd. **103**, 62, 1923.

i) Steuerung der einzelnen Vorgänge. Damit alle für eine photographische Aufnahme der Bahnen notwendigen Vorgänge: Abschalten des elektrischen Feldes, Expansion, Freigabe der Strahlenquelle, Einschalten der Beleuchtung und Aufnahme, in den richtigen Zeitabständen aufeinander folgen, sind beson-

dere Vorrichtungen zu ihrer Auslösung erforderlich. Geeignet sind z. B. eine fallende Metallkugel, eine Atwoodsche Fallmaschine oder ein Pendel, die verschiebbare elektrische Kontakte betätigen und damit über ein Relais die Vorgänge magnetisch schalten. Man kann die Einzeloperationen auch rein elektrisch mit Thyratronröhren steuern (S. 317), bei denen sich die Zeitabstände bis zum Einsetzen des Stromes durch die Größe der Kapazitäten im Gitterkreis regeln lassen.

Um nur scharfe Bahnen auf den Aufnahmen zu erhalten, soll der Strahlenweg erst gegen das Ende der Expansion hin freigegeben werden; das läßt sich z. B. durch eine Blende erreichen, die entweder auf dem Kolben der Wilsonkammer befestigt werden kann, so daß sie sich bei seiner Bewegung öffnet, oder durch Hebel oder Magnete betätigt wird. Strahlen aus einem Entladungsrohr kann man in dem passenden Zeitpunkt erzeugen, indem man einen Kondensator durch das Rohr entlädt; man kann die Strahlen auch durch magnetische Ablenkung über eine feste Blende steuern. Die Bahnen müssen unmittelbar nach ihrer Entstehung photographiert werden, solange sie nämlich noch nicht durch das Absinken der Tröpfchen im Schwerefeld, das mit einer Geschwindigkeit von etwa 0,5 cm/s erfolgt, oder durch Luftwirbel merklich verzerrt werden. Die günstigsten Zeitabstände für die Auslösung aller Operationen muß man bei jeder Anordnung durch Probieren ermitteln.

Einzelheiten über Auslösemechanismen finden sich an vielen der auf S. 470 angegebenen Literaturstellen. Eine vollautomatische Nebelkammer, die alle 15—20 s selbsttätig eine Aufnahme macht: Blackett, J. sci. instr. **6**, 184, 1929. Rein elektrische Steuerung durch Thyratrons: Jones, ebd. **8**, 319, 1937. Steuerung von Kammern zur Aufnahme von Ultrastrahlungsteilchen durch Zählrohre s. S. 499.

D. Energiemessungen

a) Energiebeziehungen bei Kernprozessen. Ein wichtiges Ziel bei der Untersuchung eines Kernprozesses ist die Ermittlung der Energie der auftretenden Strahlen. Für Kernprozesse gilt der Energiesatz in folgender Form:

$$m_1 + m_2 + E = m_3 + m_4 + E', \tag{1}$$

wo m_1 und m_2 die genauen Massen des umzuwandelnden Atoms und des eindringenden Teilchens E, dessen kinetische Energie, m_3 und m_4 die Massen der Reaktionsprodukte und E' die Summe ihrer kinetischen Energien und der etwa bei der Umwandlung auftretenden Strahlungsenergie sind. Bei einer Umwandlung durch γ-Strahlen ist $m_2 = 0$ und $E = h \cdot \nu$, bei den Prozessen der natürlichen und künstlichen Radioaktivität sind m_2 und E gleich Null. Massen und Energien sind unter Berücksichtigung des Äquivalentsatzes zwischen Masse und Energie $E = mc^2$ in einheitlichem Maß zu rechnen. Als Einheit benutzt man gewöhnlich entweder die Energieeinheit Elektronvolt bzw. deren Millionenfaches oder die physikalische Atomgewichtseinheit ($O_{16} = 16$) (S. 370 und 389). Zwischen beiden besteht die Beziehung $1\ \text{MeV} = 1{,}074 \cdot 10^{-3}$ Atomgewichtseinheiten.

Die Größe $Q = E' - E$ bezeichnet man als Energietönung der Reaktion. Sie kann im allgemeinen sowohl positiv wie negativ sein; bei den spontanen radioaktiven Prozessen ist sie stets positiv. Werden bei einer Umwandlung γ-Quanten mit den Energien $E_{\gamma 1}$, $E_{\gamma 2}$ usw. emittiert, so verbleiben für die Reaktionsprodukte die Energiebeträge $E' - E_{\gamma 1}$, $E' - E_{\gamma 2} \ldots$, so daß bei den emittierten Korpuskeln zwei oder mehr Gruppen mit diskreten Energien auftreten. Auf diese Weise entsteht z. B. auch die Feinstruktur der α-Strahlen (S. 448). Diskrete Energiegruppen der Teilchen, die bei künstlichen Kernumwandlungen emittiert werden, entstehen häufig noch auf eine andere Weise, nämlich dadurch, daß Teilchen mit bestimmten Energien $E_1, E_2 \ldots$ bevorzugt in den umzuwandelnden Kern einzudringen vermögen (Resonanzeindringung). Es werden dann nach der Reaktion bevorzugt oder praktisch ausschließlich die Energien $E_n' = Q + E_n$ frei.

Gl. (1) kann zur Bestimmung von Atommassen benutzt werden, wenn alle an der Umwandlung beteiligten Massen bis auf eine bekannt sind und die Energietönung der Reaktion gemessen wird.

b) Elektrische und magnetische Ablenkung. α) α- und β-Strahlen. Anordnungen, um die Energie radioaktiver α- und β-Strahlen durch ihre Ablenkung in magnetischen oder elektrischen Feldern zu messen, sind auf S. 374f. beschrieben. Für dieses Verfahren sind einigermaßen intensive, räumlich kleine Strahlenquellen von so geringer Schichtdicke erforderlich, daß die Strahlen in der Schicht selbst noch keinen störenden Energieverlust erleiden.

Bei den Strahlungen, welche durch künstliche Kernumwandlungen entstehen, erlaubt die geringe Intensität nur selten, so enge Strahlenbündel auszublenden, wie sie für Messungen nach dieser Methode notwendig sind; s. z. B. Bothe, Z. Phys. **100**, 273, 1936.

Die Energie einzelner Korpuskeln läßt sich in einer Wilsonkammer, die sich in einem magnetischen Feld befindet, aus der Krümmung ihrer Bahnen bestimmen; über Anordnung und Methoden der Ausmessung s. S. 469ff.

Bei der fast ausschließlich angewendeten magnetischen Ablenkung ergibt sich nach Gl. (2), (4) und (4a) auf S. 369f. aus dem gefundenen $H\varrho$ in Oersted · cm die Energie in MeV zu $E = \sqrt{(3 \cdot 10^{-4} \cdot ZH\varrho)^2 + E_0^2} - E_0$, wo Z die Anzahl der Elementarladungen und $E_0 = mc^2$ die Ruheenergie des Teilchens bedeuten; für Elektronen ist $E_0 = 0{,}511$ MeV, für Protonen 939 MeV und für α-Teilchen 3730 MeV. Für Elektronen s. Tab. 48, für Teilchen sehr großer Energie S. 500.

β) γ-Strahlen. Die Energie von γ-Strahlen ergibt sich aus der Energie der von ihnen ausgelösten Photoelektronen, Rückstoßelektronen oder Elektronenpaare (S. 450). Photoelektronen werden nur durch γ-Strahlen von weniger als 2 MeV in schweratomigen Substanzen in merklicher Zahl ausgelöst; für sie gilt $E_\gamma = E_{el} + E_0$, wenn E_0 die Ablösearbeit ist (S. 392). Bei Rückstoßelektronen ist die Energie der γ-Strahlen

$$E_\gamma = \frac{0{,}511}{\left(\sqrt{1 + \frac{1{,}022}{E_{el}}}\right) \cdot \cos\vartheta - 1},$$

wo ϑ der Winkel zwischen der Anfangsrichtung der Elektronenbahn und der γ-Richtung ist. Bei Zwillingspaaren ergibt sich aus der Energie E_{el} des Elektrons und der Energie E_p des zugehörigen Positrons $E_\gamma = E_{el} + E_p + 1{,}022$. Sämtliche Energien sind in MeV gerechnet.

Über die Ausführung der Messungen mit dem magnetischen Elektronenspektrometer s. S. 373. Bei Messungen mit der Wilsonkammer läßt man ein schmales, durch einen Bleikanal ausgeblendetes γ-Strahlenbündel in die Kammer eintreten und mißt im Magnetfeld die Krümmungsradien der Bahnen der Sekundärelektronen, welche in dem Gas der Kammer oder, mit größerer Intensität, in einer dünnen Folie (z. B. aus Zelluloid, Glimmer oder Blei) ausgelöst werden, die man in der Kammer senkrecht zum Strahlengang ausspannt. Um Fehler durch gestreute Elektronen zu vermeiden, werden nur solche Bahnen ausgemessen, deren Anfangsrichtungen kleine Winkel mit der γ-Richtung bilden, die also angenähert senkrecht aus der Folie austreten.

U. a. Skobeltzyn, Z. Phys. **43**, 354, 1927; Klarmann u. Bothe, ebd. **101**, 489, 1936; Fowler, Gaerttner u. Lauritsen, Phys. Rev. **53**, 628, 1938; Maier-Leibnitz, Z. Phys. **112**, 569, 1939.

c) Absorbierbarkeit. α) Ionenstrahlen. Da bei α-Strahlen, H-Strahlen usw. die Reichweite eine eindeutige Funktion ihrer Anfangsgeschwindigkeit und damit ihrer Energie ist, läßt sich, sobald diese Funktion bekannt ist, ihre Energie aus einer Messung der Reichweite ermitteln. Diese Methode verlangt bei weitem nicht eine so hohe Intensität der Strahlen wie die Ablenkungsmethode und ist daher am allgemeinsten bei kernphysikalischen Untersuchungen verwendbar.

Am geeignetsten für genaue Versuche ist eine Anordnung, bei welcher der Strahler in einem evakuierbaren Raum V in dem festen Abstand a von einem Fenster angebracht wird, das mit einer dünnen Glimmer- oder Aluminiumfolie verschlossen ist. Man mißt in Abhängigkeit von dem Luftdruck in V die Anzahl der Strahlenteilchen, welche durch das Fenster unmittelbar in einen Zähler gelangen. Reduziert man den von den Strahlen zurückgelegten Weg a jeweils auf normale Luftdichte, wobei in der Kernphysik allgemein 15° C als Bezugstemperatur gewählt wird, so erhält man bei einer homogenen Strahlung für die Teilchenzahl eine Kurve der Form Z in Abb. 318. Zu dem Strahlenweg ist dabei noch eine Korrektion für die Abbremsung in der Verschlußfolie des Fensters hinzuzufügen, die man entweder unter Zugrundelegen des Luftäquivalentes (s. unten) des Materials durch Auswägen der Folie oder auch unmittelbar dadurch ermittelt, daß man eine zweite, aus demselben Stück geschnittene Folie vor das Fenster setzt und die hierdurch bewirkte Verkürzung der Reichweite bestimmt. Wird die Abbremsung nicht in Luft, sondern in einem anderen Gas vorgenommen, so ist die gefundene Reichweite noch mit dem Bremsvermögen dieses Gases, bezogen auf Luft, zu multiplizieren; 1 cm Weg in CO_2 entspricht z. B. 1,53 cm Weg in Luft, praktisch bei allen Reichweiten.

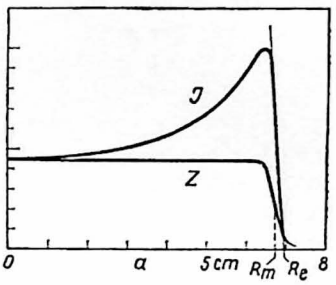


Abb. 318. Teilchenzahl Z und differentiale Ionisation J als Funktion des zurückgelegten Weges für α-Strahlen von RaC'

Statt durch Druckänderung kann man eine Reichweite auch dadurch messen, daß man in den Strahlengang nacheinander dünne, homogene und lochfreie Folien abgestufter Dicke einschaltet. Zweckmäßig ist es, die Folien auf einer kreisrunden, am Rande mit Löchern versehenen Messingscheibe so anzubringen, daß jede Folie eins der Löcher überdeckt. Diese Scheibe wird auf einem Schliff befestigt, so daß man durch Drehen die Folien nacheinander in den Strahlengang bringen kann. Über die Bestimmung von Reichweiten aus Wilsonaufnahmen vgl. S. 472.

Z. B. Schmidt, Z. Phys. **42**, 704, 1927; Bothe, ebd. **63**, 381, 1930; Fränz, ebd. **63**, 370, 1930.

Eine Differentialionisationskammer mit Proportionalverstärker, die nur auf solche α-Strahlen anspricht, deren Reichweitenende in die 2 mm tiefe Kammer fällt, verwenden Rutherford, Ward u. Wynn-Williams, Proc. Roy. Soc. London (A) **129**, 211, 1930; Rutherford, Wynn-Williams u. Lewis, ebd. **133**, 351, 1931.

Als Bremsfolien sind vor allem Glimmer und Aluminium geeignet. In Glimmer gemessene Reichweiten von weniger als 25 cm in Luft kann man, ohne einen Fehler von mehr als 1% zu begehen, in Luftreichweiten umrechnen, wenn man eine Glimmerschicht von 1,43 mg/cm² gleich 1 cm Luft setzt; bei Aluminium bleibt für Reichweiten bis zu 14 cm der Fehler bei der Annahme eines Luft-

äquivalentes von 1,52 mg/cm² unter derselben Grenze. Das Luftäquivalent eines Stoffes zeigt jedoch im allgemeinen einen Gang mit der Reichweite, der um so erheblicher ist, je mehr sich sein mittleres Atomgewicht von dem der Luft unterscheidet; daher sind schweratomige Folien für Reichweitenmessungen ungeeignet.

Tabellen der Luftäquivalente und Bremsvermögen verschiedener Stoffe und ihre Abhängigkeit von der Reichweite bei Livingston u. Bethe, Rev. mod. Phys. **9**, 271ff., 1937; Mano, Ann. Phys. **1**, 407, 1934.

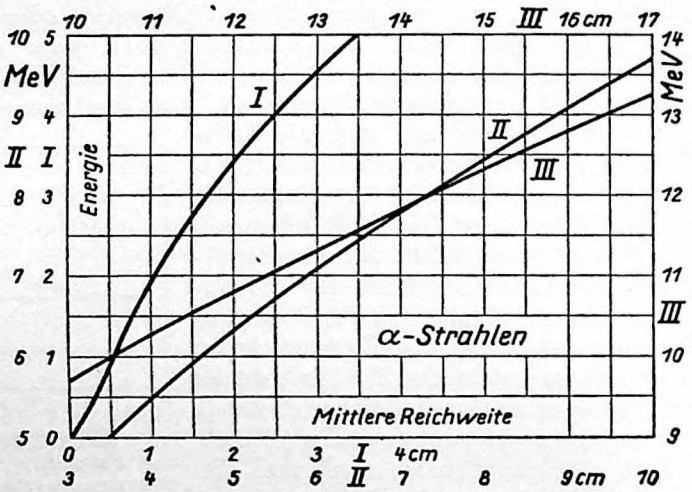


Abb. 319. Energie von α-Strahlen als Funktion ihrer mittleren Reichweite

Diejenige Strecke, nach deren Durchlaufen die Anzahl der Strahlenteilchen auf die Hälfte zurückgegangen ist, bezeichnet man als mittlere Reichweite (R_m in Abb. 318), die Strecke, deren Endpunkt durch den Schnittpunkt der Verlängerung des geradlinigen Abfalls der Reichweitenkurve mit der Abszisse definiert ist, als extrapolierte Reichweite (R_e in Abb. 318). Die Reichweitenstreuung, d. i. die Strecke, innerhalb deren die Teilchenzahl von ihrem konstanten Betrage auf Null abfällt, beträgt für α-Strahlen von 4 bis 8 cm Reichweite etwa 2 bis 3,5 mm. Abb. 319 gibt die Beziehung zwischen Energie und mittlerer Reichweite für α-Strahlen, Abb. 320 für H-Strahlen wieder; die H-Strahlenkurve ist auch für Deuteronen zu verwenden, wenn man die Bezifferung von Abszisse und Ordinate mit 2 multipliziert.

Mißt man nicht die Teilchenzahl, sondern die Ionisation, welche die Strahlen in einer nur wenige Millimeter tiefen Ionisationskammer unmittelbar hinter dem Fenster der oben beschriebenen Anordnung erzeugen, so erhält man eine Kurve der Form J in Abb. 318 (Braggsche Kurve), welche die differentiale Ionisation der Teilchen längs ihrer Bahn darstellt.

Sind die Strahlen infolge dicker Schicht des Strahlers oder, bei großem Öffnungswinkel des untersuchten Bündels, infolge des teilweise schrägen Strahlenverlaufs durch die Absorber inhomogen, so werden die Kurven der Abb. 318 mehr oder weniger abgeflacht; in diesem Fall hat der Punkt, in dem die Teilchenzahl auf die Hälfte gefallen ist, keine Bedeutung. Man erhält dann durch Extrapolation längs der steilsten Tangente einen Wert, der angenähert mit der mittleren Reichweite der Strahlen übereinstimmt. Genauere Verfahren zur Bestimmung der mittleren Reichweite bei solchen abgeflachten Kurven, wie man sie meist bei Kernumwand-

lungen erhält, weil sich wegen der kleinen Intensität die idealen Meßbedingungen nicht erfüllen lassen, bei Livingston u. Bethe, Rev. mod. phys. **9**, 281ff., 1937.

β) β-Strahlen. An den Absorptionskurven von β-Strahlen läßt sich mit einiger Genauigkeit eine Absorberdicke festlegen, welche die β-Intensität gerade auf Null reduziert (praktische Reichweite oder Grenzdicke). Diese Reichweite ist eine Funktion der Energie der β-Strahlen; bei den kontinuierlichen β-Spektren der natürlichen und künstlichen radioaktiven Stoffe ist sie

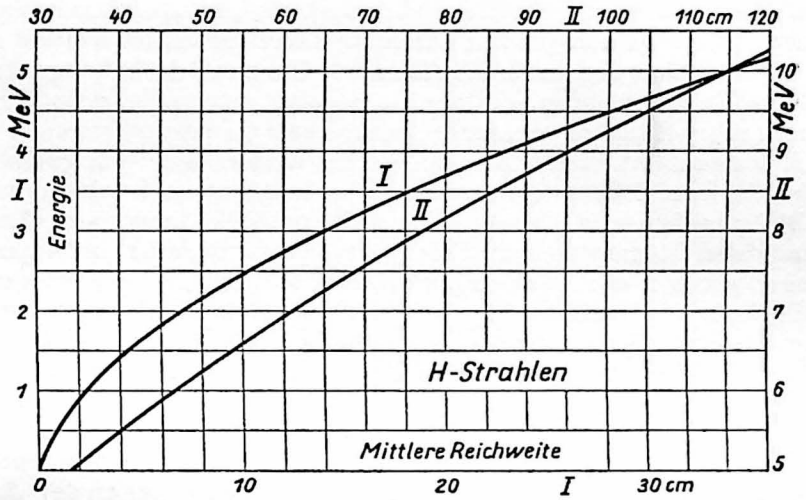


Abb. 320. Energie von Protonen als Funktion ihrer mittleren Reichweite. Für Deuteronen sind Abszisse und Ordinate mit 2 zu multiplizieren

durch die obere Grenzenergie des Spektrums bestimmt. Für leichtatomige Absorber, im besonderen Aluminium, gilt nach Feather bei Energien über 0,7 MeV die Beziehung

$$E_{\max} = (1{,}84\, R + 0{,}29)\ \text{MeV},$$

wo R in mg/cm² zu rechnen ist.

Zum Nachweis der β-Strahlen dient eine Ionisationskammer, z. B. ein einfaches Blattelektrometer nach Abb. 83, S. 133, dessen Boden ein mit dünner Aluminiumfolie verschlossenes Fenster trägt, oder ein dünnwandiges (0,1 bis 0,2 mm Al) bzw. mit einem dünnen Fenster versehenes Zählrohr. Man kann z. B. nach Feather an einem Ende des Zählrohrs als Isolator eine dünne Glimmerfolie verwenden, durch welche die Strahlen axial in das Rohr eintreten. Der Strahler wird mindestens einige Zentimeter von dem Fenster aufgestellt und die Absorber werden unmittelbar vor dem Strahler angebracht, damit möglichst wenig gestreute β-Strahlen mitgemessen werden. Bei der Berechnung von R ist das Zählerfenster und bei größerem Abstand auch die Luftstrecke zwischen Strahler und Fenster zu berücksichtigen. Sehr zweckmäßig ist es, bei den Messungen eine Vergleichssubstanz zu benutzen; dazu ist besonders RaE geeignet, dessen β-Strahlen eine Grenzreichweite von 0,476 mg/cm² bei einer Maximalenergie von 1,17 MeV besitzen.

U. a. Lenard, Kathodenstrahlen. Heidelberg 1917, S. 63; W. Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A) **87**, 310, 1912; Chalmers, Proc. Cambridge Phil. Soc. **25**,

331, 1929; Sargent, ebd. **25**, 514, 1929; Widdowson, Proc. Phys. Soc. **51**, 19, 1939; Feather, Proc. Cambridge Phil. Soc. **34**, 599, 1938. Bei letzteren auch eine Methode zur genaueren Auswertung der Absorptionskurve und Bestimmung der Grenzreichweite auch bei dicker Schicht des Strahlers.

γ) γ-Energie aus direkten Schwächungsmessungen. Die an γ-Strahlen gemessenen Schwächungskoeffizienten hängen in erheblichem Maße von der geometrischen Anordnung von Strahlenquelle, Absorber und Meßinstrument ab. Die Ursache hierfür ist der mehr oder weniger große Anteil der gestreuten γ-Strahlen, der in das Meßinstrument gelangt, und, da aus Intensitätsgründen meist Strahlenbündel von großem Öffnungswinkel verwendet werden müssen, der schräge Strahlengang durch die Absorber. Um aus Schwächungsmessungen zuverlässige Energiewerte zu erhalten, ist es daher notwendig, stets Vergleichsmessungen mit γ-Strahlen bekannter Quantenenergie vorzunehmen.

Als Meßinstrument dient eine Ionisationskammer oder ein dickwandiges Zählrohr, das zum Schutz gegen weiche Streustrahlung noch mit einigen Millimeter Blei umgeben wird. Die Absorber sollen möglichst nur so groß sein, daß sie gerade den Raumwinkel ausfüllen, der durch Strahlenquelle und Meßinstrument gegeben ist; Strahlenquelle, Absorber und Instrument stellt man nach Möglichkeit frei auf oder hängt sie an dünne Drähte. Als Absorber werden bei harten γ-Strahlen leichtatomige Substanzen wie Aluminium benutzt, da z. B. in Blei der Schwächungskoeffizient bei Energien über 2 MeV praktisch unabhängig von der Energie ist, weil hier die zunehmende Absorption durch Paarbildung (S. 450) die Abnahme der gewöhnlichen Absorption kompensiert. Es genügt in der Regel, die Schwächung durch ein oder zwei Absorberdicken zu messen und daraus den Schwächungskoeffizienten μ unter der Annahme exponentieller Intensitätsabnahme ($J = J_0 \cdot e^{-\mu d}$; d = Absorberdicke in cm) zu berechnen. Als Vergleichspräparate geeignet sind Th, MsTh oder RaTh, die nach einer Vorfilterung mit 5 cm Blei die homogene γ-Strahlung des ThC″ von 2,65 MeV emittieren, und Ra oder Rd, deren γ-Energie nach Fortfilterung der weichen Bestandteile durch 10 cm Pb rund 2,0 MeV beträgt. Die räumliche Anordnung und Ausdehnung der Vergleichspräparate müssen möglichst gut mit denen der zu untersuchenden Strahlenquelle übereinstimmen. Zwischen 1,2 und 3 MeV kann mit ausreichender Genauigkeit ein linearer Gang der Energie mit der Schwächung in Aluminium angenommen werden.

Z. B. Becker u. Bothe, Z. Phys. **76**, 421, 1932; Fleischmann, ebd. **97**, 255, 265, 1935.

δ) γ-Energie aus der Absorption der Sekundärelektronen. Besonders bei großen Energien erhält man zuverlässige Werte, wenn man statt der Schwächung der γ-Strahlen selbst die Absorbierbarkeit ihrer Sekundärelektronen mißt.

Zwei Zählrohre in Koinzidenzschaltung (S. 496 f.) werden in 1—2 cm Abstand nebeneinander aufgestellt und mit den γ-Strahlen bestrahlt. Absorber, welche zwischen die beiden Zählrohre gebracht werden, schwächen dann die sekundäre β-Strahlung, die die Koinzidenzen hervorruft. Man benutzt Zählrohre von 0,1—0,2 mm Wandstärke und stellt bei sehr harten γ-Strahlen zur Erhöhung der Intensität in der Ebene der Zählrohr-Achsen auf eine oder beide Seiten des Rohrpaares einen Aluminiumklotz von 1—2 cm Dicke, in dem die Elektronen ausgelöst werden. Zum Schutz gegen Streustrahlen kann man die ganze Anordnung bis auf eine Öffnung für den Eintritt der Strahlen von allen Seiten mit dickem Blei

umgeben. Für Strahlen mittlerer Härte lassen sich auch mit Vorteil Zählrohre aus 1 mm dickem Zink oder Messing verwenden, die nur an den einander zugekehrten Seiten dünne Aluminium- oder Glimmerfenster tragen. Für Messungen an weichen Strahlen kann man sehr dünnwandige Zählrohre, die dem Atmosphärendruck nicht mehr standhalten, gemeinsam mit einer Vorrichtung zum Verschieben der Absorptionsfolien in einem großen evakuierbaren Metallrohr unterbringen, das dann vollständig mit dem Zählergas gefüllt wird.

Die Zahl der zufälligen Koinzidenzen (N_0 pro min), die von den beobachteten Koinzidenzzahlen abzuziehen ist, läßt sich bei bekannter Auflösungszeit von τ s (vgl. S. 467) der Anordnung berechnen; wenn die beiden Zählrohre einzeln bei dem Versuch N_1 und N_2 Ausschläge pro min geben, so ist $N_0 = 2N_1N_2 \cdot \frac{\tau}{60}$. Besser ist es, N_0 experimentell zu bestimmen, indem man ein oder mehrere reine RaD-Präparate in einen solchen Abstand von den Zählrohren bringt, daß sie einzeln gerade die Teilchenzahlen N_1 und N_2 geben; da die Sekundärelektronen der weichen γ-Strahlen des RaD (0,046 MeV) die Wände der beiden Zähler nicht zu durchdringen vermögen, treten jetzt in der Koinzidenzschaltung keine systematischen, sondern nur die zufälligen Koinzidenzen auf.

Aus der Absorptionskurve der Elektronen entnimmt man entweder die Halbwerts- oder Viertelwertsdicke oder die Grenzreichweite (s. Abschn. β, S. 477). Diese Größen stehen in dem Bereich von etwa 1,5 bis mindestens 17 MeV in einer linearen Beziehung zu der Energie der γ-Strahlen; bei einem inhomogenen, aus mehreren Linien zusammengesetzten γ-Spektrum wird die Halbwertsdicke durch die mittlere Energie, die Grenzreichweite durch die größte Energie bedingt.

Für die γ-Strahlung des ThC″ von 2,65 MeV ist die Halbwertsdicke $D = 1{,}0$ mmAl, für die γ-Strahlen der Prozesse ${}^{19}_{9}\mathrm{F}\,(p,\gamma)\,{}^{20}_{10}\mathrm{Ne}$ ($h\nu = 6{,}0$ MeV) und ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}\,(p,\gamma)\,{}^{8}_{4}\mathrm{Be}$ ($h\nu = 17{,}2$ MeV) ist $D = 2{,}5$ mm bzw. 7,0 mm Al, während für eine γ-Strahlung von 16,7 MeV die Grenzreichweite 28,6 mm Al beträgt.

Bothe u. Kolhörster, Z. Phys. **56**, 751, 1929; Becker u. Bothe, ebd. **76**, 421, 1932; Kikuchi u. Aoki, Proc. Phys. Math. Soc. Japan **19**, 734, 1937; Gentner, Z. Phys. **107**, 354, 1937; Fleischmann, ebd. **111**, 281, 1938; Curran, Dee u. Petržilka, Proc. Roy. Soc. London (A) **169**, 269, 1939.

d) Ionisation einzelner Teilchen. Die Energie, welche ein ionisierendes Teilchen im Durchschnitt für die Erzeugung eines Ionenpaares verliert, ist, soweit die bisherigen Messungen reichen, nur von dem ionisierten Gas, aber nicht von der Art und Geschwindigkeit des Teilchens abhängig; sie beträgt für Luft 32,5 eV. Die gesamte Ionenmenge, die ein Teilchen bis zu seiner völligen Abbremsung erzeugt, ist daher ein Maß für seine Anfangsenergie. α-Strahlen von RaC′ mit einer mittleren Reichweite von 6,87 cm und einer Energie von 7,68 MeV erzeugen z. B. auf ihrer ganzen Bahn in Luft $2{,}36 \cdot 10^5$ Ionenpaare, davon auf dem ersten Zentimeter $2{,}2 \cdot 10^4$, auf dem letzten etwa $6 \cdot 10^4$ (vgl. Abb. 318, S. 475). Protonen rufen nur etwa $\frac{1}{4}$ der Ionisation hervor wie α-Strahlen gleicher Reichweite.

Die Ionenmengen werden durch die Größe der Impulse gemessen, welche die Teilchen in einer Ionisationskammer mit Linearverstärker oder auch in einem Proportionalzählrohr hervorrufen. Man eicht die Anordnung dadurch, daß man die Impulsgrößen ausmißt, welche von radioaktiven α-Strahlen bekannter Restreichweite, also bekannter Energie (vgl. Abb. 319, S. 476) herrühren; falls die Anordnung nicht vollkommen linear arbeitet, verschafft man sich eine Eichkurve, indem man α-Strahlen verschiedener Energie in die Zählkammer einschießt.

Die Dimensionen der Zählkammer und der Gasdruck im Inneren müssen so gewählt werden, daß die längsten Teilchenbahnen kürzer als Tiefe und Durchmesser der Kammer sind. Wenn die Teilchen im Gas der Kammer entstehen, werden immer einige die Wände erreichen, ehe sie alle Energie verloren haben; ihre Energie wird also zu klein gemessen, und in der Häufigkeitsstatistik der Impulsgrößen zeigen die scharfen Maxima, die den spezifischen Energiewerten entsprechen, dann mehr oder weniger ausgeprägte Schwänze nach der Seite kleinerer Energie.

Die Methode ist besonders geeignet, um die Energien von Rückstoß- oder Umwandlungsteilchen zu messen, die von Neutronen im Gas der Zählkammer erzeugt werden. Wird z. B. eine mit Stickstoff gefüllte Kammer mit schnellen Neutronen bestrahlt, so entstehen Impulse, deren Größe der Summe der kinetischen Energien des α-Teilchens und des Bor-Kerns aus der Reaktion ${}^{14}_{7}\mathrm{N}\ (n, \alpha)\ {}^{11}_{5}\mathrm{B}$ proportional ist.

Chadwick u. Goldhaber, Proc. Cambridge Phys. Soc. **31**, 612, 1935; Wilhelmy, Z. Phys. **107**, 769, 1937. Um die von langsamen Neutronen bewirkte Umwandlung ${}^{10}_{5}\mathrm{B}\ (n, \alpha)\ {}^{7}_{3}\mathrm{Li}$ zu untersuchen, füllt man die Kammer mit BF_3 oder BCl_3-Gas oder auch mit Argon unter Zusatz eines dieser Gase; u. a. Maurer u. Fisk, Z. Phys. **112**, 436, 1939; Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A) **177**, 382, 1941.

E. Messungen an Neutronen

a) Allgemeines. Da Neutronen nur mit Atomkernen, nicht mit Elektronen in Wechselwirkung treten, vermögen sie nicht unmittelbar, sondern nur durch die Atomkerne zu ionisieren, die sie durch Stöße in Bewegung setzen. Außerdem erzeugen Neutronen in großem Umfang künstliche Kernumwandlungen. Beide Wirkungen können zu ihrem Nachweis verwendet werden.

b) Nachweis schneller Neutronen durch Rückstoßkerne. Bei einem elastischen Stoß beträgt nach den Erhaltungssätzen für Energie und Impuls die auf den getroffenen Kern übertragene Energie

$$E_r = \frac{4 m M \cos^2 \vartheta}{(m + M)^2} E_n, \tag{1}$$

wenn m und E_n Masse und Energie des Neutrons, M die Masse des Rückstoßkerns und ϑ der Winkel ist, unter dem er gegen die Richtung des stoßenden Neutrons fortgeschleudert wird. E_r/E_n ist um so größer, je kleiner der Unterschied zwischen m und M und je kleiner ϑ ist. Ein Neutron überträgt auf einen Wasserstoffkern, der praktisch dieselbe Masse hat, bei zentralem Stoß seine gesamte Energie, im Mittel über alle Winkel ϑ die Hälfte seiner Energie.

Bei großer Intensität der Neutronen kann man die Ionisation elektrometrisch messen, welche sie durch Rückstoßprotonen in einer mit Wasserstoff, unter Umständen von mehreren Atmosphären Druck, oder mit einem Kohlenwasserstoff, wie Methan, Butan oder Hexan gefüllten Ionisationskammer erzeugen. Weniger empfindlich ist eine mit Luft gefüllte Kammer, die innen mit einer dünnen Paraffinschicht ausgekleidet ist, in der die Protonen ausgelöst werden; um die Oberfläche des Paraffins leitend zu machen, überzieht man sie mit Graphit oder bedeckt sie mit möglichst dünnem Blattaluminium, das den Austritt der Protonen nur wenig hindert.

Einzelne Rückstoßprotonen, deren Energie mindestens von der Größenordnung 0,1 MeV ist, lassen sich in Proportionalzählern oder in Ionisationskammern mit Linearverstärkern (S. 460ff.) nachweisen, die mit Paraffin ausgekleidet oder mit Wasserstoff oder Helium gefüllt sind. Um

Neutronen und γ-Strahlen, die bei Kernumwandlungen häufig gleichzeitig auftreten, nebeneinander nachzuweisen, kann man ein solches Zählrohr zunächst im Proportionalitätsbereich benutzen, in dem es nur auf die von den Neutronen ausgelösten Protonen anspricht, und dann die Zählerspannung steigern, bis man in den Auslösebereich (S. 462ff.) gelangt, in dem nun außer den von den Neutronen herrührenden Rückstoßprotonen auch die Sekundärelektronen der γ-Strahlen angezeigt werden, deren Intensität sich aus der Differenz der beiden Messungen ergibt.

Becker u. Bothe, Naturwiss. **20**, 757, 1932. Nachweis von Neutronen und γ-Strahlen durch Hochdruck-Ionisationskammern mit Wasserstoff- und Argonfüllung: Savel, C. R. **196**, 1482, 1933; **198**, 368, 1404, 1934. Durch Ionisationskammern mit und ohne Paraffinauskleidung und Messung der Absorption der Strahlen in Blei und Paraffin: Crane, Lauritsen u. Soltan, Phys. Rev. (2) **44**, 514, 692, 783, 1933; Curie, J. phys. Radium (7) **4**, 278, 1933.

c) Messung der Energie schneller Neutronen. Die Energie schneller Neutronen läßt sich mit Hilfe der Gl. (1) aus der Energie der Rückstoßteilchen ermitteln. In einer Wilsonkammer mit wasserstoffhaltigem Füllgas werden die Bahnen der Rückstoßprotonen aufgenommen; durch Ausmessen der Reichweiten ergibt sich ihre Energie nach S. 472 und 477. Als Richtung des Neutrons wird, da es selbst keine Bahn erzeugt, die Verbindungslinie von der Mitte der Neutronenquelle zum Anfangspunkt der Protonenbahn angenommen. Damit diese Richtung gut definiert ist, muß die Neutronenquelle räumlich klein sein oder sich in genügendem Abstand von der Wilsonkammer befinden. Fehlerhafte Einzelwerte der Energie entstehen durch Neutronen, die durch Streuung eine Änderung ihrer ursprünglichen Richtung erfahren haben. Um bei sehr energiereichen Neutronen kürzere Rückstoßbahnen zu erhalten, verwendet man Hochdruck-Wilsonkammern; bei mehreren Atmosphären Druck erhält man z. B. scharfe und saubere Bahnen in einem Füllgas von 60% Methan und 40% Argon.

U. a. Dunning, Phys. Rev. (2) **45**, 586, 1934; Dee u. Gilbert, Proc. Roy. Soc. London (A) **163**, 265, 1937.

Aus der Größe der Impulse, welche die Rückstoßteilchen der Neutronen in einer der in Abschn. b angeführten Zählanordnungen erzeugen, läßt sich nach dem auf S. 479 beschriebenen Verfahren nur ein Schluß auf die Maximalenergie der Neutronen ziehen, da hier der Winkel ϑ nicht bestimmt werden kann. Die größten Impulse gehören zum Winkel $\vartheta = 0$, wenn die Zählkammer so groß ist, daß eine genügende Anzahl der längsten Protonenbahnen noch vollständig in ihrem Inneren verläuft. Da die Energien und die Reichweiten von Heliumrückstoßkernen kleiner sind als von Protonen, kann man bei Heliumfüllung kleinere Zählkammern benutzen als bei Wasserstoffüllung.

d) Erzeugung und Eigenschaften langsamer Neutronen. Da ein Neutron bei einem Zusammenstoß mit einem H-Kern im Mittel die Hälfte seiner Energie abgibt (vgl. Abschn. b), seine mittlere freie Weglänge zwischen zwei Stößen in Paraffin oder Wasser aber nur etwa 3 mm beträgt, verlieren schnelle Neutronen mit Anfangsenergien von 0,1 bis mehr als 10 MeV in diesen Substanzen auf einem Weg von wenigen Zentimetern ihre Energie fast vollständig und werden bis zu den Geschwindigkeiten der thermischen Molekularbewegung ($E = 0{,}028$ eV) verlangsamt (thermische Neutronen).

Die langsamen Neutronen können nur durch die von ihnen hervorgerufenen Kernumwandlungen nachgewiesen werden. Bei allen Anlagerungsreaktionen

von Neutronen (n, γ-Prozesse, S. 447) steigt die Ausbeute mit abnehmender Neutronenenergie an, und zwar im allgemeinen umgekehrt proportional mit der Geschwindigkeit der Neutronen; dasselbe gilt auch von den n, α-Umwandlungen des Bor und Lithium. Außer der hieraus folgenden, allen diesen Umwandlungen gemeinsamen besonders großen Wirksamkeit der langsamsten (thermischen) Neutronen weisen die n, γ-Prozesse bei einzelnen, für die umgewandelten Elemente typischen Neutronenenergien selektive Maxima der Umwandlungshäufigkeit auf (Resonanzumwandlung, S. 473). Die bisher beobachteten Resonanzenergien betragen bis zu 150 eV; sie sind für einige Elemente in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Resonanzenergien einiger Elemente für langsame Neutronen und Absorptionskoeffizienten der Resonanzneutronen in Bor und im eigenen Element

1	2	3	4	5
Element	Halbwertszeit der künstlichen Radioaktivität	Neutronenenergie in eV	Absorptionskoeffizient in Bor cm^2/g	Absorptionskoeffizient im Element selbst cm^2/g
Cd	—	0,028	28	15
Ag	22 s	3,0	2,7	20
		5,5	2,0	—
Ag	2,3 min	120	0,43	—
Rh	44 s	1,3	4,1	2,0
Rh	3,9 min	1,0	4,5	—

Da die einzigen Prozesse, bei denen Neutronen absorbiert werden, Kernumwandlungen durch Neutronen sind, gehen Umwandlungshäufigkeit und Neutronenabsorption parallel. Während im allgemeinen die Massenabsorptionskoeffizienten für langsame Neutronen kleiner als 0,1 cm^2/g sind, werden die Neutronen, die ein Element umwandeln, in ihm selbst erheblich stärker absorbiert; Spalte 5 der voranstehenden Tabelle gibt Absorptionskoeffizienten von Resonanzneutronen in dem zugehörenden Element wieder, z. B. von Silber-Resonanzneutronen in Silber. Bereits 0,3 mm Kadmium, dessen Resonanzstelle im Gebiet der thermischen Neutronen liegt, lassen praktisch keine thermischen Neutronen mehr durch, wogegen die Halbwertsdicken z. B. in Fe, Cu, Zn, Sn, Pb 1 bis 10 cm betragen. Die in Spalte 4 angeführten Absorptionskoeffizienten in Bor, dessen (n, α)-Umwandlung keine Resonanzstelle besitzt, sind ebenso wie seine Umwandlungshäufigkeit umgekehrt proportional der Neutronengeschwindigkeit; über ihre Benutzung zur Messung der Resonanzenergien s. S. 484.

Von Wasserstoff werden langsame Neutronen durch die Umwandlung ${}^1_1H\,(n, \gamma)\,{}^2_1H$ absorbiert. Läßt man daher in eine Paraffinschicht von variabler Dicke schnelle Neutronen eintreten, so wächst die Intensität der auf der Gegenseite austretenden langsamen Neutronen, die durch die Zusammenstöße der schnellen Neutronen mit H-Kernen entstehen, mit der Dicke der Schicht zunächst an, erreicht dann aber infolge ihrer Absorption ein Maximum und fällt schließlich asymptotisch auf Null ab. Die Schichtdicke, bei der das Maximum erreicht wird, liegt zwischen 5 und 10 cm Paraffin (oder Wasser), je nach der Anfangsenergie der Neutronen und der Energie derjenigen langsamen Neutronen, die zur Messung gelangen.

e) Nachweis langsamer Neutronen. α) Durch künstliche Radioaktivität. Da die meisten (n, γ)-Umwandlungen zu radioaktiven Produkten führen, die dann stets negative Elektronen emittieren, kann diese künstliche Radioaktivität zum Nachweis langsamer Neutronen verwendet werden. Im besonderen sind Silber und Rhodium, die eine große Ausbeute liefern und bequeme Halbwertszeiten besitzen (s. obige Tabelle), als Indikatoren geeignet.

Man bringt ein Silber- oder Rhodiumblech von etwa 0,1 mm Dicke an die Stelle, an der die Intensität der langsamen Neutronen gemessen werden soll, und bestrahlt es während der Zeit t_1. Dann wird der Indikator um ein dünnwandiges Auslösezählrohr oder auf das Fenster einer Druck-Ionisationskammer (S. 458) gelegt. Mit der Messung der Aktivität beginnt man nach einer Zeit t_2 nach Beendigung der Bestrahlung und bestimmt die Impulszahl bzw. den Elektrometerabfall während der Zeit t_3; t_1 wähle man dabei gleich der drei- bis fünffachen, t_3 etwa gleich der doppelten Halbwertszeit der Aktivität.

Bei Einhaltung stets der gleichen Zeiten t_1, t_2 und t_3 gibt der gemessene Wert ein relatives Maß für die Intensität der langsamen Neutronen. Dabei sind die thermischen Neutronen und die Resonanzneutronen des betreffenden Indikators wirksam. Will man nur die Resonanzneutronen messen, so bedeckt man den Indikator zur Absorption der thermischen Neutronen mit mindestens 0,3 mm Kadmium. Die Intensität der thermischen Neutronen erhält man als Differenz der Messung mit freiem und mit abgedecktem Indikator.

Amaldi u. Fermi, Phys. Rev. **50**, 899, 1936.

β) Durch die Umwandlung von Bor. Eine Zählkammer mit Linearverstärker oder ein Proportionalzählrohr, deren Innenwände mit einer dünnen Borschicht überzogen sind, sind sehr empfindliche Nachweismittel für langsame Neutronen; gezählt werden die von der Borschicht infolge der (n, α)-Umwandlung (S. 482) emittierten He- bzw. Li-Kerne. Die Borschicht stellt man durch Bestreichen der Wände mit einer Aufschlämmung von amorphem Bor in Alkohol oder Chloroform her. Noch empfindlicher ist eine Kammer, die mit BF_3- oder BCl_3-Gas gefüllt wird (S. 480).

U. a. Fink, Phys. Rev. **50**, 738, 1936; Maurer u. Fisk, Z. Phys. **112**, 436, 1939.

γ) Durch γ-Strahlen. Auch die bei den (n, γ)-Prozessen emittierten γ-Strahlen können als Nachweis für langsame Neutronen verwendet werden: Fleischmann, Z. Phys. **97**, 242, 265, 1935; Burhop, Hill u. Townsend, Nature **138**, 1094, 1936.

f) Intensität schneller Neutronen durch Verlangsamung. Um bei einer Neutronen liefernden Kernumwandlung die Abhängigkeit der Neutronenintensität von der Energie der erzeugenden Teilchen, z. B. der Beschleunigungsspannung der Deuteronen, zu messen, bestrahlt man ein Silber- oder Rhodiumblech, das man von allen Seiten mit etwa 5 cm Paraffin umgibt, mit den Neutronen und mißt die Aktivierung des Bleches durch die in Paraffin verlangsamten Neutronen nach dem vorstehenden Abschn. e, α.

Beim Vergleich verschiedenartiger Neutronenquellen, z. B. einer (d, n)-Umwandlung mit einem (Ra + Be)-Präparat, gibt dieses Verfahren wegen der verschiedenen Anfangsenergien der Neutronen nur ein ungefähres Verhältnis ihrer Intensitäten. Zu einem genauen Vergleich gelangt man, wenn man die Neutronenquelle in die Mitte eines mit Wasser gefüllten Behälters von mindestens 60 cm Höhe und Durchmesser bringt und nach der Indikator- oder Bor-Methode (s. vorigen Abschnitt) die Intensität der langsamen Neutronen im Wasser in verschiedenen Entfernungen r von der Neutronenquelle mißt. Durch Multiplikation der gewonnenen Intensitäten mit $4\pi r^2$ erhält man ein Maß für die Anzahl $N(r)$ der langsamen Neutronen, die in der Zeiteinheit durch die Kugelfläche mit dem Radius r um die Neutronenquelle hindurchtreten. $N(r)$ steigt mit r von Null bis zu einem

Maximum bei $r = 5$ bis 10 cm und fällt dann weiter gegen Null ab (vgl. S. 482). $N = \int_0^\infty N(r)\,dr$ ist der Gesamtzahl der in der Zeiteinheit von der Quelle emittierten Neutronen proportional, unabhängig von ihrer Anfangsenergie.

Ermittlung der Absolutzahl der emittierten Neutronen: Amaldi u. Fermi, Phys. Rev. **50**, 899, 1936; Amaldi, Hafstad u. Tuve, ebd. **51**, 896, 1937.

g) Messung der Geschwindigkeit und Energie langsamer Neutronen. α) Thermische Neutronen. Die Geschwindigkeit thermischer Neutronen läßt sich nach einem Verfahren messen, das der Fizeauschen Methode zur Messung der Lichtgeschwindigkeit entspricht. Ein einigermaßen gerichtetes Bündel langsamer Neutronen wird durch ein starkes (Rn + Be)-Präparat (500 bis 1000 Millicurie) erzeugt, das sich am Boden einer zylindrischen Ausbohrung in einem großen Paraffinblock befindet, der bis auf die Öffnung der Bohrung vollständig mit Kadmiumblech umkleidet ist (Neutronenhaubitze). Das Neutronenbündel läuft nun exzentrisch durch vier gleiche, hintereinanderstehende Stahlscheiben von etwa 30 cm Durchmesser, die so mit Kadmiumsektoren belegt sind, daß die zwischen je zwei Belegungen freibleibenden Sektoren etwas schmaler als die belegten sind, und tritt dann in eine Borzählkammer (Abschn. e, S. 483). Die beiden mittleren Scheiben sind in einem Abstand a von 50 bis 60 cm auf einer gemeinsamen Achse befestigt, die beiden äußeren stehen fest unmittelbar vor und hinter den drehbaren. Wenn die Kadmiumsektoren der drehbaren Scheiben gerade die Lücken der festen überdecken, werden keine thermischen Neutronen durchgelassen. Bei der Drehung der Scheiben wird nun, gleichzeitig an beiden Stellen, der Durchlaß abwechselnd freigegeben und wieder gesperrt. Daher können nur solche Neutronen in die Zählkammer gelangen, welche nach dem Passieren des ersten Scheibenpaares die Strecke a bis zum zweiten gerade in der Zeit bis zum nächsten Öffnen zurückgelegt haben. Aus der Änderung der gemessenen Neutronenintensität mit der Drehgeschwindigkeit ergibt sich die Geschwindigkeitsverteilung der Neutronen. Meßbar sind Neutronengeschwindigkeiten bis etwa $5 \cdot 10^5$ cm/s.

Dunning u. Mitarbeiter, Phys. Rev. **48**, 704, 1935; **49**, 103, 1936; Fink, ebd. **50**, 738, 1936. Messung der Neutronenlaufzeit durch Modulation der Quelle (Cyclotron) und des Empfängers (Verstärker) mit Hochfrequenz: Baker u. Basher, ebd. 1941.

β) Resonanzneutronen. Die Energien von Resonanzneutronen lassen sich relativ zueinander aus ihrer Absorbierbarkeit in Bor bestimmen, wenn man davon ausgeht, daß die Absorptionskoeffizienten proportional $E^{-\frac{1}{2}}$ sind. Zu Absolutwerten gelangt man, sobald eine Energie bekannt ist, z. B. die der thermischen Neutronen, die sich nach α) messen läßt und für die man den Wert 0,028 eV annehmen kann.

Als Quelle langsamer Neutronen verwendet man ein (Ra + Be)- oder (Rn + Be)-Präparat, das sich in einem Paraffinblock, 2 bis 3 cm von der Oberfläche entfernt, befindet. Um die thermischen Neutronen wegzufiltern, wird das Paraffin mit mindestens 0,3 mm Kadmium abgedeckt. Unmittelbar auf das Kadmium legt man den Bor-Absorber, z. B. ein flaches, mit amorphem Bor oder B_2O_3 gefülltes Blechgefäß, und auf dieses den Indikator, dessen Resonanzneutronen untersucht werden sollen. Für die Messung ohne Absorber wird das mit Bor gefüllte Gefäß durch ein gleiches, leeres ersetzt. Die Messungen selbst werden nach

Abschn. e, S. 482 ausgeführt. Den Wert für thermische Neutronen erhält man, indem man jede Messung mit und ohne Kadmiumfilter vornimmt und die Differenzen bildet.

Amaldi u. Fermi, Phys. Rev. **50**, 899, 1936; Goldsmith u. Rasetti, ebd. **50**, 328, 1936. Prüfung der $E^{-\frac{1}{2}}$-Beziehung für Bor: Rasetti u. Mitarbeiter, Phys. Rev. **49**, 104, 777, 1936. Andere Verfahren zur Messung der Resonanzenergien bei Amaldi u. Fermi, ferner auch Rotblat, Nature **138**, 545, 1936; Furry, Phys. Rev. **51**, 592, 1937; Halban u. Preiswerk, J. phys. Radium (7) **8**, 29, 1937.

4. Gehaltsbestimmung radioaktiver Präparate durch Messung der γ-Strahlen

A. Radiumpräparate

a) Allgemeines. Konzentrierte Radium- und Mesothorpräparate müssen in Glas- oder Metallröhrchen luftdicht eingeschlossen sein, damit die Emanation nicht entweichen kann. Der Gehalt konzentrierter Radiumpräparate wird durch Messung der von Radium C emittierten durchdringenden γ-Strahlung bestimmt. Die Intensität dieser Strahlung ist der in dem Präparat enthaltenen Menge Radium proportional, sobald es sich im radioaktiven Gleichgewicht befindet, so daß sich durch Vergleich mit einem Radiumnormalpräparat der Radiumgehalt ergibt. Die Methode der Gehaltsbestimmung radioaktiver Präparate auf Grund der γ-Strahlenmessung bietet gegenüber chemischen Methoden oder Wägungen den Vorteil, daß das Röhrchen nicht geöffnet zu werden braucht, und daß die Konzentration und chemische Verbindung des Radiumsalzes ohne Einfluß auf die Messungen sind. Man ist dahin übereingekommen, den Gehalt in der der Messung zugänglichen Größe, nämlich Radium-Element, anzugeben.

b) Radiumnormale. Ein Radiumstandard von 21,99 mg reinem Radiumchlorid wurde von Frau Curie hergestellt und im Jahre 1912 durch die internationale Radiumstandardkommission als internationales Normal anerkannt. Die Richtigkeit des Normals war gewährleistet durch drei weitere Normalpräparate, welche in Wien von Hönigschmid aus reinstem Radiumchlorid hergestellt worden waren und völlige Übereinstimmung ergaben.

Die meisten Staaten beschafften sich sekundäre Standardpräparate, die an die primären Normale durch vielfachen γ-Strahlenvergleich angeschlossen wurden. Da die Normale und Standards durch den hohen Gasdruck gefährdet schienen, der im Innern der Glasröhrchen durch die dauernde Heliumbildung aus den α-Strahlen entsteht, wurden im Jahre 1934 von Hönigschmid eine größere Anzahl neuer Präparate aus reinstem Radiumchlorid als Normale hergestellt und gegen die alten Präparate ausgetauscht. Eins dieser neuen absoluten Normale mit einem Gehalt von 14,489 mg Radium-Element befindet sich in Deutschland in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Bei den ersten Normalen diente als Ausgangsmaterial Pechblende aus Joachimsthal, bei den neuen solche aus Katanga, die beide frei von Mesothor sind, so daß die jährliche Abnahme der Strahlung entsprechend dem Zerfall des Radiums 0,04% beträgt.

Näheres über die Maßeinheiten s. St. Meyer, Jb. d. Rad. **11**, 436, 1914.

c) Gehaltsbestimmung von Radiumpräparaten. α) Starke Präparate. Das zu messende Präparat und der Standard werden nacheinander in denselben Abstand von einer allseitig von mindestens 5 mm dickem Bleiblech umgebenen Ionisationskammer gelegt. Eine günstige Form ist ein liegender Zylinder, dessen dem Präparat zugewandte Kreisfläche aus 5 mm, dessen übrige Wände aus 15 mm Bleidicken bestehen. Die ganze Anordnung soll möglichst entfernt von

den Zimmerwänden aufgestellt werden, um Streustrahlung zu vermeiden. Den durch die γ-Strahlen erzeugten Ionisationsstrom mißt man am bequemsten nach der Entladungsmethode (S. 143). Die natürliche Zerstreuung ist vor und nach den Messungen genau zu bestimmen und von allen Meßwerten abzuziehen. Auch ist die Absorption der γ-Strahlen in den Röhrchen zu berücksichtigen, in dem sich das Radiumsalz befindet; 1 mm Glas absorbiert etwa 0,7%, 0,1 mm Platin 1,2% der durchdringenden γ-Strahlen, doch hängen die Werte etwas von der Meßanordnung ab. Präparate mit einem Gehalt von 0,1 mg Radium können noch mit einer Genauigkeit von 1% gemessen werden. Bei Präparaten, die sehr stark konzentriert und in kleine, dünnwandige Glasröhrchen eingeschmolzen sind, läßt sich die Meßgenauigkeit bis auf etwa 0,3%, bei starker Häufung der Messungen unter Umständen bis 0,1% steigern.

Über zwei Nullmethoden zur Gehaltsbestimmung von Radiumpräparaten s. Rutherford u. Chadwick, Proc. Phys. Soc. London **24**, 141, 1912 u. Curie, J. Phys. **5**, 795, 1912. Eine ähnliche Anordnung mit Fadenelektrometer: Hess, Phys. Z. **14**, 1135, 1913. Über eine Korrektion für Absorption der γ-Strahlen in dem Radiumsalz s. Fränz u. Weiß, Phys. Z. **41**, 345, 1940.

β) Schwache Präparate. Präparate von 0,1 bis 0,01 mg Ra lassen sich mit einem von Bothe angegebenen Elektrometer noch mit einer Genauigkeit von 1% messen. Das Präparat befindet sich in einer Bleihülle in der Mitte einer zylindrischen, mit einem Goldblattelektrometer verbundenen Ionisationskammer von etwa 10 l Volum, so daß die Strahlung weitgehend ausgenutzt wird. Besonders geeignet ist das Instrument zur Gehaltsbestimmung radioaktiver Salze, technischer, radiumhaltiger Rückstände usw., wenn der Radiumgehalt 10^{-5} mg/cm^3 nicht unterschreitet.

Bothe, Phys. Z. **16**, 33, 1915. Ähnliche Anordnungen bei Dorsey, J. Opt. Soc. **6**, 633, 1922; Hess u. Damon, Phys. Rev. **19**, 530, 1922; Ludewig, Z. Phys. **20**, 394, 1923. Über die Berücksichtigung der Absorption der γ-Strahlen in dem radiumhaltigen Material selbst s. Fränz u. Weiß, Phys. Z. **36**, 486, 1935.

γ) Berichtigung auf radioaktives Gleichgewicht. Da der Radiumgehalt auf Grund der Intensität der γ-Strahlung des Radium C ermittelt wird, ergeben die Messungen nur dann den richtigen Gehalt, wenn sich das Präparat im radioaktiven Gleichgewicht befindet. Bei frisch hergestellten Präparaten ist Gleichgewicht erreicht, wenn das Salz etwa 6 Wochen luftdicht eingeschlossen war. Soll das Präparat zu einer Zeit gemessen werden, zu der das Gleichgewicht noch nicht eingetreten ist, so kann der Maximalwert aus zwei um einige Tage auseinander liegenden Messungen extrapoliert werden. Die Extrapolation erfolgt auf Grund der für die Bildung der Radiumemanation gültigen Anstiegkurve. Entspricht die γ-Strahlung zur Zeit der ersten Messung a_1 mg Radium und zu der um t späteren Zeit der zweiten Messung a_2 mg Radium, so ist nach Gl. (2a) auf S. 451 der Radiumgehalt A gegeben durch

$$A = \frac{a_2 - a_1 e^{-\lambda t}}{1 - e^{-\lambda t}},$$

wo λ die Zerfallskonstante der Radiumemanation bedeutet. Bei mehr als zwei Messungen ist es bequemer, die Meßpunkte auf ein durchscheinendes Blatt Koordinatenpapier aufzutragen, das man auf eine im gleichen Zeitmaßstab gezeichnete Anstiegskurve der Radiumemanation auflegt, und durch achsenparalleles Verschieben des Blattes die Meßpunkte in möglichst gute Übereinstimmung mit der Kurve zu bringen.

B. Mesothorpräparate

a) Gehaltsbestimmung von Mesothorpräparaten. Da es wegen der Inkonstanz der Strahlung nicht möglich ist, einen Mesothorstandard herzustellen, vergleicht man Mesothorpräparate ebenfalls mit dem Radiumstandard. Wegen der verschiedenen Durchdringungsfähigkeit der γ-Strahlen des Mesothors und Radiums (Abschn. b, α) wird im Interesse der Einheitlichkeit von der Phys.-Techn. Reichsanstalt der Vergleich stets in der Weise ausgeführt, daß die Strahlen vor Eintritt in den Ionisierungsraum eine Bleischicht von 5 mm Dicke zu durchlaufen haben. Diejenige Menge Mesothor, deren γ-Strahlung nach Durchgang durch 5 mm Blei dieselbe ionisierende Wirkung hat wie 1 mg Radiumelement, wird als Maßeinheit gewählt und heißt das γ-Äquivalent von 1 mg Radiumelement (im Handel auch kurz: 1 mg Mesothor).

Die Strahlung eines frisch hergestellten Mesothorpräparats nimmt wegen der Bildung des Radiothor und seines γ-strahlenden Folgeproduktes Thor C'' für einen Zeitraum von mehr als zwei Jahren zu und klingt erst dann, wenn Thor C'' seinen Gleichgewichtswert erreicht hat, annähernd mit der für Mesothor charakteristischen Periode von 6,7 Jahren ab. Eine genaue Angaben des zeitlichen Verlaufs der Aktivität ist deshalb nicht möglich, weil die im Handel befindlichen Mesothorpräparate erhebliche Mengen von Radium (dem γ-Äquivalent nach bis zu 25%, bei abgeklungenen Präparaten noch entsprechend mehr) enthalten, das die Aktivitätskurven stark beeinflußt. Wegen des Radiumgehalts müssen auch Mesothorpräparate zur Vermeidung von Emanationsverlust stets luftdicht verschlossen gehalten werden.

b) Nachweis von MsTh und RaTh neben Radium. α) Durch γ-Strahlenmessungen. Ein Radiumpräparat soll neben Radium und seinen Zerfallsprodukten keine anderen Substanzen enthalten, die γ-Strahlen aussenden. Von solchen Substanzen kommt vor allem Mesothor in Betracht, das sich chemisch ganz wie Radium verhält (Isotop des Radiums, Tab. 70) und daher mit diesem aus thorhaltigen Uranmineralien abgeschieden wird. Bei Anwesenheit von Mesothor bleibt die Strahlung des Präparats nicht konstant. Größere Mengen von Mesothor lassen sich wegen der relativ kurzen Lebensdauer des Mesothors (vgl. Abschn. a und Tab. 70) neben Radium nachweisen, indem man die γ-Strahlung des Präparats mehrmals in Zwischenräumen von einigen Monaten mit der des Standards vergleicht.

Eine Bestimmung des Ra-, MsTh- und RaTh-Anteils läßt sich auf Grund der etwas verschiedenen Absorbierbarkeit der γ-Strahlen des Ra C und des MsTh 2 bzw. Th C'' ausführen. Die Meßanordnung muß empfindlich genug sein, um die Absorptionskurve der γ-Strahlen bis zu Bleidicken von 10 cm aufzunehmen. Dies wird erreicht durch eine konzentrische Anordnung von Präparat und Filtern in einer großen ringförmigen Ionisationskammer.

Bothe, Z. Phys. **24**, 10, 1924.

β) Durch Entfernen der Emanation. Die genauere Bestimmung des Radiumgehaltes eines mesothorhaltigen Präparats erfordert ein Öffnen des Röhrchens, in dem das Salz enthalten ist. Man bringt das Salz oder einen abgemessenen Bruchteil in wäßrige Lösung (vgl. auch Abschn. d, S. 489) und kocht diese 3 Stunden, so daß alle Emanation ausgetrieben wird und der aktive Niederschlag Zeit hat zu zerfallen. Nach dieser Behandlung zeigt die Lösung,

wenn sie nur Radium enthält, bei sofortiger Messung keine γ-Strahlung. Ist eine solche vorhanden, so muß sie von Mesothor und dessen Zerfallsprodukten herrühren. Der Unterschied zwischen der nach dem Kochen noch vorhandenen γ-Strahlung und der maximalen γ-Strahlung, welche die Lösung bei radioaktivem Gleichgewicht besitzt, gibt den wahren Radiumgehalt. Doch ist bei älteren Präparaten zu berücksichtigen, daß auch Thor C'' während des Kochens abklingt und wegen des Entweichens der Th-Emanation nicht nachgebildet wird.

5. Gehaltsbestimmung durch Emanationsmessung

A. Emanations- und Radiumgehalt von Flüssigkeiten und festen Stoffen

a) Allgemeines. Als Maßeinheit für Emanationsmengen dient das Curie, das diejenige Emanationsmenge bezeichnet, die sich mit 1 g Radium im Gleichgewicht befindet (vgl. S. 451). Da bei Angaben über die Aktivität von Quellwässern diese Einheit ungeeignet groß wäre, werden 10^{-10} Curie/l als 1 Eman bezeichnet. Die früher gebräuchliche Mache-Einheit ist gleich 3,64 Eman.

An der gasförmigen Emanation lassen sich quantitative Mengenbestimmungen durch Messung ihrer α-Strahlung ausführen. Wegen der starken Ionisierungsfähigkeit dieser Strahlen können auf diese Weise noch außerordentlich kleine Emanationsmengen nachgewiesen werden; 10^{-9} Millicurie sind noch quantitativ meßbar. Auch entsprechend kleine Radiummengen, die sich in Lösung befinden, lassen sich durch die von ihnen entwickelte Emanation messen. Diese Methode wird namentlich zur Untersuchung von Gesteinen, Uranerzen und radiumhaltigen Rückständen vielfach angewendet.

Die Löslichkeit λ der Emanation in Wasser, d. i. das Verhältnis der Emanationsdichten in Wasser und Luft in einem geschlossenen Raum, beträgt bei t° C $\lambda = 0{,}105 + 0{,}405\, e^{-0{,}0502\, t}$; z. B. bei 0°: $\lambda = 0{,}51$; bei 20°: $\lambda = 0{,}25$; bei 100°: $\lambda = 0{,}11$.

b) Normal-Radiumlösungen. Eine Lösung mit bekanntem Radiumgehalt kann man in der Weise herstellen, daß man eine genau abgewogene Menge einer gut analysierten Pechblende in Lösung bringt. Da Pechblende auf 1 g Uran $3{,}4 \cdot 10^{-7}$ g Radium enthält, läßt sich der Radiumgehalt der Lösung sofort angeben, wenn der Urangehalt der Pechblende bekannt ist. Die Emanation von einigen 10^{-6} mg Radium gibt einem Elektrometer von der in Abb. 322 angegebenen Form eine ionisierende Wirkung von der richtigen Größenordnung, so daß etwa 10 mg Pechblende die zur Herstellung einer Normallösung geeignete Menge ist.

Man kann auch in der Weise verfahren, daß man ein Radiumpräparat, dessen Gehalt nach der γ-Strahlenmethode genau bestimmt wurde, in Salzsäure löst und die Lösung bis zur geeigneten Konzentration verdünnt. Normallösungen mit einem Radiumgehalt von $4{,}00 \cdot 10^{-6}$ mg werden von der Phys.-Techn. Reichsanstalt auf diese Weise hergestellt und ausgegeben.

Die Haltbarkeit von Normallösungen wird dadurch beeinträchtigt, daß Radium eine starke Tendenz besitzt, in das schwerlösliche Sulfat überzugehen. Sobald aber ein Teil des Radiums ausgefallen ist, läßt sich die Emanation nicht mehr quantitativ austreiben. Man kann jedoch das Ausfallen des Radiums dadurch vermeiden, daß man der stark sauren Lösung größere Mengen von Bariumchlorid zusetzt. Man darf ferner zur Aufbewahrung der Lösungen nur sorg-

fältig gereinigte Glaskolben aus gutem Apparateglas verwenden, die man kurz vor dem Einfüllen mit einer Bariumchloridfüllung längere Zeit auskocht. Hähne und Korken vermeidet man am besten ganz.

Heimann u. Marckwald, Phys. Z. **14**, 303, 1913; St. Meyer, Jb. d. Rad. **11**, 436, 1914. — Die Radium-Normallösungen der Phys.-Techn. Reichsanstalt in Charlottenburg haben sich über einen Zeitraum von mehr als 10 Jahren als konstant erwiesen: Bothe, Z. Phys. **46**, 896, 1928. Über Eichung von Emanationsinstrumenten mit abgeklungener oder verdünnter Emanation vgl. Bothe, ebd. **16**, 266, 1923.

c) Radiumgehalt von Lösungen. Man bringt die Lösung in einen Kolben von der in Abb. 321 dargestellten Form, entfernt zunächst durch einen Luftstrom, den man mehrere Minuten lang durch die vorsichtig erwärmte Lösung perlen läßt, alle etwa noch vorhandene Emanation und schmilzt den Kolben luftdicht zu. Nach Ablauf von 6 Wochen befindet sich die neugebildete Emanation im Gleichgewicht mit dem Radium; soll die Messung schon nach einer kürzeren Zeit t (z. B. nach einigen Tagen) ausgeführt werden, so ist der Meßwert dafür zu korrigieren, daß erst der Bruchteil $e^{-\lambda t}$ der Gleichgewichtsmenge an Emanation vorhanden ist. Zur Messung bringt man die Emanation mit einem langsam durch die erwärmte Lösung perlenden Luftstrom unter Zwischenschaltung eines mit Chlorkalzium gefüllten Trockenrohres in eine vorher evakuierte Ionisationskammer; man läßt so viel Luft hindurchströmen, bis in der Kammer wieder Atmosphärendruck erreicht ist. Die mit zwei Hähnen zum Evakuieren und zum Einlassen des Gases versehene Ionisationskammer A (Abb. 322) soll einen Rauminhalt von 1 bis 2 l besitzen. Die zentrale Elektrode B, die ebenso wie der Isolator luftdicht eingekittet sein muß, trägt an ihrem oberen Ende das Goldblattsystem D; als Isolator ist vor allem Schwefelparaffin (S. 124) geeignet. Bei transportablen Instrumenten verwendet man an Stelle des Goldblatt-Elektrometers besser ein Wulffsches Zweifadeninstrument (S. 134).

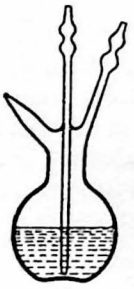


Abb. 321. Curie-Gefäß

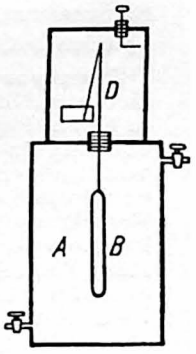


Abb. 322. Emanationselektrometer

Die Aktivität wird erst drei Stunden nach Einführung der Emanation gemessen, da erst dann der aktive Niederschlag seinen Gleichgewichtswert erreicht hat. Während der Wartezeit ist das isolierte System des Elektrometers dauernd auf dem Potential zu halten, das zu den Messungen benutzt wird, da sonst infolge Änderungen in der Verteilung des aktiven Niederschlags (S. 452 u. 456) konstante Ablesungen nicht erzielt werden können. Verfährt man nun mit einer Normallösung in genau derselben Weise, so ergibt sich aus dem Verhältnis der Ionisationsströme der Radiumgehalt der Lösung. Die natürliche Zerstreuung ist in beiden Fällen in Abzug zu bringen.

Über eine Strömungsmethode zur Messung des Th-Gehaltes von Lösungen s. die auf S. 490 Abschn. e u. B genannten Bücher von Meyer-Schweidler und Israel.

d) Radiumgehalt fester Substanzen. Der Radiumgehalt von Uranerzen, radiumhaltigen Rückständen u. dgl. kann durch eine Emanationsmessung ermittelt werden, wenn es gelingt, die Substanz vollständig in Lösung zu bringen. Nur in seltenen Fällen läßt sich die Substanz in Salzsäure oder Salpetersäure lösen;

wenn ein kleiner unlöslicher Rückstand bleibt, besteht die Gefahr, daß gerade darin das Radium enthalten ist. Man tut daher gut, die Filter stets auf α-Strahlen-Aktivität zu untersuchen (S. 458). Meist wird man die Substanz durch Schmelzen mit Natriumkarbonat aufschließen müssen, manchmal führt auch Behandlung mit konzentrierter Schwefelsäure zum Ziel, in der Radiumsulfat einigermaßen gut löslich ist.

Über ein namentlich für große Substanzmengen geeignetes Aufschlußverfahren, wobei gleichzeitig die beim Aufschluß abgegebene Emanationsmenge gemessen wird, s. Joly, Phil. Mag. **22**, 134, 1911.

e) Emanationsgehalt von Quellwasser. Das Wasser soll möglichst unmittelbar an der Stelle entnommen werden, an der die Quelle der Erde entspringt. Um Emanationsverluste zu vermeiden, verfährt man am besten in der Weise, daß man die fein ausgezogene Spitze eines vorher teilweise evakuierten Glaskolbens unter Wasser abbricht, so daß das Wasser einströmt. Die Spitze schmilzt man mit einer kleinen Spirituslampe sofort wieder zu und bestimmt später im Laboratorium den Emanationsgehalt in der in Abschn. c, S. 489 angegebenen Weise, wobei man natürlich dem Abfall der Emanation in der Zwischenzeit Rechnung zu tragen hat.

Zur Vereinfachung des Verfahrens kann man bei Messungen im Gelände auch eine abgemessene Wassermenge in einer Kanne von etwa zehnfachem Rauminhalt mit Luft kräftig durchschütteln und die so mit Emanation angereicherte Luft in eine mit einem Goldblattelektrometer verbundene Ionisationskammer einführen, oder man treibt mit einem doppelten Gummigebläse Luft im Kreisstrom durch das Wasser und die Ionisationskammer (H.W. Schmidt).

Während Meerwasser nahezu inaktiv ist, zeigen fast sämtliche Quellen, besonders die aus eruptiven Tiefengesteinen entspringenden, einen Gehalt von Radiumemanation, meist aber keinen merklichen Radiumgehalt. Die stärksten Quellen besitzen eine Aktivität bis zu mehreren tausend Eman.

Transportabel und daher für Untersuchung der Emanation von Quellwasser an Ort und Stelle brauchbar ist das Gerät von H. W. Schmidt. Vgl. H.W. Schmidt u. Kurz, Phys. Z. **7**, 209, 375, 1906. Bewährt haben sich ferner das Fontaktoskop von Engler u. Sieveking (Phys. Z. **6**, 700, 1905; **17**, 73, 1916); das Fontaktometer von Mache u. Meyer (Z. Instrkde. **29**, 65, 1909; Phys. Z. **10**, 860, 1909); das Emanometer von Becker (Z. Instrkde. **30**, 293, 1910; Z. Phys. **21**, 304, 1924), das geschlossene Fontaktoskop von Hammer (Phys. Z. **13**, 943, 1912 u. **14**, 451, 1913), sowie das Emanometer von Zanitzky (Balneologe **2**, 117, 1935) u. Israel (Balneologe **1**, 318, 1934; Wiss. Abh. Reichsamt f. Wetterdienst Bd. II, Nr. 10, 1937); ferner Garrigue, Journ. phys. et le Radium (7) **7**, 107, 1936. Eine Zusammenstellung der Aktivitäten bekannter Quellwässer findet man bei Gockel, Radioaktivität von Boden u. Quellen. Braunschweig 1914, u. Meyer-Schweidler, Radioaktivität. Leipzig 1927.

B. Aktivität der atmosphärischen Luft und der Bodenluft

Literatur außer in den S. 445 angeführten Werken bei Mache u. Schweidler, Atmosphärische Elektrizität. Braunschweig 1909; Elster im Handb. d. Radiologie **1**, 401, 1920; Angenheister, Handb. d. Phys. **14**, 405, 1927; Benndorf, Handb. d. Exp.Phys. **25,1**, 257, 1928; Benndorf u. Heß, in Müller-Pouillet, Lehrbuch d. Physik **5,1** 565, 1928. Näheres über die Methoden auch bei Israel, Radioaktivität, Leipzig 1940.

a) Nachweis radioaktiver Stoffe in der Luft. Die Leitfähigkeit, welche atmosphärische Luft auch bei Abschirmung aller von außen kommenden Strahlungen noch zeigt, rührt von den radioaktiven Emanationen her, die beständig aus dem

Erdboden in die Luft entweichen. Der Nachweis der aktiven Stoffe in der Luft erfolgt nach folgenden Methoden:

α) Expositionsverfahren. Man spannt nach Elster und Geitel einen 5 bis 60 m langen Draht in der freien Luft isoliert (geeignete Aufhängung a. a. O.) aus und lädt ihn für 2 bis 3 Stunden auf ein negatives Potential von 3000 bis 5000 V. Nach Aufwinden auf ein Gestell in eine geeignete Ionisationskammer gebracht, zeigt der Ionisationsstrom eine zeitliche Abnahme, die der des Niederschlags der Radiumemanation entspricht. Nach längerer Exposition (3 Tage) macht sich auch eine Beimengung des viel langlebigeren aktiven Niederschlags der Thoremanation bemerkbar (vgl. auch S. 452).

Die Bedeutung dieser Methode liegt in der Einfachheit, mit der ein relatives Maß der Aktivität (sog. Aktivierungszahl) im Gelände bestimmt und damit die Verteilung der Emanation in der Abhängigkeit von geologischen und geographischen Bedingungen gefunden werden kann.

Elster u. Geitel, Phys. Z. **3**, 305, 1902.

β) Aspirationsverfahren. Ein Luftstrom durchströmt mit bekannter Geschwindigkeit ein langes Metallrohr, in dem axial ein negativ geladener Draht ausgespannt ist. Nach Beendigung der Exposition mißt man entweder den Ionisationsstrom in dem Rohre selbst, oder man entfernt den Draht und verfährt wie unter α angegeben. Über Berechnung des Emanationsgehalts (Größenordnung 10^{-16} Curie/cm^3) s. die oben angegebene Literatur.

γ) Adsorptionsverfahren. Man läßt einen Luftstrom bekannter Geschwindigkeit entweder durch ein mit Kokosnußkohle gefülltes oder in flüssige Luft getauchtes Rohr für längere Zeit hindurchströmen, wobei die Emanation adsorbiert oder kondensiert wird. Die Emanation wird nach Beendigung der Exposition in ein geeichtes Elektrometer, z. B. von der Form wie Abb. 322, übergeführt.

Näheres bei Satterly, Phil. Mag. **20**, 1, 1910. Vgl. auch Becker u. Stehberger, Ann. d. Phys. **1**, 529, 1929.

b) Aktivität der Bodenluft. Die Luft in Kellern und Höhlen findet sich im allgemeinen sehr stark aktiv, in einem Steinsalzbergwerk dagegen merklich schwächer als im Freien.

Elster u. Geitel, Phys. Z. **2**, 560, 1901.

Um Luft aus den Erdkapillaren (Bodenluft) zu untersuchen, bohrt man mit einem Erdbohrer von 1 bis 2 cm Durchmesser ein Loch von etwa 1 m Tiefe, setzt ein Metallrohr nahe gleicher Stärke ein, tritt die Erde ringsum fest und gießt mit Wasser an. Man kann nun mit Hilfe eines Aspirators die Bodenluft durch die Ionisationskammer eines transportablen Meßinstruments hindurchsaugen oder nach dem Absorptionsverfahren (s. vorigen Abschnitt) vorgehen oder auch Gefäße mit Bodenluft füllen, die man dann im Laboratorium in die Ionisationskammer einsaugt. Geeignet sind Messinggefäße (Abb. 323) von etwa 3 l Inhalt mit zwei Hahnstutzen und Bügel.

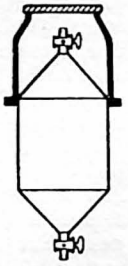


Abb. 323. Gefäß für Luftproben

Über Registrierung der dem Erdboden entquellenden Emanationsmengen s. Ebert, Phys. Z. **10**, 346, 1909; Sanderson, ebd. **13**, 142, 1912. Elektrometer für Bodenluftmessungen: Ambronn, ebd. **28**, 444, 1927.

VIII. Die Höhenstrahlung

1. Phänomen der Höhenstrahlung

Eine Ionisationskammer (S. 345 und 458), die mit sorgfältig gereinigtem Gas gefüllt ist, und deren Wandmaterial frei ist von radioaktiven Verunreinigungen, weist auch bei sorgfältigster Isolation eine restliche Leitfähigkeit auf. Nachdem man ursprünglich terrestrische Strahlungen radioaktiver Natur aus dem Erdboden und der Luft für diese Ionisation verantwortlich gemacht hatte, mußte diese Annahme aufgegeben werden, als durch Ballonaufstiege eine riesige Zunahme der Ionisierungsdichte mit der Höhe festgestellt worden war. Die Ionisierungsstärke q (S. 340) steigt von dem Bodenwert $2\,I$ bis zum etwa 160fachen Betrag bei Höhen von 20 km; bei diesem Abstand vom Erdboden liegen nur noch rund 2% der atmosphärischen Luftmasse über dem Meßinstrument. Die Strahlung muß also von einer Quelle herrühren, die sich außerhalb der Erdatmosphäre befindet, weshalb sie als Höhenstrahlung oder kosmische Ultrastrahlung bezeichnet wird. Sie erweist sich als derartig hart und durchdringend, daß sie mit keinem der bekannten Kernvorgänge in Verbindung zu bringen ist. Die härtesten Anteile der Höhenstrahlung haben eine Halbwertsschicht von etwa 150 cm Blei. Entstehung und Herkunft der Strahlung sind noch in Dunkel gehüllt.

Die Höhenstrahlung besteht in den der Erforschung zugänglichen Raumgebieten aus einem äußerst komplexen Strahlengemisch; das folgt bereits aus der Tatsache, daß sie sich um so durchdringender erweist, je größere Schichtdicken sie durchlaufen hat. In einem Bergwerk (einer Tiefe von 700 m Wasser entsprechend) ergab sich beispielsweise ein Absorptionskoeffizient, der nur noch etwa $\frac{1}{100}$ des Wertes in der mittleren Atmosphäre betrug. Die Anteile der Strahlung verteilen sich auf sehr verschiedene Strahlengattungen, die aus einer aus dem Weltenraum einfallenden Primärstrahlung umstrittener Art durch Sekundär-, Tertiär- usf. -prozesse in gewaltigem Ausmaß entstehen. Die Analyse der Höhenstrahlung hat zur Entdeckung früher unbekannter Teilchen geführt; dazu gehört das positive und neuerdings das schwere Elektron (Positron bzw. Meson vgl. S. 501). Durch seine Koinzidenzfähigkeit (S. 496) hat sich ein großer Teil der Strahlung als geladene Korpuskeln erwiesen. Die Energie des härtesten Anteils folgt aus Absorptionsmessungen bis zu 10^{11} eV. Zu dieser Energie führt auch die Intensitätsabhängigkeit der Primärstrahlung von der geomagnetischen Breite (Einfluß des magnetischen Erdfelds). Aus der Abschätzung der Gesamtenergie aller Teilchen von sehr ausgebreiteten Schauern (s. weiter unten) hat man sogar auf das Vorhandensein von Einzelstrahlen von erheblich mehr als 10^{12} eV Energie geschlossen. Die Sekundärvorgänge sind mit einer Anzahl neuer Effekte verbunden. Es entstehen nämlich außer Elektronenpaaren (Elektron und Positron) auch Garben von zahlreichen Teilchen dieser Art von je 10^{6} bis 10^{9} eV Energie, Schauer genannt, die häufig von einem gemeinsamen Emissionszentrum ausgehen und auf verschiedene Art zustande zu kommen scheinen (Multiplikationsschauer: kaskadenförmige Bildung, Explosionsschauer: punktförmige Bildung); schließlich ruft die Sekundärstrahlung auch noch die sog. Stöße hervor, den Schauern ähnliche ergiebige Gebilde, die eine Ionisation bis zu mehr als zehn Millionen Elementarquanten zur Folge haben, und bei denen höchstwahrscheinlich auch schwere Kernpartikel beteiligt sind. Alle diese auf verschiedene Weise entstehenden Tertiärkorpuskeln erzeugen ihrerseits wieder als Bremsstrahlung Quanten, deren Härte etwa die der Radium-γ-Strahlung ist. Diese Quanten bilden dann schließlich auf bekannte Weise (Photo- und Compton-Effekt vgl. S. 410 u. 450) die Endelektronen, die den Hauptanteil der Ionisation liefern.

Die voranstehend gegebene kurze Darstellung des Sachverhaltes der Höhenstrahlung läßt eine ungeheure Fülle von Einzelheiten außer acht; im übrigen ist

noch sehr vieles ungeklärt. Über spezielle Einzelheiten wie Intensitätsschwankungen periodischer und aperiodischer Art, Richtung der Strahlung, Abhängigkeit von geomagnetischen, meteorologischen und kosmischen Faktoren, Übergangseffekte usf. vgl. die zusammenfassenden Darstellungen:

Regener, Naturwiss. **25**, 1, 1937; Blackett, J. Roy. Soc. Arts **85**, 893, 1937; Miehlnickel, Höhenstrahlung. Dresden 1938; Euler u. Heisenberg, Theoretische Gesichtspunkte zur Deutung d. kosmischen Strahlung, Ergebn. exakt. Naturwiss. **17**, 1, 1938; Steinmaurer, Ergebn. kosm. Phys. **3**, 38, 1938; Juilfs, ETZ **59**, 1053, 1938; Eugster u. Heß, Weltraumstrahlung. Zürich 1940; Pyrkosch, Z. phys. u. chem. Unterricht **54**, 53, 115, 1941.

Die einzige Wirkung, vermöge deren die Höhenstrahlung der Meßtechnik zugänglich wird, ist die von ihr hervorgerufene Ionisation. Im Prinzip benutzt man die gleichen Nachweismethoden wie in der allgemeinen Kernphysik (S. 457ff.), wobei jedoch die Kleinheit der Wirkung besondere Maßnahmen erfordert.

2. Messung der Ionisierungsstärke

A. Allgemeines

a) Ionisierungsstärke als Maß der Strahlungsintensität. In der Ionisationskammer wird die Zahl der insgesamt von allen Anteilen der Ultrastrahlung gebildeten Ionenpaare durch den Ionisationsstrom gemessen. Die beobachtete Ionisierungsstärke q (S. 340) ist ein Maß für die absorbierte Energie und somit auch ein relatives Maß der Strahlungsintensität. Die Ionisationskammer wird benutzt, um die Abhängigkeit der Intensität von der Höhe über dem Meeresspiegel und von der geomagnetischen Breite zu untersuchen, um Schwankungen und eventuelle Periodizitäten festzustellen und um die Härte, d. h. den Schwächungskoeffizienten zu ermitteln. Je nach dem Verwendungszweck werden die Kammern, die im Prinzip vom Aussehen der Abb. 240 und 241 auf S. 345 sind, entsprechend umgestaltet (vgl. darüber weiter unten). Um vergleichbare Werte der Ionisierungsstärke zu erhalten, reduziert man sie auf Luft von 0^0 und 760 mm Druck, d. h. auf die Einheit I.

Absolutwerte von q zu ermitteln, ist schwierig und erfordert eingehende empirische Untersuchungen über die Abhängigkeit der Ionisation von Wandmaterial, Wandstärke, Volumen, Gasart, Druck und Temperatur der Ionisationskammer. Diese Reduktionen sind häufig nur näherungsweise möglich.

Näheres darüber vgl. Miehlnickel, Die Höhenstrahlung, Kap. VIIa; dort auch weitere Literatur.

b) Gasfüllung der Kammer. Die durch die Höhenstrahlung hervorgerufene Ionisation ist sehr klein, einerseits wegen der geringen Zahl der einfallenden Strahlen und andererseits infolge deren großer Härte. Deshalb muß ein Füllgas verwendet werden, dessen Ionenausbeute möglichst groß ist, d. h. ein Gas großer Dichte und großer Ionenbeweglichkeit (S. 342). Geeignet sind Argon und Krypton; gereinigte Luft, Stickstoff und Kohlensäure werden auch verwendet. Um die Ionisation zu erhöhen, vergrößert man außerdem den Druck in der Kammer und das Volum. Das bringt den Nachteil eines Sättigungsdefizits mit sich und erfordert bei Absolutmessungen eine Extrapolation auf Sättigung (S. 345). Außerdem werden die Apparaturen unhandlich und dadurch für manche Zwecke (Messungen im Gelände, Aufstiege) ungeeignet. Ein Vorteil des hohen Drucks besteht in der Reduktion der durch die Kammerwände verursachten Restionisation (vgl. weiter unten).

c) Isolation. Die Kleinheit der Ionisationsströme erfordert ausgezeichnete Isolation (vgl. darüber S. 123); benutzt werden ausschließlich Bernstein und Quarz. Falls nach der Entlademethode gemessen wird (vgl. weiter unten), empfiehlt es sich, genau wie bei den Messungen schwacher γ-Strahlungen, die Meßelektroden längere Zeit vor der Messung auf das Betriebspotential aufzuladen, damit vor Beginn der Messung der Isolator durch Kriechströme den durch das Feld definierten Ladungszustand angenommen hat.

B. Störstrahlungen und Störeffekte

a) Terrestrische Strahlungen. Die Messung der Intensität der Höhenstrahlung erfordert eine weitgehende Beseitigung der Störstrahlungen, deren Einwirkung unter Umständen ein Vielfaches des zu beobachtenden Effektes beträgt. Diese Strahlungen radioaktiver Natur stammen aus dem Erdboden, der Luft, der Umgebung und der Apparatur selbst. Ihre Wirksamkeit hängt von den Meßbedingungen ab; während die drei erstgenannten Quellen bei genügender Kammerwandstärke nur durch ihre γ-Strahlung stören, ist bei der Störstrahlung aus der Kammerwandung selbst vor allem die α-Strahlung wegen ihrer großen differentialen Ionisation (S. 476) gefährlich. Die ersten drei Störquellen kann man durch starke Panzerung (mindestens 10 cm Blei) unwirksam machen. Die Panzerung bringt aber den Nachteil mit sich, daß einmal auch die Höhenstrahlung geschwächt wird, und daß weiterhin die Zusammensetzung der Strahlung geändert wird. Man kann die Panzerung umgehen durch Messung auf ausgedehnten Schneefeldern, Gletschern, großen Binnenseen und dem Meere. Bei der Panzerung muß man beachten, daß Beton- und Ziegelpanzer so stark aktiv sein können, daß die Abschirmung hinfällig wird. Von den Metallen eignen sich Zink, Eisen und Aluminium zur Herstellung von Panzern; Blei darf nur verwendet werden, wenn es sehr alt ist, da frisches Blei beträchtliche Mengen des Bleiisotops RaD (Tab. 70) enthalten kann, das infolge seiner relativ langen Halbwertszeit von 20 Jahren nur langsam abklingt. Störungsquellen infolge radioaktiver Verunreinigungen sind oft Anodenbatterien und Akkumulatoren. Es ist nicht einfach, die Ionisierungsstärke der Störstrahlung in ungepanzerten Apparaturen im Laboratorium wegen der vielfachen Störquellen, von denen man leicht die eine oder andere übersieht, unter 1 I herabzudrücken. Die Unterdrückung der vierten Störquelle, der Wandstrahlung der Ionisationskammer, erfordert weitestgehend inaktives Wandmaterial. Auch hierfür eignen sich Zink, Eisen, Aluminium, während Kupfer, Messing und Platin zu vermeiden sind. Natürlich hängt der Gehalt an radioaktiven Stoffen immer von der Vorgeschichte des Materials ab. Im übrigen ist in Hochdruckkammern der Einfluß des Wandmaterials weitgehend reduziert; die Reichweite der α-Strahlen wird entsprechend verkürzt, und die Ionenrekombination infolge der dichten Kolonnenionisation wird so wirksam, daß der Anteil der Apparaturstrahlung an der Gesamtionisation mit wachsendem Gasdruck stark abfällt.

b) Bestimmung der Restionisation. Bei Absolutmessungen der Ionisierungsstärke muß der Anteil der Apparatstrahlung (für jede Ionisationskammer gesondert) bestimmt werden. Das geschieht durch Messung im Bergwerk oder unter Wasser, wobei allerdings wegen der großen Härte der Primärstrahlung erhebliche Tiefen erforderlich sind. Radioaktive Gesteine, auch Kalium enthaltende, dürfen sich nicht in der Nachbarschaft befinden. In Hochdruck-

kammern erreicht man bei umsichtiger Vorbereitung des Wandmaterials „Restgänge" von nur noch 0,1 bis 0,2 *I*.

c) Barometereffekt. Bei der Untersuchung von räumlichen oder zeitlichen Schwankungen der Höhenstrahlung ist eine Korrektion wegen des „Barometereffekts" nötig. Änderung des Luftdrucks ergibt eine Änderung des Betrags der Schwächung durch die atmosphärischen Schichten und damit eine entsprechende spiegelbildliche Änderung der Ionisierungsstärke. Die Größe der Korrektion hängt von der Panzerung ab.

Bei einer Abschirmung durch 10 cm Blei beträgt im Meeresniveau die Änderung der Ionisierungsstärke etwa 1 bis 2% für eine Luftdruckänderung von 10 mm Hg; in 3000 m Höhe steigt der Effekt auf etwa 5%. Ohne Panzerung ist er erheblich größer und beträgt in 4000 m Höhe etwa 9% für 10 mm Druckänderung. Der Effekt ist seiner absoluten Größe nach nicht völlig konstant und hängt im besonderen auch noch von dem Öffnungswinkel des in der Apparatur zur Wirkung kommenden Strahlungskegels ab; er muß deshalb für jede Versuchsanordnung gesondert ermittelt werden. Aus längeren Meßreihen wird mit Hilfe der Korrelationsrechnung der sogenannte Barometerkoeffizient bestimmt und dann zur Umrechnung der beobachteten Intensitätswerte verwendet.

Über das Verfahren vgl. Corlin, Z. Phys. **50**, 808, 1928; Miehlnickel, Die Höhenstrahlung, S. 119 u. 140.

C. Strommessung

Zur Strommessung werden Elektrometer benutzt, vorwiegend Fadenelektrometer (Schlingenelektrometer) und Duantenelektrometer. Die ersteren sind einfacher zu handhaben, sind transportsicher und haben kleine Kapazitäten. Wesentlich empfindlicher sind die Duantenelektrometer, vor allem das Instrument von Hoffmann, die jedoch nur für stationäre Versuchseinrichtungen verwendet werden können (über Elektrometer vgl. S. 127). Gemessen wird nach der Entlade- oder der Aufladem ethode (S. 143). Die letztere ist angebracht, wenn empfindliche Meßinstrumente, gegebenenfalls mit Kompensation, verwendet werden sollen, also für ortsfeste Geräte.

Über die Ausführung der Strommessung, über die Bestimmung der Elektrometerkapazität bzw. der Ladungsempfindlichkeit und über Kompensationsmethoden vgl. S. 139ff. wie auch S. 197, Abschn. c.

D. Ausführungsformen der Meßgeräte

Den verschiedenartigen Umständen entsprechend, unter denen die Messung der Strahlungsintensität (d. h. also der Ionisierungsstärke) vorzunehmen ist, hat sich eine weitgehende Verschiedenartigkeit im Bau und in der Einrichtung der Apparaturen ergeben. Sie lassen sich in vier Standardtypen einteilen.

a) Universalinstrumente. Diese Instrumente sind für Messungen im Gelände und Bergwerk, für Aufstiege im Flugzeug und Luftballon bestimmt. Sie müssen leicht zu transportieren sein; deshalb sind die Ionisationskammern nicht sehr groß gehalten (einige Liter Inhalt) und auf normalen oder mäßig hohen Druck eingerichtet. Sie enthalten Fadenelektrometer, deren einfache Systeme innen direkt an dem in die Kammer hereinragenden Mikroskopobjektiv isoliert befestigt sind, und deren Entladung gemessen wird. Die Aufladung geschieht durch Ladesonden, die von außen elektromagnetisch betätigt werden. Die Kapazitäten sind klein (0,2 bis 0,5 cm).

Beispiele: Kohlhörster, Phys. Z. **27**, 62, 1926; Millikan u. Cameron, Phys. Rev. **31**, 921, 1928; **37**, 235, 1931; Compton u. Hopfield, Rev. sci. instr. **4**, 491, 1933; Millikan u. Neher, Phys. Rev. **50**, 16, 1936.

b) Wasserversenk-Instrumente. Sie sind für Messungen in Wasser bis zu 250 m Tiefe bestimmt. Da die Strahlungsintensitäten in diesem Fall außerordentlich gering sind, haben die Kammern großes Volum und sind auf hohen Druck eingerichtet. Aus dem gleichen Grund werden die Instrumente bei großen Tiefen lange Zeit, unter Umständen tagelang, am Ort der Messung belassen. Die Fadenstellung der Elektrometer, die sich außerhalb der Ionisationskammer befinden, wird deshalb automatisch in gewissen Zeitabständen registriert, gegebenenfalls zusammen mit der Temperatur und der Tiefe des Instruments.

Beispiele: Regener, Z. Phys. **74**, 433, 1932; Benade, Phys. Rev. **42**, 290, 1932.

c) Pilotballon-Instrumente. Instrumente dieser Art werden für Messungen in sehr großen Höhen gebraucht. Da die Strahlungsintensität in diesem Fall sehr groß ist, genügt kleines Kammervolum und mäßiger Druck. Alles ist auf möglichste Gewichtsersparnis einzustellen. Die Fadenstellung des Elektrometers wird regelmäßig gleichzeitig mit der Temperatur und dem Druck registriert. Die außerordentliche Kälte erfordert besondere Vorkehrungen, z. B. Schutzkäfig, der als Treibhaus ausgebildet, oben mit Zellophan und unten mit Aluminiumfolie verkleidet ist, oder aber Verwendung von Meßinstrumenten, die temperaturunabhängig anzeigen.

Beispiele: Regener, Naturwiss. **20**, 695, 1932 u. Phys. Z. **34**, 306, 1932; Bowen u. Millikan, Phys. Rev. **43**, 695, 1933; Millikan u. Neher, Phys. Rev. **50**, 992, 1936.

d) Hochdruckpräzisions-Instrumente. Diese werden für lange Meßreihen im Laboratorium verwendet. Sie enthalten Hochdruckkammern (bis zu 60 Atmosphären Überdruck) großen Volums und empfindliche Meßinstrumente. Die Elektrometerströme werden kompensiert. Die Meßgenauigkeit ist sehr hoch.

Beispiele: Compton u. Mitarbeiter, Rev. sci. instr. **5**, 415, 1934; Hoffmann, Gerlands Beitr. **20**, 12, 1928; Hoffmann u. Pforte, Phys. Z. **31**, 347, 1930; Steinke, Z. Phys. **42**, 570, 1927; **48**, 647, 1928; **30**, 767, 1929; **64**, 48, 1930; Boggild, Naturw. **23**, 372, 1935; Clay, Physica **1**, 363, 1934; **4**, 121, 1937; Strauß, Z. Phys. **100**, 237, 1936; Wäffler, Helv. Phys. Acta **14**, 215, 1941.

3. Beobachtung und Anwendungen von Zählrohr-Koinzidenzen

A. Zählrohr und Zählrohr-Koinzidenzen

a) Allgemeines. Das Zählrohr von Geiger und Müller (Herstellung, Wirkungsweise und Schaltung vgl. S. 464) hat sich als ein äußerst nützliches und einfach zu handhabendes Hilfsmittel in der Erforschung der Höhenstrahlung erwiesen. Im Zählrohr wird die Zahl der es durchsetzenden oder in ihm ausgelösten geladenen korpuskularen Teilchen gemessen, und zwar unabhängig von ihrer Art. Im Gegensatz zur Ionisationskammer sind die Angaben des Zählrohres richtungsabhängig, d. h. die Zahl der von ihm registrierten Strahlen hängt von der Orientierung in bezug auf den zu untersuchenden Strahlenkegel ab. In der gleichen Weise wie bei den Messungen der Ionisierungsstärke sind auch bei diesem Instrument Vorkehrungen gegen Störstrahlungen zu treffen; insbesondere muß die Wand des Rohres frei sein von radioaktiven Verunreinigungen.

Seinen besonderen Wert erhält das Zählrohr durch die Tatsache, daß die Höhenstrahlung imstande ist, Koinzidenzen auszulösen. Darunter versteht man das gleichzeitige Ansprechen mehrerer Zählrohre durch ein einziges Teil-

chen der Strahlung, welches jene hintereinander durchsetzt. Diese Koinzidenzfähigkeit der Höhenstrahlung ist ein Beweis dafür, daß sie geladene korpuskulare Teilchen enthält, und vor allem solche von sehr großem Durchdringungsvermögen. Die Teilchen radioaktiver Herkunft besitzen bei weitem nicht genügend Energie, um die Wände mehrerer Zählrohre zu durchlaufen. Benutzt man eine Schaltung, bei der nur die koinzidierenden Impulse der Zählrohre registriert werden, dann werden alle Störeffekte automatisch ausgeschaltet, de Nulleffekt wird stark verringert und bleibt auf zufällige Koinzidenzen beschränkt (über deren Ermittlung vgl. S. 479).

b) Koinzidenzzählung. Von den Anordnungen zur Zählung der Koinzidenzen sind die automatischen Verfahren unter Verwendung von Verstärkerröhren am bequemsten und zuverlässigsten. Die erste, von Bothe angegebene Methode zur Zählung von Zweifachkoinzidenzen verwendet eine Doppelgitterröhre, deren beide Gitter eine solche negative Vorspannung erhalten haben, daß der Anodenstrom nur dann einsetzt, wenn beide Gitter gleichzeitig eine hohe positive Spannung erhalten. Die Impulse der beiden Zählrohre werden gesondert verstärkt und auf je eines der beiden Gitter übertragen.

Einzelheiten vgl. Bothe, Z. Phys. **59**, 1, 1929.

Das von Rossi entwickelte Verfahren gestattet Koinzidenzen beliebig vieler Zählrohre zu registrieren und arbeitet vollkommen symmetrisch. Abb. 324 zeigt das Schaltungsschema für drei Zähler. Die Zählrohrimpulse werden über die Kopplungskondensatoren C_1, C_2 und C_3 (je gleich $10^{-4}\,\mu$F) auf die Gitter der drei Verstärkerröhren A, B und C übertragen. R_1, R_3 und R_5 sind die erforderlichen Zählrohr-Ableitwiderstände (von etwa $5 \cdot 10^9\,\Omega$); R_2, R_4 und R_6 sind die Gitter-Ableitwiderstände (je $8 \cdot 10^6\,\Omega$). Die drei Verstärkerrohre sind parallel geschaltet, der gemeinsame Anodenwiderstand R_7 ist ebenfalls $8 \cdot 10^6\,\Omega$ groß. Im Normalzustand ist die Spannung jedes Gitters gegenüber der Kathode null; wenn dagegen eines der Zählrohre anspricht, wird das Gitter des zugehörigen Verstärkerrohres negativ und damit der Anodenstrom in diesem Rohr unterbrochen. Da der Widerstand R_7 sehr groß ist gegenüber den inneren Widerständen von A, B und C, so liegt normalerweise der gesamte Abfall der Anodenspannung am Anodenwiderstand, d. h. das Potential der Anoden ist nahezu null. Das Gitter der Röhre D wird daher durch die Hilfsbatterie P negativ und der Anodenstrom der Röhre D gesperrt. Dieses Gitterpotential wird wenig geändert, wenn eines oder zwei der Zählrohre ansprechen, während es einen hohen Wert annimmt, wenn gleichzeitig alle drei Röhren A, B und C gesperrt sind, d. h. also im Falle einer Koinzidenz. Der dadurch bedingte starke Anstieg des Anodenstromes in D wird im Lautsprecher L hörbar; an Stelle von L kann auch ein Thyratronkreis mit automatischem Zählwerk (S. 466) angekoppelt werden.

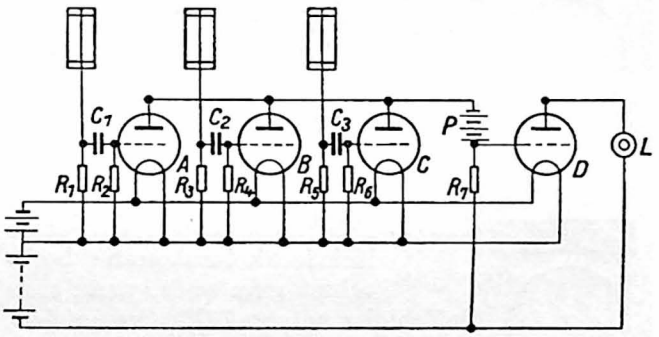
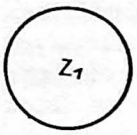


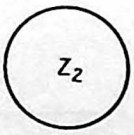
Abb. 324. Automatisches Verfahren zur Koinzidenzzählung nach Rossi

Einzelheiten vgl. Rossi, Nat. **125**, 636, 1930; Rossi, Ranzi u. de Benedetti, Ric. sci. **5**, 561, 1934. Andere Methoden vgl. Tuve, Phys. Rev. **35**, 651, 1930; Jacobsen, Nat. **128**, 674, 1931; Street und Johnson, Phys Rev.. **40**, 1048, 1932; Fussell u. Johnson, J. Franklin-Inst. **217**, 517, 1934; Kikuchi u. Aoki, Sci. Pap. Tokyo **26**, 36, 1935; Einzelheiten ferner in der zusammenfassenden Darstellung von Maier-Leibnitz, Phys. Z. **43**, 333, 1942.

B. Anwendungen

a) Richtungs- und Härtemessungen. Der Vorteil der Koinzidenzmethode besteht darin, daß ein definiertes Strahlenbündel ausgeblendet wird und alle seitlichen Sekundärstrahlungen ausgeschaltet werden. Durch eine große Anzahl von Zählrohren („Höhenstrahlungsteleskop") kann man genaue Richtungsmessungen der Strahlung durchführen. Auch zu Härtemessungen sind Koinzidenzanordnungen besonders geeignet, weil der Absorber nahezu parallel durchsetzt wird. Mit einer solchen Anordnung, bei der sich der Absorber zwischen den Zählrohren befindet (Abb. 325), kann man z. B. im tiefen Bergwerk die Härte der allein übrigbleibenden durchdringenden Komponente bestimmen.





b) Aufnahme einer Rossi-Kurve. Ordnet man drei Zählrohre mit horizontalen Achsen in Form eines Dreiecks an (Abb. 326), so ereignet sich recht oft der Fall, daß alle drei Rohre gleichzeitig ansprechen. Solche Mehrfachkoinzidenzen beobachtet man auch, wenn man die Zahl der unteren Zählrohre auf drei, vier oder mehr vergrößert. Dieser Effekt kommt durch die gleichzeitige Emission von Tertiärteilchen zustande („Schauer"). Diese Mehrfachkoinzidenzen nehmen nun beträchtlich zu, wenn man oberhalb des oberen Zählrohrs schwere Absorber (z. B. Blei) wachsender Dicke anbringt. Abb. 327 zeigt die sich ergebende Abhängigkeit der Zahl der Koinzidenzen von der Dicke des Bleiabsorbers („Rossi-Kurve"). Diese unter vielfältiger Änderung der Versuchsbedingungen außerordentlich oft gemessene Funktion, die übrigens noch ein weiteres Maximum bei sehr großen Bleidicken aufweist, spielt eine große Rolle in der Deutung der Sekundärvorgänge.

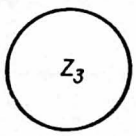
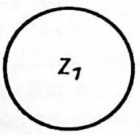
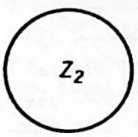


Abb. 325. Koinzidenzanordnung zur Absorptionsmessung





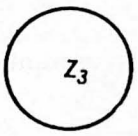


Abb. 326. Koinzidenzanordnung von Zählrohren zur Aufnahme einer Rossi-Kurve

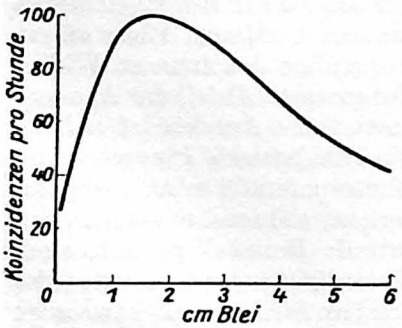


Abb. 327. Verlauf der Rossi-Kurve

c) Steuerung von Wilson-Kammern. Die in einem starken Magnetfeld angeordnete Wilson-Kammer (S. 469 und weiter unten) wird

zur Untersuchung der Natur und Energie der in und mit der Höhenstrahlung auftretenden Korpuskeln verwendet. Ein Nachteil einer solchen Anordnung ist die geringe Ausbeute; die Zahl der Teilchenbahnen, die man auf den Aufnahmen vorfindet, wird vom Zufall bestimmt. Im Durchschnitt enthält nur etwa jede 20. Aufnahme eine Bahnspur. Diese Ausbeute läßt sich um das rund 16fache steigern, wenn man die Expansionen der Kammer durch Koinzidenzen steuert. Man bringt zu diesem Zweck die Kammer zwischen zwei Zählrohre in vertikaler Aufstellung (Abb. 328). Ein Teilchen, das beid Zählrohre durchlaufen hat, muß auch die Nebelkammer durchsetzt haben. Verwendet man also den vom Koinzidenzverstärker übermittelten Impuls zur Auslösung der Kammer, dann muß die Ionenspur des eben hindurchpassierten Teilchens gerade noch erfaßt werden.

Einzelheiten vgl. unter Abschn. 4 A a.

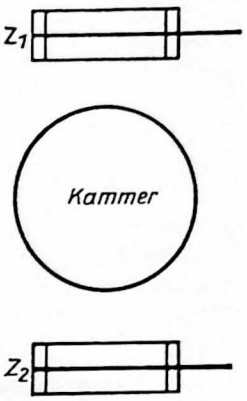


Abb. 328. Räumliche Anordnung von Zählrohren und Kammer bei der Steuerung durch Koinzidenzen

4. Untersuchung der Einzelteilchen in der Strahlung

A. Beobachtung in der Wilson-Kammer

a) Allgemeines. Die Bahnspuren von geladenen Korpuskeln, die eine Nebelkammer passiert haben (S. 469), liefern Aufschlüsse über die Natur und das Schicksal dieser beobachteten einzelnen Teilchen, insbesondere dann, wenn die Kammer in einem Magnetfeld angeordnet ist. Die vollständige Analyse der Spuren von den in der Höhenstrahlung enthaltenen Korpuskeln wird allerdings dadurch erschwert oder sogar unmöglich gemacht, daß bei sehr schnellen Teilchen die Ruhenergie (Masse) gegenüber der kinetischen Energie unerheblich wird; damit werden charakteristische Unterschiede im Verhalten der Teilchen verwischt. Deshalb sind zwingende Aussagen über die Masse der Teilchen (z. B. über die des Mesons) nur möglich, wenn die zugehörige Bahn in der Kammer endet, oder wenn zumindest das Teilchen bereits sehr stark abgebremst ist. Das sind indessen sehr seltene Ereignisse.

Wird die Kammer durch Zählrohr-Koinzidenzen gesteuert (vgl. oben), dann kann die Schärfe der Bahnspur beeinträchtigt werden. Da diese durch die Diffusion der Ionen schnell verwaschen wird, darf das Zeitintervall zwischen Durchgang des Teilchens und Ende der Expansion $\frac{1}{100}$ s nicht überschreiten. Alle an der Auslösung der Expansion mechanisch mitwirkenden Bewegungen müssen deshalb mit großer Beschleunigung einsetzen; das erfordert kleine Massen und hohe Federspannungen. Die Auslösung kann nach Blackett und Ochialini derart vorgenommen werden, daß sowohl in der Kammer wie unter dem die Expansion bewirkenden Kolben sich hoher Überdruck befindet, und daß durch ein von einer starken Feder geöffnetes Ventil der Raum unter dem Kolben plötzlich mit der Außenluft in Verbindung gesetzt wird. Die Betätigung der Feder wird im Zustand der Aufnahmebereitschaft der Kammer durch einen Elektromagneten verhindert, der durch ein parallel geschaltetes Thyratron, dessen Gitter die Koinzidenzimpulse aufnimmt, bei einer Koinzidenz kurzgeschlossen wird. Die Spurbreite solcher Aufnahmen beträgt 0,5 mm, steht also an Schärfe den üblichen Wilson-Aufnahmen nicht oder nur wenig nach.

Über Einzelheiten und ähnliche Lösungen vgl. Blackett u. Ochialini, Nat. **130**, 363, 1932 u. Proc. Roy. Soc. **139**, 699, 1933; Blackett, Proc. Roy. Soc. **146**, 281, 1934; Johnson, Fleiscer u. Street, Phys. Rev. **40**, 1048, 1932; Auger u. Ehrenfest, J. Phys. Rad. **6**, 255, 1935; Schutt, Phys. Rev. **57**, 554, 1940.

b) Vorzeichen der Ladung. Die Entscheidung über das Vorzeichen der Ladung ist mit dem Sinn der magnetischen Ablenkung gegeben, sofern man weiß, in welcher Richtung die Bahn durchlaufen wurde. Diese letztere Frage kann man nach Anderson durch einen Kunstgriff entscheiden, indem man eine Absorberplatte quer durch die Kammer anordnet. Infolge der Bremsung im Absorber muß die Bahnkrümmung nach dem Durchlaufen der Platte stärker geworden sein; die Strahlrichtung verläuft also von der schwächeren zur stärkeren Krümmung.

c) Messung der Energie. Ein transversales Magnetfeld der Stärke H zwingt (S. 369) ein Teilchen der Ladung e, das den Impuls $p = m \cdot v$ besitzt, in eine Kreisbahn, deren Krümmungsradius durch die Beziehung

$$p = e \cdot H \cdot \varrho \tag{1}$$

gegeben ist. Bei bekannter Ladung und Masse kann man also durch eine Messung von $H \cdot \varrho$ die Geschwindigkeit und damit die kinetische Energie ermitteln. In einem Geschwindigkeitsbereich, in dem die Masse m noch als konstant und gleich der Ruhmasse m_0 angesehen werden kann, verhalten sich bei gleicher Ladung und gleicher kinetischer Energie E, da $p = \sqrt{2m \cdot E}$ ist, die Krümmungsradien wie die Wurzeln aus den Massen; die Ablenkung ist also charakteristisch für jede Teilchenart. Bei sehr großen Geschwindigkeiten, wenn die kinetische Energie $E = \sqrt{(m_0 \cdot c^2)^2 + (p \cdot c)^2} - m_0 \cdot c^2$ groß gegen die Ruhenergie $m_0 \cdot c^2$ wird, ist $p \cdot c$ praktisch gleich E. Dann wird also die Ablenkung unabhängig von der Ruhmasse; bei gleicher Energie besitzen alle Teilchen beliebiger Art gleiche Ablenkung.

Die Teilchen der Höhenstrahlung sind, wie man begründeterweise annimmt, durchweg nur einfach geladen. Mißt man die kinetische Energie E und die Ruhenergie $E_0 = m_0 \cdot c^2$ in den in der Korpuskularphysik üblichen Einheiten eV (S. 370), so erhält man aus Gl. (1)

$$H \cdot \varrho = \frac{1}{300} \cdot \sqrt{E\,(E + 2E_0)} \qquad \text{und für } E \gg E_0$$
$$= \frac{1}{300} \cdot E\,.$$

Um eine merkliche Ablenkung bei großen Energien zu erzielen, bedarf es gewaltiger Feldstärken (15 000—20 000 Oersted); Teilchen, deren Energie größer als 10^{10} eV ist, sind praktisch unablenkbar.

d) Messung des Energieverlustes. Die Wilson-Kammer ermöglicht weiterhin eine Bestimmung des Energieverlustes eines Teilchens je cm Wegstrecke. Dazu kann man einen nach Abschn. b angeordneten Absorber verwenden. Aber auch die Tröpfchendichte bzw. die Spurbreite der Bahn sind ein Maß für die abgegebene Energie. Die differentiale Ionisation, d. h. die je cm Bahnlänge gebildete Anzahl von Ionen (S. 476), hängt nur wenig von der Masse ab und ist im wesentlichen proportional $1/v^2$. Bei gleicher kinetischer Energie verhalten sich also die Dichten der Bahnspuren in roher Näherung wie die Massen. Die Tröpfchendichte ist dementsprechend ein markantes Kennzeichen für die

Teilchenart. Indessen verschwinden auch hierbei die Unterschiede bei großen Energien. Von $E = 10^9$ eV ab kann man die Bahn eines Protons von der eines Elektrons nicht mehr unterscheiden.

c) Anwendung auf die Bestimmung der Teilchenart. Durch eine Kombination der Ablenkungsbestimmung mit der Bestimmung der Ionisationsdichte ($m \cdot v$ bzw. $1/v^2$) kann man die Massenkategorie des hindurchgegangenen Teilchens ermitteln. Auf diese Weise konnte von Anderson zwingend die Existenz von Elektronen positiver Ladung (Positronen) bewiesen werden. Neuerdings wurde die Existenz des Mesons, des Teilchens mit einer Masse zwischen der des Elektrons und der des Protons, gefolgert aus dem widersprechenden Verhalten durchdringender Teilchen im Energiegebiet von $2 \cdot 10^8$ bis $0{,}5 \cdot 10^9$ eV; sie ionisieren schwächer als Protonen, haben aber auch einen Bremsverlust, der von dem des Elektrons im Sinne einer größeren Masse abweicht. Um diese in Frage stehende Masse zu ermitteln, ist man auf Spuren von Mesonen angewiesen, die bereits stark abgebremst sind.

Über Einzelheiten hinsichtlich der genannten Methoden beim Nachweis der Teilchenart vgl. Skobelzyn, Z. Phys. **43**, 354, 1927 u. **54**, 686, 1929; Anderson, Phys. Rev. **43**, 491, 1933; **44**, 406, 1933; Kunze, Z. Phys. **80**, 559, 1933; **83**, 1, 1933. Über den Nachweis der Existenz des Mesons vgl. Euler u. Heisenberg, Theoretische Gesichtspunkte zur Deutung d. kosmischen Strahlung, Ergebn. exakt. Naturwiss. **17**, 1, 1938; dort auch weitere Literatur.

B. Beobachtung schwerer Partikel in der Schicht photographischer Platten

a) Allgemeines. Wenn Schichten photographischer Platten von schnellen schweren Korpuskeln durchsetzt werden, entstehen Bahnspuren, die als perlschnurähnliche Gebilde unter dem Mikroskop wahrgenommen werden können (S. 460). Die Teilchen durchdringen auf ihrem Weg die Bromsilberkörner und machen sie entwickelbar. Die Methode war ursprünglich nur auf die stark ionisierenden α-Teilchen beschränkt; seit einiger Zeit ist es möglich, auch Protonen von einer Energie von 10^6 eV ab aufwärts damit nachzuweisen. Die Schichten müssen feinkörnig und kornreich sein und werden 70—100 μ dick gegossen. Besonders geeignet sind Spezialplatten von der Agfa („K") und von Ilford. Die Energiebestimmung der Teilchen erfolgt durch Ausmessung der Reichweite, sofern die Bahn vollständig in der Schicht verläuft, bzw. durch Ermittlung der Korndichte, d. h. der Körnerzahl pro Längeneinheit, als Funktion der Restreichweite. Zur Eichung dienen die Bahnen von α-Teilchen aus Samariumlösungen, mit denen die Platten getränkt werden, oder die Bahnen von Umwandlungsprotonen definierter Energie.

Wilkins, Journ. appl. Phys. **11**, 35, 1940.

b) Beobachtung von Zertrümmerungsprotonen. Setzt man derartige Platten gut verschlossen einige Monate der Einwirkung der Höhenstrahlen aus, so beobachtet man „Sterne" von vielen Bahnen, die alle von einem Punkt ausgehen. Sie rühren von Protonen her, deren Energieverteilung ein Maximum bei der unteren Beobachtungsgrenze (10^6 eV) zeigt. Es werden aber auch Protonen bis zu $90 \cdot 10^6$ eV festgestellt. Die Zahl der beobachteten Zertrümmerungssterne nimmt stark mit der Höhe zu.

Schopper, Natur. **25**, 557, 1937; Taylor, Fraser u. Dabholkar, Nat. **141**, 472, 1938; Filippov, Gdanow u. Gurevich, C. R. Moskau **18**, 181, 1938; Wambacher, Phys. Z. **39**, 883, 1938.

Tabellen

1. Reduktion einer mit Messinggewichten (Dichte 8,4 g/cm³) in Luft (Dichte 0,00120 g/cm³) ausgeführten Wägung auf den leeren Raum

ϱ	k	ϱ	k	ϱ	k
0,6	+ 1,86	2,0	+ 0,457	9	— 0,010
0,7	1,57	2,5	0,337	10	— 0,023
0,8	1,36	3,0	0,257	11	— 0,034
0,9	1,19	3,5	0,200	12	— 0,043
1,0	1,06	4,0	0,157	13	— 0,051
1,1	0,95	4,5	0,124	14	— 0,057
1,2	0,86	5,0	0,097	15	— 0,063
1,3	0,78	5,5	0,075	16	— 0,068
1,4	0,71	6,0	0,057	17	— 0,072
1,5	0,66	6,5	0,042	18	— 0,076
1,6	0,61	7,0	0,029	19	— 0,080
1,7	0,56	7,5	0,017	20	— 0,083
1,8	0,52	8,0	+ 0,007	21	— 0,086
1,9	+ 0,49	8,5	— 0,002	22	— 0,088

$$k = 1{,}20\left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{8{,}4}\right)$$

Wiegt ein Körper von der Dichte ϱ in der Luft m Gramm, so sind mk Milligramm hinzuzufügen, um die Wägung auf den leeren Raum zu reduzieren.

2. Dichte fester und flüssiger Stoffe in g/cm³

(Vgl. auch Tab. 65 u. 66)

Achat	2,5—2,8	Holz (trocken)		Salpeter (Kali-)	1,95—2,1
Anthrazit	1,4—1,7	Eben-	1,2	Sandstein	1,9—2,7
Asbest	2,1—2,8	Buchen-	0,7	Schafwolle,	
Asbestpappe	1,2	Eichen-	0,7—1,0	trocken	1,32
Asphalt	1,1—1,5	Mahagoni-	0,7	Schamottestein	1,9—2,2
Bakalit	1,3	Tannen-	0,4	Schiefer	2,7—2,8
Baumwolle,		Holzkohle	0,5	Schmirgel	4,0
trocken	1,5	luftfrei	1,4—1,5	Seide, roh	1,56
Bernstein	1,0—1,1	Kalk, gebrannt	0,9—1,3	Sinterkorund	3,7
Beton	1,8—2,5	gelöscht	1,1—1,3	Speckstein	2,6—2,8
Bimsstein	0,4—0,9	Kalkmörtel,		Steinkohle	1,2—1,5
Bleiglätte,		trocken	1,6	Steinsalz	2,28—2,41
künstlich	9,3—9,4	frisch	1,8	Talg	0,90—0,97
natürlich	7,8—8,0	Kalkspat	2,6—2,8	Ton	1,8—2,6
Braunkohle	1,2—1,5	Kaolin	2,2	Wachs	0,95—0,98
Braunstein	3,7—4,6	Kautschuk	0,92—0,96	Zelluloid	1,4
Diamant	3,5—3,6	Knochen	1,7—2,0	Zement	1,2—2,3
Ebonit	1,2	Kokosnußkohle	1,8	Ziegel	1,4—1,8
Eis bei 0°	0,92	Kolophonium	1,07	K_2SO_4	2,65
Elfenbein	1,8—1,9	Kork	0,20—0,35	KOH	2,0
Erde	1,3—2,0	Kreide	1,8—2,6	Na_2SO_4, $10H_2O$	1,46
Fette	0,92—0,94	Leder, gefettet	1,02	Na_2CO_3, $10H_2O$	1,46
Gips, gebrannt	1,81	trocken	0,86	$BaCl_2$	3,85
gegossen	0,97	Linoleum	1,2	$SrCl_2$	3,05
Glas	2,4—2,6	Magnesia	3,2	NH_4Cl	1,52
Flint-	3,6—4,7	Manganin	8,4	AgCl	5,55
Blei-	2,6—4,2	Marmor	2,0—2,8	$MgSO_4$, $7H_2O$	1,68
Glimmer	2,6—3,2	Mennige	8,6—9,1	$ZnSO_4$, $7H_2O$	2,01
Granit	2,5—3,1	Mikanit	2,5	$CuSO_4$, $5H_2O$	2,27
Graphit	1,9—2,3	Öle	0,92—0,94		
Gummi-		Papier	0,7—1,2	Flüssige Gase bei 18° unter Sättigungsdruck (vgl. Tab. 34)	
fabrikate	1,0—2,0	Paraffin	0,87—0,91		
Hartpapier	1,3—1,4	Pech	1,07—1,10	CO_2	0,786
Harz	1,07	Preßkohle	1,25	NH_3	0,614
		Preßmasse	1,3—1,9	SO_2	1,388

3. Dichte des Wassers in g/cm³

beim Luftdruck von 1 Atm.

und

Volum V eines Glasgefäßes bei 18°,

dessen Wasserinhalt, bei $t°$ mit Messinggewichten in Luft von der Dichte 0,001 20 g/cm³ gewogen, 1 g beträgt, in cm³.

Ausdehnungskoeffizient des Glases $= \frac{1}{40\,000}$ gesetzt.

t	Dichte g/cm³	Differenz $\cdot 10^6$	Glas-Volum V cm³	Differenz $\cdot 10^5$
0°	0,999 840		1,001 67	
		+ 59		— 8
1	0,999 899		1,001 59	
		+ 41		— 7
2	0,999 940		1,001 52	
		+ 24		— 5
3	0,999 964		1,001 47	
		+ 8		— 3
4	0,999 972		1,001 44	
		— 8		— 2
5	0,999 964		1,001 42	
		— 24		± 0
6	0,999 940		1,001 42	
		— 39		+ 1
7	0,999 901		1,001 43	
		— 53		+ 3
8	0,999 848		1,001 46	
		— 67		+ 4
9	0,999 781		1,001 50	
		— 81		+ 6
10	0,999 700		1,001 56	
		— 95		+ 7
11	0,999 605		1,001 63	
		— 108		+ 8
12	0,999 497		1,001 71	
		— 121		+ 10
13	0,999 376		1,001 81	
		— 133		+ 11
14	0,999 243		1,001 92	
		— 145		+ 12
15	0,999 098		1,002 04	
		— 156		+ 13
16	0,998 942		1,002 17	
		— 168		+ 15
17	0,998 774		1,002 32	
		— 179		+ 15
18	0,998 595		1,002 47	
		— 190		+ 17
19	0,998 405		1,002 64	
		— 201		+ 17
20	0,998 204		1,002 81	
		— 211		+ 19
21	0,997 993		1,003 00	
		— 222		+ 20
22	0,997 771		1,003 20	
		— 232		+ 21
23	0,997 539		1,003 41	
		— 241		+ 22
24	0,997 298		1,003 63	
		— 252		+ 23
25	0,997 046		1,003 86	
		— 261		+ 23
26	0,996 785		1,004 09	
		— 271		+ 25
27	0,996 514		1,004 34	
		— 280		+ 26
28	0,996 234		1,004 60	
		— 289		+ 27
29	0,995 945		1,004 87	
		— 297		+ 27
30	0,995 648		1,005 14	

4. Volum von 1 g Wasser in cm³

bis 100° beim Luftdruck von 1 Atm., darüber beim Sättigungsdruck

Vgl. Wärmetechnische Richtwerte der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Berlin 1938.

t	cm³/g	Zunahme auf 1° 10^5
0°	1,000 16	
4	1,000 03	
10	1,000 30	12
15	1,000 90	18
20	1,001 80	23
25	1,002 96	28
30	1,004 37	33
35	1,006 01	37
40	1,007 85	41
45	1,009 88	44
50	1,012 10	48
55	1,014 51	51
60	1,017 08	55
65	1,019 82	58
70	1,022 73	61
75	1,025 79	65
80	1,029 02	68
85	1,032 40	71
90	1,035 93	74
95	1,039 62	76
99	1,042 68	78
100	1,043 46	79
101	1,044 25	79
102	1,045 04	

110°	1,0515	270°	1,3023
120	1,0603	280	1,3321
130	1,0697	290	1,3655
140	1,0798	300	1,4036
150	1,0906	310	1,448
160	1,1021	320	1,499
170	1,1144	330	1,562
180	1,1275	340	1,641
190	1,1415	350	1,747
200	1,1565	360	1,907
210	1,1726	370	2,23
220	1,1900	371	2,30
230	1,2088	372	2,38
240	1,2291	373	2,50
250	1,2512	374	2,79
260	1,2755		

5. Dichte wäßriger Lösungen von 18° in g/cm³

Der Prozentgehalt bedeutet die in 100 Gewichtsteilen der Lösung enthaltenen Gewichtsteile der wasserfreien Verbindung.

%	KOH	KCl	KBr	KJ	KNO_3	K_2SO_4	K_2CO_3	$K_2Cr_2O_7$	%
0	0,999	0,9986	0,9986	0,9986	0,9986	0,9986	0,9986	0,999	0
10	1,091	1,0638	1,0745	1,0766	1,0632	1,0823	1,0910	1,071	10
20	1,188	1,1335	1,1608	1,1668	1,133		1,191		20
30	1,290		1,260	1,272			1,299		30
40	1,399		1,365	1,397			1,415		40
50	1,51			1,547			1,541		50
60				1,731					60

%	NH_3	NH_4Cl	NaOH	NaCl	$NaNO_3$	NaAcet.	Na_2CO_3	LiCl	%
0	0,999	0,9986	0,9986	0,9986	0,9986	0,999	0,999	0,9986	0
10	0,958	1,0291	1,1098	1,0714	1,0681	1,050	1,104	1,0565	10
20	0,924	1,0573	1,2202	1,1487	1,144	1,103	1,216	1,1156	20
30	0,893		1,3290		1,227	1,160		1,180	30
40			1,4314		1,319			1,255	40
50			1,5268		1,42				50

%	$BaCl_2$	$SrCl_2$	$CaCl_2$	$MgCl_2$	$MgSO_4$	$ZnSO_4$	$CdSO_4$	$CuSO_4$	%
0	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,9986	0,999	0
10	1,093	1,093	1,084	1,082	1,104	1,108	1,1023	1,108	10
20	1,204	1,202	1,178	1,171	1,220	1,234	1,2243	1,23*	20
30		1,328	1,283	1,270		1,383	1,3714	* übersättigt	30
40			1,397						40

%	$AgNO_3$	PbAcet.$_2$	HCl	HNO_3	H_2SO_4	H_3PO_4	Alkohol	Zucker	%
0	0,9986	0,999	0,9986	0,999	0,9986	0,999	0,9986	0,9986	0
10	1,0888	1,077	1,0482	1,055	1,0669	1,054	0,9824	1,0386	10
20	1,1952	1,163	1,0989	1,116	1,1406	1,114	0,9696	1,0815	20
30	1,3213	1,271	1,1508	1,182	1,2199	1,181	0,9551	1,1277	30
40	1,476	1,399	1,199	1,28	1,3043	1,255	0,9367	1,1773	40
50	1,672			1,312	1,397	1,336	0,9155	1,2304	50
60	1,918			1,369	1,500	1,427	0,8928	1,2874	60
70				1,416	1,612	1,527	0,8693	1,3482*	70
80				1,455	1,729		0,8452	* übersättigt	80
90				1,486	1,817		0,8197		90
100				1,516	1,833		0,7911		100

6. Ausdehnungskoeffizient wäßriger Lösungen von 18°

Die Zahlen geben $10^5 \cdot \frac{1}{v}\frac{dv}{dt}$

	0%	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100%
KCl.....	19	22	27	48								
NaCl....	19	28	36	48								
LiCl.....	19	20	22	25	27	30						
KNO_3...	19	24	32	42								
$NaNO_3$..	19	28	36	54	63	72						
$LiNO_3$...	19	26	33									
K_2SO_4...	19	25	32									
Na_2SO_4..	19	28	36									
$MgSO_4$..	19	21	25	29								
H_2SO_4...	19	30	40	60	70	74	78	82	92	102	107	103
Alkohol .	19	18	23	42	64	79	86	92	98	103	107	104
Zucker ..	19	20	21	25	29	32	35	37	39			

7. Löslichkeit in Wasser

Als Bodenkörper gilt die bei der Temperatur stabile Kristallform

In 100 Gewichtsteilen Wasser sind im Sättigungszustande gelöst Gewichtsteile wasserfreien Salzes:

Bei der Temp. 0°		18°	100°	Bei der Temp. 0°		18°	100°
KCl.....	28	34	56	$CaCl_2$.....	50	71	155
KJ	128	142	209	$CaSO_4$.....	0,18	0,202	0,17
$KClO_3$.....	3	6,9	56	$MgCl_2$	52	56	—
KNO_3.....	13	29	250	$MgSO_4$	27	35	74
K_2SO_4.....	8	10,5	24	$ZnCl_2$	210	360	610
$K_2Cr_2O_7$...	5	11	94	$ZnSO_4$	43	51	95
K_2CO_3.....	89	111	156				
				$CdSO_4$	75	76	61
NH_4Cl	28	36	73	$CuSO_4$	18	23	75
NaCl.....	35,5	36,0	39,6	$NiSO_4$.....	29	35	—
$NaNO_3$....	73	86	180	$AgNO_3$....	122	220	900
$NaClO_3$....	82	98	204	$Pb(NO_3)_2$..	40	51	126
Na_2CO_3....	7	20	45	Hg_2SO_4 ...	—	0,05	—
LiCl.....	64	79	130	$BaSO_4$	$0,0_317$	$0,0_323$	—
Li_2CO_3	1,5	1,3	0,8	BaC_2O_4....	0,005	0,008	—
TlCl.....	—	0,304	—	CaC_2O_4....	$0,0_340$	$0,0_355$	—
$BaCl_2$	31	35	59	AgCl	$0,0_306$	$0,0_313$	—
$SrCl_2$.....	44	52	102	Rohrzucker	179	201	490

8. Dichte und elektrisches Leitvermögen wäßriger Normallösungen von 1 g-Äqu./Liter bei 18°

A Äquivalentgewicht (O = 16,00) oder Konzentration in g/Liter der Lösung (zugrunde liegen die Atomgewichte für 1941);
p Prozentgehalt in 100 Gewichtsteilen der Lösung;
ϱ Dichte und $\frac{d\varrho}{dt}$ thermische Dichteänderung
$\varkappa_{18}$ Leitvermögen und $\left(\frac{1}{\varkappa}\cdot\frac{d\varkappa}{dt}\right)$ dessen Temp.-Koeffizient } bei 18° C;
Λ_{18} Äquivalentleitvermögen bei 18°;
n Überführungszahl des Anions.

	A	p	ϱ	$-\frac{d\varrho}{dt}$	$\varkappa_{18} = 10^{-3}\Lambda_{18}$	$\left(\frac{1}{\varkappa}\frac{d\varkappa}{dt}\right)$	n
KOH	56,10	5,354	1,048	0,00030	0,184	0,0186	0,74
KCl.....	74,55	7,135	1,0449	27	,0983	193	0,51
KBr	119,01	11,00	1,0813	29	,103	190	0,51
KJ	166,02	14,844	1,1187	33	,1036	190	0,51
KSCN	97,17	9,293	1,0457		,0915	192	(0,5)
KF	58,10	5,548	1,0472	25	,0759	—	(0,4)
KNO_3.....	101,10	9,536	1,0602	33	,0804	200	0,49
$KC_2H_3O_2$ ...	98,14	9,376	1,0468		,0634	215	0,33
$\frac{1}{2}K_2SO_4$	87,13	8,174	1,0660	29	,0716	205	0,50
$\frac{1}{2}K_2CO_3$.....	69,10	6,533	1,0577	27	,0707	215	0,43
$\frac{1}{2}K_2C_2O_4$.....	83,11	7,857	1,0577	29	,0736	205	(0,45)
NH_4Cl	53,50	5,269	1,0153	24	,0970	194	0,51
NaOH	40,01	3,838	1,0417	31	,1573	199	0,83
NaCl.....	58,45	5,624	1,0391	28	,0744	212	0,64
$NaNO_3$.....	85,01	8,062	1,0543	35	,0658	215	0,61
$NaC_2H_3O_2$..	82,00	7,896	1,040	22	,0412	250	0,42
$\frac{1}{2}Na_2SO_4$.....	71,03	6,698	1,0604	31	,0508	236	0,64
$\frac{1}{2}Na_2CO_3$.....	53,00	5,037	1,0514	29	,0454	246	0,55
LiCl	42,40	4,149	1,0226	22	,0632	220	0,74
$LiNO_3$.....	68,95	6,639	1,0384	28	,0607	—	(0,7)
$\frac{1}{2}Li_2SO_4$	54,97	5,262	1,0445	24	,0413	230	(0,7)
$\frac{1}{2}BaCl_2$	104,14	9,561	1,0891	31	,0701	205	0,64
$\frac{1}{2}SrCl_2$.....	79,27	7,427	1,0674	28	,0685	207	0,65
$\frac{1}{2}Sr(NO_3)_2$ ...	105,82	9,782	1,0819	33	,0521	220	(0,64)
$\frac{1}{2}CaCl_2$	55,50	5,318	1,0435	25	,0675	213	0,69
$\frac{1}{2}Ca(NO_3)_2$ ...	82,05	7,749	1,0587	32	,0553	215	0,63
$\frac{1}{2}MgCl_2$	47,62	4,588	1,0379	23	,0614	217	0,71
$\frac{1}{2}MgSO_4$.....	60,19	5,692	1,0574	26	,0289	225	0,7
$\frac{1}{2}CdSO_4$	104,24	9,501	1,0970	28	,0236	204	(0,7)
$\frac{1}{2}ZnCl_2$	68,15	6,442	1,0578		,0551	22	(0,7)
$\frac{1}{2}ZnSO_4$	80,72	7,480	1,0791	27	,0266	218	0,68
$\frac{1}{2}CuSO_4$	79,82	7,406	1,0777	28	,0258	216	0,70
$AgNO_3$.....	169,89	14,90	1,140		,0676	210	0,50
$\frac{1}{2}Pb(NO_3)_2$...	165,61	14,54	1,140		,0422	250	
HCl.....	36,46	3,587	1,0165		,300	159	0,16
HNO_3.....	63,02	6,104	1,0325	31	,299	151	0,17
$\frac{1}{2}H_2SO_4$.....	49,04	4,758	1,0307	30	,197	120	0,17
Zucker	342,3	30,31	1,1294	34			

9. Dichte der trockenen Luft in g/cm³

bei t^0 und dem Druck von p mm Hg (reduziert auf 0° und 45° Breite), berechnet nach der Formel $\frac{0{,}001\,293\,2}{1+0{,}003\,67\,t}\cdot\frac{p}{760}$.

Die Zahlen gelten für Zimmerluft vom Volumgehalt $\frac{6}{10000}$ an Kohlensäure; sie ändern sich auf $\pm\frac{1}{10000}$ des Gehaltes um $\pm\frac{1}{19000}$ ihres Wertes.

Bestandteile der freien atmosphärischen Luft

	N_2	O_2	A	CO_2	H_2	Ne	He	Kr	X
Vol.-Prozente	78,03	20,99	0,933	0,030	0,01	0,0018	0,000 5	0,0001	$0{,}0_59$
Gew.- „	75,47	23,20	1,28	0,046	0,001	0,0012	0,000 07	0,0003	$0{,}0_44$

t	p in mm Hg 700	710	720	730	740	750	760	770	780	P. P.
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	17
0°	1191	1208	1225	1242	1259	1276	1293	1310	1327	mm
1	1187	1204	1221	1238	1255	1272	1288	1305	1322	1 2
2	1182	1199	1216	1233	1250	1267	1284	1301	1318	2 3
3	1178	1195	1212	1229	1245	1262	1279	1296	1313	3 5
4	1174	1191	1207	1224	1241	1258	1274	1291	1308	4 7
										5 8
5	1170	1186	1203	1220	1236	1253	1270	1287	1303	6 10
6	1165	1182	1199	1215	1232	1249	1265	1282	1299	7 12
7	1161	1178	1194	1211	1228	1244	1261	1277	1294	8 14
8	1157	1174	1190	1207	1223	1240	1256	1273	1289	9 15
9	1153	1169	1186	1202	1219	1235	1252	1268	1285	
										16
10	1149	1165	1182	1198	1215	1231	1247	1264	1280	mm
11	1145	1161	1178	1194	1210	1227	1243	1259	1276	1 2
12	1141	1157	1173	1190	1206	1222	1239	1255	1271	2 3
13	1137	1153	1169	1186	1202	1218	1234	1251	1267	3 4
14	1133	1149	1165	1181	1198	1214	1230	1246	1262	4 6
										5 8
15	1129	1145	1161	1177	1193	1210	1226	1242	1258	6 10
16	1125	1141	1157	1173	1189	1205	1221	1238	1254	7 11
17	1121	1137	1153	1169	1185	1201	1217	1233	1249	8 13
18	1117	1133	1149	1165	1181	1197	1213	1229	1245	9 14
19	1113	1129	1145	1161	1177	1193	1209	1225	1241	
										15
20	1110	1126	1141	1157	1173	1189	1205	1221	1236	
21	1106	1122	1137	1153	1169	1185	1201	1216	1232	mm
22	1102	1118	1134	1149	1165	1181	1197	1212	1228	1 1
23	1098	1114	1130	1145	1161	1177	1193	1208	1224	2 3
24	1095	1110	1126	1142	1157	1173	1189	1204	1220	3 4
										4 6
25	1091	1107	1122	1138	1153	1169	1185	1200	1216	5 7
26	1087	1103	1118	1134	1149	1165	1181	1196	1212	6 9
27	1084	1099	1115	1130	1146	1161	1177	1192	1208	7 10
28	1080	1096	1111	1126	1142	1157	1173	1188	1204	8 12
29	1077	1092	1107	1123	1138	1153	1169	1184	1200	9 13
30	1073	1088	1104	1119	1134	1150	1165	1180	1196	

10. Reduktion eines Gasvolums auf 0° und 760 mm Hg

Volum v und Dichte ϱ eines Gases, bei der Temperatur t und dem Drucke p mm Hg gemessen, werden für 0° und 760 mm Hg, wenn $\alpha = 0{,}00367$ ist,

$$v_0 = \frac{v}{1+\alpha t} \cdot \frac{p}{760} \quad \text{und} \quad \varrho_0 = \varrho(1+\alpha t)\frac{760}{p}.$$

t	$1+\alpha t$	t	$1+\alpha t$	t	$1+\alpha t$
0°	1,0000	40°	1,1468	80°	1,2936
1	1,0037	41	1,1505	81	1,2973
2	1,0073	42	1,1541	82	1,3009
3	1,0110	43	1,1578	83	1,3046
4	1,0147	44	1,1615	84	1,3083
5	1,0183	45	1,1651	85	1,3119
6	1,0220	46	1,1688	86	1,3156
7	1,0257	47	1,1725	87	1,3193
8	1,0294	48	1,1762	88	1,3230
9	1,0330	49	1,1798	89	1,3266
10	1,0367	50	1,1835	90	1,3303
11	1,0404	51	1,1872	91	1,3340
12	1,0440	52	1,1908	92	1,3376
13	1,0477	53	1,1945	93	1,3413
14	1,0514	54	1,1982	94	1,3450
15	1,0550	55	1,2018	95	1,3486
16	1,0587	56	1,2055	96	1,3523
17	1,0624	57	1,2092	97	1,3560
18	1,0661	58	1,2129	98	1,3597
19	1,0697	59	1,2165	99	1,3633
20	1,0734	60	1,2202	100	1,3670
21	1,0771	61	1,2239	101	1,3707
22	1,0807	62	1,2275	102	1,3743
23	1,0844	63	1,2312	103	1,3780
24	1,0881	64	1,2349	104	1,3817
25	1,0917	65	1,2385	105	1,3853
26	1,0954	66	1,2422	106	1,3890
27	1,0991	67	1,2459	107	1,3927
28	1,1028	68	1,2496	108	1,3964
29	1,1064	69	1,2532	109	1,4000
30	1,1101	70	1,2569	110	1,4037
31	1,1138	71	1,2606	111	1,4074
32	1,1174	72	1,2642	112	1,4110
33	1,1211	73	1,2679	113	1,4147
34	1,1248	74	1,2716	114	1,4184
35	1,1284	75	1,2752	115	1,4220
36	1,1321	76	1,2789	116	1,4257
37	1,1358	77	1,2826	117	1,4294
38	1,1395	78	1,2863	118	1,4331
39	1,1431	79	1,2899	119	1,4367
40	1,1468	80	1,2936	120	1,4404

p	$\frac{p}{760}$	p	$\frac{p}{760}$
mm		mm	
700	0,9211	740	0,9737
701	0,9224	741	0,9750
702	0,9237	742	0,9763
703	0,9250	743	0,9776
704	0,9263	744	0,9789
705	0,9276	745	0,9803
706	0,9289	746	0,9816
707	0,9303	747	0,9829
708	0,9316	748	0,9842
709	0,9329	749	0,9855
710	0,9342	750	0,9868
711	0,9355	751	0,9882
712	0,9368	752	0,9895
713	0,9382	753	0,9908
714	0,9395	754	0,9921
715	0,9408	755	0,9934
716	0,9421	756	0,9947
717	0,9434	757	0,9961
718	0,9447	758	0,9974
719	0,9461	759	0,9987
720	0,9474	760	1,0000
721	0,9487	761	1,0013
722	0,9500	762	1,0026
723	0,9513	763	1,0039
724	0,9526	764	1,0053
725	0,9539	765	1,0066
726	0,9553	766	1,0079
727	0,9566	767	1,0092
728	0,9579	768	1,0105
729	0,9592	769	1,0118
730	0,9605	770	1,0132
731	0,9618	771	1,0145
732	0,9632	772	1,0158
733	0,9645	773	1,0171
734	0,9658	774	1,0184
735	0,9671	775	1,0197
736	0,9684	776	1,0211
737	0,9697	777	1,0224
738	0,9711	778	1,0237
739	0,9724	779	1,0250
740	0,9737	780	1,0263

11. Reduktion der Barometerablesung auf 0°

Von einem Barometerstande h, der bei t^0 an einem bei 0° richtigen Maßstabe abgelesen wird, ist $\frac{0{,}0001823 - \beta}{1 + 0{,}0001823\,t} \cdot ht$ abzuziehen. Der Ausdehnungskoeffizient β des Maßstabes ist in den Zahlen der Tabelle (für Messing) = 0,0000185 angenommen. — Für einen Glasmaßstab sind die Zahlen um 0,008 t zu vergrößern; siehe die letzte Spalte.

t	Abgelesener Stand h in mm											0,008 $\times t$
	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	780	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1°	0,11	0,11	0,11	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,13	0,13	0,01
2	0,22	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25	0,26	0,02
3	0,33	0,34	0,34	0,35	0,35	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,38	0,02
4	0,45	0,45	0,46	0,46	0,47	0,48	0,48	0,49	0,50	0,50	0,51	0,03
5	0,56	0,56	0,57	0,58	0,59	0,60	0,61	0,61	0,62	0,63	0,64	0,04
6	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,77	0,05
7	0,78	0,79	0,80	0,81	0,82	0,84	0,85	0,86	0,87	0,88	0,89	0,06
8	0,89	0,90	0,92	0,93	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	1,01	1,02	0,06
9	1,00	1,02	1,03	1,04	1,06	1,07	1,09	1,10	1,12	1,13	1,15	0,07
10	1,11	1,12	1,14	1,16	1,17	1,19	1,21	1,22	1,24	1,26	1,27	0,08
11	1,22	1,24	1,26	1,28	1,29	1,31	1,33	1,35	1,37	1,38	1,40	0,09
12	1,33	1,35	1,37	1,39	1,41	1,43	1,45	1,47	1,48	1,50	1,52	0,10
13	1,44	1,47	1,49	1,51	1,53	1,55	1,57	1,59	1,61	1,64	1,66	0,10
14	1,56	1,58	1,60	1,62	1,65	1,67	1,69	1,72	1,74	1,76	1,78	0,11
15	1,67	1,69	1,72	1,74	1,76	1,79	1,81	1,84	1,86	1,89	1,91	0,12
16	1,78	1,80	1,83	1,86	1,88	1,91	1,93	1,96	1,99	2,01	2,04	0,13
17	1,89	1,92	1,94	1,97	2,00	2,03	2,05	2,08	2,11	2,14	2,17	0,14
18	2,00	2,03	2,06	2,09	2,12	2,15	2,18	2,20	2,23	2,26	2,29	0,14
19	2,11	2,14	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29	2,33	2,36	2,39	2,42	0,15
20	2,22	2,25	2,28	2,32	2,35	2,38	2,42	2,45	2,48	2,51	2,55	0,16
21	2,33	2,36	2,40	2,43	2,47	2,50	2,53	2,57	2,60	2,64	2,67	0,17
22	2,44	2,48	2,51	2,55	2,58	2,62	2,66	2,69	2,73	2,76	2,80	0,18
23	2,55	2,59	2,63	2,66	2,70	2,74	2,78	2,81	2,85	2,89	2,93	0,18
24	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,86	2,90	2,94	2,97	3,01	3,05	0,19
25	2,77	2,81	2,85	2,90	2,94	2,98	3,02	3,06	3,10	3,14	3,18	0,20
26	2,88	2,92	2,97	3,01	3,05	3,09	3,14	3,18	3,22	3,26	3,31	0,21
27	2,99	3,04	3,08	3,12	3,16	3,21	3,26	3,30	3,34	3,39	3,43	0,22
28	3,10	3,15	3,19	3,24	3,29	3,33	3,38	3,42	3,47	3,51	3,56	0,22
29	3,21	3,26	3,31	3,35	3,40	3,45	3,50	3,54	3,59	3,64	3,68	0,23
30	3,32	3,37	3,42	3,47	3,52	3,57	3,61	3,67	3,71	3,76	3,81	0,24
31	3,43	3,48	3,53	3,59	3,64	3,69	3,74	3,79	3,84	3,89	3,94	0,25
32	3,54	3,59	3,65	3,70	3,75	3,80	3,86	3,91	3,96	4,01	4,06	0,26
33	3,65	3,71	3,76	3,81	3,87	3,92	3,98	4,03	4,08	4,14	4,19	0,26
34	3,76	3,82	3,87	3,93	3,99	4,04	4,10	4,15	4,21	4,26	4,32	0,27
35	3,87	3,93	3,99	4,05	4,10	4,16	4,22	4,27	4,33	4,39	4,44	0,28

12. Dichte des Quecksilbers in g/cm³

a) Unter einem Druck von 1 Atm (760 mm Hg).

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0°	13,5951	5926	5901	5876	5852	5827	5802	5778	5753	5728
10	5704	5679	5654	5630	5605	5580	5556	5531	5507	5482
20	5457	5433	5408	5384	5359	5335	5310	5286	5261	5237
30	5212	5177	5163	5138	5114	5090	5065	5041	5016	4902
40	4967	4943	4918	4894	4869	4845	4821	4796	4772	4747
50	4723	4699	4674	4650	4626	4601	4577	4553	4528	4504
60	4480	4455	4431	4407	4382	4358	4334	4310	4285	4261
70	4237	4213	4188	4164	4140	4116	4091	4067	4043	4019
80	3995	3971	3946	3922	3898	3874	3850	3826	3802	3777
90	3753	3729	3705	3681	3657	3633	3609	3585	3561	3537
100	3514	3488	—	—	—	—	—	—	—	—
t	00	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100°	13,352	328	304	280	256	232	208	184	160	137
200	113	089	065	042	018	*994	*970	*947	*923	*899
300	12,876	—	—	—	—	—	—	—	—	—

b) Unter einem Druck von 20 Atm.

t	00	10	20	30	40	50	60	70	80	90
200°	13,114	090	066	043	019	*995	*971	*948	*924	*900
300	12,877	853	829	805	781	758	734	710	686	662
400	638	614	590	565	541	517	493	468	444	419
500	395	—	—	—	—	—	—	—	—	—

13. Kapillardepression des Quecksilbers in mm Hg

Für Rohrdurchmesser von 10 bis 19 mm nach Cawood und Patterson (Trans. Farad. Soc. **29**, 514, 1933); für Rohrdurchmesser < 10 mm ausgeglichene Werte (unter Zuhilfenahme der Werte für 7 mm nach Süring). Die Kapillardepression in Millibar (mb) erhält man nach Multiplikation der Zahlen mit 1,3332.

Rohrdurchmesser in mm	Kuppenhöhe in mm								
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
7	0,17	0,34	0,49	0,62	0,74	0,85	0,95	1,04	1,12
8	0,13	0,27	0,39	0,49	0,59	0,68	0,76	0,82	0,87
9	0,10	0,21	0,30	0,38	0,46	0,54	0,60	0,65	0,70
10	0,08	0,16	0,23	0,30	0,36	0,42	0,47	0,52	0,57
11	0,06	0,11	0,17	0,22	0,27	0,32	0,37	0,41	0,45
12	0,04	0,08	0,12	0,15	0,19	0,23	0,27	0,31	0,34
13	0,03	0,06	0,09	0,11	0,14	0,17	0,20	0,22	0,25
14	0,02	0,05	0,07	0,09	0,11	0,14	0,16	0,18	0,21
15	0,02	0,04	0,06	0,08	0,09	0,11	0,13	0,15	0,17
16	0,02	0,03	0,05	0,06	0,07	0,09	0,10	0,12	0,14
17	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
18	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06	0,07
19	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05

14. Zur Reduktion einer Schwingungsdauer auf unendlich kleine Bogen

Von der bei einem ganzen Schwingungsbogen α beobachteten Schwingungsdauer τ eines Magnets oder Pendels ist abzuziehen $a\tau$ (Bd. 1, S. 71).

α	a		α	a		α	a		α	a	
0°	0,00000	0	10°	0,00048	10	20°	0,00190	20	30°	0,00428	29
1	000	2	11	058	11	21	210	20	31	457	30
2	002	2	12	069	11	22	230	21	32	487	31
3	004	4	13	080	13	23	251	23	33	518	32
4	008	4	14	093	14	24	274	23	34	550	33
5	012	5	15	107	15	25	297	25	35	583	33
6	017	6	16	122	16	26	322	25	36	616	35
7	023	7	17	138	16	27	347	26	37	651	35
8	030	9	18	154	18	28	373	27	38	686	37
9	039	9	19	172	18	29	400	28	39	723	38
10	0,00048		20	0,00190		30	0,00428		40	0,00761	

15. Reduktion des an einer Skala beobachteten Ausschlages,

wenn der Abstand vom Spiegel A Skalenteile beträgt (Bd. 1, S. 46)

Durch Subtraktion der Zahlen wird der beobachtete Skalenausschlag e dem Ablenkungswinkel proportional. Die Korrektion auf die Tangente beträgt $\frac{3}{4}$, auf den Sinus $\frac{9}{8}$, auf den Sinus des halben Winkels $\frac{33}{32}$ der Zahlen.

A	$e=50$	100	150	200	250	300	350	400	450	500
1000	0,04	0,33	1,11	2,60	5,02	8,54	13,33	19,49	27,15	36,35
1100	0,03	0,28	0,92	2,16	4,18	7,12	11,13	16,35	22,85	30,71
1200	0,03	0,23	0,77	1,82	3,53	6,03	9,45	13,90	19,47	26,25
1300	0,02	0,20	0,66	1,65	3,01	5,16	8,10	11,94	16,78	22,67
1400	0,02	0,17	0,57	1,34	2,61	4,47	7,03	10,38	14,61	19,76
1500	0,02	0,15	0,49	1,17	2,27	3,90	6,15	9,10	12,82	17,37
1600	0,02	0,13	0,44	1,03	2,00	3,44	5,43	8,03	11,33	15,38
1700	0,01	0,12	0,39	0,92	1,79	3,06	4,82	7,15	10,09	13,72
1800	0,01	0,10	0,35	0,82	1,59	2,73	4,30	6,39	9,04	12,29
1900	0,01	0,09	0,31	0,73	1,43	2,45	3,88	5,76	8,14	11,08
2000	0,01	0,08	0,28	0,66	1,29	2,22	3,51	5,21	7,37	10,05
2200	0,01	0,07	0,23	0,55	1,07	1,83	2,91	4,32	6,12	8,35
2400	0,01	0,06	0,19	0,46	0,90	1,54	2,45	3,64	5,16	7,05
2600	0,01	0,05	0,16	0,39	0,77	1,32	2,09	3,11	4,42	6,03
2800	0,01	0,04	0,14	0,34	0,66	1,14	1,81	2,69	3,82	5,21
3000	0,00	0,04	0,12	0,29	0,58	0,99	1,58	2,35	3,33	4,55
3200	0,00	0,03	0,11	0,26	0,51	0,87	1,38	2,07	2,93	4,01
3400	0,00	0,03	0,10	0,23	0,45	0,77	1,23	1,83	2,60	3,56
3600	0,00	0,03	0,09	0,21	0,40	0,69	1,10	1,64	2,32	3,18
3800	0,00	0,02	0,08	0,18	0,36	0,62	0,98	1,47	2,09	2,86
4000	0,00	0,02	0,07	0,17	0,32	0,56	0,89	1,33	1,88	2,58

16. Zur Berechnung gedämpfter Schwingungen

τ und α bezeichnen Schwingungsdauer und Ausschlag bei dem Dämpfungsverhältnis k, T und α_1 entsprechend Schwingungsdauer und Ausschlag ohne Dämpfung; dann gilt mit $\lambda = \log k$ und $\Lambda = \ln k$

$$\frac{\tau}{T} = \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{4\pi^2}}; \quad \frac{\alpha_1}{\alpha} = k^{\frac{1}{2\pi} \cdot \operatorname{arctg} \frac{2\pi}{\Lambda}}.$$

$\frac{\lambda}{2} =$ $\log\sqrt{k}$	$\frac{\Lambda}{2} =$ $\ln\sqrt{k}$	$\sqrt{k}$	$\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{4\pi^2}}$	$\frac{1}{k^{2\pi}}\operatorname{arctg}\frac{2\pi}{\Lambda}$	$\frac{\lambda}{2} =$ $\log\sqrt{k}$	$\frac{\Lambda}{2} =$ $\ln\sqrt{k}$	$\sqrt{k}$	$\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{4\pi^2}}$	$\frac{1}{k^{2\pi}}\operatorname{arctg}\frac{2\pi}{\Lambda}$
0.00	0.0000	1,000	1,0000	1,0000	0.44	1.0131	2,745	1,0507	1,5008
.01	.0230	1,023	,0000	,0115	.46	.0592	2,884	,0553	,5219
.02	.0461	1,047	,0001	,0231	.48	.1052	3,020	,0601	,5428
.03	.0691	1,072	,0002	,0347	.50	.1513	3,162	,0650	,5635
.04	.0921	1,096	,0004	,0463	.52	.1973	3,311	,0702	,5839
.05	.1151	1,122	,0007	,0578	.54	.2434	3,467	,0755	,6041
.06	.1382	1,148	,0010	,0694	.56	.2894	3,631	,0810	,6240
.07	.1612	1,175	,0013	,0811	.58	.3355	3,802	,0866	,6437
.08	.1842	1,202	,0017	,0927	.60	.3816	3,981	,0924	,6630
.09	.2072	1,230	,0022	,1044	.62	.4276	4,169	,0984	,6820
.10	.2303	1,259	,0027	,1160	.64	.4737	4,365	,1046	,7008
.11	.2533	1,288	,0032	,1277	.66	.5197	4,571	,1109	,7193
.12	.2763	1,318	,0039	,1393	.68	.5658	4,786	,1173	,7375
.13	.2993	1,349	,0045	,1510	.70	.6118	5,012	,1239	,7554
.14	.3224	1,380	,0052	,1626	.72	.6579	5,248	,1307	,7730
.15	.3454	1,413	,0060	,1743	.74	.7039	5,495	,1376	,7904
.16	.3684	1,445	,0069	,1859	.76	.7500	5,754	,1447	,8074
.17	.3914	1,479	,0077	,1975	.78	.7960	6,026	,1519	,8241
.18	.4145	1,514	,0087	,2091	.80	.8421	6,310	,1592	,8406
.19	.4375	1,549	,0097	,2208	.82	.8881	6,607	,1667	,8567
.20	.4605	1,585	,0107	,2324	.84	.9342	6,918	,1743	,8726
.21	.4835	1,622	,0118	,2440	.86	1.9802	7,244	,1821	,8882
.22	.5066	1,660	,0130	,2555	.88	2.0263	7,586	,1900	,9035
.23	.5296	1,698	,0142	,2670	.90	.0723	7,943	,1980	,9185
.24	.5526	1,738	,0155	,2785	.92	.1184	8,318	,2061	,9322
.25	.5756	1,778	,0167	,2900	.94	.1644	8,710	,2144	,9476
.26	.5987	1,820	,0180	,3014	.96	.2105	9,120	,2228	,9617
.27	.6217	1,862	,0194	,3128	.98	.2565	9,550	,2312	,9756
.28	.6447	1,905	,0208	,3242	1.00	.3026	10,00	,2396	1,9892
.29	.6677	1,950	,0223	,3356	.1	.5328	12,59	,2845	2,0531
.30	.6908	1,995	,0239	,3469	.2	.7631	15,85	,3318	,1108
.31	.7138	2,042	,0255	,3582	.3	2.9934	19,95	,3813	,1627
.32	.7368	2,089	,0271	,3694	.4	3.2236	25,12	,4328	,2093
.33	.7599	2,138	,0288	,3806	.5	.4539	31,62	,4862	,2512
.34	.7829	2,188	,0306	,3918	.6	.6841	39,81	,5412	,2888
.35	.8059	2,239	,0324	,4029	.7	3.9144	50,12	,5976	,3226
.36	.8289	2,291	,0342	,4140	.8	4.1447	63,10	,6554	,3530
.37	.8520	2,344	,0361	,4250	1.9	4.3749	79,43	,7144	,3803
.38	.8750	2,399	,0381	,4360	2.0	4.6052	100,0	1,7745	,4050
.39	.8980	2,455	,0401	,4469	2.5	5.7565	316,2	2,0875	,4978
.40	.9210	2,512	,0421	,4578	3.0	6.9078	1000	2,4155	,5562
.41	.9441	2,570	,0442	,4686	4.0	9.2103	10^4	3,0976	,6214
.42	.9671	2,630	,0463	,4794	5.0	11.513	10^5	3,7987	,6544
.43	0.9901	2,692	,0485	,4901	10.0	23.026	10^{10}	7,3972	,7015
.44	1.0131	2,754	1,0507	1,5008	∞	∞	∞	∞	2,7183

17. Schwere $g(\varphi)$ unter der geogr. Breite φ im Meeresniveau nach der international angenommenen Formel (Cassinis, 1930)

$$g(\varphi) = 978{,}049\,[1 + 0{,}005\,288\,4 \sin^2\varphi - 0{,}000\,005\,9 \sin^2 2\varphi]\ \mathrm{cm}\ s^{-2}$$

für das Rotationsellipsoid nach Hayford.

Die Schwere nimmt mit der Höhe h (in m) ab um $g_{h=0} - g_h = 0{,}000\,308\,6\ h\ \mathrm{cm}\ s^{-2}$ (Freiluftkorrektion). Ist statt der Luft eine Gesteinsplatte von der Dichte ϱ (in $g\ \mathrm{cm}^{-3}$) und der Höhe h (in m) vorhanden, so erhöht sich g zusätzlich um $\Delta g = 0{,}000\,0419\,\varrho \cdot h\ \mathrm{cm}\ s^{-2}$. Für Druckmessungen gilt als Normalschwere $g_n = 980{,}665\ \mathrm{cm}\ s^{-2}$.

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0°	978,049	,051	,055	,063	,074	,088	,105	,125	,149	,175
10	978,204	,237	,272	,310	,350	,394	,440	,489	,541	,595
20	978,652	,711	,772	,836	,902	,969	*,039	*,111	*,185	*,261
30	979,338	,417	,497	,578	,661	,746	,831	,917	*,004	*,092
40	980,181	,270	,359	,449	,539	,629	,720	,810	,900	,989
50	981,079	,167	,255	,343	,429	,515	,599	,682	,764	,845
60	981,924	*,001	*,077	*,151	*,224	*,294	*,362	*,429	*,493	*,554
70	982,614	,671	,725	,777	,827	,873	,917	,958	,997	*,032
80	983,065	,094	,121	,144	,165	,182	,196	,207	,215	,220
90	983,221									

Beispiel: $\varphi = 63°$, $g\,(63°) = 982{,}151\ \mathrm{cm}\ s^{-2}$

18. Ortstabelle für die Schwere g

Geogr. Länge λ östl. von Greenwich (ab Ferro $+17{,}66^0$); Breite φ; Meereshöhe h. Beobachtete Werte Kursiv; die übrigen berechnet gemäß Tab. 17. Vgl. Internat. Erdmessung, E. Borrass 1911, 1914; Veröff. des Geodät. Inst. zu Potsdam, der Bayrischen Komm. f. internat. Erdmessung, München, und von Union géodésique et géophysique int.

Ort	λ ° Länge	φ ° Breite	h m	g cm s^{-2}	Ort	λ ° Länge	φ ° Breite	h m	g cm s^{-2}
Aachen	6,08	50,78	179	981,11	Heidelberg...	8,7	49,41	100	981,01
Amsterdam ..	4,91	52,37	0	*981,288*	Innsbruck ...	11,40	47,27	576	*980,570*
Baltimore....	— 76,62	39,30	30	*980,097*	Jena	11,58	50,93	154	*981,123*
Basel	7,58	47,56	277	*980,778*	Karlsruhe ...	8,41	49,01	114	*980,957*
Berlin	13,4	52,50	40	981,29	Kiel	10,15	54,34	41	*981,464*
Bern	7,45	46,94	522	*980,612*	Köln	7,0	50,94	40	981,16
Bonn	7,10	50,73	62	*981,122*	Königsberg ..	20,49	54,71	22	*981,473*
Braunschweig	10,52	52,28	73	*981,262*	Kopenhagen .	12,50	55,74	45	*981,558*
Bremen	8,82	53,08	0	*981,341*	Leiden.....	4,48	52,16	6	*981,273*
Breslau	17,0	51,11	130	981,15	Leipzig	12,39	51,34	115	*981,180*
Brünn	16,60	49,21	—	*980,961*	Leningrad ...	30,30	59,94	6	*981,929*
Brüssel	4,36	50,80	102	*981,112*	Madrid	— 3,69	40,41	655	*979,981*
Budapest	19,06	47,48	108	*980,852*	Mailand	9,19	45,47	140	*980,562*
Cambr. Engl..	0,00	52,21	25	*981,265*	Marburg	8,8	50,81	210	981,11
„ Mass..	— 71,13	42,38	14	*980,398*	Marseille	5,39	43,30	61	*980,485*
Charlotten-					Moskau.....	37,57	55,76	139	*981,564*
burg T. H...	13,32	52,52	33	*981,288*	München	11,61	48,15	525	*980,733*
Danzig	18,62	54,37	21	*981,450*	Münster	7,63	51,97	62	*981,233*
Darmstadt...	8,7	49,87	140	981,04	New York ...	— 73,96	40,81	38	*980,247*
Dorpat	26,72	58,38	68	*981,790*	Oslo	10,72	59,91	28	*981,927*
Dresden	13,73	51,06	121	*981,128*	Oxford	— 1,3	51,76	58	*981,207*
Edinburg	— 3,16	55,96	104	*981,584*	Paris	2,34	48,84	61	*980,943*
Erlangen	11,0	49,60	320	980,98	Potsdam.....	13,07	52,38	87	*981,274*
Florenz	11,26	43,76	184	*980,491*	Prag	14,4	50,09	200	981,05
Frankfurt a.M.	8,7	50,11	90	981,07	Rom	12,99	41,90	59	*980,348*
Freiburg i. Br.	7,85	48,00	272	*980,837*	Rostock	12,1	54,09	15	981,44
Freiberg i. Sa.	13,33	50,92	432	*981,050*	Stockholm ...	18,05	59,33	8	*981,846*
Genf	6,15	46,20	402	*980,582*	Straßburg ...	7,77	48,58	137	*980,896*
Gießen	8,6	50,59	140	981,10	Stuttgart	9,17	48,78	247	*980,891*
Glasgow	— 4,23	55,86	61	*981,605*	Tübingen				
Göttingen ...	9,94	51,53	162	*981,176*	(Lustnau) ..	9,08	48,53	326	*980,845*
Graz	15,45	47,08	365	*980,706*	Turin.....	7,70	45,07	233	*980,549*
Greenwich ...	0,00	51,48	48	*981,188*	Utrecht	5,13	52,09	5	*981,263*
Greifswald...	13,4	54,10	—	981,44	Washington .	— 77,03	38,89	0	*980,118*
Halle	11,97	51,48	79	*981,221*	Wien	16,36	48,21	183	*980,860*
Hamburg	9,97	53,55	24	*981,380*	Würzburg ...	9,93	49,79	177	*981,029*
Hannover ...	9,71	52,39	55	*981,276*	Zürich.....	8,55	47,38	466	*980,665*

19. Internationale Höhenskala: $p = 760 \left[1 - \frac{0{,}0065 \cdot h}{288}\right]^{5{,}255}$

p Luftdruck in mm Quecksilber; h Höhe in m über einem Ort mit dem Barometerstand 760 mm Hg und der Temperatur 15° bei linearem Abfall der Temperatur von 0,0065° auf 1 m Anstieg. Die Formel gilt bis $h = 11\,000$ m. Wegen der Werte für größere Höhen vgl. Bd. 1, S. 191.

a) Die Höhe h als Funktion des Luftdruckes p in mm Hg

p mm Hg	h m	Δ	p mm Hg	h m	Δ	p mm Hg	h m	Δ	p mm Hg	h m	Δ
760	0	111	610	1815	132	460	4037	164	310	6951	226
750	111	113	600	1949	134	450	4205	168	300	7183	232
740	224	114	590	2084	135	440	4377	172	290	7421	246
730	338	116	580	2221	137	430	4551	174	280	7667	238
720	454	116	570	2359	138	420	4728	177	270	7920	253
710	570	118	560	2501	142	410	4910	182	260	8181	261
700	688	119	550	2645	144	400	5094	184	250	8449	268
690	807	121	540	2789	146	390	5283	189	240	8727	278
680	928	122	530	2937	148	380	5475	192	230	9014	287
670	1050	123	520	3087	150	370	5672	197	220	9311	297
660	1173	125	510	3239	152	360	5872	200	210	9620	309
650	1298	127	500	3393	154	350	6078	206	200	9940	320
640	1425	128	490	3550	157	340	6289	211	190	10274	334
630	1553	130	480	3710	160	330	6503	214	180	10622	348
620	1683		470	3873	163	320	6725	222	170	10986	364

b) Der Luftdruck p in mm Hg und Millibar (mb) als Funktion der Höhe h

h	p		h	p		h	p		h	p	
m	mm Hg	mb	m	mm Hg	mb	m	mm Hg	mb	m	mm Hg	mb
0	760,0	1013,2	2400	567,2	756,2	5500	378,7	504,9	9 500	213,8	285,1
100	751,0	1001,3	2800	539,3	719,0	6000	353,8	471,7	10 000	198,2	264,2
200	742,1	989,4	3000	525,8	701,0	6500	330,2	440,2	10 500	183,5	244,6
500	716,0	954,6	3400	499,6	666,0	7000	307,9	410,5	11 000	169,6	226,2
800	690,6	920,7	3800	474,4	632,5	7500	286,8	382,4	12 000	144,9	193,2
1000	674,1	898,7	4000	462,2	616,3	8000	266,9	355,8	15 000	90,2	120,3
1400	642,0	855,9	4500	432,9	577,2	8500	248,2	330,8	18 000	56,2	75,0
1800	611,2	814,8	5000	405,1	540,1	9000	230,5	307,3	20 000	41,0	54,7
2000	596,2	794,9									

20. Zähigkeit η des Wassers in Zentipoise ($10^{-2} \cdot cm^{-1} \cdot g \cdot s^{-1}$)

t	η	$\frac{\Delta\eta}{\Delta t} \cdot 10^3$	t	η	$\frac{\Delta\eta}{\Delta t} \cdot 10^3$	t	η	$\frac{\Delta\eta}{\Delta t} \cdot 10^3$	t	η	$\frac{\Delta\eta}{\Delta t} \cdot 10^3$
0	$1{,}78_9$	55	19	$1{,}02_9$	24	30	$0{,}80_2$	16	65	$0{,}43_6$	6
5	$1{,}51_6$	42	20	$1{,}00_5$	24	35	$0{,}72_1$	14	70	$0{,}40_6$	5
10	$1{,}30_6$	33	21	$0{,}98_1$	22	40	$0{,}65_3$	11	75	$0{,}37_9$	5
15	$1{,}14_1$	31	22	$0{,}95_9$	22	45	$0{,}59_6$	9	80	$0{,}35_4$	4
16	$1{,}11_0$	29	23	$0{,}93_7$	22	50	$0{,}55_0$	9	85	$0{,}33_2$	3
17	$1{,}08_1$	27	24	$0{,}91_5$	21	55	$0{,}50_7$	7	90	$0{,}31_5$	3
18	$1{,}05_4$	25	25	$0{,}89_4$	18	60	$0{,}47_0$	7	95	$0{,}29_8$	3
19	$1{,}02_9$		30	$0{,}80_2$		65	$0{,}43_6$		100	$0{,}28_2$	

21. Zusammendrückbarkeit $\varkappa$ von Flüssigkeiten in Atm^{-1}

bei 18° und ihre Änderung $\frac{d\varkappa}{dt}$ mit der Temperatur t

Flüssigkeit	$\varkappa_{18}$	$10^6 \frac{d\varkappa}{dt}$	Flüssigkeit	$\varkappa_{18}$	$10^6 \frac{d\varkappa}{dt}$	Flüssigkeit	$\varkappa_{18}$	$10^6 \frac{d\varkappa}{dt}$
	0,000			0,000			0,000	
Azeton	12	+ 0,5	Brom	06		Olivenöl . . .	06	+ 1,2
Äthylazetat .	18	+ 1,9	Bromoform .	05		Pentan	24	+ 3,4
Äthyläther . .	11	+ 1,7	Chlorbenzol .	07	+ 0,4	Petroleum . .	08	+ 0,3
Äthylalkohol	11	+ 1,0	Chloroform .	10	+ 0,7	Quecksilber .	0038	+ 0,01
Äthylbromid	12	+ 1,2	Essigsäure . .	08		Rizinusöl . . .	05	
Amylalkohol	09	+ 0,7	Glyzerin . . .	02		Schwefelkohlenstoff	09	+ 0,6
Amylbenzoat	06	+ 0,4	Kohlenstofftetrachlorid .	10	+ 0,7	Terpentinöl .	08	
Anilin	04	+ 0,1	Methylalkohol	11	+ 1,1	Toluol	09	+ 0,6
Benzol	09	+ 0,7	Nitrobenzol .	05	+ 0,2	Wasser	05	— 0,2

22. Zusammendrückbarkeit $\varkappa$ von Wasser und Äther in Atm^{-1}

Die Zahlen geben $\varkappa \cdot 10^6$

Druckbereich		1 bis 50	50 100	100 200	200 300	300 400	400 500	500 1000	1000 2000	2000 3000 Atm.
	t									
Wasser	0°	52,0	50,5	49,2	48,0	46,6	45,5	41,6	34,1	27,6
	20	48,3	45,4	44,2	43,4	42,4	41,5	38,0	32,3	26,7
	40	44,9		42,9	41,4	40,7	40,4	37	32	26
	60	45,5		42,7	41,5	40,6	39,4	37		
	80				43,6	42,2	40,8	38		
	100	47,8		46,8	45,9	44,6	43,4	39		
	200			80,7	76,9	73,1	68,2	61		
Äther	0°	147	133	121	109	99	89	73	50	35
	20	176	158	145	125	114	100	81	53	37
	40	208	203	170	148	129	115	89		
	60		252	205	174	150	131	99		
	80		315	254	204	172	149	110		
	100		393	308	241	194	174	120		
	200				571	397	302	188		

23. Dehnungsmodul E, Drillungsmodul F, Poissonsche Zahl μ, Zusammendrückbarkeit $\varkappa$, Tragkraft C, Schallgeschwindigkeit u bei 18°

Bei den regulären Kristallen von W, Al, Cu, Ag, Au und Fe beträgt das Verhältnis des Dehnungsmoduls in der Raumdiagonale zu dem in der Würfelkante 1,00, 1,21, 2,85, 2,72, 2,72, 2,15; für den Drillungsmodul gilt entsprechend 1,00, 0,863, 0,407, 0,443, 0,443, 0,510. Für die hexagonalen Mg-, Cd- und Zn-Einkristalle unterscheiden sich die Extremwerte von E und F um das Vierfache. Der Temperaturkoeffizient des Dehnungsmoduls beträgt 2 bis $6 \cdot 10^{-4}/°$, der des Drillungsmoduls 3 bis $7 \cdot 10^{-4}/°$. u bezieht sich auf Longitudinalwellen.

	Dehn.-Mod. E $\frac{10^6\ \text{kp}}{\text{cm}^2}$	Dr.-Mod. F $\frac{10^6\ \text{kp}}{\text{cm}^2}$	μ	$10^6 \cdot \varkappa$ $\frac{\text{cm}^2}{\text{kp}}$	C $\frac{\text{kp}}{\text{mm}^2}$	u $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
Aluminium ..	0,74	0,27	0,34	1,34	17—27	5100
Antimon	0,79	0,20		2,4		3400
Blei	0,17	0,065	0,45	2,3	1,7—2,2	1300
Cadmium	0,51	0,22	0,3	2		2300
Duralumin ...	0,74	0,27	0,34	1,20		5200
Eisen:						
Schmiedeeisen	2,17	0,83	0,28	0,6	40—60	5100
Stahl	2,19	0,83	0,29	0,6	38—190	
Grauguß	1,0	0,5	0,26	1,3	14—26	3600
Gold	0,81	0,28	0,42	0,6	27	2100
Iridium	5,2			0,27		4900
Konstantan ..	1,7	0,62	0,33	0,6		4300
Kupfer	1,2	0,46	0,35	0,7	40—45	3900
Magnesium ..	0,42	0,19		3		4800
Manganin	1,25	0,47	0,33	0,8		3900
Messing	1,05	0,43	0,35	1,0	50—61	3400
Neusilber	1,1	0,48	0,37			3600
Nickel.....	2,03	0,79	0,3	0,5		5000
Palladium....	1,15	0,52	0,39	0,5	36	3000
Platin	1,70	0,62	0,39	0,4		2800
Rhodium	2,80		0,47	0,4		4900
Silber	0,80	0,29	0,38	0,9	29	2700
Tantal	1,92		0,63	0,5	170	3400
Tellur	0,42	0,16		1,5		3—4000
Wismut.....	0,32	0,12	0,33	2,9		1800
Wolfram	3,62	1,35	0,17	0,3	420—700	4300
Zink	0,35—1,3	0,28—0,47	0,2—0,3	1,7	19	3700
Zinn	0,55	0,18	0,33	1,7	2	2600
Glas.....	0,5—0,8	0,2—0,3	0,2—0,3	1,3—2,9		5000
Quarzglas ...	0,6		0,2	2,7	80	5250
Holz ∥ Faser .	0,09—0,13	0,1—0,16			7—13	3—4000
Holz ⊥ Faser	0,004—0,011				0,75—1,5	

24. Schwingungszahl der Töne gleichschwebender Stimmung

$a^1 = 440{,}00$

Ton	C_2	C_1	C	c	c^1	c^2	c^3	c^4
C	16,35	32,70	65,41	130,81	261,62	523,25	1046,50	2093,00
Cis, Des .	17,32	34,64	69,29	138,59	277,18	554,37	1108,73	2217,46
D	18,35	36,71	73,42	146,84	293,67	587,33	1174,66	2349,31
Dis, Es .	19,45	38,89	77,78	155,56	311,13	622,25	1244,51	2489,01
E	20,60	41,41	82,40	164,81	329,63	659,25	1318,51	2637,02
F	21,83	43,65	87,31	174,61	349,23	698,46	1396,91	2793,82
Fis, Ges	23,13	46,25	92,50	185,00	369,99	739,98	1479,98	2959,95
G	24,50	49,00	98,00	196,00	392,00	783,99	1567,98	3135,95
Gis, As .	25,96	51,92	103,83	207,65	415,30	830,61	1661,22	3322,43
A	27,50	55,00	110,00	220,00	**440,00**	880,00	1760,00	3520,00
Ais, B . .	29,14	58,27	116,54	233,08	466,16	932,33	1864,65	3729,30
H	30,86	61,73	123,47	246,94	493,88	987,77	1975,53	3951,06

25. Lineare Ausdehnung fester Körper zwischen 0^0 und t^0 in mm/m

t	Quarzglas	Jenaer Gläser		Berliner Porzellan	Platin	Platin-Iridium 80 % Pt; 20 % Ir
		16III	2954III			
— 250°	+ 0,076	— 1,22	— 0,93	— 0,34	—	—
— 200	+ 0,027	— 1,16	— 0,87	— 0,31	— 1,57	— 1,48
— 150	— 0,002	— 0,98	— 0,72	— 0,27	— 1,23	— 1,16
— 100	— 0,015	— 0,70	— 0,52	— 0,20	— 0,84	— 0,80
— 50	— 0,013	— 0,36	— 0,27	— 0,12	— 0,43	— 0,41
0	0,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
+ 50	+ 0,022	+ 0,39	+ 0,31	+ 0,14	+ 0,44	+ 0,41
100	0,051	0,81	0,63	0,31	0,90	0,83
200	0,117	1,67	1,28	0,66	1,83	1,70
300	0,188	2,60	1,97	1,03	2,78	2,59
400	0,254	3,59	2,69	1,41	3,76	3,51
500	0,306	4,63	3,43	1,82	4,77	4,45
600	0,36	—	—	2,24	5,80	5,43
800	0,45	—	—	3,10	7,94	7,47
1000	0,54	—	—	4,31	10,19	9,62
1200	—	—	—	—	—	11,88
1400	—	—	—	—	—	14,26
1600	—	—	—	—	—	16,75

26. Ausdehnungskoeffizient $\alpha = \frac{v_{100} - v_0}{100 \cdot v_0}$ und Spannungskoeffizient $\beta = \frac{p_{100} - p_0}{100 \cdot p_0}$ für Helium, Wasserstoff und Stickstoff

zwischen 0 und 100° in Abhängigkeit vom Eispunktsdruck p (in m Hg)

$$\alpha \cdot 10^7 = 36\,608 + A \cdot p$$
$$\beta \cdot 10^7 = 36\,608 + B \cdot p$$

Gas	A	B
Helium	— 27,4	— 2,7
Wasserstoff . . .	— 21,4	+ 11,7
Stickstoff	+ 123,5	+ 137,4

27. Korrektion der Angaben von Gasthermometern konstanten Volums (t_v) und konstanten Druckes (t_p)

auf die thermodynamische Skala t, falls der Eispunktsdruck 1 m Hg beträgt. Für andere Anfangsdrucke sind die Zahlen proportional zu ändern. Die eingeklammerten Zahlen sind extrapoliert

t	Konstantes Volum $t-t_v$			Konstanter Druck $t-t_p$		
	He	H_2	N_2	He	H_2	N_2
1063°	(+ 0,4)	—	(+ 1,1)	(+ 0,03)	—	(+ 2,3)
960	(+ 0,3)	—	(+ 0,9)	(+ 0,03)	—	(+ 2,0)
445	(+ 0,05)	(+ 0,12)	(+ 0,17)	(+ 0,01)	(+ 0,10)	(+ 0,66)
400	+ 0,04	(+ 0,10)	+ 0,14	+ 0,01	(+ 0,08)	+ 0,55
300	+ 0,02	(+ 0,05)	+ 0,08	+ 0,00	(+ 0,05)	+ 0,32
200	+ 0,007	+ 0,016	+ 0,027	+ 0,002	+ 0,019	+ 0,13
100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
50	— 0,001	— 0,002	— 0,004	— 0,000	— 0,004	— 0,024
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
— 100	+ 0,007	+ 0,017	+ 0,052	+ 0,007	+ 0,080	+ 0,60
— 150	+ 0,013	+ 0,032	+ 0,14	+ 0,013	+ 0,141	+ 1,2
— 183	+ 0,019	+ 0,04	—	+ 0,024	+ 0,27	—
— 200	+ 0,022	+ 0,05	—	+ 0,035	+ 0,39	—
— 250	+ 0,035	—	—	+ 0,20	—	—
— 258	+ 0,042	—	—	+ 0,41	—	—

28. Druck p und Dichte ϱ des gesättigten Wasserdampfes

p in mm Hg zwischen −60 und +90°; ϱ in g/m³ zwischen −60 und +30°

t	p mm	ϱ g/m³	t	p mm	ϱ g/m³	t	p mm	ϱ g/m³	t	p mm	t	p mm
— 60°	,007	,011	— 30°	0,28	0,33	0°	4,6	4,8	30°	31,8	60°	149,4
— 59	,008	,012	— 29	0,31	0,37	1	4,9	5,2	31	33,7	61	156,4
— 58	,009	,014	— 28	0,34	0,41	2	5,3	5,6	32	35,7	62	163,8
— 57	,011	,016	— 27	0,38	0,46	3	5,7	6,0	33	37,7	63	171,4
— 56	,013	,019	— 26	0,42	0,51	4	6,1	6,4	34	39,9	64	179,3
— 55	,015	,021	— 25	0,47	0,55	5	6,5	6,8	35	42,2	65	187,6
— 54	,017	,024	— 24	0,52	0,60	6	7,0	7,3	36	44,6	66	196,1
— 53	,019	,027	— 23	0,58	0,66	7	7,5	7,8	37	47,1	67	205,0
— 52	,022	,030	— 22	0,64	0,73	8	8,0	8,3	38	49,7	68	214,2
— 51	,025	,034	— 21	0,70	0,80	9	8,6	8,8	39	52,4	69	223,8
— 50	,029	,038	— 20	0,77	0,88	10	9,2	9,4	40	55,3	70	233,7
— 49	,033	,043	— 19	0,85	0,96	11	9,8	10,0	41	58,3	71	244,0
— 48	,037	,048	— 18	0,94	1,05	12	10,5	10,7	42	61,5	72	254,7
— 47	,042	,054	— 17	1,03	1,15	13	11,2	11,4	43	64,8	73	265,8
— 46	,047	,060	— 16	1,13	1,27	14	12,0	12,1	44	68,2	74	277,2
— 45	,052	,067	— 15	1,24	1,38	15	12,8	12,8	45	71,9	75	289,1
— 44	,058	,074	— 14	1,36	1,51	16	13,6	13,6	46	75,6	76	301,4
— 43	,066	,083	— 13	1,49	1,65	17	14,5	14,5	47	79,6	77	314,2
— 42	,074	,093	— 12	1,63	1,80	18	15,5	15,4	48	83,7	78	327,4
— 41	,083	,104	— 11	1,78	1,96	19	16,5	16,3	49	88,0	79	341,1
— 40	,093	,117	— 10	1,95	2,14	20	17,5	17,3	50	92,5	80	355,2
— 39	,105	,130	— 9	2,12	2,33	21	18,6	18,3	51	97,2	81	369,8
— 38	,119	,144	— 8	2,32	2,54	22	19,8	19,4	52	102,1	82	385,0
— 37	,134	,160	— 7	2,53	2,76	23	21,1	20,6	53	107,2	83	400,7
— 36	,150	,178	— 6	2,76	2,99	24	22,4	21,8	54	112,5	84	416,8
— 35	,167	,198	— 5	3,01	3,24	25	23,8	23,0	55	118,1	85	433,5
— 34	,185	,220	— 4	3,28	3,51	26	25,2	24,4	56	123,8	86	450,8
— 33	,205	,244	— 3	3,57	3,81	27	26,7	25,8	57	129,8	87	468,7
— 32	,227	,271	— 2	3,88	4,13	28	28,3	27,2	58	136,1	88	487,2
— 31	,252	,301	— 1	4,22	4,47	29	30,0	28,7	59	142,6	89	506,2
— 30	,280	,333	0	4,58	4,84	30	31,8	30,3	60	149,4	90	525,9

29. Sättigungsdruck p des Wasserdampfes

zwischen $t = 90$ und 101° in mm Quecksilber

	90°	91°	92°	93°	94°	95°	96°	97°	98°	99°	100°
,0	525,9	546,2	567,1	588,7	611,0	634,0	657,7	682,2	707,4	733,3	760,0
,1	527,9	548,2	569,2	590,9	613,3	636,3	660,1	684,7	709,9	736,0	762,7
,2	529,9	550,3	571,4	593,1	615,5	638,7	662,6	687,2	712,5	738,6	765,4
,3	531,9	552,4	573,5	595,3	617,8	641,0	665,0	689,7	715,1	741,2	768,2
,4	533,9	554,5	575,7	597,5	620,1	643,3	667,4	692,2	717,7	743,9	770,9
,5	535,9	556,5	577,8	599,8	622,4	645,7	669,9	694,7	720,3	746,6	773,7
,6	538,0	558,6	580,0	602,0	624,7	648,1	672,3	697,2	722,9	749,2	776,4
,7	540,0	560,7	582,1	604,2	627,0	650,4	674,8	699,8	725,5	751,9	779,2
,8	542,1	562,9	584,3	606,5	629,3	652,8	677,2	702,3	728,1	754,6	782,0
,9	544,1	565,0	586,5	608,7	631,7	655,2	679,8	704,9	730,6	757,3	784,8
1,0	546,2	567,1	588,7	611,0	634,0	657,7	682,2	707,4	733,3	760,0	787,6

zwischen $t = 100$ und 374° in kp/cm²

	100°	110°	120°	130°	140°	t	p	t	p	t	p
0	1,0332	1,4609	2,0245	2,7544	3,685	100	1,0332	200	15,857	300	87,61
1	1,0707	1,5106	2,0895	2,8378	3,790	110	1,4609	210	19,456	310	100,64
2	1,1092	1,5618	2,1561	2,9233	3,898	120	2,0245	220	23,659	320	115,12
3	1,1489	1,6144	2,2245	3,011	4,009	130	2,7544	230	28,531	330	131,18
4	1,1898	1,6684	2,2947	3,101	4,122	140	3,685	240	34,140	340	148,96
5	1,2318	1,7239	2,3666	3,192	4,237	150	4,854	250	40,56	350	168,63
6	1,2751	1,7809	2,4404	3,286	4,355	160	6,302	260	47,87	360	190,42
7	1,3196	1,8394	2,5160	3,382	4,476	170	8,076	270	56,14	370	214,68
8	1,3654	1,8995	2,5935	3,481	4,599	180	10,225	280	65,46	372	219,9
9	1,4125	1,9612	2,6730	3,582	4,725	190	12,800	290	75,92	374	225,2
10	1,4609	2,0245	2,7544	3,685	4,854	200	15,857	300	87,61		

30. Siedetemperatur t des Wassers bei p mm Hg

nach Moser, Ann. Phys. (5) 14, 790, 1932

$$t = 100{,}000 + 0{,}036\,87\,(p - 760) - 0{,}000\,022\,(p - 760)^2$$

p mm Hg	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
680	96,910°	950	990	*031	*071	*111	*151	*191	*231	*271
690	97,311	351	391	431	471	510	550	590	630	669
700	709	748	788	827	866	906	945	984	*023	*062
710	98,102	141	180	219	258	296	335	374	413	451
720	490	529	567	606	644	683	721	759	798	836
730	874	912	950	989	*027	*065	*102	*140	*178	*216
740	99,254	292	329	367	405	442	480	517	554	592
750	629	666	704	741	778	815	852	889	926	963
760	100,000	037	074	110	147	184	220	257	294	330
770	367	403	439	476	512	548	584	620	657	693
780	729	765	801	836	872	908	944	980	*015	*051

31. Siedetemperaturen t von Sauerstoff und Schwefel in Abhängigkeit vom Druck p mm Hg

p mm Hg	Sauerstoff		Schwefel		p mm Hg	Sauerstoff		Schwefel	
	t	Δt	t	Δt		t	Δt	t	Δt
680	— 184,020°		437,02°		730	— 183,354°		441,83°	
		0,136°		0,98°			0,129°		0,93°
690	— 183,884		438,00		740	— 183,225		442,76	
		0,135		0,97			0,128		0,93
700	— 183,749		438,97		750	— 183,097		443,69	
		0,133		0,96			0,127		0,91
710	— 183,616		439,93		760	— 182,970		444,60	
		0,132		0,96			0,125		0,90
720	— 183,484		440,89		770	— 182,845		445,50	
		0,130		0,94			0,124		0,90
730	— 183,354		441,83		780	— 182,721		446,40	

32. Zusammensetzung der Flüssigkeit und des Dampfes siedender Gemische aus Stickstoff und Sauerstoff am Siedepunkte t bei 1 Atm.

ϱ Dichte der Flüssigkeit

	t	— 195,8°	193,1	192,3	190,9	189,2	186,7	185,0	183,0°
	ϱ	0,79	0,92	0,95	1,00	1,05	1,10	1,12	1,13
Proz.[1]) Sauerst.	Flüss.	0	36	43	55	68	83	91	100
	Dampf	0	13	18	27	40	60	76	100

1) Prozente nach Volum im Gaszustande gemessen.

33. Sättigungsdrucke p in mm Quecksilber im Gebiete sehr tiefer Temperaturen

$T = 273{,}16 + t$; NSP = Normaler Siedepunkt;
* = Umwandlungspunkt oder Schmelzpunkt

T	p mm Hg	T	p mm Hg	T	p mm Hg	T	p mm Hg	T	p mm Hg
Helium (He) NSP=4,219° abs.		Helium (Fortsetzung)		Wasserstoff (H_2) NSP=20,38° abs.		Neon (Ne) NSP=27,07° abs.		Stickstoff (N) NSP=77,35° abs.	
1,0	,15	2,2	39,6	13,96*	54,1	fest		63,14*	95
1,1	0,36	2,4	62,6	14	55,4	22	95	64	110
1,2	0,75	2,6	93,1	15	95,4	23	159	65	132
1,3	1,41	2,8	132	16	154	24	254	66	156
1,4	2,47	3,0	181	17	237	24,56*	325	67	183
1,5	4,05	3,2	240	18	348	flüssig		68	215
1,6	6,28	3,4	312	19	494	24,56*	325	69	250
1,7	9,32	3,6	396	20	678	25	383	70	290
1,8	13,3	3,8	496	21	908	26	542	72	386
1,9	18,3	4,0	614			27	744	74	503
2,0	20,4	4,2	751			28	990	76	647
2,19*	38,6	4,4	910					78	819

34. Sättigungsdrucke p in mm Quecksilber unterhalb einer Atmosphäre

NSP = normaler Siedepunkt

t	p mm Hg
Argon (A) NSP = −185,9	
−205	38
−200	98
−195	223
−190	460
−185	820
Sauerstoff (O_2) NSP = −182,97	
−205	34
−200	81
−195	175
−190	341
−185	612
Methan (CH_4) NSP = −161,4°	
−180	118
−175	212
−170	352
−165	558
−160	846
Trifluormonochlormethan (Freon 13) (CF_3Cl) NSP = −81,5°	
−140	6,4
−130	20
−120	53
−110	121
−100	249
− 90	471
− 80	824

t	p mm Hg
Äthylen (C_2H_4) NSP = −103,7°	
−135	74
−130	117
−125	178
−120	260
−115	372
−110	518
−105	705
Phosphorwasserstoff (PH_3) NSP = −86,9	
−130	39
−125	61
−120	93
−115	137
−110	196
−105	275
−100	375
− 95	504
− 90	663
Salzsäure (HCl) NSP = −85,0°	
−110	145
−105	210
−100	299
− 95	416
− 90	568
− 85	761

t	p mm Hg
Äthan (C_2H_6) NSP = −88,6°	
−100	394
− 95	532
− 90	706
− 85	920
Kohlendioxyd (CO_2) NSP = −78,5°	
−100	104
− 95	174
− 90	279
− 85	438
− 80	672
Difluordichlormethan (Freon 12) (CF_2Cl_2) NSP = −29,8°	
− 80	47
− 70	92
− 60	170
− 50	293
− 40	482
− 30	754
Ammoniak (NH_3) NSP = −33,4°	
− 75	56
− 70	82
− 65	117
− 60	164
− 55	226
− 50	307
− 45	409
− 40	538
− 35	699

t	p mm Hg
Methylchlorid (CH_3Cl) NSP = −24,2°	
− 60	117
− 55	159
− 50	210
− 45	276
− 40	356
− 35	455
− 30	576
− 25	720
− 20	891
Schweflige Säure (SO_2) NSP = −10,0°	
− 40	162
− 30	285
− 20	477
− 10	761
Monofluortrichlormethan (Freon 11) (FCl_3) NSP = +23,7	
− 30	72
− 20	121
− 10	196
0	305
+ 10	458
+ 20	670
Methylenchlorid (CH_2Cl_2) NSP = +40°	
− 30	26
− 20	48
− 10	84
0	140
+ 10	224
+ 20	346
+ 30	517
+ 40	750

t	p mm Hg
Schwefelkohlenstoff (CS_2) NSP = +46,2°	
− 5	101
0	127
+ 5	160
+ 10	198
+ 15	244
+ 20	298
Quecksilber (Hg) NSP = 357°	
0	0,0002
10	0,0006
20	0,0013
30	0,0030
40	0,006
50	0,013
60	0,026
70	0,050
80	0,09
90	0,16
100	0,28
120	0,75
140	1,83
160	4,18
180	8,78
200	17
220	32
240	57
260	96
280	157
300	247
320	376
340	558
360	806

35. Sättigungsdrucke p in kp/cm² oberhalb einer Atmosphäre

t	p kp/cm²
Äthan (C_2H_6)	
— 85	1,25
— 80	1,61
— 75	2,04
— 70	2,55
— 65	3,15
— 60	3,86
— 55	4,68
— 50	5.63
— 45	6.70
— 40	7,93
— 35	9,31
— 30	10,9
— 25	12,6
— 20	14,5
— 15	16,6
— 10	19,0
0	24,3
+ 10	30,8
+ 20	38,5
+ 30	48,0
Trifluormonochlormethan (Freon 13) (CF_3Cl)	
— 80	1,12
— 70	1,84
— 60	2,87
— 50	4,29
— 40	6,16
— 30	8,59
— 20	11,7
— 10	15,4
0	20,1
+ 10	25,7
+ 20	32,4
+ 25	36,2

t	p kp/cm²
Kohlendioxyd (CO_2)	
fest	
— 75	1,37
— 70	2,02
— 65	2,93
— 60	4,18
— 56,5	5,28
flüssig	
— 56,6	5,28
— 55	5,66
— 50	6,97
— 45	8,49
— 40	10,2
— 35	12,3
— 30	14,6
— 25	17,1
— 20	20,1
— 15	23,3
— 10	27,0
— 5	31,0
0	35,5
+ 5	40,5
+ 10	46,0
+ 15	51,9
+ 20	58,5
+ 25	65,6
+ 30	73,3
Difluordichlormethan (Freon 12) (CF_2Cl_2)	
— 30	1,02
— 20	1,54
— 10	2,24
0	3,15
+ 10	4,32
+ 20	5,78
+ 30	7,59
+ 40	9,78
+ 50	12,41

t	p kp/cm²
Ammoniak (NH_3)	
— 30	1,22
— 25	1,55
— 20	1,94
— 15	2,41
— 10	2,97
— 5	3,62
0	4,38
+ 5	5,26
+ 10	6,27
+ 15	7,42
+ 20	8,74
+ 25	10,2
+ 30	11,9
+ 35	13,8
+ 40	15,8
+ 45	18,2
+ 50	20,7
Methylchlorid (CH_3Cl)	
— 20	1,21
— 15	1,49
— 10	1,81
— 5	2,18
0	2,61
+ 5	3,10
+ 10	3,66
+ 15	4,28
+ 20	4,99
+ 25	5,78
+ 30	6,66
+ 35	7,62
+ 40	8.69
+ 45	9,86
+ 50	11,14

t	p kp/cm²
Schwefeldioxyd (SO_2)	
— 10	1,03
— 5	1,29
0	1,58
+ 5	1,94
+ 10	2,35
+ 15	2,82
+ 20	3,37
+ 25	4,00
+ 30	4,71
+ 35	5,52
+ 40	6,43
+ 45	7,45
+ 50	8,58
Monofluortrichlormethan (Freon 11) (FCl_3)	
+ 25	1,09
+ 30	1,30
+ 35	1,53
+ 40	1,80
+ 45	2,10
+ 50	2,45
Quecksilber (Hg)	
360	1,10
380	1,55
400	2,14
500	8,34
600	23,6
700	53,5
800	103,3
900	178
1000	279

36. Lichtwellenlängen in trockener Luft von 15° und 760 mm Quecksilberdruck in Å (= 10^{-8} cm)

Über die Abhängigkeit der Wellenlänge von Temperatur, Druck und Feuchtigkeit s. Bd. 1, S. 353 u. 381.

Die steilen Buchstaben geben die chemischen Elemente an, in deren Dämpfen die Linien auftreten, die kursiven die Namen der Linien.

Die als Normale brauchbaren Linien sind durch Fettdruck hervorgehoben, die Restlinien mit einem Stern versehen.

Ag	3280,68*	Cd	2144,38*	Fe	2912,160	Fe	4547,850
	3382,89*		2265,02*	Forts.	2941,346	Forts.	4592,685
	5209,079		2288,02*		2987,297		4602,946
	5645,487		2748,67		3030,155		4647,436
Al	2367,05		2980,622	*s*	3047,611	*d*	4668,13
	2575,09		3080,828		3075,725		4678,851
	3092,71*		3133,167	*S*	3100,671		4789,652
	3944,025*		3252,525		3125,664		4859,74
	3961,53*		3261,05*		3175,449	*c*	4957,604
Ar	4044,419		3403,653		3225,791		5012,071
	4200,68		3466,201		3271,003		5049,824
	4259,362		3467,656		3323,741		5083,342
	4348,06		3610,510		3370,787		5110,414
	8115,308		3612,875		3399,336		5127,365
As	2288,12*		4662,352	*O*	3440,612		5167,490
	2349,84*		4678,150		3445,151	b_3	5171,601
	2780,20*		4799,914		3485,341	*E*	5269,538
	2860,45		5085,8221		3513,819		5270,361
Au	2427,98*		5154,659	*N*	3581,195		5371,493
	2675,95*		6438,4696		3606,682		5405,777
B	2496,80*	Co	2388,90*		3640,392		5434,526
	2497,72*		3405,12*		3677,630		5455,613
Ba	4554,037*		3453,51*	*M*	3719,93		5497,518
	4934,10*	Cr	3593,49*		3724,378		5506,782
	5535,53*		3605,330*		3734,867		5535,418
Be	2348,61*		4254,342*		3753,612		5709,393
	3130,42*		4289,725*		3805,844		5763,013
	3131,06*	Cs	4555,42*		3815,843		5934,675
Bi	2897,98*		4593,20*	*L*	3820,430		5952,739
	2938,31	Cu	3247,54*		3821,182		6003,036
	2989,04		3273,965*		3825,885		6027,058
	3024,65		5218,202		3843,258		6065,486
	3067,73*	Fe	2373,737		3865,525		6137,696
C	2478,53*		2413,312		3906,484		6191,561
Ca	3158,88		2562,541		3935,814		6230,727
R	3179,34		2628,300		3977,743		6265,139
H', K	3933,670*		2679,064		4021,869		6318,021
H	3968,475*		2714,417		4118,549		6335,338
g	4226,728*		2739,551*	*f*	4134,682		6393,603
	4283,01		2749,325*		4147,674		6430,850
G	4307,74		2755,74*	*e*	4282,406		6494,983
			2778,227		4315,087		6546,242
			2813,289		4325,76		6592,918
			2851,800		4352,737		6663,445
			2874,167		4375,932		6677,993
					4383,54		6750,154
					4427,311		6843,673
					4466,556		6945,209
					4494,567		6978,856
					4531,152		7090,407

Fe	7187,336
Forts.	7223,669
	7445,773
	7568,931
	7664,306
	7748,286
	8046,086
	8220,413
	8387,786
	8468,425
H	3970,07
δ, h	4101,736
γ, G'	4340,46
β, F	4861,32
α, C	6562,785*
He	4471,480
	4713,147
	4921,926
	5015,678
D_3	5875,623
	6678,149
	7065,197
Hg	2378,34
	2399,76
	2446,90
	2464,06
	2482,01
	2536,520*
	2576,29
	2652,04
	2653,68
	2655,13
	2752,78
	2803,5
	2893,60
	2925,41
	2967,64
	3021,50
	3023,47
	3125,66
	3131,55
	3131,84
	3341,48
	3650,15
	3654,83
	3663,28
	3906,40
	3983,96
	4046,56
	4077,83
	4358,343
	4916,036
	5460,724
	5769,596
	5790,657
	6234,35
In	4101,76*
	4511,38*
K	3446,37
β	4044,14*
	4047,20*
α	7664,91*
	7698,98*
Kr	4502,3551
	5649,5607
	5870,9154
	6012,1547
	6056,1253
	6421,0271
	6456,2882
Li	4602,9*
	6103,64
α	6707,843*
Mg	2795,451*
	2802,712*
	2852,12*
	3832,30
	3838,29
b_4	5167,32
b_2	5172,68*
b_1	5183,60*
Mn	2576,11*
	2593,73*
	4033,07*
	4034,49*
Mo	3798,26*
	3864,12*
	3902,97*
N	3995,00
	4110,0
	4151,5
	4447,04
	5005,14
	5679,56
Na	3302,34*
	3302,94*
D_2	5889,965*
D_1	5895,932*
Ne	3417,903
	3447,703
	3454,158
	3466,547
	3472,573
	3520,470
	5400,5634
	5852,488
	5881,895
Ne	5944,834
Forts.	5975,534
	6029,998
	6074,337
	6096,163
	6143,062
	6163,594
	6217,280
	6266,495
	6304,789
	6334,428
	6382,991
	6402,246
	6506,528
	6532,882
	6598,953
	6678,276
	6717,043
	6929,466
	7032,411
	7173,938
	7245,165
Ni	2302,97*
	2316,04*
	2416,14*
	3002,491
	3050,83
	3057,648
	3414,770*
	3446,262
	3458,467
	3461,660
	3492,97
	3524,539*
	3619,392
	5476,91
	5760,843
	5805,211
	5857,759
	5892,878
O	3947,33
α	6282,9
B	6867,2
A	7608,2
P	2534,01
	2535,65*
	2553,28*
	2554,93*
Pb	3683,471*
	4057,81*
Pt	3250,35
	3251,98
	3255,91
	3966,36*
Rb	4201,81*
	4215,58*
Sb	2311,50
	2528,54*
	2598,08*
	2877,92
Si	2435,159
	2506,904
	2516,120*
	2528,516
	2881,587*
Sn	2839,99*
	2863,32*
	3034,12
	3175,04*
	3262,33*
	3283,5
	3330,60
Sr	4077,714*
	4215,515*
	4607,33*
Ti	3349,40*
	3361,22*
	3372,80*
Tl	3775,72*
	5350,46*
V	3102,30*
	3118,38*
W	4008,77*
	4294,62*
	4302,12*
X	2475,9
	4462,2
	4671,226
	8231,63
	8280,12
Zn	2025,49*
	2062,01*
	2138,56*
	3282,33
	3302,59
	3345,02*
	4629,810
	4680,140
	4722,163*
	4810,534*
	5181,984
	6362,345

37. Brechungszahlen einiger Stoffe bei 20°
Natürliche Drehung des Quarzes für 1 mm Dicke

Die Brechungszahlen n sowie die Wellenlängen für die Fraunhoferschen Linien beziehen sich auf Luft von 20° und 760 mm Quecksilberdruck (bei 10 mm absoluter Feuchtigkeit). Der Temperaturkoeffizient $-\frac{dn}{dt}$ beträgt in der Nähe von $t = 20°$ für Natriumlicht gegen Luft von der gleichen Temperatur wie der des Mittels: Äthylalkohol $40 \cdot 10^{-5}$, Äthyläther $60 \cdot 10^{-5}$, Schwefelkohlenstoff $81 \cdot 10^{-5}$, Wasser $89 \cdot 10^{-6}$.

Wellenlänge in Å	A(O) 7608,2	B(O) 6867,2	C(H) 6562,819	D(Na) 5892,980	E(Fe) 5269,978	F(H) 4861,353	G'(H) 4340,489	G(Ca) 4307,76	H(Ca) 3968,496
Anilin C_6H_7N	1,57216	,57688	,57930	,58616	,59544	,60422	,62040	,62166	,63816
Äthylalkohol C_2H_6O	1,3579	,3593	,3599	,36170	,3641	,3662	,3700	,3703	,3738
Äthyläther $C_4H_{10}O$	1,3488	,3501	,3508	,35259	,3550	,3572	,3607	,3610	,3643
Benzol C_6H_6	1,49098	,49454	,49633	,50132	,50768	,51338	,52350	,52428	,53402
Glyzerin $C_3H_8O_3$	1,46460	,46636	,46719	,46949	,47223	,47490	,47893	,47927	,48357
Pyridin C_5H_5N	1,50038	,50340	,50500	,50964	,51583	,52163	,53198	,53274	,54272
Schwefelkohlenstoff CS_2	1,60876	,61494	,61816	,62769	,64050	,65230	,67484	,67650	,69939
Terpentinöl $C_{10}H_{16}$	1,46624	,46836	,46941	,47230	,47604	,47944	,48537	,48582	,49149
Wasser H_2O	1,32890	,330447	,331152	,332988	,335222	,337123	,340340	,340583	,34348
Flußspat CaF_2	1,430995	,431987	,432483	,433830	,435545	,437039	,439597	,439790	,442097
Jenaer Glas									
Bor-Kron BK 1	1,50491	,50674	,50762	,51002	,51302	,51567	,52017	,52050	,52457
Schwer-Kron SK 1	1,60347	,60585	,60698	,61016	,61418	,61778	,62396	,62443	,62999
Flint F 3	1,60294	,60638	,60805	,61279	,61898	,62464	,63473	,63548	,64518
Schwer-Flint SF 4	1,73924	,74452	,74728	,75496	,76520	,77471	,79201	,79336	,81038
Kalkspat $CaCO_3$ ord.	1,64996	,65296	,65441	,65838	,66342	,66786	,67553	,67608	,68318
„ „ extr.	1,48269	,48398	,48462	,48643	,48874	,49080	,49431	,49457	,49774
Quarzglas SiO_2	1,45443	,45604	,45682	,45886	,46140	,46358	,46731	,46758	,47091
Quarzkristall SiO_2 ord. senkrecht zur Achse	1,539190	,540992	,541873	,544220	,547144	,549662	,553944	,554267	,558116
Quarzkristall SiO_2 extr.	1,54810	,54998	,55089	,55332	,55634	,55896	,56337	,56370	,56769
Steinsalz NaCl	1,53681	,53932	,54062	,544258	,54905	,55333	,56086	,56144	,56843
Sylvin KCl	1,48376	,48596	,48709	,490288	,49444	,49820	,50484	,50535	,51151
Drehung $(\alpha)_{20}$ von 1 mm Quarz bei 20° in Kreisgraden	12,704	15,742	17,314	21,724	27,552	32,766	41,927	42,630	51,119

Einfachbrechende Stoffe	n_{20}^D
Amylalkohol $C_5H_{12}O$	1,408
Diamant C	2,4173
n-Heptan C_7H_{16}	1,38777
Kanadabalsam	1,542
Kassiaöl	1,604
Leinöl	1,486
Methylalkohol CH_4O	1,3290
Methylenjodid CH_2J_2	1,74200
α-Monobromnaphthalin $C_{10}H_7Br$	1,65820
Rizinusöl	1,478
o-Xylol $C_6H_4(CH_3)_2$	1,50265
m- „ „	1,49788
p- „ „	1,49577
Zedernholzöl	1,505
Zimtaldehyd C_9H_8O	1,61949

Einachsige Kristalle	n_{20}^D ord.	n_{20}^D extr.
Beryll $Be_3Al_2(SiO_3)_6$	1,5841	1,5772
Eis H_2O aber n bei 0°	1,3091	1,3105
Natronsalpeter $NaNO_3$	1,5854	1,3369
Turmalin	1,6367	1,6193

Zweiachsige Kristalle	n_1^D bei 20°	n_2^D bei 20°	n_3^D bei 20°
Aragonit $CaCO_3$	1,6862	1,6810	1,5309
Baryt $BaSO_4$	1,6480	1,6371	1,6361
Gips $CaSO_4 \cdot 2H_2O$	1,5298	1,5228	1,5208
Glaubersalz $Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$	1,398	1,396	1,394
Glimmer, ostindischer	1,5993	1,5944	1,5612
Kalisalpeter KNO_3	1,5064	1,5056	1,3346
Kupfervitriol $CuSO_4 \cdot 5H_2O$	1,5434	1,5368	1,5141
Rohrzucker $C_{12}H_{22}O_{11}$	1,5710	1,5658	1,5382
Topas, sibirischer	1,6379	1,6308	1,6293

38. Brechungszahl n von Quarz, Flußspat, Steinsalz und Sylvin bei 20°

Die Tabelle enthält außer n als Funktion der Wellenlänge λ auch Angaben über die Dispersion für ein Prisma vom brechenden Winkel $\chi = 60°$ in der Minimumstellung. Bedeuten ε den Einfalls- bzw. Austrittswinkel und δ den Ablenkungswinkel, so ist $\sin \varepsilon = n \sin \frac{1}{2}\chi$ und $\delta = 2\varepsilon - \chi$. In der Tabelle sind die Werte $\Delta\varepsilon = |\varepsilon^{\lambda}_{20} - \varepsilon^{D}_{20}|$ verzeichnet. Es entsprechen n^{D}_{20} und ε^{D}_{20} der Wellenlänge $\lambda^{D}_{20} = 0{,}589\,298\,\mu$.

Beim Quarz gelten die Werte n für den ordentlichen Strahl senkrecht zur optischen Achse; sie sind zugleich die Mittelwerte aus den Brechungszahlen der beiden Strahlen in Richtung der optischen Achse.

Die Werte für λ_{20} und n_{20} beziehen sich auf Luft von 20° und 760 mm Hg (bei 9 mm absoluter Feuchtigkeit).

Die Tabelle enthält ferner noch die Werte $n' = -\frac{dn}{d\lambda}$ für die Stellen λ_{20}.

Der Temperaturkoeffizient $-\frac{dn}{dt}$ beträgt in der Nähe von $t = 20°$ für Natriumlicht gegen Luft von der gleichen Temperatur wie der des Mittels: Quarz ord. $44 \cdot 10^{-7}$, Flußspat $101 \cdot 10^{-7}$, Steinsalz $29 \cdot 10^{-6}$, Sylvin $31 \cdot 10^{-6}$.

	Quarz (ord. Strahl) $n^{D}_{20} = 1{,}544\,220\,2$ $\varepsilon^{D}_{20} = 50°\,32'\,38''$			Flußspat $n^{D}_{20} = 1{,}433\,830\,3$ $\varepsilon^{D}_{20} = 45°\,48'\,1''$			Steinsalz $n^{D}_{20} = 1{,}544\,258$ $\varepsilon^{D}_{20} = 50°\,32'\,44''$			Sylvin $n^{D}_{20} = 1{,}490\,288$ $\varepsilon^{D}_{20} = 48°\,10'\,17''$		
λ_{20} in μ	n_{20} gegen Luft	$\Delta\varepsilon$ in Min.	n' in μ^{-1}	n_{20} gegen Luft	$\Delta\varepsilon$ in Min.	n' in μ^{-1}	n_{20} gegen Luft	$\Delta\varepsilon$ in Min.	n' in μ^{-1}	n_{20} gegen Luft	$\Delta\varepsilon$ in Min.	n' in μ^{-1}
0,19	1,666 32	352,8	1,873	1,505 00	180,4	1,072	1,853 43	1043,0	7,759	1,783 73	896,2	8,214
0,20	1,649 32	300,6	1,499	1,495 31	155,2	0,846 6	1,790 73	780,6	5,091	1,719 04	665,5	5,120
0,22	1,624 41	226,1	1,013	1,481 19	118,9	0,583 0	1,715 91	512,5	2,762	1,645 93	432,7	2,627
0,24	1,607 40	176,5	0,722 6	1,471 33	93,8	0,421 5	1,671 97	370,4	1,748	1,604 74	311,1	1,617
0,26	1,594 73	140,1	0,536 9	1,463 97	75,2	0,316 1	1,642 94	281,2	1,204	1,578 12	235,6	1,096
0,28	1,585 22	113,2	0,411 6	1,458 41	61,2	0,244 0	1,622 39	220,0	0,875 8	1,559 53	184,1	0,789 4
0,30	1,577 93	92,7	0,323 6	1,454 00	50,1	0,192 7	1,607 14	175,6	0,662 4	1,545 85	146,8	0,592 7
0,35	1,565 44	58,0	0,192 8	1,446 58	31,6	0,115 6	1,582 32	104,9	0,369 8	1,523 78	87,6	0,327 8
0,40	1,557 715	36,7	0,125 71	1,441 857	19,8	0,075 382	1,567 69	64,1	0,230 4	1,510 86	53,6	0,203 4
0,50	1,548 741	12,2	0,063 778	1,436 491	6,6	0,037 881	1,551 75	20,3	0,109 0	1,496 80	16,8	0,095 65
0,70	1,540 635	9,7	0,026 206	1,431 789	5,0	0,014 530	1,538 81	14,7	0,037 45	1,485 51	12,3	0,032 70
0,80	1,538 376	15,8	0,019 826	1,430 563	8,0	0,010 401	1,535 75	22,9	0,024 90	1,482 85	19,1	0,021 67
0,90	1,536 583	20,6	0,016 369	1,429 651	10,3	0,007 233	1,533 66	28,5	0,017 51	1,481 03	23,8	0,015 17
1,00	1,535 050	24,7	0,014 464	1,428 923	12,1	0,006 627	1,532 16	32,6	0,012 88	1,479 73	27,1	0,011 09
1,20	1,532 340	32,0	0,013 022	1,427 760	14,9	0,005 230	1,530 16	37,9	0,007 761	1,478 02	31,5	0,006 573

1,40	1,529 742	38,9	0,013 114	1,426 772	17,4	0,004 750	1,528 88	41,3	0,005 253	1,476 96	34,2	0,004 341
1,60	1,527 047	46,1	0,013 928	1,425 833	19,6	0,004 683	1,527 98	43,7	0,003 912	1,476 22	36,0	0,003 129
1,80	1,524 145	53,8	0,015 144	1,424 885	22,0	0,004 827	1,527 28	45,6	0,003 155	1,475 67	37,4	0,002 429
2,00	1,520 972	62,2	0,016 620	1,423 895	24,4	0,005 088	1,526 70	47,1	0,002 717	1,475 23	38,6	0,002 008
2,30	1,515 610	76,4	0,019 189	1,422 294	28,3	0,005 602	1,525 94	49,1	0,002 387	1,474 69	39,9	0,001 662
2,60	1,509 86	91,5	0,022 16	1,420 525	32,6	0,006 199	1,525 25	51,0	0,002 269	1,474 21	41,2	0,001 503
3,00	1,499 53	118,4	0,026 76	1,417 93	39,0	0,007 053	1,524 34	53,4	0,002 280	1,473 63	42,6	0,001 437
3,50	1,484 51	157,2	0,033 74	1,414 12	48,2	0,008 210	1,523 17	56,5	0,002 428	1,472 91	44,5	0,001 472
4,00	1,466 17	203,9	0,042 61	1,409 71	58,9	0,009 426	1,521 90	59,8	0,002 651	1,472 15	46,4	0,001 570
4,50				1,404 69	71,1	0,010 69	1,520 51	63,5	0,002 914	1,471 33	48,5	0,001 701
5,00				1,399 01	84,8	0,012 01	1,581 99	67,6	0,003 199	1,470 44	50,7	0,001 853
6,00				1,385 62	116,8	0,014 80	1,515 48	76,8	0,003 813	1,468 43	55,8	0,002 190
7,00				1,369 32	155,5	0,017 85	1,511 35	87,7	0,004 466	1,466 06	61,8	0,002 554
8,00				1,349 88	201,0	0,021 20	1,506 55	100,2	0,005 149	1,463 31	68,8	0,002 937
9,00				1,326 85	254,3	0,024 93	1,501 05	114,6	0,005 862	1,460 18	76,7	0,003 336
10,00							1,494 82	130,7	0,006 607	1,456 64	85,5	0,003 754
11,00							1,487 83	148,8	0,007 386	1,452 66	95,5	0,004 193
12,00							1,480 04	168,8	0,008 204	1,448 24	106,5	0,004 654
13,00							1,471 41	190,7	0,009 064	1,443 35	118,7	0,005 139
14,00							1,461 89	214,8	0,009 971	1,437 96	132,1	0,005 651
15,00							1,451 45	241,0	0,010 93	1,432 04	146,6	0,006 195
16,00							1,440 01	269,4	0,011 95	1,425 55	162,6	0,006 774
17,00							1,427 53	300,2	0,013 03	1,418 47	179,9	0,007 394
18,00							1,413 93	333,4	0,014 18	1,410 75	198,7	0,008 058
19,00							1,399 14	369,2	0,015 42	1,402 6	218,4	0,008 43
20,00							1,383 07	407,6	0,016 74	1,393 8	239,6	0,009 10
21,00							1,365 63	448,9	0,018 16	1,384 4	262,0	0,009 81
22,00										1,374 2	286,2	0,010 6
23,00										1,363 2	312,2	0,011 4

39. Ultrarote Absorptionsbanden, die als Eichwellenlängen geeignet sind

Substanz	Zustand	Wellenlänge in μ
HCl	gasförmig	1.764 3.465
C_2H_5OH	flüssig Schicht 0,01 mm	6.945 7.169 7.466 9.074 9.421 11.220
$C_5H_{11}OH$	flüssig Schicht 0,01 mm	9.369 9.832 11.801 12.012 12.961
Quarz	geschmolzen	2.75
Quarz	kristallin, für den ordentlichen Strahl	Reflexionsmaximum 25.15
Steinsalz	pulverisiert	Durchlässigkeitsmaximum 32

40. Absorptionsbanden von CO_2- und H_2O-Dampf

Für CO_2 Zahlen nach Schaefer und Philipps, Z. Phys. 36, 641, 1926; Deutung (Zusammenhang mit den Grundschwingungen ν_1, ν_2, ν_3) nach Eucken, ebd. 37, 714, 1926.

Für H_2O Zahlen und Deutung nach Hettner, Z. Phys. 1, 345, 1920. Andere Deutung (durch Zerlegung von ν_3 in zwei Schwingungen $\nu_2' = 3740$, $\nu_3 = 3850\,cm^{-1}$) bei Mecke, ebd. 64, 173, 1930.

Die Zahlen der ersten Spalte (λ) sind Bandenmitten.

a) Kohlensäure				b) Wasserdampf			
$\lambda(\mu)$	Deutung	$\lambda(\mu)$	Deutung	$\lambda(\mu)$	Deutung	$\lambda(\mu)$	Deutung
14,9[1]	ν_2	2,69[2]	$\nu_1+\nu_2$	6,26[1]	ν_1	1,37	$2\nu_2$
10,4	$\nu_1-\nu_2$	2,77[2]		3,15[2]	$2\nu_1$	1,16	$3\nu_1+\nu_2$
9,43		2,09	$2\nu_1$	2,66	ν_2	1,13	$\nu_1+2\nu_2$
4,25[1]	ν_1	2,04		2,03	$3\nu_1$	0,94	$2\nu_1+2\nu_2$
4,88	$\nu_2+\nu_3$	2,00	$\nu_1+2\nu_2$	1,87	$\nu_1+\nu_2$	0,77	$\nu_1+3\nu_2$
3,28	$\nu_1+\nu_3$	1,63	$2\nu_1+\nu_2$	1,46	$2\nu_1+\nu_2$	0,69	$4\nu_2$
		1,00					
$\nu_1 = 2340$, $\nu_2 = 1170$ (inaktiv), $\nu_3 = 673\,cm^{-1}$				$\nu_1 = 1600$, $\nu_2 = 3760\,cm^{-1}$			

Absorptionsmaxima von H_2O im langwelligeren Ultrarot (nach Rubens und Hettner) bei 9,7; 10,3; 10,9; 11,7; 12,4; 13,3; 14,3; 15,6; 17,3 μ.

1) sehr stark. 2) stark.

41. Absorption ultraroter Strahlen von der Wellenlänge λ in einigen Stoffen

Kalkspat Schichtdicke = 0,1 cm			Quarz				Steinsalz	Sylvin	Flußspat	Wasser		
λ	ord.	extr.	λ	ord.	extr.	λ	Schichtdicke = 1 cm			Dicke	λ	%
μ	%	%	μ	%	%	μ	%	%	%	1 m	0,77	91
1,02	0	0	1	0	0	7	0	—	1,0			
1,45	0	0	1,5	0	0	8	0	—	15,6	1 cm	1,00	35
2,07	1,0	0	2	0	0	9	0.5	0	45,7		1,25	71
2,30	17,3	0	2.5	0	0	10	0.5	1,2	83,6	0,005	1,50	18
2,44	25,7	0	2,72	1,6	0	11	0,5	1,0	99,0	cm	1,71	5
2,53	17,3	1,0	2.83	4,3	0	12	0,7	0,5	100		1.96	46
2,60	11,2	0,5	2,95	5,4	2,5	13	2,4	0,5			2,2	14
2.65	15,7	0	3,07	3,0	2,5	14	6.9	2,5			2,7	88
2.74	21,0	0	3.17	1,6	1,3	15	15.4	4,6		0,001	1,8	2
2,83	12,4	0,5	3,38	1,3	3,5	16	33.9	6,4		cm	3,1	93
2,90	6,6	1,0	3.67	11,5	16	17	48.4	7,8			3,8	19
2.95	16.2	2,0	3.74	—	15	18	72,5	13.8			4,7	42
3,04	37,4	5,0	3.82	14,6	16	19	90,4	24,2			5,3	27
3.30	90	12	3.96	18,3	22	20,7	99,4	41,5			6,1	92
3,47	86	11	4,12	29	26	23,7	100	84,5			7,1	56
3,62	61	17	4,36	—	55						8,4	50
3.80	84	16	4,50	48	—							
3,98	100	9										
4,35	48	10										
4,52	76	14										
4,66	68	21										
4,83	45	16										
4.96	42	14										
5.25	55	30										
5,50	—	73										

42. Filterstoffe für ultrarote Strahlung

a) Die Durchlässigkeit nachstehend genannter Stoffe steigt mit zunehmender Wellenlänge λ auf 50% bei

Stoff	λ in μ	Schichtdicke in mm
Paraffin	20	1
Ruß	20	1
Schwarzes Seidenpapier	50	0,025
Quarz	150	1
Weißes Filterpapier	150	0,13
Schwarzes Photoplattenpapier	250	0,13

b) Die Durchlässigkeit nachstehend genannter Stoffe fällt mit zunehmender Wellenlänge λ auf 50% bei

Stoff	λ in μ	Schichtdicke in mm
Lithiumfluorid	8	1
Flußspat	12	1
Natriumfluorid	14	1
Natriumchlorid (Steinsalz)	22	1
Kaliumchlorid (Sylvin)	28	1
Kaliumbromid	38	1

43. Durchlässigkeit von Glas in Prozenten für Violett und Ultraviolett von der Wellenlänge λ bei 1 cm Schichtdicke

λ μ	schwer. Flint	gewöhnl. Flint	schwer. Kron	Prismen-Kron	Uviol-glas	λ μ	schwer. Flint	gewöhnl. Flint	schwer. Kron	Prismen-Kron	Uviol-glas
0,480	98,8	99,5	—	99,5	—	0,361	16	66	65	95	98
0,448	95,5	98,1	—	99,3	—	0,330	0	5	7	65	91
0,425	90,5	96,1	96,5	99,3	—	0,309	—	0	0	8	62
0,396	76	94,4	94,1	98,6	99	0,281	—	—	—	—	0,3

44. Reflexionsvermögen von Metallen

in Prozenten für senkrechten Einfall. 1 bis 4: hauptsächlich nach Hagen u. Rubens; 7: Kruppstahl V_2A (mit besonderem Poliermittel), Zahlen nach Pfestorf; 8: Hochheimsche Legierung, drei Monate alter Spiegel, Zahlen nach v. Fragstein.

	1	2	3	4	5	6	7	8
λ in μ	Ag	Pt	Ni	Au	Hg	Hg an Quarz	Krupp-stahl	Hochheim-Spiegel
0,188	22	35	35	—	—	—	—	—
0,200	25	38	44	20	—	—	—	—
0,251	34	34	38	39	57	55	42	75
0,288	21	39	43	34	61	55	49	82
0,305	9	40	44	32	63	55	51	83
0,316	4	—	—	—	—	55	52	85
0,326	15	41	45	29	66	55	53	86
0,338	56	—	47	—	—	55	54	87
0,357	75	43	49	28	70	56	56	88
0,385	81	45	50	27	72	57	59	88
0,420	87	52	57	29	74	58	62	89
0,450	91	55	59	33	75	63	63	89
0,500	91	58	61	47	75	—	65	—
0,550	93	61	63	74	—	—	66	89
0,60	94	64	65	84	75	—	—	—
0,65	95	66	66	89	—	—	—	—
0,70	95	69	69	92	77	—	—	—
0,80	96	70	70	95	—	—	—	—
1,0	97	73	72	97	—	—	—	—
1,5	98	78	79	97	—	—	—	—
2,0	98	81	84	97	—	—	—	—
3,0	98	89	89	—	—	—	—	—
5,0	98	94	94	97	—	—	—	—
9,0	99	95	96	98	—	—	—	—
14,0	98	96	97	98	—	—	—	—

Hg an Glas im Sichtbaren etwa 70%. Ag an Glas für weißes Licht bis etwa 95%.

45. Relative Hellempfindlichkeit V_λ des Auges für monochromatisches Licht gleicher Energie

Für das Maximum bei 0,555 μ ist $V_\lambda = 100$ gesetzt. Für $\lambda = 0{,}76$ ist $V_\lambda = 0{,}006$.

$\lambda(\mu)$	V_λ	λ	V_λ	λ	V_λ	λ	V_λ	λ	V_λ	λ	V_λ
0,40	0,04	0,46	6,0	0,52	71,0	0,58	87,0	0,64	17,5	0,70	0,41
,41	0,12	,47	9,1	,53	86,2	,59	75,7	,65	10,7	,71	0,21
,42	0,40	,48	13,9	,54	95,4	,60	63,1	,66	6,1	,72	0,105
,43	1,16	,49	20,8	,55	99,5	,61	50,3	,67	3,2	,73	0,052
,44	2,3	,50	32,3	,56	99,5	,62	38,1	,68	1,7	,74	0,025
,45	3,8	,51	50,3	,57	95,2	,63	26,5	,69	0,82	,75	0,012

46. Anregungsenergie A der metastabilen Terme und Ionisierungsenergie J der Edelgase in eV

	Helium	Neon	Argon	Krypton	Xenon
A in eV ...	19,82 u. 20,61	16,62	11,55	9,91	8,32
J in eV ...	24,58	21,57	15,76	14,00	12,13

47. Der normale Kathodenfall in Volt

	Luft	N_2	H_2	O_2	He	Ar	Ne
Aluminium	302	179	171	311	141	100	120
Antimon.....	396	225	252	—	—	135	—
Barium	—	157	—	—	86	93	—
Blei.....	392	210	223	—	—	124	—
Eisen	363	215	198	343	153	131	—
Gold	418	233	247	—	—	131	—
Iridium.....	379	—	—	—	—	—	—
Kadmium	375	213	200	—	—	119	—
Kalium	—	170	94	—	59	64	68
Kalzium.....	—	157	—	—	86	93	86
Kohlenstoff	438	—	—	—	—	—	—
Kupfer	375	208	214	—	177	131	—
Magnesium	247	188	153	310	125	119	94
Natrium.....	—	178	185	—	80	—	75
Nickel	353	197	211	—	—	131	—
Palladium	421	—	—	—	—	—	—
Platin.....	425	216	276	364	160	131	152
Quecksilber.....	—	226	270	—	143	—	—
Silber	428	233	216	—	162	131	—
Strontium	—	157	—	—	86	93	—
Wismut	339	210	240	—	137	135	—
Zink	372	216	184	354	143	119	—
Zinn	393	216	226	—	—	124	—

48. Elektronenstrahlen und Erregung von Röntgenstrahlen

β = Elektronengeschwindigkeit in Bruchteilen der Lichtgeschwindigkeit.

$\frac{m}{m_0} = (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ = Verhältnis der Masse des Elektrons zu seiner Ruhemasse.

$\mathfrak{H} \cdot r = \frac{1704{,}4 \cdot \beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$ Örsted · cm; r ist der Krümmungsradius der Elektronenbahn in einem senkrecht zur Bahn gerichteten Magnetfeld der Feldstärke $\mathfrak{H}$.

$E = 0{,}5107 \cdot 10^6 \left\{ (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right\}$ eV = Energie der Elektronen in Elektronen-Volt (vgl. Bd. 2, S. 370); 1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-12}$ Erg — $3{,}827 \cdot 10^{-20}$ cal.

$\frac{\mu}{\varrho}$ = Massenabsorptionskoeffizient der Elektronenstrahlen in Luft und Aluminium (nach Lenard); ϱ = Dichte.

$R \cdot \varrho$ = Praktische Reichweite der Elektronenstrahlen in Aluminium, angenähert auch in anderen leichtatomigen Stoffen.

$\lambda = \frac{1{,}237 \cdot 10^4}{E}$ Å = Wellenlänge eines Quants der Energie E eV = Grenzwellenlänge des Spektrums eines mit E Volt betriebenen Röntgenrohres.

Die Energie eines Quants der Wellenlänge λ Å beträgt $E = \frac{1{,}237 \cdot 10^4}{\lambda}$ eV $= \frac{1{,}981 \cdot 10^{-8}}{\lambda}$ Erg $= \frac{4{,}732 \cdot 10^{-16}}{\lambda}$ cal.

β	$\frac{m}{m_0}$	$\mathfrak{H} \cdot r$ Ø · cm	E eV	$\frac{\mu}{\varrho}$ cm²/g	$R\varrho$ g/cm²	λ Å
0,06	1,001805	102,4	$0{,}922 \cdot 10^3$	$2{,}5 \cdot 10^6$	—	13,42
0,08	1,003215	136,8	$1{,}642 \cdot 10^3$	$1{,}4 \cdot 10^6$	—	7,534
0,10	1,005038	171,3	$2{,}573 \cdot 10^3$	$0{,}8 \cdot 10^6$	$0{,}7 \cdot 10^{-4}$	4,808
0,15	1,01144	258,6	$5{,}844 \cdot 10^3$	$1{,}5 \cdot 10^5$	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$	2,117
0,20	1,02062	347,9	$1{,}053 \cdot 10^4$	$3{,}6 \cdot 10^4$	$2{,}7 \cdot 10^{-4}$	1,175
0,25	1,03279	440,1	$1{,}675 \cdot 10^4$	$8{,}6 \cdot 10^3$	$5{,}4 \cdot 10^{-4}$	0,7387
0,30	1,04828	536,0	$2{,}466 \cdot 10^4$	$2{,}9 \cdot 10^3$	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$	0,5017
0,35	1,06752	636,8	$3{,}448 \cdot 10^4$	$1{,}4 \cdot 10^3$	$2{,}4 \cdot 10^{-3}$	0,3587
0,40	1,09109	743,9	$4{,}652 \cdot 10^4$	$7{,}4 \cdot 10^2$	$4{,}0 \cdot 10^{-3}$	0,2659
0,45	1,1198	858,9	$6{,}117 \cdot 10^4$	$4{,}0 \cdot 10^2$	$6{,}0 \cdot 10^{-3}$	0,2022
0,50	1,1547	984,0	$7{,}900 \cdot 10^4$	$2{,}2 \cdot 10^2$	$8{,}9 \cdot 10^{-3}$	0,1566
0,55	1,1974	1 122	$1{,}008 \cdot 10^5$	$1{,}3 \cdot 10^2$	0,012	0,1227
0,60	1,2500	1 278	$1{,}277 \cdot 10^5$	83	0,017	0,09689
0,65	1,3159	1 458	$1{,}613 \cdot 10^5$	49	0,026	0,07668
0,70	1,4003	1 671	$2{,}044 \cdot 10^5$	29	0,041	0,06051
0,75	1,5119	1 933	$2{,}614 \cdot 10^5$	19	0,062	0,04732
0,80	1,6667	2 273	$3{,}405 \cdot 10^5$	13	0,096	0,03633
0,85	1,8983	2 750	$4{,}588 \cdot 10^5$	9,0	0,14	0,02696
0,90	2,2942	3 519	$6{,}609 \cdot 10^5$	6,0	0,23	0,01872
0,95	3,2026	5 186	$1{,}125 \cdot 10^6$	—	0,44	0,01100
0,97	4,1135	6 801	$1{,}590 \cdot 10^6$	—	0,67	0,007780
0,99	7,0889	11 961	$3{,}109 \cdot 10^6$	—	1,35	0,003978

49. Erzeugung homogener Röntgenstrahlung für Feinstrukturuntersuchung

Anodenstoff	Mittlere Wellenlänge der $K\alpha_{1,2}$-Linien in Å	Mindestanregungsspannung in kV	Scheitelwert günstiger Betriebsspannung in kV	Filterstoff	Filterstoffmenge in mg/cm²	Filterdicke in μ
Cr	2,287	6	20—25	—	4,8	8,4
Fe	1,934	7	25	Mn	5,5	7,5
Co	1,787	8	25	Fe	6,7	7,7
Cu	1,539	9	25—30	Ni	7,6	8,5
Mo	0,710	20	35—45	Zr	24	37
Ag	0,560	25	50	Pd	36	30

50. Wellenlängen der *K*-Serie und Schwächungskoeffizienten

Linien $K\alpha_2$, $K\alpha_1$, $K\beta_1$ und Absorptionskanten in Å für einige als Antikathodenmaterial und Absorptionsmittel gebräuchliche Elemente ($1\,\text{Å} = 10^{-8}\,\text{cm}$). Massenschwächungskoeffizienten (= Schwächungskoeffizient μ/Dichte ϱ) in Aluminium und Kupfer für die ($K\alpha_1 + K\alpha_2$)-Strahlung.

		$K\alpha_2$	$K\alpha_1$	$K\beta_1$	K	Für $K\alpha$	
						$(\mu/\varrho)_{Al}$	$(\mu/\varrho)_{Cu}$
6	C	44,5		—	43,5	—	—
13	Al	8,3205		7,965	7,935 6	344	3450
18	Ar	—		—	3,865 7	—	—
26	Fe	1,936 012	1,932 076	1,753 013	1,739 4	93,9	100
29	Cu	1,541 232	1,537 395	1,389 35	1,377 4	51,2	50,4
35	Br	1,041 66	1,037 59	0,930 87	0,918 09	16,6	147
40	Zr	0,788 51	0,784 30	0,700 28	0,687 38	7,0	66,4
42	Mo	0,712 805	0,707 831	0,630 978	0,618 48	5,41	51,4
45	Rh	0,616 37	0,612 02	0,544 49	0,533 03	3,52	35,0
46	Pd	0,588 63	0,584 27	0,519 47	0,507 95	3,04	30,0
47	Ag	0,562 67	0,558 28	0,496 01	0,484 48	2,64	26,7
53	J	0,437 03	0,432 49	0,383 15	0,373 44	1,37	12,5
74	W	0,213 45	0,208 62	0,184 22	0,178 22	0,295	1,77
78	Pt	0,190 04	0,185 23	0,163 70	0,157 70	0,253	1,32
82	Pb	0,170 04	0,165 16	0,146 06	0,140 49	0,225	1,00

51. Terme der Röntgenspektren in optischer und röntgenspektroskopischer Bezeichnung

Optisch ...	$1^2S_{1/2}$	$2^2S_{1/2}$	$2^2P_{1/2}$	$2^2P_{3/2}$	$3^2S_{1/2}$	$3^2P_{1/2}$	$3^2P_{3/2}$	$3^2D_{3/2}$	$3^2D_{5/2}$
Röntgenspektroskopisch:									
Siegbahn ..	K	L I	L II	L III	M I	M II	M III	M IV	M V
Siegbahn (alt)	K	L_3	L_2	L_1	M_5	M_4	M_3	M_2	M_1
Sommerfeld	K	L_{11}	L_{21}	L_{22}	M_{11}	M_{21}	M_{22}	M_{32}	M_{33}

52. Bestimmungsstücke der Kristallsysteme

insbesondere der Achsenlängen a, b, c und der Achsenwinkel α, β, γ.

Hieraus errechnet sich das Volum v der Elementarzelle zu

$$v = abc\sqrt{1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta - \cos^2\gamma + 2\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\cos\gamma},$$

ferner gemäß der Beziehung $n\lambda = 2d\sin\vartheta$ (n Ordnungszahl, λ Wellenlänge, d Gitterkonstante) der Glanzwinkel ϑ aus

$$\sin^2\vartheta = \frac{\lambda^2}{4}\left[q_{11}h^2 + q_{22}k^2 + q_{33}l^2 + q_{12}hk + q_{13}hl + q_{23}kl\right],$$

wenn

$$q_{11} = \frac{b^2c^2}{v^2}\sin^2\alpha;\quad q_{22} = \frac{a^2c^2}{v^2}\sin^2\beta;\quad q_{33} = \frac{a^2b^2}{v^2}\sin^2\gamma,$$

$$q_{12} = \frac{2}{v^2}abc^2(\cos\alpha\cdot\cos\beta - \cos\gamma);\quad q_{13} = \frac{2}{v^2}ab^2c(\cos\alpha\cdot\cos\gamma - \cos\beta),$$

$$q_{23} = \frac{2}{v^2}a^2bc(\cos\beta\cos\gamma - \cos\alpha).$$

h, k und l bezeichnen die Millerschen Indizes.

System	Achsen	Achsenwinkel	v	$\sin^2\vartheta$
triklin	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90°$	vgl. oben	vgl. oben
monoklin	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90°;\ \beta \neq 90°$	$abc\sin\beta$	$\frac{\lambda^2}{4}\frac{A}{\sin^2\beta} + \frac{\lambda^2}{4}\frac{k^2}{b^2}$ $A = \frac{h^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2} - \frac{hl}{a\cdot c}\cos\beta$
rhombisch	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90°$	abc	$\frac{\lambda^2}{4}\left[\frac{k^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}\right]$
hexagonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90°;\ \gamma = 120°$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}a^2c$	$\frac{\lambda^2}{4a^2}\left[\frac{4}{3}(h^2 + k^2 + hk) + \frac{a^2}{c^2}l^2\right]$
rhomboedrisch	oder $a_1 = a_2 = a_3;\ c$ $a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 120°$	$a^3\sqrt{1 + 2\cos^3\alpha - 3\cos^2\alpha}$	$\frac{\lambda^2}{4a^2}\frac{B\sin^2\alpha + 2C(\cos^2\alpha - \cos\alpha)}{1 - 3\cos^2\alpha + 2\cos^3\alpha}$ $B = h^2 + k^2 + l^2;\ C = hk + kl + hl$
tetragonal (quadratisch)	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90°$	a^2c	$\frac{\lambda^2}{4a^2}\left[h^2 + k^2 + l^2\cdot\frac{a^2}{c^2}\right]$
kubisch (regulär)	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90°$	a^3	$\frac{\lambda^2}{4a^2}\left[h^2 + k^2 + l^2\right]$

53. Lichtelektrischer Effekt

Austrittspotentiale P in Volt und langwellige Grenze λ_0 in AE

Metall	P Volt	λ_0 AE	Metall	P Volt	λ_0 AE	Metall	P Volt	λ_0 AE
Cs	1,91	6460	Th	3,68	3360	Snβ	4,38	2810
Rb	2,16	5700	Tl	3,68	3350	Bi	4,44	2780
K	2,24	5500	Zr	3,84	3220	W	4,50	2700
Li	2,28	5400	Ti	3,95	3130	Hg	4,52	2730
Na	2,46	5000	Zn	3,95	3130	Ag	4,61	2680
Ba	2,70	4570	Cd	4,00	3100	Fe	4,77	2590
Al	2,81	4390	Ga	4,12	2990	Au	4,90	2520
Ce	2,84	4300	Ta	4,12	3000	Rh	4,92	2507
Ca	3,20	3850	Mo	4,15	3000	Pd	4,97	2486
Be	3,30	3740	Sn fl	4,17	2955	Re	4,97	2480
Mg	3,63	3400	Co	4,25	2900	Ni	5,01	2460
U	3,63	3400	Sn γ	4,28	2880	Pt	6,30	1960

54. Magnetisierbarkeit einiger

$\mathfrak{B} = \mu\mathfrak{H} = \mu_0\mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}$ = Magnetische Induktion; ${}_{\mathfrak{J}}\mathfrak{H}_c$ = Koerzitivkraft, d. h. Magnetismus nötig ist. $\mathfrak{B}_r$ = Remanenz, d. h. die Dichte der nach dem Verschwinden $\mathfrak{B}_r/4\pi$ = remanentes magnetisches Moment der Volumeinheit; $\mu_a = [\mathfrak{B}/\mathfrak{H}]_{\mathfrak{H}=0}$ = An- beziehen sich auf den ungeglühten, die magnetischen Größen mit Ausnahme der ausgedrückt.

	Carbonyl-eisen-Blech	Flußstahl (bester)	Dynamostahlguß (gut)	Dynamostahlguß (mittel)	Gußeisen	Transformatorenblech (gut)	Hyperm 4	Nickeleisen Legierung	Permalloy
	Aus Carbonyleisenpulver gesintert und gewalzt, fast chemisch rein	%	%	%	%	%	%	%	%
C		0,04	—	0,06	3,11	(0,04)	—	—	—
Si		0,00	—	—	3,27	(4,0)	(3,5)	—	—
Mn		0,40	—	0,14	0,56	(0,1)	—	0,5	1,8
Ni		—	—	—	—	—	—	48,0	76,4
P		0,04	—	0,00	1,05	—	—	—	—
S		0,03	—	0,03	0,06	—	—	—	—
$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{B} \cdot 10^{-3}$ (Kommutierungskurve)								
0,05	0,3						0,8	0,2	1,2
0,1	1,0					0,3	2,0	0,5	5,0
0,25	4,7	3,1	0,4	0,1		1,1	5,9	4,7	7,3
0,5	8,2	7,1	1,2	0,5		3,8	8,9	6,8	8,7
0,75	10,0	9,0	2,6	1,2		5,7	10,2	7,8	9,4
1,0	11,2	10,2	4,5	2,5		6,9	11,2	8,5	9,8
1,5	12,5	11,7	7,1	6,0		8,6	12,3	9,4	10,6
2,5	13,7	13,4	10,0	9,5	0,9	10,5	13,2	10,8	10,8
5,0	14,5	15,0	12,8	12,7	3,0	12,4	14,0	11,8	11,1
10	15,2	15,7	14,5	14,6	5,2	13,7	14,8	12,8	11,3
20	15,8	16,1	15,6	15,7	6,8	14,5	15,5	13,3	11,4
50		17,1	16,7	17,0	8,6	15,7	16,9	13,6	11,4
100		18,3	17,8	18,0	10,0	16,9	18,2	13,6	11,5
150		19,1	18,5	18,8	11,0	17,7	18,9	13,7	11,5
200		19,6	19,2	19,4	11,9	18,4			
300		20,4	20,2	20,3	12,8	19,2			
500		21,5	21,4	21,3	14,1				
1000		22,3		22,3	16,2				
2000		23,4		23,4	18,1				
3000		24,4		24,4	19,5				
${}_{\mathfrak{J}}\mathfrak{H}_c$	0,17	0,37	0,95	1,26	4,6	0,4	0,13	0,25	0,08
$\mathfrak{B}_r \cdot 10^{-3}$	7,4	11,1	9,2	10,7	5,3	6,1	5,4	6,2	6,1
μ_a „	2,0	(0,35)	(0,3)	(0,25)	0,05	0,55	0,75	2,7	8,0
μ_{max} „	19,0	14,8	4,8	4,1	0,6	7,6	25,0	19,4	50,5
$4\pi\mathfrak{J}_\infty$ „	(21,6)	21,4	(21,4)	21,4	16,7	(19,6)	20,0	13,2	11,4

ferromagnetischer Stoffe

Feldstärke, die zur Aufhebung des nach starker Magnetisierung zurückbleibenden eines starken Feldes im geschlossenen Eisen übrigbleibenden Induktionslinien, also fangspermeabilität; $4\pi\mathfrak{J}_\infty$ = Sättigungswert. Die Angaben des chemischen Gehalts Dauermagnetstähle auf den geglühten Zustand. Alle Werte sind in CGS-Einheiten

	Dauermagnetlegierungen						
	Abschreckstähle			Aushärtungslegierungen			
	Legiert mit			NiAl Stähle		59% Cu 23% Ni 18% Fe gegossen	60% Cu 20% Ni 20% Fe gewalzt
	5% W	15% Co	36% Co				
$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{B} \cdot 10^{-3}$ (Absteigender Ast)						
0	10,0	9,0	9,6	6,4	5,2	3,4	5,2
20	9,0	8,6	9,3				
30	8,2	8,2	9,1				
40	7,1	7,7	8,9				
50	5,2	7,3	8,7	6,2	5,1	3,3	5,1
55	3,2	7,0	8,5				
60	0	6,7	8,4				
70		6,1	8,2				
80		5,3	7,9				
100		3,5	7,3	5,9	5,0	3,1	5,0
120		0	6,6	5,8	4,9	3,0	4,9
160			4,5	5,6	4,8	2,8	4,7
210			0	5,2	4,7	2,5	4,4
300				4,5	4,3	1,7	3,5
400				3,1	3,7	0	1,6
450				2,1	3,3		0
500				1,0	2,8		
550				0	2,5		
600					1,6		
700					0		
$\mathfrak{H}_c$	60	120	212	550	740	420	470

55a. Die erdmagnetischen Elemente für 1944,0

Nach einer Aufstellung von F. Burmeister, Erdmagnetisches Observatorium Fürstenfeldbruck (Oberbayern)

D = Westliche Deklination (östliche Werte negativ), J = Nördliche Inklination, H = Horizontalintensität in CGS

Ort	D	J	H = 0,...	Ort	D	J	H = 0,...	Ort	D	J	H = 0,...	Ort	D	J	H = 0,...
	°	°			°	°			°	°			°	°	
Aachen	6,9	66,2	188	Frankfurt/O.	2,8	67,3	183	Koburg	4,6	65,7	192	Potsdam	3,6	67,3	183
Altenburg	3,8	66,3	189	Freiberg	3,4	66,2	190	Kolberg	2,0	68,5	176	Prag	2,8	65,3	194
Altona	4,8	68,2	177	Freiburg/Br.	6,0	63,9	202	Köln	6 5	66,3	188	Ratibor	1,3	65,5	195
Ansbach	4,7	64,9	197	Fulda	5,1	65,9	191	Königsberg	−0,5	69,0	173	Regensburg	4,0	64,7	199
Aschaffenburg	5,4	65,5	193	Fürth	4,5	65,0	197	Konstanz	5,3	63,5	205	Rostock	4,2	68,6	175
Augsburg	4,6	64,1	202	Gera	4,0	66,2	190	Köslin	1,6	68,4	178	Rudolstadt	4,5	66,0	190
Bamberg	4,5	65,4	194	Gießen	5,6	66,0	190	Kottbus	2,8	66,6	188	Salzburg	3,7	63,7	204
Barmen	6,4	66,6	186	Glogau	2,1	66,4	189	Krakau	0,5	65,5	196	Schneidemühl	1,5	67,8	181
Bayreuth	4,3	65,4	194	Gnesen	1,3	67,3	184	Krefeld	6,7	66,7	186	Schweinfurt	5,0	65,6	193
Berlin	3,4	67,4	182	Görlitz	2,8	66,4	189	Leipzig	3,8	66,5	188	Schwerin	4,3	68,0	179
Bielefeld	5,7	67,1	184	Goslar	4,7	66,6	186	Leoben	2,8	63 1	208	Stargard/P.	2,4	67,9	180
Bochum	6,3	66,8	185	Göttingen	5,0	66,7	186	Linz	3,3	64,1	203	Stettin	2,7	68,0	179
Bonn	6,4	66,2	189	Graz	2,6	62,8	210	Litzmannstadt	0,2	66,7	188	Stolp	1,8	68,6	175
Braunschweig	4,7	67,3	183	Greifswald	3,1	68,6	175	Lübeck	4,5	68,5	175	St. Pölten	2,5	63,9	204
Bremen	5,5	67,9	179	Guben	2,6	66,9	186	Ludwigshafen	5,6	65,2	195	Stralsund	3,4	68,6	174
Breslau	1,8	66,4	190	Güstrow	4,1	68,3	176	Lüneburg	4,7	67,9	179	Straßburg	6,2	64,4	200
Bromberg	0,7	67,7	182	Hagen i. W.	6,2	66,7	186	Magdeburg	4,2	67,2	184	Stuttgart	5,1	64,5	199
Brünn	1,8	64,6	200	Halberstadt	4,6	67,0	185	Mainz	5,8	65,6	193	Thorn	0,1	67,7	183
Chemnitz	3,6	66,1	190	Halle	4,0	66,7	187	Mannheim	5,6	65,2	195	Tilsit	−0,7	69,4	173
Danzig	1,1	68,9	174	Hamburg	4,8	68,2	177	Marburg	5,4	66,2	189	Trier	6,5	65,4	193
Darmstadt	5,6	65,5	193	Hameln	5,4	67,2	183	Memel	−0,7	71,2	160	Tübingen	5,4	64,3	201
Dortmund	6,2	66,8	185	Hanau	5,5	65,6	192	Merseburg	4,1	66,5	188	Ulm	4,9	64,2	201
Dresden	3,2	66,4	189	Hannover	5,2	67,3	182	Metz	6,6	64,9	195	Villach	3,4	62,5	211
Duisburg	6,7	67,0	184	Heidelberg	5,5	65,1	196	Mülhausen/E.	6,1	63,9	203	Warschau	0,2	67,6	183
Düsseldorf	6,6	66,6	187	Heilbronn	5,1	64,8	198	München	4,2	64,0	203	Weimar	4,5	66,2	189
Eberswalde	3,2	67,7	181	Hof	5,0	65,7	192	Münster	6,1	67,1	183	Wiesbaden	5,8	65,6	192
Eger	3,9	65,5	194	Ingolstadt	4,3	64,5	200	Nordhausen	4,6	67,4	182	Wien	2,2	63,9	205
Eisenach	4,7	66,3	188	Innsbruck	4,4	63,1	207	Nürnberg	4,5	65,0	197	Wiener-Neust.	2,3	63,6	206
Elberfeld	6,4	66,8	186	Jena	4,3	66,2	190	Oldenburg	5,9	68,0	178	Wilhelmshav.	5,9	68,2	177
Emden	6,6	68,2	177	Karlsruhe	5,7	64,8	198	Osnabrück	5,9	67,3	182	Wismar	4,7	68,5	175
Erfurt	4,6	66,3	189	Kassel	5,2	66,6	187	Passau	3,4	64,3	201	Wittenberg	3,8	66,9	185
Erlangen	4,5	65,2	196	Kattowitz	1,0	65.8	194	Pforzheim	5,7	64,6	198	Würzburg	5,1	65,3	194
Essen	6,4	66,8	185	Kiel	4,9	68,8	173	Pilsen	3,4	65,2	195	Zeitz	3,9	66,3	189
Flensburg	5,4	69,2	170	Klagenfurt	3,3	62,5	211	Plauen	4,0	65,9	192	Zweibrücken	6,1	64,9	196
Frankfurt/M.	5,6	65,6	192	Koblenz	6,2	65,9	191	Posen	1,7	67,3	184	Zwickau	3,8	66,0	190

55b. Mittlere jährliche Änderung der erdmagnetischen Elemente H, D und J

Östl. Länge Greenw. / Nördl. Breite	0°			5°			10°			15°			20°		
	H	D	J	H	D	J	H	D	J	H	D	J	H	D	J
45°	+10γ	−0,14	+0,01	+ 7γ	−0,13	+0,01	+ 4γ	−0,13	+0,02	+ 1γ	−0,12	+0,03	− 2γ	−0,11	+0,04
50	+ 1	−0,15	+0,01	− 2	−0,15	+0,02	− 5	−0,14	+0,03	− 8	−0,13	+0,04	−11	−0,13	+0,04
53	− 7	−0,17	+0,02	−10	−0,16	+0,02	−13	−0,15	+0,03	−16	−0,15	+0,04	−19	−0,14	+0,05
60	−16	−0,18	+0,02	−19	−0,17	+0,03	−22	−0,17	+0,04	−25	−0,16	+0,05	−28	−0,16	+0,05

(Bei der Horizontalintensität bedeutet $1\,\gamma = 0{,}000\,01$ CGS oder Örsted.)

Quellen für weitere Gebiete: Weltkarten, entworfen von der Deutschen Seewarte, Linien gleicher Deklination 1940, gl. Inklination 1920, gl. Horizontalintensität 1920, Dietr. Reimer, Berlin. — USA. Hydrogr. Office Charts Nr. 3775, 3776, 3777 für 1937. — British Admiralty, Charts of egal magnetic variation, horizontal force and dip für 1937. — Courbes d'égale déclinaison magnétique en 1935 Nr. 5716. — Atlas magnétique, Bureau central de magnétisme terrestre, Paris 1925. — A. Nippoldt, Magnetische Karten von Europa, Deklination, Horizontal- und Vertikalintensität, sowie Störungskarte der Vertikalintensität. Abh. Nr. 354 Meteor. Inst. Berlin 1927. — F. Burmeister, Karte der erdmagnetischen Mißweisung für die Epoche 1940,0 (umfaßt Deutschland und große Gebietsteile der angrenzenden Staaten) Dietr. Reimer, Berlin. — R. Bock, F. Burmeister u. F. Errulat, Die magnetische Reichsvermessung 1935, O. Abh. d. Geophys. Instituts Potsdam Nr. 6, 1941.

56. Spezifischer elektrischer Widerstand ϱ reiner Metalle und von Legierungen

Der Widerstand eines cm-Würfels beträgt ϱ Ohm, eines 1 m langen Drahts von 1 mm² Querschnitt $10^4 \cdot \varrho$ Ohm. Für den Temperaturkoeff. α reiner Metalle ist der Höchstwert von $10\,\frac{(\varrho_{100} - \varrho_0)}{\varrho_0}$ angegeben, wie er bei reinen und getemperten Proben beobachtet wird. Durch mechanische Härtung und chemische Verunreinigung erniedrigen sich die Werte.

	$10^4 \cdot \varrho_{18}$	α		$10^4 \cdot \varrho_{18}$	α
Reine Metalle					
Silber	0,016	+4,1	Osmium	0,1	+4
Kupfer	0,017	4,3	Palladium	0,104	3,8
Gold	0,022	4,0	Platin	0,105	3,92
Aluminium	0,027	4,7	Zinn	0,110	4,6
Magnesium	0,044	4,1	Tantal	0,12	3,5
Molybdän	0,054	4,7	Blei	0,21	4,2
Iridium	0,053	4,1	Antimon	0,40	5,4
Wolfram	0,053	4,8	Wismut	1,17	4,5
Rhodium	0,047	4,4	Quecksilber	0,958	0,99
Zink	0,059	4,2			
Nickel	0,070	6,7	Natrium	0,046	5,5
Kadmium	0,073	4,2	Kalium	0,070	5,8
Eisen	0,098	6,6	Lithium	0,093	4,4
Kobalt	0,07	6,6	Thallium	0,190	5,2
Legierungen					
Konstantan	0,50	±0,05	Stahl, gehärtet	0,4—0,5	+1,5
Manganin	0,43	±0,02	Leg. Eisen (4% Si)	0,50	0,9
Patentnickel	0,34	+0,2	Kruppin (30% Ni)	0,85	0,8
Nickelin	0,40	0,2	Cekas (Ni-Cr-Fe)	1,00	
Messing	0,08	1,5	Manganstahl (12% Mn)	0,55	2
20 Pd, 80 Ag	0,15	0,3	Al-Stahl (10% Al)	1,0	0,35
33 Pt, 67 Ag	0,27	0,2	Bogenl.-Kohle	Etwa 60	−0,2 bis −0,8
90 Pt, 10 Rh	0,20	1,7			
Stahl, weich	0,1—0,2	5			

57. Leitvermögen $\varkappa$ wäßriger Lösungen bei 18° in Ω^{-1} cm^{-1}.

Gehalt: Gewichtsprozente der Lösung, die Salze wasserfrei gerechnet. $\Delta\varkappa$ = mittl. Zunahme von $\varkappa$ zw. 18 und 25° auf + 1° in Proz. von $\varkappa_{18}$. — Vollständiger bei F. Kohlrausch u. Holborn, Leitvermögen der Elektrolyte, Leipzig 1916, ferner Landolt-Börnstein-Roth-Scheel, Physikalisch-chemische Tabellen, Berlin 1923 und später.

Lösung	KCl		NH_4Cl		NaCl		K_2SO_4		$MgSO_4$		$ZnSO_4$		$CdSO_4$	
	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$
5%	0,069	2,0	0,092	2,0	0,067	2,2	0,046	2,2	0,0263	2,3	0,0191	2.2	0,0146	2,1
10	,136	1,9	,178	1,9	,121	2,1	,086	2,0	,0414	2,4	,0321	2,2	,0247	2,1
15	,202	1,8	,259	1,7	,164	2,1			,048	2,5	,0415	2,3	,033	2,1
20	,268	1,7	,337	1,6	,196	2,2			,048	2,7	,047	2,4	,039	2,1
25			,403	1,5	,214	2,3			,042	2,9	,048	2,6	,043	2,2
30											,044	2,7	,044	2,4
35													,042	2,5
Max. = bei									0,0492 17,4%		0,0481 23,5%		0,044 28%	

Lösung	$CuSO_4$		$AgNO_3$		KOH		NaOH		HCl		HNO_3		H_2SO_4	
	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$	$\varkappa$	$\Delta\varkappa$
5%	0,0189	2,2	0,0256	2,2	0,172	1,9	0,195	2,0	0,395	1,58	0,258	1,50	0,209	1,21
10	,0320	2,2	,0476	2,2	,315	1,9	,309	2,2	,630	1,56	,461	1,45	,392	1,28
15	,0421	2,3	,068	2,2	,425	1,9	,349	2,5	,745	1,55	,613	1,40	,543	1,36
20			,087	2,1	,499	2,0	,328	3,0	,762	1,54	,711	1,38	,653	1,45
25			,106	2,1	,540	2,1	,272	3,7	,723	1,53	,770	1,38	,717	1,54
30			124	2,1	,542	2,3	,207	4,5	,662	1,52	,785	1,39	,740	1,62
35			,141	2,1	,509	2.4	,156	5,5	,591	1,51	,769	1,43	,724	1,70
40			,157	2,1	,450	2,7	,121	6,5	,515		,733	1,49	,680	1,78
50			,186	2,1			,082	9			,631	1,6	,541	1,93
60			,210	2,1							,513	1,6	,373	2,13
70											,396	1,5	,216	2,56
80											,267	1,3	,111	3,49
Max. = bei					0,544 28%				0,767 18,3%		0,785 29,7%		0,740 30,2%	

58. Äquivalentleitvermögen $\Lambda = \frac{\varkappa}{\eta}$ wäßriger Lösungen bei 18°

$\frac{\text{g-Äqu.}}{\text{Liter}} = 10^3\,\eta$	KCl	NaCl	LiCl	KNO_3	$AgNO_3$	$\frac{1}{2}MgCl_2$	$\frac{1}{2}K_2SO_4$	$\frac{1}{2}MgSO_4$	$\frac{1}{2}CuSO_4$	HCl	$\frac{1}{2}H_2SO_4$
0	130,1	109,0	98,9	126,5	115,8	111,4	133,1	114	115	380	383
0,0001	129,1	108,1	98,1	125,5	115,0	109,4	130,7	109,9	109,9	378	
0,0002	128,8	107,8	97,8	125,2	114,6	108,9	130,0	108,0	107,9	378	
0,0005	128,1	107,2	97,2	124,4	113,9	107,7	128,5	104,2	103,5	377	368
0,001	127,3	106,5	96,5	123,6	113,1	106,3	126,9	99,8	98,5	376	361
0,002	126,3	105,6	95,6	122,6	112,1	104,5	—	94,1	91,9	375	351
0,005	124,4	103,8	93,9	120,5	110,0	101,3	120,3	84,5	81,0	373	330
0,01	122,4	102,0	92,1	118,2	107,8	98,1	115,8	76,2	71,7	369	308
0,02	120,0	99,6	89,9	115,2	—	94,3	110,4	67,6	62,4	366	286
0,05	115,8	95,7	86,1	109,9	99,5	88,5	101,9	56,9	51,2	358	253
0,1	112,0	92,0	82,4	104,8	94,3	83,4	94,9	49,7	43,8	351	225
0,2	108,0	87,7	77,9	98,7	—	78,0	87,8	43,2	37,7	342	214
0,5	102,4	80,9	70,7	89,2	77,5	69,6	78,5	—	—	327	205
1	98,3	74,3	63,4	80,5	67,6	61,4	71,6	28,9	25,8	301	198

59. Ionenbeweglichkeit l in Wasser und ihr Temp.-Koeff. α bei 18°

Kationen						Anionen					
	l	α		l	α		l	α		l	α
Cs	68	,0212	$\frac{1}{2}$Ba	55	,0239	J	66,5	,0213	JO_4	48	
Rb	67,5	214	$\frac{1}{2}$Sr	51	247	Br	67,0	215	ClO_4	64	
K	64,6	217	$\frac{1}{2}$Ca	51	247	Cl	65,5	216	CHO_2	47	
Na	43,5	244	$\frac{1}{2}$Mg	45	256	SCN	56,6	221	$C_2H_3O_2$	35	,0238
Li	33,4	265	$\frac{1}{2}$Zn	46	254	F	46,6	238	$C_3H_5O_2$	31	
NH_4	64	222	$\frac{1}{2}$Cd	46	245	NO_3	61,7	205	OH	174	180
Ag	54,3	229	$\frac{1}{2}$Cu	46		JO_3	33,9	234	$\frac{1}{2}SO_4$	68	227
Tl	66,0	215	$\frac{1}{2}$Pb	61	240	BrO_3	46		$\frac{1}{2}CrO_4$	72	
H	315	,0154	$\frac{1}{2}$Ra	58	,0239	ClO_3	55,0	,0215	$\frac{1}{2}C_2O_4$	63	,0231

60. Elektrochemische Äquivalente

Der Strom 1 intern. Ampere scheidet aus oder zersetzt					
	mg Silber	mg Kupfer	mg-Äquivalente	mg Wasser	cm³ Knallgas von 0° und 760 mm Hg
in 1 s	1,118	0,3294	0,01036	0,0933	0,1740
in 1 min	67,08	19,76	0,6215	5,60	10,44
in 1 h	4025	1186	37,29	335,9	626

61. Spannung der Metalle, bezogen auf die normale Wasserstoff-Elektrode

	Volt		Volt
Kalium	— 3,2	Wasserstoff (gegen Säuren)	0,00
Natrium	— 2,8	Kupfer (gegen Kuprisalz)	+ 0,33
Magnesium	— 1,56	Kobalt (gegen Kobaltisalz)	+ 0,4
Zink	— 0,77	Kupfer (gegen Kuprosalz)	+ 0,51
Eisen (gegen Ferrosalz)	— 0,44	Thallium (gegen Thallisalz)	+ 0,71
Kadmium	— 0,41	Quecksilber (g. Merkurosalz)	+ 0,79
Thallium (gegen Thallosalz)	— 0,32	Silber	+ 0,80
Kobalt (gegen Kobaltosalz)	— 0,30	Blei (gegen Pb····)	+ 0,83
Nickel	— 0,23	Quecksilber (g. Merkurisalz)	+ 0,85
Blei (gegen Bleioxydsalz)	— 0,13	Gold (gegen Aurisalz)	+ 1,3
Zinn (gegen Stannosalz)	— 0,11	Gold (gegen Aurosalz)	+ 1,5
Eisen (gegen Ferrisalz)	— 0,05		

62. Thermoelektrische Kräfte in Millivolt verschiedener Metalle gegen Platin, wenn die Lötstellen sich auf 0 und 100° befinden. + bedeutet, daß an der heißen Lötstelle das Platin das höhere Potential besitzt

Metall	Millivolt	Metall	Millivolt	Metall	Millivolt
Silizium	+ 45	Rhodium	+ 0,65	Graphit	+ 0,2
Antimon	+ 4,7	Iridium	+ 0,65	Quecksilber	0,0
Eisen	+ 1,8	Manganin	+ 0,6	Platin	0,0
Molybdän	+ 1,2	Tantal	+ 0,5	Natrium	— 0,2
Kadmium	+ 0,9	Zäsium	+ 0,5	Palladium	— 0,3
Wolfram	+ 0,8	Zinn	+ 0,45	Kalium	— 0,9
Kupfer	+ 0,75	Blei	+ 0,45	Nickel	— 1,5
Gold	+ 0,7	Magnesium	+ 0,4	Kobalt	— 1,6
Silber	+ 0,7	Aluminium	+ 0,4	Konstantan	— 3,4
Zink	+ 0,7	Kohle	+ 0,3	Wismut	— 7

63. Elektromotorische Kräfte in Millivolt für einige gebräuchliche Thermoelemente

Die eine Lötstelle befindet sich auf $t°$, die andere auf 0°. Der Strom fließt an der wärmeren Lötstelle vom ersten zum zweiten Metall

t	Konstantan, Kupfer	Konstantan, Eisen	Nickel, Eisen	Nickel, Kohle	Platin 90 Pt 10 Rh	Chromnickel (Hoskins)	Pallaplat 32/40 (Heraeus)	Platinrhenium H_2 (Siebert)
— 185	5,2	7,5						
— 80	3,1	3,8						
0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,00	0,0	0,0	0,0
+ 100	4,1	5,2		1,8	0,64	3,3		3,5
200	8,8	10,5		4,2	1,42	7,5	7,2	8,7
300	14,1	15,8	9,2	6,5	2,29	11,6	11,8	14,7
400	19,9	21,2	10,7	8,4	3,21	15,7	16,8	20,8
500	26,3	26,6	11,8	10,3	4,17	20,0	21,9	27,7
600		32,1	13,1	12,5	5,18	24,2	27,2	34,5
700		37,7	14,9	15,3	6,23	28,3	32,6	41,7
800		43,4	17,2	18,3	7,31	32,4	38,0	49,0
900		49,4	19,5	21,8	8,43	36,5	43,4	56,4
1000				25,7	9,56	40,5	48,8	63,8
1100				29,9	10,72	44,5	54,3	71,1
1200				34,4	11,89		59,6	78,3
1300					13,07			
1400					14,26			
1500					15,45			
1600					16,63			

64. Überschlagspannungen U (Scheitelwerte) von Kugelfunkenstrecken bei 20° und 760 Torr

(vgl. Bd. 2, S. 331; Lit. ETZ 59, 1938, H. 39)

Die Zahlen bei einpoliger Erdung gelten für betriebsfrequente Wechselspannung, negative Stoß- und negative Gleichspannung

Kugeldurchmesser cm	2		5		10		15		25	
Schlagweite cm	Eine Kugel geerdet kV	Beide Kugeln isoliert kV	Eine Kugel geerdet kV	Beide Kugeln isoliert kV	Eine Kugel geerdet kV	Beide Kugeln isoliert kV	Eine Kugel geerdet kV	Beide Kugeln isoliert kV	Eine Kugel geerdet kV	Beide Kugeln isoliert kV
0,1	4,4	4,4								
0,2	8,2	8,2	8,0	8,0						
0,4	14,8	14,9	14,3	14,3						
0,5	18,0	18,1			16,9	16,9	16,5	16,5		
0,6	21,0	21,2	20,4	20,4						
0,8	26,6	26,9	26,3	26,4						
1,0	31,2	32,0	32,0	32,2	31,6	31,6	31,3	31,3	31	31
1,5	40,2				45,6	45,8	45,5	45,5	45	45
2,0			57,4	58,3	59,1	59,3	59,2	59,2	59	59
3,0			75,4	79,3	84,1	84,9	85,5	85,8	86	86
4,0					105	107	110	111	112	113
5,0					123	128	132	134	137	138
6,0					138	146	152	155	161	162
7,0					150	163	162	175	184	185
8,0							185	194	205	207
9,0							198	211	225	228
10,0							209	227	243	248
12,0									275	286
15,0									314	336

65. Verschiedene Eigenschaften fester Stoffe

Dichte; linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient; spez. Wärme; Wärmeleitung; Schmelzpunkt; Schmelzwärme; Siedepunkt; spez. magn. Suszeptibilität $\left(\chi = \frac{\varkappa}{\varrho}\right)$

	Dichte bei 18° g/cm³	Linearer Ausdehn.-Koeffizient zwischen 0° und 100°	Spez. Wärme bei 18°	Wärmeleitung bei 18°	Schmelzpunkt	Schmelzwärme	Siedepunkt	Spez. magn. Suszept. bei 18°
		0,0000	cal / Grad·g	cal / Grad·cm·s	Grad	cal/g	Grad	$10^6\,\chi$
Aluminium	2,72	23	0,214	0,585	659	94,6	2500	+ 0,62
Antimon	6,69	084	0,050	0,042	630,5	39,2	1635	— 0,50 ∥ zur Hauptachse — 1,38 ⊥ zur Hauptachse
Beryllium	1,86	13	0,457	0,40	1280	~ 300	2970	
Blei	11,34	29	0,031	0,083	327	5,92	1750	— 0,12
Chrom	7,1	08	0,105		1550	75,5	2330	+ 3,7
Eisen rein	7,86	125	0,111	0,20	1540	64	2880	
Flußstahl (Mittelw.)	7,84	115	0,104 —0,123	0,10 — 0,14	1450 — 1520			
Stahl nicht rostend V 2 A (Mittelwert) (74% Fe, 18% Cr, 8% Ni)	7,86	16	0,115	0,036	1400			
Grauguß (Mittelw.)	7,2	09	0,129	0,12 — 0,15	1150 — 1250			
Gallium	5,91	13	0,092		29,5	19,2	2050	— 0,23
Gold	19,3	143	0,0312	0,74	1063	15,4	2950	— 0,12
Iridium	22,4	066	0,0308	0,141	2454			+ 0,13
Jod	4,94	9	0,052		113,5	28,8	184	
Kadmium	8,64	41	0,06	0,24	320,9	13	767	— 0,17
Kalium	0,86	84 [1]	0,18	0,32	63,4	14,7	762	+ 0,52
Kalzium	1,55		0,15		845	55,8	1700	+ 1,1
Kobalt	8,8	126	0,10	0,17	1490	62,2	3180	
Kohlenstoff:								
Diamant	3,514	0,13	0,118	0,40	etwa 3540			0,33
Graphit α	2,26	0,2						— 18,1 ∥ hex. Achse
β	2,22		0,165	0,39				— 2,1 ⊥ hex. Achse
Steinkohle natürlich:								
Fettkohle	1,27	2—3	0,25	0,00050				
Anthrazit	1,35		0,23	0,00057				
Hochtemperaturkoks	1,92		0,17	0,0017				
Kupfer	8,93	142	0,092	0,95	1084	48,9	2560	— 0,09
Lithium	0,534	56	0,81	0,17	180	159	1330	+ 0,5
Magnesium	1,74	26	0,24	0,41	650	89,0	1100	+ 0,8
Mangan	7,3	23	0,121		1220	63,2	2030	8 α Mn 8,8 β Mn
Molybdän	10,2	05	0,064	0,34	2600	69,4	4700	+ 0,60
Natrium	0,97	7	0,29	0,23	97,8	27,4	883	+ 0,55
Nickel	8,8	130	0,11	0,22	1452	71,6	3100	
Osmium	22,5	05	0,031		2700			+ 0,05
Palladium	11,5	119	0,059	0,16	1555	38,7		+ 5,2
Phosphor, weiß	1,83	$125 \cdot 10^{-1}$ [1]	0,18		43,8	19,4	280	— 0,88
Platin	21,4	090	0,0316	0,17	1773	24,1		+ 1,0
Rhenium	20,5		0,0327		3170			+ 0,04
Rhodium	12,4	083	0,059	0,21	1966	52		+ 1,1

1) Zwischen 0° und dem Schmelzpunkt.

65. Verschiedene Eigenschaften fester Stoffe (Fortsetzung)

Dichte; linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient; spez. Wärme; Wärmeleitung; Schmelzpunkt; Schmelzwärme; Siedepunkt; spez. magn. Suszeptibilität $\left(\chi = \frac{\varkappa}{\varrho}\right)$

	Dichte bei 18° g/cm³	Linearer Ausdehn.-Koeffizient zwischen 0° und 100°	Spez. Wärme bei 18°	Wärmeleitung bei 18°	Schmelzpunkt	Schmelzwärme	Siedepunkt	Spez. magn. Suszept. bei 18°
		0,0000	cal/(Grad·g)	cal/(Grad·cm·s)	Grad	cal/g	Grad	$10^6\,\chi$
Rubidium	1,52	9 [1]	0,086		38,9	6,15	713	+ 0,08
Ruthenium	12,3	07	0,056		~ 2500	46		
Schwefel, rhombisch	2,056	9	0,171	0,00064	112,8		444,60	— 0,49
Schwefel, monoklin	1,96		0,176		118,8	9,2		— 0,46
Selen, metall	4,80	66	0,079		216,8	15,4	690	— 0,32
Silber	10,51	197	0,0556	1,00	960,5	25,1	2180	— 0,19
Silizium	2,33	02	0,168		1410	33,8	1630	~ — 0,1
Tantal	16,6	066	0,033	0,13	2800		> 4100	+ 0,93
Thallium	11,8	29	0,031	0,12	302,8	5,0	1460	— 0,23
Wismut	9,80	135	0,029	0,019	271	12,5	1560	— 1,37
Wolfram	19,3	043	0,032	0,40	3380	45,8		+ 0,30
Zäsium	1,89	$100 \cdot 10^{11}$ [1]	0,057		28,3	3,8	708	
Zink	7,12	36	0,0925	0,268	419,4	24,5	807	— 0,14
Zinn	7,28	27	0,0523	0,154	231,9	14,5	2430	+ 0,026
Platin-Iridium (10 % Ir)	21,6	089			1800			
Messing (62 Cu, 38 Zn)	~ 8,30	185	0,092	0,19	~ 920			
Bronze (84 Cu, 9 Zn, 6 Sn, 1 Pb)	~ 8,7			0,14	~ 900			
Invar (64 Fe, 36 Ni)	7,9	023		0,026				
Supra-Invar (63 Fe, 32 Ni, 5 Co, 0,3 Mn)		001—005						
Konstantan (60 Cu, 40 Ni	8,8	152	0,098	0,054				
Neusilber (62 Cu, 15 Ni, 22 Zn)	8,7	18	0,095	0.0595	~ 1000			
Rosesches Metall	10,7		0,04	0,039	95			
Woodsches Metall	9,7		0,04	0,030	65—70			
Berliner Porzellan	2,3	038		0,0025 — 0,0030				
Jenaer Glas 16 III	2,6	081	0,186	0,0023				
Bergkristall ⊥ Achse	2,64	160	0,178	0,0165				
Bergkristall ∥ Achse		096		0,032				
Quarzglas	2,21	0058	0,174	0,0032	β-Quarz 1710			
								∥ trig. Achse
Kalkspat ⊥ Achse	2,71	— 054	0,19	0,010				— 0,40
KNO_3	2,10	78	0,23		339			— 0,34
$NaNO_3$	2,26		0,261		310	45		— 0,30
KCl	1,99	32	0,166	0,0166	768	86	1420	— 0,36
NaCl	2,16	40	0,206	0,015	802	123,5	1440	— 0,50
Na_2SO_4 (wasserfrei)	2,68		0,210		887	41,2	1700	— 0,64
Phenol	1,06	$\sim 29 \cdot 10^1$	0,338		41		182	
Naphthalin	1,15	94	0,30	0,0009	80,1	36	217,9	
Benzophenon	1,09				47,9	22	305,9	
Stearinsäure	0,94		0,397		69,5	48	380	
Diphenyl	1,16		0,30		68,6	29	255	
Benzoesäure	1,27	$17 \cdot 10^1$	0,28		121	46	249	
Rohrzucker	1,59	83	0,29	0,00139	160	13,4		— 0,57
Hartgummi	1,20		0,34	0,00038				

1) Zwischen 0° und dem Schmelzpunkt.

66. Verschiedene Eigenschaften von Flüssigkeiten

Dichte; Kapillarkonstante (D gegen eigenen Dampf, L gegen Luft); Zähigkeit; Wärmeausdehnung; spez. Wärme; Schmelzpunkt t und seine Erniedrigung Δt durch Lösen von 1 g-Mol. in 1000 g; Schmelzwärme

	Dichte bei 18°	Kapillarkonstante bei 18°	Zähigkeit $[\eta] \cdot 10^3$ bei 18°	Kub. Ausd.-Koeff. bei 18°	Spez. Wärme bei 18°	Schmelzpunkt t	Δt	Schmelzwärme
	g/cm³	Dyn/cm	$\frac{g}{cm \cdot s}$	0,00	$\frac{cal}{Grad \cdot g}$	Grad	Grad	cal/g
Ameisensäure	1,373	37,8 L	1,87	102	0,53	+ 8,4	2,77	66,0
Gärungs-iso-Amylalkohol (Isobutylcarbinol)	0,812	24,4 L	3,8		0,5	~— 117		
i-Amylazetat	0,873							
Amylbenzoat				084				
Anilin	1,022	40,5 D	4,82	084	0,49	— 6,2	5,87	21,0
Äthylalkohol	0,790	22,0 D	1,24	110	0,57	— 114,2		25,8
Äthyläther	0,716	16,4 D	0,248	162	0,56	— 116,2	1,79	23,5
Äthylazetat	0,903	24,0 L	0,461	135	0,46	— 83,6		25,6
Äthylbenzoat				090	0,39			
Azeton	0,791	23,3 D	3,37	143	0,51	— 94,3		19,6
Benzol	0,879	29,1 L	0,67	106	0,408	+ 5,48	5,07	30,40
Brom	3,14	44		111	0,11	— 7,3	9,7	16,2
Bromoform	2,89	51	2,07	091	0,13	+ 9	14,4	10,9
i-Butylalkohol	0,804	22,8 D	4,29	094	0,61	— 108		
Chinolin	1,095	44 D			0,30	— 22,6		
Chlorbenzol	1,106		0,82	099	0,31	— 45		
Chloroform	1,489	26,5 D	0,58	128	0,225	— 63,3	4,9	17,9
m-Chlortoluol	1,072		0,91			— 47,8		
Dekalin (Dekahydronaphthal.)	cis. 0,900 trans. 0,870	31,5 L	2,8	086	0,42	cis. —51 trans. —36		
Dioxan (Diäthylendioxyd)	1,033	35,7 L		109	0,42	— 11	4,71	34,5
Essigsäure	1,049	28,0 L	1,26	107	0,48	+ 16,6	3,9	46,7
Glyzerin	1,260	62,5 L	1656	049	0,57	— 19,0		
Methylalkohol	0,791	22,7 L	0,60	119	0,575	— 97,1		16,4
Methylazetat	0,934	24,2 D	0,388	14	0,51	— 98,0		
Nitrobenzol	1,203	42,9 L	2,07	083	0,35	+ 5,7	8,1	22,5
Olivenöl	0,915	33	98,9	072	0,47			
n-Pentan	0,626		0,234	162	0,540	— 130,8		27,8
Petroleum	0,85	27 L		096	0,50			
n-Propylalkohol	0,805	21,1 D	2,34	099	0,56	— 126,1		20,7
Pyridin	0,984	36,6	0,98	112	0,41	— 42	4,97	21,7
Quecksilber	13,551	491 L	1,566	0181	0,033	— 38,83		2,7
Rizinusöl	0,961	36,4 L	1278		0,43			
Schwefelkohlenstoff	1,265	33,8 D	0,372	118	0,24	— 111,8	3,83	17,7
Tetrachlorkohlenstoff	1,590	25,9 D	1,00	122	0,20	— 22,9	29,8	4,2
Tetralin (Tetrahydronaphthal.)	0,971	34,4 L	2,4	078	0,40	— 31		
Toluol	0,866	28,4 L	0,602	109	0,41	— 94,5		17,2
Wasser	0,99862	72,97L	1,065	013	0,9991	0,00	1,85	79,7
(schweres) Wasser	1,1053	68,1 L	1,34		$1,0_2$	+ 3,802	2,05 ber.	75,9
m-Xylol	0,864	29,8 L	0,63	099	0,40	— 49,3		25,8
Zyklohexan	0,778	26,8 L	1,00	120	0,42	+ 6,4	20,2	7,4
Terpentinöl	0,87	27	2,19	097	0,42			

66. Verschiedene Eigenschaften von Flüssigkeiten (Fortsetzung)

Normaler Siedepunkt t; seine Erhöhung: δt durch Druckzunahme von 1 mm Hg und Δt durch Lösen von 1 g-Mol. in 1000 g; Verdampfungswärme; kritische Daten; Dielektrizitäts-Konstante (für Wellen $>$ 100 m); spez. magn. Suszeptibilität $(\chi = \frac{\varkappa}{\varrho})$

	Siedepunkt t	δt	Δt	Verd.-Wärme am norm. Siedep.	Krit. Temp.	Krit. Druck	Diel. Konstante bei 18°	Spez. magn. Suszept. bei 18°
	Grad	Grad +0,0	Grad	cal/g	Grad	kp/cm²		$10^6\,\chi$
$H \cdot COOH$	100,7	44	2,4	116				— 0,50
$(CH_3)_2 \cdot CH \cdot CH_2 \cdot CH_2OH$	131,6	39	2,58	120	307		15	— 0,78
$i\text{-}CH_3 \cdot COO \cdot C_5H_{11}$	141		4,83		326			
$C_6H_5 \cdot COO \cdot C_5H_{11}$	260						5,0	
$C_6H_5 \cdot NH_2$	184,4	51	3,69	104	426	54	6,7	— 0,70
$C_2H_5 \cdot OH$	78,4	34	1,20	201	244	65	24	— 0,73
$(C_2H_5)_2O$	34,6	36	2,16	86	194	38	4,2	— 0,94
$CH_3 \cdot COO \cdot C_2H_5$	77,2	45	2,18	88	250	39	6,1	— 0,64
$C_6H_5 \cdot COO \cdot C_2H_5$	213						6,0	
$CH_3 \cdot CO \cdot CH_3$	56,2	39	1,73	123	236	62	20	— 0,6
C_6H_6	80	43	2,61	94	288	49	2,3	— 0,71
Br_2	58,7		5,2	44	310	105	3,1	— 0,41
$CHBr_3$	150,5						4,5	— 0,34
$i\text{-}C_4H_9 \cdot OH$	108,2	35	1,94	138	272	50	19	— 0,81
$C_6H_4 \begin{cases} CH:CH \\ N:CH \end{cases}$	238		5,33	95				
$C_6H_5 \cdot Cl$	132	49		78	359	46	5,6	— 0,64
$CHCl_3$	61,1	40	3,80	59	262	56	4,6	— 0,61
$C_{10}H_{18}$	cis. 193 trans. 185		5,76 5,76	71 71				
$O \begin{cases} CH_2 \cdot CH_2 \\ CH_2 \cdot CH_2 \end{cases} O$	100,3		3,20	86			2,2	
$CH_3 \cdot COOH$	118,2	42	3,07	111	321	60	9,7	— 0,54
$CH_2OH \cdot CHOH \cdot CH_2OH$	290						43	— 0,63
$CH_3 \cdot OH$	64,5	35	0,84	263	240	102	34	— 0,70
$CH_3 \cdot COO \cdot CH_3$	57	38		98	234	48	7,1	— 0,60
$C_6H_5 \cdot NO_2$	210,8	48		79			36	— 0,51
Olivenöl							3,1	
$n\text{-}C_5H_{12}$	36,1	39		85	197	33		— 1,1
Petroleum							2,1	— 0,91
$C_3H_7 \cdot OH$	97,2	36		164	264	52	22	— 0,75
$C_5H_5 \cdot N$	115,5	45	2,69	107	344	62		— 0,62
Hg	357	75	11,4	68	1460	1077		
Rizinusöl							4,6	
CS_2	46,2	42	2,29	87	277	77	2,6	— 0,74
CCl_4	76,7	44	4,88	46	283	46	2,2	— 0,44
$C_6H_4 \begin{cases} CH_2 \cdot CH_2 \\ CH_2 \cdot CH_2 \end{cases}$	207,3		5,58	79				
$C_6H_5 \cdot CH_3$	110,7	45		83			2,3	— 0,73 — 0,72
H_2O	100,00	38	0,521	538,9	374,2	225,8	81,57	— 0,64
D_2O	101,42			495	371,5	225,9	80,51	
$m\text{-}C_6H_4 \cdot (CH_3)_2$	139,3	49		82	321	43		
$CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2$ $\vert \quad \vert$ $CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_2$	80,8	45	2,75	86	281	42	2,3	— 0,81
Terpentinöl								— 2,3

67. Verschiedene Eigenschaften von Gasen

Litergewicht; Spannungskoeffizient; Wärmeleitvermögen; spez. Wärme; kritische Daten; Schmelzpunkt

	Gewicht eines Liters bei 0° und 760 mm Hg	Spann.-Koeff. 0°—100° p_0 = 1 m Hg	Wärmeleitung bei 0° $\frac{\text{cal}}{\text{Grad} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}}$	Spez. Wärme c_p bei 18° $\frac{\text{cal}}{\text{Grad} \cdot \text{g}}$	$\frac{c_p}{c_v}$ bei 18°	Krit. Druck	Krit. Temp.	Schmelzpunkt
		0,00	0,000			kp/cm²	Grad	Grad
Ammoniak	0,7714	3802	0525	0,523	1,31	119	+ 132	— 77,7
Argon	1,7839	3676	0388	0,124	1,67	50	— 122	— 189
Äthan	1,356		0435	0,411	1,23	50	+ 32,1	— 183,6
Äthylen	1,2605		0415	0,355	1,25	52	+ 9,5	— 169,4
Äthylchlorid			0226			53	+ 187	— 138,7
Azethylen	1,1709		0450	0,402	1,23	64	+ 35,9	— 81,7
Bromwasserstoff	3,644			0,0859		87	+ 90,0	— 87,0
Butan	2,703		0322			37	+ 153,	— 135
Isobutan	2,668		0333			38	+ 134	— 145
Chlor	3,22			0,117	1,36	79	+ 144	— 103
Chlorwasserstoff	1,6391			0,191	1,40	86	+ 51,4	— 115
Cyanwasserstoff					1,27	55	+ 184	— 13,0
Difluoridchlormethan (Freon—12, Frigen)	5,083			0,251		41	+ 112	— 155
Fluor	1,695			0,179		57	— 129	— 220
Fluorwasserstoff				0,338			+ 230	— 83,4
Helium	0,1785	3660	3430	1,25		2,34	— 267,9	
Jodwasserstoff	5,789			0,0543	1,40		+ 151	— 51
Kohlendioxyd	1,9768	3726	0342	0,20	1,30	75	+ 310	— 56
Kohlenoxyd	1,2500	367	0550	0,249	1,40	36	— 139	— 205
Krypton	3,74		0209		1,68	56	— 62,5	— 157
Luft	1,2928	3675	0578	0,240	1,40	38	— 140,7	
Methan	0,7168		0722	0,527	1,30	47	— 82,5	— 183
Methyläther	2,1097					54	+ 127	— 138
Methylchlorid	2,307		0217			68	+ 143	— 97,7
Methylenchlorid						65	+ 239	— 96,5
Methylfluorid	1,545					64	+ 45	
Monofluortrichlormethan (Freon -11)						44	+ 196	— 111
Neon	0,8999	3661	1108	0,246	1,64	28	— 228,7	— 248,6
Ozon	2,22				1,29		— 5	— 251
Phosgen				0,134		58	+ 182	— 126
Phosphorwasserstoff	1,530					66	+ 53	— 133,5
Propan	2,019		0360			43	+ 96	— 189,9
Propylen	1,915					47		— 185,2
Sauerstoff	1,428 95	3674	0587	0,219	1,40	51	— 118,8	— 218,8
Schwefeldioxyd	2,926 3	385	0200	0,152	1,27	80	+ 157,5	— 75,3
Schwefelwasserstoff	1,539 2		0310	0,250		92	+ 100,4	— 85,6
Stickoxyd	1,340 2	368	0566	0,238	1,38	66	+ 93	— 163,7
Stickoxydul	1,978 0		0362	0,218	1,28	74	+ 37	— 90,6
Stickstoff	1,250 5	3674	0580	0,248	1,40	35	— 147,1	— 210,0
Trifluorchlormethan (Freon — 13)						39	+ 28,8	— 181
Wasserstoff H_2	0,089 87	3662	4180	3,41	1,41	13,2	— 239,9	— 259,2
D_2			3080	3,46				— 254,6
Xenon	5,89		0124		1,66	60	+ 16,6	— 111,5

67. Verschiedene Eigenschaften von Gasen (Fortsetzung)

Siedepunkt; Dichte als Flüssigkeit; Verdampfungswärme; Reibungskoeffizient; Brechungszahl; Dielektrizitäts-Konstante; spez. magnetische Suszeptibilität ($\chi = \frac{\varkappa}{\varrho}$); Absorption in Wasser

	Siedepunkt	Am norm. Siedepunkt: Dichte als Flüssigkeit	Am norm. Siedepunkt: Verdampfungswärme	Reib.-Koeff. bei 0°	Brechungszahl der *D*-Linie bei 0° und 760 mm Hg	Dielektr. Konst. bei 0° und 760 mm Hg	Spez. magn. Suszept. $10^6\,\chi$ bei 18°	1 l Wasser löst bei 760 mm Hg Partialdruck cm³ (0° 760 mm Hg) bei 0°	bei 20°
	Grad	g/cm³	cal/g	C. G. S. 0,000	1,00	1,0			
NH_3	— 33,4	0,682	326,8	093	0383	072	— 1,1	1 180 000	702 000
A	— 185,9	1,42	39,8	212	02824		— 0,48	57,4	37,7
C_2H_6	— 88,6	0,546	115,9	086	076		— 0,91	98,7	47,2
C_2H_4	— 104	0,64	125	094	0725	0146	— 0,43	226	122
C_2H_5Cl	+ 13,1		92,3	094	118				
C_2H_2	— 83,6		164		0598		— 0,48	1730	1030
HBr	— 66,8		52,0	171	0573			612 000	549 000[1]
C_4H_{10}	+ 0,5			068					
i-C_4H_{10}	— 10,2			069					
Cl_2	— 33,95	1,56	62,3	123	0781		— 0,59	4610	2299[1]
HCl	— 85,0		107	138	0447	03	— 0,60	507 000	442 000[1]
HCN	+ 25,7		250		0438				
CCl_2F_2	— 29,8	1,486	40,0						
F_2	— 188,1		41,0		0195				
HF	+ 19,5		190[2]						
He	— 268,94	0,122	6	186	0035	00074	— 0,48	9,57	8,52
HJ	— 35,45		37,2	173	0911				
CO_2	— 78,5 Subl. Pt.		136,8 Subl.W 90,9 Sm.W	138	4490	0096	— 0,46	1713	878
CO	— 191,48	0,799	51,6	166	0335	0069		35,4	23,2
Kr	— 152,9	2,45	27,9	233	0428			111,0	62,4
Luft				171	0292	00594	+ 24	29	19
CH_4	— 161,4	0,477	127,2	102	04419	0094		55,6	33,1
$(CH_3)_2O$	— 23,65			091	0891	074			
CH_3Cl	— 24,2	1,004	102,5	100	077		— 0,67		
CH_2Cl_2	+ 40		78,9						
CH_3F	— 78,1								
$CFCl_3$	+ 23,7	1,475	43,9						
Ne	— 246,1	1,21	25 Subl.W	298	0067			21,6	11,6
O_3	— 112		60,0		052			494	
$COCl_2$	+ 8,2		60,6		114				
H_3P	— 86,9	0,244	107,2	107					
C_3H_8	— 44,5		107	075	1099				
C_3H_6	— 47,0		109		1068				
O_2	— 183,0	1,12	50,9	192	02714	0055	+ 104	48,9	31,0
SO_2	— 10,0	1,46	93,1	117	06763	099		79 800	39400[1]
H_2S	— 60,47		131,6	116	064			4670	2580
NO	— 151,84		111,2	180	0297		+ 49	73,8	47,1
N_2O	— 89,5		90,0	137	0516	0114	— 0,43		587
N_2	— 195,81	0,812	47,6	166	02984	0061	— 0,50	23,2	15,7
CF_3Cl	— 81,5	1,525	35,3						
H_2	— 252,78	0,071	111,6	084	01396	0026	— 2	21,5	18,2
D_2	— 249,66	0,17	75						
X	— 107,1	3,08	23,7		0703			244	124

1) Bezieht sich auf 760 mm Hg Gesamtdruck. 2) Bezieht sich auf nicht polymerisiertes Molekül.

68. Elektrische Eigenschaften fester Isolierstoffe

(Dielektrizitäts-Konstante, dielektrische Verluste, spez. Widerstand, Durchschlagspannung bei 20°.) Da die in der Literatur enthaltenen Angaben stark schwanken, sind die Werte nur als Anhaltspunkte zu betrachten. Dielektrizitäts-Konstante von Flüssigkeiten und Gasen siehe Tabellen 66 u. 67.

Dielektrikum	Dielektr.-Konstante	Verlustfaktor		Spezifischer Widerstand	Durchschlagspannung bei Elektrodenabstand		
		bei 800 Hz	bei $6 \cdot 10^5$ Hz		0,2 mm	1 mm	10 mm
	ε	$10^3 \operatorname{tg}\delta$	$10^3 \operatorname{tg}\delta$	ϱ Ω cm	kV_{eff}	kV_{eff}	kV_{eff}
Bernstein	2,8		5	$> 10^{18}$			
Ceresin.....	2,1...2,3	< 0,1		$5 \cdot 10^{18}$			
Fiber				$10^8 ... 10^{10}$			
Glas	5...16	10...25	0,5...13	$10^{13} ... 10^{14}$	6	12...20	90...100
Glimmer	4...8	0,1...1	0,2	$10^{15} ... 10^{17}$	19	60	500
Hartgummi ..	2,5...3,5	2,5...25	6,5	$10^{15} ... 10^{18}$	10	35	100...300
Hartpapier ..	3,5...5	6...30		$10^{12} ... 10^{14}$		20...30	150...200
Keramische Sondermassen	...100		0,1...10	$10^{12} ... 10^{15}$			...100
Kolophonium	2,6			$5 \cdot 10^{16}$			
Kunstharz-Preßmassen .	3,5...4,5	20...100		$10^8 ... 10^{14}$		15...25	
Marmor.....	8,5	100	6	$10^9 ... 10^{11}$			10
Mikanit.....	4...6	0,2...1	0,2	10^{15}		30	160
Minosglas	8	1					
Papier (trock.)	1,8...2,6						
Paraffin	1,9...2,2			$10^{16} ... 3 \cdot 10^{18}$		30	100...200
Porzellan	6	10...20		$3 \cdot 10^{14}$			...200
Preßspan			25	10^{10}	2	15	
Quarzglas	3,7		0,1	$10^{15} ... 5 \cdot 10^{18}$			
Schellack	2,7...3,7			10^{16}			
Schiefer	6...8	350	250	10^8			3
Schwefel.....	3,6...4,3			$> 10^{16}$			
Siegellack				$10^{15} ... 10^{16}$			
Steatit.....	4,1...5			10^{14}			...200
Polystyrol (Trolitul)....	2,3...2,5	0,2	0,2	$> 10^{18}$		...50	

69. Periodisches System der Elemente

Die Zahlen vor den Elementsymbolen sind die Ordnungszahlen, die Zahlen darunter die praktischen Atomgewichte (1941)

Periode		I. Gruppe	II. Gruppe	III. Gruppe	IV. Gruppe	V. Gruppe	VI. Gruppe	VII. Gruppe	VIII. Gruppe	0. Gruppe
	1 H 1,0080									2 He 4,003
I		3 Li 6,940	4 Be 9,02	5 B 10,82	6 C 12,010	7 N 14,008	8 O 16,0000	9 F 19,00		10 Ne 20,183
II		11 Na 22,997	12 Mg 24,32	13 Al 26,97	14 Si 28,06	15 P 30,98	16 S 32,06	17 Cl 35,457		18 A 39,944
III		19 K 39,096	20 Ca 40,08	21 Sc 45,10	22 Ti 47,90	23 V 50,95	24 Cr 52,01	25 Mn 54,93	26 Fe 55,85 27 Co 58,94 28 Ni 58,69	
		29 Cu 63,57	30 Zn 65,38	31 Ga 69,72	32 Ge 72,60	33 As 74,91	34 Se 78,96	35 Br 79,916		36 Kr 83,7
IV		37 Rb 85,48	38 Sr 87,63	39 Y 88,92	40 Zr 91,22	41 Nb 92,91	42 Mo 95,95	43 Ma ?	44 Ru 101,7 45 Rh 102,91 46 Pd 106,7	
		47 Ag 107,880	48 Cd 112,41	49 In 114,76	50 Sn 118,70	51 Sb 121,76	52 Te 127,61	53 J 126,92		54 X 131,3
V		55 Cs 132,91	56 Ba 137,36	57 La 138,92	58 Ce 140,13	59 Pr 140,92 60 Nd 144,27 61 ? ? 62 Sm 150,43 63 Eu 152,0 64 Gd 156,9 65 Tb 159,2 66 Dy 162,46				
		67 Ho 164,94 68 Er 167,2 69 Tm 169,4 70 Yb 173,04 71 Cp 174,99			72 Hf 178,6	73 Ta 180,88	74 W 183,92	75 Re 186,31	76 Os 190,2 77 Ir 193,1 78 Pt 195,23	
		79 Au 197,2	80 Hg 200,61	81 Tl 204,39	82 Pb 207,21	83 Bi 209,00	84 Po (210)	85 ? ?		86 Rn 222
VI		87 ? ?	88 Ra 226,05	89 Ac (227)	90 Th 232,12	91 Pa (231)	92 U 238,07			

70. Die natürlichen radioaktiven Elemente

Die 7. Spalte der Tabelle enthält für α-Strahlen die extrapolierte und in Klammern, sofern die Strahlung praktisch homogen ist, die mittlere Reichweite in Luft von 15° und 760 mm Hg, für β- und γ-Strahlen die Absorptionskoeffizienten in Aluminium, die 8. Spalte die Energie der α-Strahlen, bzw. für β-Strahlen die Maximalenergie des kontinuierlichen β-Spektrums.

Element	Kernladung	Massenzahl	Halbwertzeit	Zerfallskonstante s^{-1}	Strahlung	R (R_m) in cm bzw. μ in cm^{-1}	Energie MeV	Hauptisotop
Uran-Radium-Reihe								
Uran I	92	238	$4{,}56 \cdot 10^9$ a	$4{,}81 \cdot 10^{-18}$	α	2,67 (2,63)	4,14	U
Uran X_1	90	234	24,5 d	$3{,}28 \cdot 10^{-7}$	β	460	0,12	Th
					γ	0,7; 24		
Uran X_2	91	234	1,14 m	$1{,}01 \cdot 10^{-2}$	β	18	2,35	Pa
					γ	0,14		
Uran Z	91	234	6,7 h	$2{,}87 \cdot 10^{-5}$	β	36 — 270		
Uran II	92	234	$2{,}7 \cdot 10^5$ a	$8{,}1 \cdot 10^{-14}$	α	3,23 (3,18)	4,71	U
Ionium	90	230	$8{,}3 \cdot 10^4$ a	$2{,}6 \cdot 10^{-13}$	α	3,28 (3,23)	4,75	Th
Radium	88	226	1590 a	$1{,}38 \cdot 10^{-11}$	α	3,39	4,8	Ra
					β	312		
					γ	0,27; 16,3; 354		
Radon	86	222	3,825 d	$2{,}097 \cdot 10^{-6}$	α	4,12 (4,014)	5,488	Rd
Radium A	84	218	3,05 m	$3{,}78 \cdot 10^{-3}$	α	4,72 (4,620)	6,000	Po
Radium B	82	214	26,8 m	$4{,}31 \cdot 10^{-4}$	β	13; 80; 890	0,65	Pb
Radium C	83	214	19,7 m	$5{,}86 \cdot 10^{-4}$	α	4,1	5,5	Bi
					β	13; 50	3,15	
					γ	0,115		
Radium C′	84	214	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$ s	4,6 $\cdot 10^3$	α	6,96 (6,870)	7,683	Po
Radium C″	81	210	1,32 m	$8{,}7 \cdot 10^{-3}$	β	13		Te
Radium D	82	210	22,3 a	$0{,}98 \cdot 10^{-9}$	β	5500	0,035	Pb
					γ	1,17; 45		
Radium E	83	210	5,0 d	$1{,}61 \cdot 10^{-6}$	β	43	1,17	Bi
Polonium(RaF)	84	210	140 d	$5{,}73 \cdot 10^{-8}$	α	3,87 (3,805)	5,300	Po
Aktinium-Reihe								
Aktinouran	92	235	$7{,}13 \cdot 10^8$ a	$2{,}73 \cdot 10^{-17}$	α			U
Uran Y	90	231	24,6 h	$7{,}81 \cdot 10^{-6}$	β	53; 580		Th
Protaktinium	91	231	$3{,}2 \cdot 10^4$ a	$6{,}9 \cdot 10^{-13}$	α	3,67 (3,61)	5,22	Pa
					β	126		
Aktinium	89	227	13,5 a	$1{,}63 \cdot 10^{-9}$	β			Ac
Radioaktinum	90	227	18,9 d	$4{,}24 \cdot 10^{-7}$	α	4,68	6,01	Th
					β	175		
					γ	0,19; 25		

70. Die natürlichen radioaktiven Elemente (Fortsetzung)

Die 7. Spalte der Tabelle enthält für α-Strahlen die extrapolierte und in Klammern, sofern die Strahlung praktisch homogen ist, die mittlere Reichweite in Luft von 15° und 760 mm in Hg, für β- und γ-Strahlen die Apsorptionskoeffizienten in Aluminium, die 8. Spalte die Energie der α-Strahlen, bzw. für β-Strahler die Maximalenergie des kontinuierlichen β-Spektrums.

Element	Kernladung	Massenzahl	Halbwertzeit	Zerfallskonstante s^{-1}	Strahlung	R (R_m) in cm bzw. μ in cm^{-1}	Energie MeV	Hauptisotop
Aktinium X ..	88	223	11,4 d	$7{,}06 \cdot 10^{-7}$	α	4,37	5,75	Ra
					β	sehr weich		
Aktinon	86	219	3,92 s	$1{,}77 \cdot 10^{-1}$	α	5,79 (5,655)	6,826	Rd
Aktinium A...	84	215	$2{,}00 \cdot 10^{-3}$ s	$3{,}47 \cdot 10^{2}$	α	6,58 (6,420)	7,368	Po
Aktinium B...	82	211	36,0 m	$3{,}21 \cdot 10^{-4}$	β	$\sim$ 1000	0,3	Pb
					γ	0,45; 31; 120		
Aktinium C ...	83	211	2,16 m	$5{,}35 \cdot 10^{-3}$	α	5,51 (5,392)	6,611	Bi
Aktinium C' ..	84	211	$\sim 5 \cdot 10^{-3}$ s	$\sim 1{,}4 \cdot 10^{2}$	α	6,57 (6,518)	7,437	Po
Aktinium C'' ..	81	207	4,76 m	$2{,}43 \cdot 10^{-3}$	β	28,5	1,4	Tl
					γ	0,198		
Thor-Reihe								
Thorium	90	232	$1{,}39 \cdot 10^{10}$ a	$1{,}58 \cdot 10^{-18}$	α	2,6	4,1	Th
Mesothorium 1	88	228	6,7 a	$3{,}26 \cdot 10^{-9}$	β			Ra
Mesothorium 2	89	228	6,13 h	$3{,}14 \cdot 10^{-5}$	β	20 — 40	2,05	Ac
					γ	0,116; 26		
Radiothorium	90	228	1,90 a	$1{,}16 \cdot 10^{-8}$	α	4,02	5,4	Th
					β	420		
Thorium X ...	88	224	3,64 d	$2{,}20 \cdot 10^{-6}$	α	4,35	5,683	Ra
					γ	ziemlich weich		
Thoron.....	86	220	54,5 s	$1{,}27 \cdot 10^{-2}$	α	5,06 (4,967)	6,283	Rn
Thorium A ...	84	216	0,14 s	4,95	α	5,68 (5,601)	6,776	Po
Thorium B ...	82	212	10,5 h	$1{,}82 \cdot 10^{-5}$	β	153	0,36	Pb
					γ	0,36; 32; 160		
Thorium C....	83	212	60,5 m	$1{,}91 \cdot 10^{-4}$	α	4,78	6,2	Bi
					β	14,4	2,2	
Thorium C' ...	84	212	$3 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{6}$	α	8,62 (8,533)	8,779	Po
Thorium C'' ...	81	208	3,1 m	$3{,}73 \cdot 10^{-3}$	β	21,6	1,82	Tl
					γ	0,096		
Übrige Elemente								
Kalium	19	40	$1{,}4 \cdot 10^{9}$	$1{,}6 \cdot 10^{-17}$	β			
Rubidium	37	87	$6{,}3 \cdot 10^{10}$ a	$3{,}5 \cdot 10^{-19}$	β			
Samarium	62		$1{,}0 \cdot 10^{12}$ a	$2{,}2 \cdot 10^{-22}$	α	1,13	2,1	

71. Isotope

Die Tabelle enthält außer den stabilen Isotopen diejenigen künstlich radioaktiven, deren Atomgewicht bekannt ist, sowie einige der natürlichen radioaktiven Isotopen, die vollständig in Tabelle 70 zu finden sind. Die radioaktiven Isotopen sind durch einen Stern an der Massenzahl gekennzeichnet. Unsichere Zahlen sind in Klammern gesetzt. Die Fehlergrenzen für die Isotopengewichte sind in Tausendstel der Masseneinheit (1 ME = $\frac{1}{16}$ ^{16}O) angegeben.

Kernladung	Element	Massenzahl	Häufigkeit in %	Isotopengewicht ME	Fehler in 10^{-3} ME ±	Kernladung	Element	Massenzahl	Häufigkeit in %	Isotopengewicht ME	Fehler in 10^{-3} ME ±
0	n	1		1,00895	0,03	9	F	19	100	19,00454	0,12
								20*		20,00654	
1	H	1	~100	1,008131	0,003						
		2	0,02	2,014725	0,006	10	Ne	19*		19,00798	
		3*		3,01700	0,02			20	90,0	19,99890	0,06
								21	0,27	21,0000	0,2
2	He	3	10^{-7}	3,01699	0,02			22	9,7	21,9986	0,3
		4	~100	4,00386	0,03			23*		23,0008	0,4
		5*		5,01543							
		6*		6,0209		11	Na	22*		22,0003	0,3
								23	100	22,99644	0,18
3	Li	6	7,9	6,01692	0,05			24*		23,9977	0,4
		7	92,1	7,01816	0,06						
		8*		8,02497	0,07	12	Mg	23*		23,0006	0,4
								24	77,4	23,9930	0,4
4	Be	7*		7,01909	0,07			25	11,5	24,9946	0,5
		8*		8,00781	0,04			26	11,1	25,9900	0,3
		9	100	9,01496	0,06			27*		26,9926	0,4
		10*		10,01662	0,14						
						13	Al	26*		25,9944	
5	B	9*		9,01610	0,07			27	100	26,9907	0,4
		10	20	10,01617	0,07			28*		27,9908	0,4
		11	80	11,01290	0,05			29*		28,9890	
		12*		12,0168							
						14	Si	27*		26,9961	0,5
6	C	10*		10,02086	0,08			29	89,6	27,9872	0,5
		11*		11,01502	0,08			28	6,2	28,9864	0,3
		12	98,9	12,00388	0,03			30	4,2	29,9840	0,5
		13	1,1	13,00756	0,04			31*		30,9866	
		14*		14,00774	0,04	15	P	29*		28,9914	0,3
								30*		29,9885	
7	N	13*		13,00990	0,04			31	100	30,9844	0,3
		14	99,6	14,00753	0,02			32*		31,9844	0,2
		15	0,38	15,00487	0,07	16	S	31*		30,9897	0,3
		16*		16,00645				32	95,1	31,9825	0,3
								33	0,74	32,9820	0,3
8	O	15*		15,0078				34	4,2	33,9798	0,4
		16	99,8	16,000000	Standard			36	$1{,}6 \cdot 10^{-2}$		
		17	0,04	17,00450	0,06	17	Cl	33*		32,9875	0,3
		18	0,20	18,00485	0,18			35	75,4	34,9807	0,2
								36*		35,9799	0,4
9	F	17*		17,00758				37	24,6		
		18*		18,00670	0,19						

71. Isotope (Fortsetzung)

Kernladung	Element	Massenzahl	Häufigkeit in %	Isotopengewicht ME	Fehler in 10^{-3} ME ±
18	A	35*		34,9865	0,3
		36	0,31	35,9792	0,4
		38	0,06		
		40	99,6	39,97549	0,12
		41*		40,9774	
19	K	39	93,4	38,976	
		40*	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$		
		41	6,6	40,974	
20	Ca	40	97,0		
		42	0,64		
		43	0,15		
		44	2,07		
		45*		44,9707	0,6
		46	$3 \cdot 10^{-3}$		
		48	0,19		
21	Sc	45	100	44,9698	0,6
		46*		45,9691	0,7
22	Ti	46	8,0		
		47	7,8		
		48	73,4	47,9657	0,4
		49	5,5	48,964	2
		50	5,3	49,963	2
23	V	51	100	50,9604	0,6
		52*		51,9586	0,7
24	Cr	50	4,5		
		52	83,8	51,959	0,9
		53	9,4		
		54	2,3		
25	Mn	55	100		
26	Fe	54	5,8	53,961	2
		56	91,7	55,9571	1,8
		57	2,2		
		58	0,30		
27	Co	59	100		
28	Ni	58	67	57,9597	0,4
		60	27	59,9498	0,3
		61	1,2	60,954	1,5
		62	3,8	61,9496	0,4
		64	0,9	63,9474	0,6
29	Cu	63	68	62,957	1,3
		65	32	64,955	1,3
30	Zn	64	50,9	63,957	3
		66	27,3	65,953	3
		67	3,9		
		68	17,4	67,955	4
		70	0,5	69,954	4
31	Ga	69	61,2	68,956	4
		71	38,8	70,954	4
32	Ge	70	21,2		
		72	27,3		
		73	7,9		
		74	37,1		
		76	6,5		
33	As	75	100		
34	Se	74	0,9		
		76	9,5		
		77	8,3		
		78	24,0		
		80	48,0		
		82	9,3		
35	Br	79	50,6		
		81	49,4		
36	Kr	78	0,35	77,945	1,6
		80	2,0		
		82	11,5	81,938	1,3
		83	11,5		
		84	57,1	83,939	1,3
		86	17,5	85,939	1,4
37	Rb	85	72,8		
		87*	27,2		
38	Sr	84	0,56		
		86	9,9		
		87	7,0		
		88	82,6		
39	Y	89	100		
40	Zr	90	48		
		91	11,5		
		92	22		
		94	17		
		96	1,5		
41	Nb	93	100		

71. Isotope (Fortsetzung)

Kernladung	Element	Massenzahl	Häufigkeit in %	Isotopengewicht ME	Fehler in 10^{-3} ME ±
42	Mo	92	14,9		
		94	9,40	93,945	
		95	16,1	94,945	9
		96	16,6	95,946	5
		97	9,65	96,945	4
		98	24,1	97,944	5
		100	9,25	99,939	
44	Ru	96	(5)	95,945	4
		98			
		99	(12)	98,944	4
		100	(14)		
		101	(22)		
		102	(30)		
		104	(17)		
45	Rh	103	100		
46	Pd	102	0,8		
		104	9,3	103,946	4
		105	22,6	104,946	4
		106	27,2	105,945	4
		108	26,8	107,943	4
		110	13,5	109,944	4
47	Ag	107	52,5	106,950	3
		109	47,5	108,949	3
48	Cd	106	1,4		
		108	1,0		
		110	12,8		
		111	13,0		
		112	24,2		
		113	12,3		
		114	28,0		
		116	7,3		
49	In	113	4,5		
		115	95,5		
50	Sn	112	1,1		
		114	0,8		
		115	0,4		
		116	15,5	114,943	5
		117	9,1		
		118	22,5	117,940	4
		119	9,8	118,938	4
		120	28,5		
		122	5,5	121,946	5
		124	6,8	123,945	5
51	Sb	121	56		
		123	44		
52	Te	120	selten		
		122	2,9		
		123	1,6		
		124	4,5		
		125	6,0		
		126	19,0		
		128	32,8		
		130	33,1		
53	J	127	100		
54	X	124	0,09		
		126	0,09		
		128	1,91		
		129	26,2	128,946	1,4
		130	4,1		
		131	21,2		
		132	27,0	131,946	~ 5
		134	10,5		
		136	9,0		
55	Cs	133	100		
56	Ba	130	0,10		
		132	0,10		
		134	2,42		
		135	6,6		
		136	7,8		
		137	11,3		
		138	71,7		
57	La	139	100	138,955	6
58	Ce	136	selten		
		138	selten		
		140	89		
		142	11		
59	Pr	141	100		
60	Nd	142	25,9		
		143	13,0		
		144	22,6		
		145	9,2		
		146	16,5	145,964	3
		148	6,8	147,964	3
		150	6,0	149,970	3
62	Sm	144	3		
		147	17		
		148*	14		

71. Isotope (Fortsetzung)

Kernladung	Element	Massenzahl	Häufigkeit in %	Isotopengewicht ME	Fehler in 10^{-3} ME ±
62	Sm	149	15		
		150	5		
		152	26		
		154	20		
63	Eu	151	49		
		153	51		
64	Gd	152	0,2		
		154	1,5		
		155	21	154,977	3
		156	22	155,977	3
		157	17	156,976	3
		158	22		
		160	16		
65	Tb	159	100		
66	Dy	158	0,1		
		160	1,5		
		161	22		
		162	24		
		163	24		
		164	28		
67	Ho	165	100		
68	Er	162	0,25		
		164	2		
		166	(35)		
		167	(24)		
		168	(29)		
		170	(10)		
69	Tm	169	100		
70	Yb	168	0,06		
		170	4,2		
		171	14,3		
		172	21,5		
		173	17,0		
		174	29,6		
		176	13,4		
71	Cp	175	97,5		
		176*	2,5		
72	Hf	174	(0,3)		
		176	(5)		
		177	(19)		
		178	(28)		
		179	(18)		
		180	(30)		
73	Ta	181	100		
74	W	180	0,2		
		182	22,6		
		183	17,3		
		184	30,1		
		186	29,8		
75	Re	185	38,2		
		187	61,8		
76	Os	184	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$		
		186	1,58		
		187	1,64		
		188	13,3		
		189	16,2		
		190	26,4	190,038	16
		192	40,9	192,038	6
77	Ir	191	38,5	191,038	10
		193	61,5	193,039	10
78	Pt	192	0,8	(192,05)	(11)
		194	30,2	194,039	6
		195	35,3	195,039	4
		196	26,6	196,039	8
		198	7,2	198,044	6
79	Au	197	100	197,039	6
80	Hg	196	0,15		
		198	10,1		
		199	17,0		
		200	23,3		
		201	13,2		
		202	29,5		
		204	6,7		
81	Tl	203	29,1	203,059	9
		205	70,9	205,059	9
82	Pb	204	1,5	204,061	9
		206	23,6		
		207	22,6		
		208	52,3	208,060	9
83	Bi	209	100	209,056	9
90	Th	232*	~100		
92	UII	234*	$6 \cdot 10^{-3}$		
	AcU	235*	0,72		
	UI	238*	99,27		

72. Dimensionen einiger physikalischer Größen

a) Mechanische Größen

Grundgrößen: Länge l, Masse m, Zeit t. Die übrigen Größen sind ausdrückbar in der Form $l^\lambda m^\mu t^\tau$; λ, μ, τ sind die Dimensionen der betreffenden Größe bezüglich Länge, Masse und Zeit.

Bezeichnung	λ	μ	τ	Bezeichnung	λ	μ	τ
Winkel	0	0	0	Winkelbeschleunigung	0	0	−2
Lineare Krümmung	−1	0	0	Kraft, Gewicht	1	1	−2
Fläche	2	0	0	Drehmoment / Direktionskraft	2	1	−2
Volum	3	0	0				
Dichte	−3	1	0	Druck	−1	1	−2
Schwingungsdauer	0	0	1	Trägheitsmoment	2	1	0
Schwingungszahl	0	0	−1	Energie, Arbeit / Wärmemenge	2	1	−2
Geschwindigkeit	1	0	−1				
Winkelgeschwindigkeit	0	0	−1	Leistung	2	1	−3
Bewegungsgröße, Impuls	1	1	−1	Wirkung	2	1	−1
Beschleunigung	1	0	−2				

b) Elektrische und magnetische Größen

Im praktischen System treten als Grundgrößen zu der Länge in cm und der Zeit in s noch die Stromstärke (A = Ampere) und die Spannung (V = Volt) hinzu, so daß in diesem System jede Größe darstellbar ist als $A^\alpha \cdot V^\nu \cdot l^\lambda \cdot t^\tau$. Drückt man A und V durch l, m, t aus, so bestehen zwischen den Dimensionen im praktischen und im absoluten elektromagnetischen System keine Unterschiede.

Bezeichnung	Elektromagnetisches System							Elektrostat. System $l^\lambda m^\mu t^\tau$		
	praktisches $A^\alpha V^\nu l^\lambda t^\tau$				absolutes $l^\lambda m^\mu t^\tau$					
	α	ν	λ	τ	λ	μ	τ	λ	μ	τ
Stromstärke / Magnet. Spannung	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	−2
Elektr. Spannung, EMK	0	1	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	−2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1
Elektr. Widerstand	−1	1	0	0	1	0	−1	−1	0	+1
Stromleistung	1	1	0	0	2	1	−3	2	1	−3
Stromarbeit	1	1	0	1	2	1	−2	2	1	−2
Elektr. Feldstärke	0	1	−1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	−2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1
Magnet. Feldstärke	1	0	−1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	−2
Elektr. Verschiebung	1	0	−2	1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1
Magnet. Induktion	0	1	−2	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Verschiebungskonstante	1	−1	−1	1	−2	0	2	0	0	0
Induktionskonstante	−1	1	−1	1	0	0	0	−2	0	2
Verschiebungsfluß	1	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1
Magnet. Induktionsfluß	0	1	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Elektrizitätsmenge	1	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1
Magnet. Polstärke	0	1	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Kapazität	1	−1	0	1	−1	0	2	1	0	0
Induktionskoeffizient	−1	1	0	1	1	0	0	−1	0	2

73. Elektrische und magnetische Größen in verschiedenen Maßsystemen

Bei gleichartiger Bezeichnung stehen die Größen des internationalen Systems ohne Klammer, die des absoluten elektromagnetischen Systems in eckiger Klammer mit angehängtem m, die des absoluten elektrostatischen Systems in eckiger Klammer mit angehängtem s (Bd. 1, S. 7).

Es ist $c = 2{,}9977 \cdot 10^{10}\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$; $p = 1{,}0005$; $q = 0{,}9999$ gesetzt worden.

Abkürzung der elektrischen Maßeinheiten: A = Ampere, V = Volt, Ω = Ohm, C = Coulomb, J = Joule, W = Watt, F = Farad, H = Henry.

Die bei Umrechnung der Zahlenwerte auftretenden Faktoren α und β sind gleich den Reziproken der entsprechenden Faktoren bei den Maßeinheiten.

Bezeichnung	Umrechnung der Zahlenwerte: $x = \alpha\,[x]_m = \beta\,[x]_s$			Umrechnung der Maßeinheiten		
	x	$x : [x]_m = \alpha$	$x : [x]_s = \beta$	internat.	elektromagn.	elektrostat.
Stromstärke	I	10,0010	$3{,}3362 \cdot 10^{-10}$	$1\ \text{int. A} = \frac{q}{10}\,[\text{CGS}]_m$		$= \frac{q}{10} \cdot c\,[\text{CGS}]_s$
Widerstand	R	$0{,}99950 \cdot 10^{-9}$	$8{,}9817 \cdot 10^{11}$	$1\ \text{int.}\,\Omega = p \cdot 10^9\,[\text{CGS}]_m$		$= p\,\frac{10^9}{c^2} = [\text{CGS}]_s$
Spannung	U	$0{,}99960 \cdot 10^{-8}$	299,65	$1\ \text{int. V} = p \cdot q \cdot 10^8\,[\text{CGS}]_m$		$= p \cdot q\,\frac{10^8}{c}\,[\text{CGS}]_s$
Stromarbeit	Q	$0{,}99970 \cdot 10^{-7}$	$0{,}99970 \cdot 10^{-7}$	1 int. J 1 int. Ws		$= p \cdot q^2 \cdot 10^7$ Erg
Induktionskoeffizient	L	$0{,}99950 \cdot 10^{-9}$	$8{,}9817 \cdot 10^{11}$	1 int. H 1 int. $\frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}$		$= p\,\frac{10^9}{c^2}\,[\text{CGS}]_s$
Kapazität	C	$1{,}00050 \cdot 10^9$	$1{,}11337 \cdot 10^{-12}$	1 int. F 1 int. $\frac{\text{As}}{\text{V}}$		$= \frac{10^{-9}}{p}\,c^2\,\text{cm}$
Elektr. Feldstärke	$\mathfrak{E}$	$0{,}99960 \cdot 10^{-8}$	299,65	$1\ \text{int.}\,\frac{\text{V}}{\text{cm}}$	$= p \cdot q \cdot 10^8\,[\text{CGS}]_m$	$= p \cdot q\,\frac{10^8}{c}\,[\text{CGS}]_s$
Elektr. Verschiebung	$\mathfrak{D}$	0,79585	$2{,}6549 \cdot 10^{-11}$	$1\ \text{int.}\,\frac{\text{As}}{\text{cm}^2}$	$= q \cdot \frac{4\pi}{10}\,[\text{CGS}]_m$	$= q \cdot \frac{4\pi c}{10}\,[\text{CGS}]_s$
Elektrizitätsmenge	e	10,0010	$3{,}3362 \cdot 10^{-10}$	1 int. C 1 int. As	$= \frac{q}{10}\,[\text{CGS}]_m$	$= \frac{q}{10}\,c\,[\text{CGS}]_s$
Magnet. Feldstärke	$\mathfrak{H}$	0,79585	$2{,}6549 \cdot 10^{-11}$	$1\ \text{int.}\,\frac{\text{A}}{\text{cm}}$	$= q \cdot \frac{4\pi}{10}$ Oerstedt	$= q \cdot \frac{4\pi c}{10}\,[\text{CGS}]_s$
Magnet. Induktion	$\mathfrak{B}$	$0{,}99960 \cdot 10^{-8}$	299,65	$1\ \text{int.}\,\frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2}$	$= p \cdot q \cdot 10^8\,[\text{CGS}]_m$	$= p \cdot q\,\frac{10^8}{c}\,[\text{CGS}]_s$
Magnet. Polstärke	m	$1{,}25613 \cdot 10^{-7}$	3765,5	$1\ \text{int. V} \cdot \text{s}$	$= p \cdot q \cdot \frac{10^8}{4\pi}\,[\text{CGS}]_m$	$= p \cdot q\,\frac{10^8}{4\pi c}\,[\text{CGS}]_s$
Verschiebungskonstante	$\varepsilon_0 = p\,\frac{10^9}{4\pi c^2} = 8{,}8599 \cdot 10^{-14}\ \text{int.}\,\frac{\text{As}}{\text{V} \cdot \text{cm}}$; $[\varepsilon_0]_m = \frac{1}{c^2} = 1{,}1128 \cdot 10^{-21}\,\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^2$; $[\varepsilon_0]_s = 1$					
Induktionskonstante	$\mu_0 = \frac{1}{p} 4\pi \cdot 10^{-9} = 1{,}2560 \cdot 10^{-8}\ \text{int.}\,\frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{cm}}$; $[\mu_0]_m = 1$; $[\mu_0]_s = \frac{1}{c^2} = 1{,}1128 \cdot 10^{-21}\,\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^2$					

74. Umrechnungstabelle für Energiemaße

W bedeutet internationale Watt, die um 0,03% größer sind als die absoluten Watt; 1 Ws = 1 Joule. — cal_{15} ist die Energie, welche nötig ist, um 1 g Wasser bei dem Druck von 760 mm QS von 14,5 auf 15,5° zu erwärmen; cal_{JT} bedeutet die Kalorie der internationalen Dampftafelkonferenz; sie ist dadurch definiert, daß 1 kWh = 860 $kcal_{JT}$ gesetzt ist. — 1 cm^3 Atm ist die Arbeit, welche geleistet wird, wenn sich eine gegebene Masse gegen den Druck einer physikalischen Atmosphäre (760 mm QS von 0° C) um 1 cm^3 ausdehnt; 1 l-at ist die entsprechende Größe, falls der Druck 1 technische Atmosphäre (1 kp/cm^2) und das Volum 1 l beträgt. Hierbei ist zu beachten, daß 1 l (Volum von 1 kg Wasser maximaler Dichte bei dem Druck 1 Atm) = 1000,028 cm^3 ist.

	erg	Ws	kWh	cal_{15}
1 erg	1	$0{,}999\,70 \cdot 10^{-7}$	$0{,}277\,694 \cdot 10^{-13}$	$0{,}238\,93 \cdot 10^{-7}$
1 Ws.....	$1{,}000\,3 \cdot 10^{7}$	1	$0{,}277\,778 \cdot 10^{-6}$	0,23 900
1 kWh	$3601{,}08 \cdot 10^{10}$	$3600{,}00 \cdot 10^{3}$	1	$0{,}860\,41 \cdot 10^{6}$
1 cal_{15}	$4{,}185\,3 \cdot 10^{7}$	4,184 0	$1{,}162\,23 \cdot 10^{-6}$	1
1 cal_{JT}	$4{,}187\,3 \cdot 10^{7}$	4,186 0	$1{,}162\,79 \cdot 10^{-6}$	1,000 48
1 cm^3-Atm.	$1{,}013\,25 \cdot 10^{6}$	0,101 295	$2{,}813\,74 \cdot 10^{-8}$	$2{,}420\,97 \cdot 10^{-2}$
1 lat	$980{,}693 \cdot 10^{6}$	98,039 9	$2{,}723\,33 \cdot 10^{-5}$	23,431 8
1 m kp	$980{,}665 \cdot 10^{5}$	9,803 71	$2{,}723\,25 \cdot 10^{-6}$	2,343 12

	cal_{JT}	cm^3-Atm	l-at	mkp
1 erg	$0{,}238\,82 \cdot 10^{-7}$	$0{,}986\,923 \cdot 10^{-6}$	$1{,}019\,69 \cdot 10^{-9}$	$1{,}019\,72 \cdot 10^{-8}$
1 Ws.....	0,238 89	9,872 19	$0{,}101\,999 \cdot 10^{-1}$	0,102 002
1 kWh	$0{,}860\,00 \cdot 10^{6}$	$3{,}553\,99 \cdot 10^{7}$	$3{,}671\,97 \cdot 10^{4}$	$3{,}672\,08 \cdot 10^{5}$
1 cal_{15}	0,999 52	41,305 7	$4{,}267\,70 \cdot 10^{-2}$	0,426 782
1 cal_{JT}	1	41,325 4	$4{,}269\,74 \cdot 10^{-2}$	0,426 986
1 cm^3-Atm .	$2{,}419\,82 \cdot 10^{-2}$	1	$1{,}033\,20 \cdot 10^{-3}$	$1{,}033\,23 \cdot 10^{-2}$
1 l-at	23,420 7	967,869	1	10,000 28
1 m kp	2,342 00	96,784 1	$0{,}999\,971 \cdot 10^{-1}$	1

75. Verschiedene Zahlen

$\pi = 3{,}141\,593 \approx \frac{22}{7}$; $\pi^2 = 9{,}869\,604$; $\frac{1}{\pi} = 0{,}318\,310$; $\log \pi = 0{,}497\,150$.

Basis d. natürl. Log. $e = 2{,}718\,282$; $\log e = 0{,}434\,294$.

$\ln x = 2{,}302\,585 \log x$; $\frac{180^\circ}{\pi} = 57{,}2958^\circ = 3437{,}75' = 206\,265''$.

1 Zoll engl. = 25,399 98 mm; 1 Zoll amer. = 25,400 05 mm.

1 Yard engl. = 0,914 399 m; 1 Yard amer. = 0,914 402 m.

1 Pfund engl. = 453,592 g; 1 Ton engl. = 0,907 184 t; 1 Karat = 200 mg.

$\frac{\text{1 engl. Pfund}}{\text{Quadratzoll}} = 0{,}070\,307\ \text{kp cm}^{-2} = 51{,}7149\ \text{mm Hg}$.

1 geogr. Meile (= 4 Bogenminuten des Äquators) = 7,4204 km.

1 Seemeile (= 1 mittl. Bogenminute des Meridians) = 1,852 km.

1 engl. Meile = 1,609 km.

Halbe große Erdachse = 6378,4 km; halbe kleine Erdachse = 6356,9 km.

Erdmasse = $6{,}0_1 \cdot 10^{27}$ g; Gravitationskonstante = $6{,}68 \cdot 10^{-8}$ dyn · cm² · g^{-2}.

Bürgerliches Jahr = 365 Tage 5 h 48,8 min.

Sterntag = mittlerer Tag minus 3 min 55,91 s = 0,997 27 mittlerer Tag.

Absolute Temperatur des Eispunktes = 273,16°.

1 Liter = $1{,}000\,028 \cdot 10^3$ cm³; Norm-Molvolum ideal. Gase = $22{,}415 \cdot 10^3$ cm³.

Gaskonstante je Mol $R = 0{,}8206 \cdot 10^2$ cm³-Atm · Grad^{-1} $= 0{,}8315 \cdot 10^8$ erg · Grad^{-1}
$= 8{,}312$ int. Joule · Grad^{-1} $= 1{,}986$ cal · Grad^{-1}.

Zahl der Moleküle im Mol (Loschmidtsche Zahl) $N = 6{,}02 \cdot 10^{23}$.

Boltzmannsche Konstante $k = \frac{R}{N} = 1{,}381 \cdot 10^{-16}$ erg · Grad^{-1}.

Masse einer Molekel vom Mol.-Gew. M ist $1{,}66 \cdot 10^{-24} M$ g.

Faradaysche Konstante für das Mol und die Valenz 1 ist 96 494 int. C.

Elektr. Elementarladung $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ int. C $= 4{,}803 \cdot 10^{-10}$ dyn$^{\frac{1}{2}}$ · cm.

Masse des ruhenden Elektrons $m = 9{,}11 \cdot 10^{-28}$ g.

Spezifische Ladung $\frac{e}{m} = 1{,}759 \cdot 10^8$ int. C/g.

Geschwindigkeit von 1 Volt-Elektronen : $5{,}93 \cdot 10^7$ cm · s^{-1}.

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $c = 2{,}9977 \cdot 10^{10}$ cm · s^{-1}.

Rydbergsche Konstante für ∞große Kernmasse 109 737,1 cm^{-1}.

Energieäquivalent der Masse : $8{,}986 \cdot 10^{20}$ erg · g^{-1}.

Stefan-Boltzmannsche Konstante $\sigma = 5{,}75 \cdot 10^{-12}$ int. W · cm^{-2} · Grad^{-4}
$= 1{,}374 \cdot 10^{-12}$ cal · cm^{-2} · s^{-1} · Grad^{-4}.

Plancksche Strahlungskonstante $c_2 = 1{,}432$ cm · Grad.

Plancksches Wirkungsquantum $h = 6{,}61 \cdot 10^{-27}$ erg · s.

Durch 1-Volt-Elektronen angeregte Wellenlänge : $\lambda = 1{,}237 \cdot 10^{-4}$ cm.

Radius der Normalbahn des Wasserstoffelektrons : $r = 0{,}530 \cdot 10^{-8}$ cm.

76. Exponentialfunktionen e^x und e^{-x}

Siebenstellige Werte von e^x und e^{-x} für $x = 0$ bis $x = 3$ in Stufen von 0,001 in den Smithsonian Mathematical Tables, Hyperbolic Functions. Washington 1909. Hayashi, 5-stell. Tafeln d. Kreis- u. Hyperbelfunkt., Berlin 1928, sowie von e^x und e^{-x}.

x	e^x	e^{-x}	x	e^x	e^{-x}	x	e^x	e^{-x}
0,00	1,000	1,0000	0,50	1,649	0,6065	1,00	2,718	0,3679
0,01	1,010	0,9900	0,51	1,665	0,6005	1,10	3,004	0,3329
0,02	1,020	0,9802	0,52	1,682	0,5945	1,20	3,320	0,3012
0,03	1,030	0,9704	0,53	1,699	0,5886	1,30	3,669	0,2725
0,04	1,041	0,9608	0,54	1,716	0,5827	1,40	4,055	0,2466
0,05	1,051	0,9512	0,55	1,733	0,5769	1,50	4,482	0,2231
0,06	1,062	0,9418	0,56	1,751	0,5712	1,60	4,953	0,2019
0,07	1,073	0,9324	0,57	1,768	0,5655	1,70	5,474	0,1827
0,08	1,083	0,9231	0,58	1,786	0,5599	1,80	6,050	0,1653
0,09	1,094	0,9139	0,59	1,804	0,5543	1,90	6,686	0,1496
0,10	1,105	0,9048	0,60	1,822	0,5488	2,00	7,389	0,1353
0,11	1,116	0,8958	0,61	1,840	0,5434	2,10	8,166	0,1225
0,12	1,127	0,8869	0,62	1,859	0,5379	2,20	9,025	0,1108
0,13	1,139	0,8781	0,63	1,878	0,5326	2,30	9,974	0,1003
0,14	1,150	0,8694	0,64	1,896	0,5273	2,40	11,023	0,0907
0,15	1,162	0,8607	0,65	1,916	0,5220	2,50	12,182	0,0821
0,16	1,174	0,8521	0,66	1,935	0,5169	2,60	13,464	0,0743
0,17	1,185	0,8437	0,67	1,954	0,5117	2,70	14,880	0,0672
0,18	1,197	0,8353	0,68	1,974	0,5066	2,80	16,445	0,0608
0,19	1,209	0,8270	0,69	1,994	0,5016	2,90	18,174	0,0550
0,20	1,221	0,8187	0,70	2,014	0,4966	3,00	20,086	0,0498
0,21	1,234	0,8106	0,71	2,034	0,4916	3,10	22,20	0,0450
0,22	1,246	0,8025	0,72	2,054	0,4868	3,20	24,53	0,0408
0,23	1,259	0,7945	0,73	2,075	0,4819	3,30	27,11	0,0369
0,24	1,271	0,7866	0,74	2,096	0,4771	3,40	29,96	0,0334
0,25	1,284	0,7788	0,75	2,117	0,4724	3,50	33,12	0,0302
0,26	1,297	0,7711	0,76	2,138	0,4677	3,60	36,60	0,0273
0,27	1,310	0,7634	0,77	2,160	0,4630	3,70	40,45	0,0247
0,28	1,323	0,7558	0,78	2,181	0,4584	3,80	44,70	0,0224
0,29	1,336	0,7483	0,79	2,203	0,4538	3,90	49,40	0,0202
0,30	1,350	0,7408	0,80	2,226	0,4493	4,00	54,60	0,0183
0,31	1,363	0,7334	0,81	2,248	0,4449	4,10	60,34	0,0166
0,32	1,377	0,7261	0,82	2,271	0,4404	4,20	66,69	0,0150
0,33	1,391	0,7189	0,83	2,293	0,4360	4,30	73,70	0,0136
0,34	1,405	0,7118	0,84	2,316	0,4317	4,40	81,45	0,0123
0,35	1,419	0,7047	0,85	2,340	0,4274	4,50	90,02	0,0111
0,36	1,433	0,6977	0,86	2,363	0,4232	4,60	99,48	0,0101
0,37	1,448	0,6907	0,87	2,387	0,4190	4,70	109,95	0,0091
0,38	1,462	0,6839	0,88	2,411	0,4148	4,80	121,51	0,0082
0,39	1,477	0,6771	0,89	2,435	0,4107	4,90	134,29	0,0074
0,40	1,492	0,6703	0,90	2,460	0,4066	5,00	148,41	0,0067
0,41	1,507	0,6637	0,91	2,484	0,4025	5,10	164,0	0,0061
0,42	1,522	0,6570	0,92	2,509	0,3985	5,20	181,3	0,0055
0,43	1,537	0,6505	0,93	2,535	0,3946	5,30	200,3	0,0050
0,44	1,553	0,6440	0,94	2,560	0,3906	5,40	221,4	0,0045
0,45	1,568	0,6376	0,95	2,586	0,3867	5,50	244,7	0,0041
0,46	1,584	0,6313	0,96	2,612	0,3829	5,60	270,4	0,0037
0,47	1,600	0,6250	0,97	2,638	0,3791	5,70	298,9	0,0033
0,48	1,616	0,6188	0,98	2,664	0,3753	5,80	330,3	0,0030
0,49	1,632	0,6126	0,99	2,691	0,3716	5,90	365,0	0,0027
0,50	1,649	0,6065	1,00	2,718	0,3679	6,00	403,4	0,0025

77. Gaußsches Fehlerintegral $\Phi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{\xi} e^{-x^2} dx$

ξ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0113	0,0226	0,0338	0,0451	0,0564	0,0676	0,0789	0,0901	0,1013
0,1	0,1125	0,1236	0,1348	0,1459	0,1569	0,1680	0,1790	0,1900	0,2009	0,2118
0,2	0,2227	0,2335	0,2443	0,2550	0,2657	0,2763	0,2869	0,2974	0,3079	0,3183
0,3	0,3286	0,3389	0,3491	0,3593	0,3694	0,3794	0,3893	0,3992	0,4090	0,4187
0,4	0,4284	0,4380	0,4475	0,4569	0,4662	0,4755	0,4847	0,4937	0,5027	0,5117
0,5	0,5205	0,5292	0,5379	0,5465	0,5549	0,5633	0,5716	0,5798	0,5879	0,5959
0,6	0,6039	0,6117	0,6194	0,6270	0,6346	0,6420	0,6494	0,6566	0,6638	0,6708
0,7	0,6778	0,6847	0,6914	0,6981	0,7047	0,7112	0,7175	0,7238	0,7300	0,7361
0,8	0,7421	0,7480	0,7538	0,7595	0,7651	0,7707	0,7761	0,7814	0,7867	0,7918
0,9	0,7969	0,8019	0,8068	0,8116	0,8163	0,8209	0,8254	0,8299	0,8342	0,8385
1,0	0,8427	0,8468	0,8508	0,8548	0,8586	0,8624	0,8661	0,8698	0,8733	0,8768
1,1	0,8802	0,8835	0,8868	0,8900	0,8931	0,8961	0,8991	0,9020	0,9048	0,9076
1,2	0,9103	0,9130	0,9155	0,9181	0,9205	0,9229	0,9252	0,9275	0,9297	0,9319
1,3	0,9340	0,9361	0,9381	0,9400	0,9419	0,9438	0,9456	0,9473	0,9490	0,9507
1,4	0,9523	0,9539	0,9554	0,9569	0,9583	0,9597	0,9611	0,9624	0,9637	0,9649
1	0,8427	0,8802	0,9103	0,9340	0,9523	0,9661	0,9763	0,9838	0,9891	0,9928
2	0,9953	0,9970	0,9981	0,9989	0,9993	0,9996	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000
∞	1,0000									

78. Einfache mathematische Formeln

Vergleiche Jahnke und Emde, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven, Leipzig 1942; Emde, Tafeln elementarer Funktionen, Leipzig 1940; Madelung, Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers, Berlin 1936.

$\ln x$ bedeutet $\log \text{nat}\, x$; $i = \sqrt{-1}$. — Die mit *) bezeichneten Reihen gelten für $+1 > x > -1$; die Reihe $\operatorname{tg} x$ gilt für $\frac{1}{2}\pi > x > -\frac{1}{2}\pi$.

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \cdots *);$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots; \qquad a^x = e^{x \ln a};$$

$$\ln(1+x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots *); \qquad \ln(a+x) = \ln a + \ln\left(1 + \frac{x}{a}\right);$$

$$\tfrac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} = \frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots *); \qquad \log^a x = \ln x \cdot \log^a e = \frac{\ln x}{\ln a};$$

78. Einfache mathematische Formeln (Fortsetzung)

Die Werte der unbestimmten Integrale sind zu ergänzen durch + Const.

$$\sin x = \frac{e^{xi} - e^{-xi}}{2i} = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots; \qquad \mathfrak{Sin}\, x = \frac{e^x - e^{-x}}{2};$$

$$\cos x = \frac{e^{xi} + e^{-xi}}{2} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots; \qquad \mathfrak{Cof}\, x = \frac{e^x + e^{-x}}{2};$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \cdots *); \qquad \mathfrak{Tg}\, x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}};$$

$$\operatorname{arc\,tg} x = \frac{x}{1} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \cdots *); \qquad \operatorname{arc\,sin} x = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + \cdots *);$$

$n! = n^n e^{-n}\sqrt{2\pi n}$ (Stirling) für große n;

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x \cdot f'(x) + \frac{1}{2!}\Delta x^2 \cdot f''(x) + \frac{1}{3!}\Delta x^3 \cdot f'''(x) + \cdots \text{ (Taylor)};$$

$$d(x^m) = m x^{m-1}\, dx; \qquad d(e^x) = e^x\, dx; \qquad d(a^x) = \ln a \cdot a^x\, dx;$$

$$d \ln x = \frac{dx}{x}; \qquad d \log^a x = \frac{dx}{x}\,\frac{1}{\ln a} = \frac{dx}{x}\log^a e;$$

$$d \sin x = \cos x\, dx; \qquad d \cos x = -\sin x\, dx; \qquad d \operatorname{tg} x = \frac{dx}{\cos^2 x} = (1 + \operatorname{tg}^2 x)\, dx;$$

$$d \operatorname{arc\,sin} x = -d \operatorname{arc\,cos} x = \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}; \qquad d \operatorname{arc\,tg} x = \frac{dx}{1 + x^2};$$

$$d(uv) = v\, du + u\, dv; \qquad d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\, du - u\, dv}{v^2};$$

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du; \qquad \int_a^b f(kx)\, dx = \frac{1}{k}\int_{ka}^{kb} f(z)\, dz;$$

$$\frac{d}{db}\int_a^b f(x)\, dx = f(b); \qquad \frac{d}{da}\int_a^b f(x)\, dx = -f(a);$$

$$\int (a + bx)^n\, dx = \frac{1}{n+1}\,\frac{(a+bx)^{n+1}}{b}; \qquad \int x^n\, dx = \frac{1}{n+1}\, x^{n+1};$$

$$\int \frac{dx}{a + bx} = \frac{1}{b}\ln(a + bx); \qquad \int \frac{dx}{x} = \ln x;$$

$$\int \frac{dx}{a + bx^2} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \operatorname{arc\,tg}\left(x\sqrt{\frac{b}{a}}\right); \qquad \int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arc\,tg} x;$$

78. Einfache mathematische Formeln (Fortsetzung)

Die Werte der unbestimmten Integrale sind zu ergänzen durch + Const.

$$\int \frac{dx}{a-bx^2} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{\sqrt{a}+x\sqrt{b}}{\sqrt{a}-x\sqrt{b}}; \qquad \int \frac{dx}{1-x^2} = \tfrac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x};$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx^2}} = \frac{\ln(x\sqrt{b}+\sqrt{a+bx^2})}{\sqrt{b}}; \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \ln(x+\sqrt{1+x^2});$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a-bx^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \arcsin\left(x\sqrt{\frac{b}{a}}\right); \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x;$$

$$\int \frac{dx}{(a \pm bx^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a} \frac{x}{\sqrt{a \pm bx^2}}; \qquad \int \frac{dx}{(1 \pm x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{\sqrt{1 \pm x^2}};$$

$$\int \sqrt{a+bx^2}\,dx = \frac{1}{2} x\sqrt{a+bx^2} + \frac{1}{2} \frac{a}{\sqrt{b}} \ln(x\sqrt{b}+\sqrt{a+bx^2});$$

$$\int \sqrt{a-bx^2}\,dx = \frac{1}{2} x\sqrt{a-bx^2} + \frac{1}{2} \frac{a}{\sqrt{b}} \arcsin\left(x\sqrt{\frac{b}{a}}\right);$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}; \qquad \int e^x dx = e^x; \qquad \int x a^x dx = \frac{x a^x}{\ln a} - \frac{a^x}{(\ln a)^2};$$

$$\int x^n \ln x\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\left(\ln x - \frac{1}{n+1}\right); \qquad \int \ln x\,dx = x \ln x - x;$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x; \qquad \int \cos x\,dx = \sin x; \qquad \int \operatorname{tg} x\,dx = -\ln \cos x;$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}; \qquad \int \frac{dx}{\cos x} = \ln \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right); \qquad \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x;$$

$$\int \sin^2 x\,dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin x \cos x}{2}; \qquad \int x \sin x\,dx = -x\cos x + \sin x;$$

$$\int \sin x \cos x\,dx = \frac{\sin^2 x}{2}; \qquad \int \frac{dx}{\sin x \cos x} = \ln \operatorname{tg} x;$$

$$\int e^{ax} \sin bx\,dx = e^{ax} \frac{a \sin(bx) - b \cos(bx)}{a^2+b^2}; \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a^2x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{a};$$

$$\int \arcsin x\,dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}.$$

Wenn $\int f(x)\,dx = F(x)$, so ist $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

79. 2. und 3. Potenzen; Reziproke, Quadrat- und Kubikwurzeln; Kreis-

$\ln(n \cdot 10^p) = \ln n + p \cdot \ln 10$

n	n^2	n^3	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$n\frac{\pi}{180}$	$\log_{10} n$	$\ln n$
1	1	1	1,0000	1,000	1,000	0,0175	0,0000	0.0000
2	4	8	0,5000	1,414	1,260	0,0349	0,3010	0.6931
3	9	27	,3333	1,732	1,442	0,0524	0,4771	1.0986
4	16	64	,2500	2,000	1,587	0,0698	0,6021	1.3863
5	25	125	,2000	2,236	1,710	0,0873	0,6990	1.6094
6	36	216	,1667	2,449	1,817	0,1047	0,7782	1.7918
7	49	343	,1429	2,646	1,913	0,1222	0,8451	1.9459
8	64	512	,1250	2,828	2,000	0,1396	0,9031	2.0794
9	81	729	,1111	3,000	2,080	0,1571	0,9542	2.1972
10	100	1000	,10000	3,162	2,154	0,1745	1,0000	2.3026
11	121	1331	,09091	3,317	2,224	0,1920	1,0414	2.3979
12	144	1728	,08333	3,464	2,289	0,2094	1,0792	2.4849
13	169	2197	,07692	3,606	2,351	0,2269	1,1139	2.5649
14	196	2744	,07143	3,742	2,410	0,2443	1,1461	2.6391
15	225	3375	,06667	3,873	2,466	0,2618	1,1761	2.7081
16	256	4096	,06250	4,000	2,520	0,2793	1,2041	2.7726
17	289	4913	,05882	4,123	2,571	0,2967	1,2304	2.8332
18	324	5832	,05556	4,243	2,621	0,3142	1,2553	2.8904
19	361	6859	,05263	4,359	2,668	0,3316	1,2788	2.9444
20	400	8000	,05000	4,472	2,714	0,3491	1,3010	2.9957
21	441	9261	,04762	4,583	2,759	0,3665	1,3222	3.0445
22	484	10648	,04545	4,690	2,802	0,3840	1,3424	3.0910
23	529	12167	,04348	4,796	2,844	0,4014	1,3617	3.1355
24	576	13824	,04167	4,899	2,884	0,4189	1,3802	3.1781
25	625	15625	,04000	5,000	2,924	0,4363	1,3979	3.2189
26	676	17576	,03846	5,099	2,962	0,4538	1,4150	3.2581
27	729	19683	,03704	5,196	3,000	0,4712	1,4314	3.2958
28	784	21952	,03571	5,292	3,037	0,4887	1,4472	3.3322
29	841	24389	,03448	5,385	3,072	0,5061	1,4624	3.3673
30	900	27000	,03333	5,477	3,107	0,5236	1,4771	3.4012
31	961	29791	,03226	5,568	3,141	0,5411	1,4914	3.4340
32	1024	32768	,03125	5,657	3,175	0,5585	1,5051	3.4657
33	1089	35937	,03030	5,745	3,208	0,5760	1,5185	3.4965
34	1156	39304	,02941	5,831	3,240	0,5934	1,5315	3.5264
35	1225	42875	,02857	5,916	3,271	0,6109	1,5441	3.5553
36	1296	46656	,02778	6,000	3,302	0,6283	1,5563	3.5835
37	1369	50653	,02703	6,083	3,332	0,6458	1,5682	3.6109
38	1444	54872	,02632	6,164	3,362	0,6632	1,5798	3.6376
39	1521	59319	,02564	6,245	3,391	0,6807	1,5911	3.6636
40	1600	64000	,02500	6,325	3,420	0,6981	1,6021	3.6889
41	1681	68921	,02439	6,403	3,448	0,7156	1,6128	3.7136
42	1764	74088	,02381	6,481	3,476	0,7330	1,6232	3.7377
43	1849	79507	,02326	6,557	3,503	0,7505	1,6335	3.7612
44	1936	85184	,02273	6,633	3,530	0,7679	1,6435	3.7842
45	2025	91125	,02222	6,708	3,557	0,7854	1,6532	3.8067
46	2116	97336	,02174	6,782	3,583	0,8029	1,6628	3.8286
47	2209	103823	,02128	6,856	3,609	0,8203	1,6721	3.8501
48	2304	110592	,02083	6,928	3,634	0,8378	1,6812	3.8712
49	2401	117649	,02041	7,000	3,659	0,8552	1,6902	3.8918
50	2500	125000	,02000	7,071	3,684	0,8727	1,6990	3.9120

bogen aus Bogengraden; Briggssche (log) und natürliche (ln) Logarithmen

$$\ln(n \cdot 10^p) = \ln n + p \cdot \ln 10$$

n	n^2	n^3	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$n\frac{\pi}{180}$	$\log_{10} n$	$\ln n$
50	2500	125000	,02000	7,071	3,684	0,873	1,6990	3.9120
51	2601	132651	,01961	7,141	3,708	0,890	1,7076	3.9318
52	2704	140608	,01923	7,211	3,733	0,908	1,7160	3.9512
53	2809	148877	,01887	7,280	3,756	0,925	1,7243	3.9703
54	2916	157464	,01852	7,348	3,780	0,942	1,7324	3.9890
55	3025	166375	,01818	7,416	3,803	0,960	1,7404	4.0073
56	3136	175616	,01786	7,483	3,826	0,977	1,7482	4.0254
57	3249	185193	,01754	7,550	3,849	0,995	1,7559	4.0431
58	3364	195112	,01724	7,616	3,871	1,012	1,7634	4.0604
59	3481	205379	,01695	7,681	3,893	1,030	1,7709	4.0775
60	3600	216000	,01667	7,746	3,915	1,047	1,7782	4.0943
61	3721	226981	,01639	7,810	3,936	1,065	1,7853	4.1109
62	3844	238328	,01613	7,874	3,958	1,082	1,7924	4.1271
63	3969	250047	,01587	7,937	3,979	1,100	1,7993	4.1431
64	4096	262144	,01563	8,000	4,000	1,117	1,8062	4.1589
65	4225	274625	,01538	8,062	4,021	1,134	1,8129	4.1744
66	4356	287496	,01515	8,124	4,041	1,152	1,8195	4.1897
67	4489	300763	,01493	8,185	4,062	1,169	1,8261	4.2047
68	4624	314432	,01471	8,246	4,082	1,187	1,8325	4.2195
69	4761	328509	,01449	8,307	4,102	1,204	1,8388	4.2341
70	4900	343000	,01429	8,367	4,121	1,222	1,8451	4.2485
71	5041	357911	,01408	8,426	4,141	1,239	1,8513	4.2627
72	5184	373248	,01389	8,485	4,160	1,257	1,8573	4.2767
73	5329	389017	,01370	8,544	4,179	1,274	1,8633	4.2905
74	5476	405224	,01351	8,602	4,198	1,292	1,8692	4.3041
75	5625	421875	,01333	8,660	4,217	1,309	1,8751	4.3175
76	5776	438976	,01316	8,718	4,236	1,326	1,8808	4.3307
77	5929	456533	,01299	8,775	4,254	1,344	1,8865	4.3438
78	6084	474552	,01282	8,832	4,273	1,361	1,8921	4.3567
79	6241	493039	,01266	8,888	4,291	1,379	1,8976	4.3694
80	6400	512000	,01250	8,944	4,309	1,396	1,9031	4.3820
81	6561	531441	,01235	9,000	4,327	1,414	1,9085	4.3944
82	6724	551368	,01220	9,055	4 344	1,431	1,9138	4.4067
83	6889	571787	,01205	9,110	4,362	1,449	1,9191	4.4188
84	7056	592704	,01190	9,165	4,380	1,466	1,9243	4.4308
85	7225	614125	,01176	9,220	4,397	1,484	1,9294	4.4427
86	7396	636056	,01163	9,274	4,414	1,501	1,9345	4.4543
87	7569	658503	,01149	9,327	4,431	1,518	1,9395	4.4659
88	7744	681472	,01136	9,381	4,448	1,536	1,9445	4.4773
89	7921	704969	,01124	9,434	4,465	1,553	1,9494	4.4886
90	8100	729000	,01111	9,487	4,481	1,571	1,9542	4.4998
91	8281	753571	,01099	9,539	4,498	1,588	1,9590	4.5109
92	8464	778688	,01087	9,592	4,514	1,606	1,9638	4.5218
93	8649	804357	,01075	9,644	4,531	1,623	1,9685	4.5326
94	8836	830584	,01064	9,695	4,547	1,641	1,9731	4.5433
95	9025	857375	,01053	9,747	4,563	1,658	1,9777	4.5539
96	9216	884736	,01042	9,798	4,579	1,676	1,9823	4.5643
97	9409	912673	,01031	9,849	4,595	1,693	1,9868	4.5747
98	9604	941192	,01020	9,899	4,610	1,710	1,9912	4.5850
99	9801	970299	,01010	9,950	4,626	1,728	1,9956	4.5951
100	10000	1000000	,01000	10,000	4,642	1,745	2,0000	4.6052

80. Trigonometrische Zahlen

	Sinus		Tangens		Cotangens		Cosinus		
↓ 0°	0,0000	175	0,0000	175	∞		1,0000	02	90
1	,0175	174	,0175	174	57,29		0,9998	04	89
2	,0349	174	,0349	175	28,64		,9994	08	88
3	,0523	175	,0524	175	19,08		,9986	10	87
4	,0698	174	,0699	176	14,30		,9976	14	86
5	,0872	173	,0875	176	11,43		,9962	17	85
6	,1045	174	,1051	177	9,514		,9945	20	84
7	,1219	173	,1228	177	8,144		,9925	22	83
8	,1392	172	,1405	179	7,115	801	,9903	26	82
9	,1564	172	,1584	179	6,314	643	,9877	29	81
10	,1736	172	,1763	181	5,671	526	,9848	32	80
11	,1908	171	,1944	182	5,145	440	,9816	35	79
12	,2079	171	,2126	183	4,705	374	,9781	37	78
13	,2250	169	,2309	184	4,331	320	,9744	41	77
14	,2419	169	,2493	186	4,011	279	,9703	44	76
15	,2588	168	,2679	188	3,732	245	,9659	46	75
16	,2756	168	,2867	190	3,487	216	,9613	50	74
17	,2924	166	,3057	192	3,271	193	,9563	52	73
18	,3090	166	,3249	194	3,078	174	,9511	56	72
19	,3256	164	,3443	197	2,904	157	,9455	58	71
20	,3420	164	,3640	199	2,747	142	,9397	61	70
21	,3584	162	,3839	201	2,605	130	,9336	64	69
22	,3746	161	,4040	205	2,475	119	,9272	67	68
23	,3907	160	,4245	207	2,356	110	,9205	70	67
24	,4067	159	,4452	211	2,246	101	,9135	72	66
25	,4226	158	,4663	214	2,145	95	,9063	75	65
26	,4384	156	,4877	218	2,050	87	,8988	78	64
27	,4540	155	,5095	222	1,963	82	,8910	81	63
28	,4695	153	,5317	226	1,881	77	,8829	83	62
29	,4848	152	,5543	231	1,804	72	,8746	86	61
30	,5000	150	,5774	235	1,732	68	,8660	88	60
31	,5150	149	,6009	240	1,664	64	,8572	92	59
32	,5299	147	,6249	245	1,600	60	,8480	93	58
33	,5446	146	,6494	251	1,540	57	,8387	97	57
34	,5592	144	,6745	257	1,483	55	,8290	98	56
35	,5736	142	,7002	263	1,428	52	,8192	102	55
36	,5878	140	,7265	271	1,376	49	,8090	104	54
37	,6018	139	,7536	277	1,327	47	,7986	106	53
38	,6157	136	,7813	285	1,280	45	,7880	109	52
39	,6293	135	,8098	293	1,235	43	,7771	111	51
40	,6428	133	,8391	302	1,192	42	,7660	113	50
41	,6561	130	,8693	311	1,150	39	,7547	116	49
42	,6691	129	,9004	321	1,111	39	,7431	117	48
43	,6820	127	,9325	332	1,072	36	,7314	121	47
44	,6947	124	,9657	343	1,036	36	,7193	122	46
45	,7071		1,0000		1,000		,7071		45° ↑
	Cosinus		Cotangens		Tangens		Sinus		

Sachverzeichnis

(Schräg gedruckte Zahlen verweisen auf die Tabellennummern)

Ablenkung, elektromagnetische 370
Absolute Temperatur *75*
Absorption im Ultrarot *39. 40. 41. 42*
— von Elektronen *48*
— von Gasen in Wasser *67*
Abschirmung, elektrische 175. 191. 210
Äquivalentleitvermögen 62. *8. 58*
Akkumulatoren 3
Aktinium-Reihe *70*
Aktivität der Luft 490
Alkalischer Sammler 4
α-Strahlen 446. 448. 452
Alterung (Magnete) 73
Aluminium, elektrischer Widerstand 60
Aluminiumlot 10
Amalgamieren 10
Amperesekunde 28
Anderson-Brücke 214
Anfangspermeabilität 107. *54*
Anlaufstrom 290
Anodenfall 353
Anodengleichrichtung 280. 311
Anodenstrahlen 361. 362
Anregungsenergie *46*. Bd. 1, 442
Anregungsspannung 378. Bd. 1, 442
Aperiodische Bewegung 15
Astasierung 75
Astatisches Galvanometer 20
— Magnetometer von Neumann 79. 81
Astonsches Gesetz 352
Atomfaktor (Röntgenstrahlen) 436
Atomgewichte *69*
Atomkonstanten 378
Audion 307. 310
Aufhängung leichter Systeme 19
Augenempfindlichkeit *45*
Ausdehnungskoeffizient von Gasen *26*. Bd. 1, 224
Ausdehnung, thermische, fester Körper *25. 65*. Bd. 1, 220
— — von Flüssigkeiten *66*. Bd. 1, 223
— — von Lösungen *6*
Auslösezählrohr 464
Austrittsarbeit 289. 392. 398
Ayrtonsche Gleichung 355

Ballistischer Ausschlag 15
Ballistisches Galvanometer 83
Bandbreite (Schwingungskreis) 251
Bandfilter 256
Barkhausen-Brücke 297
Barometereffekt 495
Barometerstand, Reduktion *11*. Bd. 1, 188
Barretteranordnung 67. 285
Becquerel-Effekt 407
Bernstein-Isolation 123
β-Strahlen 446. 449. 452
Betriebskapazität 175. 189
Bifilarbrücke 212. 215
Bifilargalvanometer 93
Bifilarmagnetometer 82
Bifilarvariometer 121
Binantenelektrometer 131
Blattelektrometer 132
Bleisammler 3
Bleiwerte 416
Blindleistung 150
Blindwiderstand 147. 150
Blockkondensatoren 180
Bogenentladung 354. Bd. 1, 445
Bolometer 285. Bd. 1, 290
Boltzmannsche Konstante *75*
Braggsche Gleichung 419
— Kurve 476
Braggsches Spektrometer 421
Braunsches Rohr 172. 358
Brechungszahl von festen Körpern und Flüssigkeiten *37. 38*. Bd. 1, 380
— von Gasen *67*. Bd. 1, 382
Bremsfolien 475
Brownsche Bewegung und Galvanometer 16
Brückenmethoden 54
Brumm 301. 303
Büschelentladungen 349
Bunsen-Roscoesches Gesetz 417
Bussolenvariometer 123

Carbowid-Widerstand 226
Cassinische Formel *17*
Chinhydronelektrode 40
Compton-Effekt 440
Compton-Elektronen 450
Coulomb 28. Bd. 1, 8
Coulometer 28
Coursey-Kurven (Tabelle) 206
Curie 452
Curie-Gefäß 489
Curiesche Konstante 114

Dämpfung 15. 20. 74. Bd. 1, 69
— (Schwingungskreis) 261
— und Widerstand 15
Dämpfungsdekrement 250
Dämpfungsgrad eines Galvanometers 23
Dämpfungskonstante (Schwingungskreis) 266
Dämpfungsverhältnis 13. 84
Dämpfungsziffer 249
Dauermagnete 73
Debye-Scherrer-Verfahren 432
Dehnungsmodul *23*. Bd. 1, 75
Deklination, erdmagnetisch 116. *55a. 55b*
Detektor 278
Diagnostik (Röntgenstrahlen) 445
Diamagnetismus 113
Dichte Bd. 1, 203
— feste und flüssige Stoffe *2. 65. 66*
— Gase *67*
— Luft *9*

Dichte, Normallösungen *8*
— Quecksilber *12*
— wäßrige Lösungen *5*
— Wasser *3*
Dickenmesser 199. Bd. 1, 35. 38
Dielektriken 180. 181. 321
Dielektrische Festigkeit 328
— Verluste 323
Dielektrizitätskonstante 331. *66. 67. 68*
Differentialgalvanometer 23. 55
Differentialtransformator 194. 212
Dimension physikalischer Größen *72.* Bd. 1, 1
Diodengleichrichtung 309
Diodenvoltmeter 282
Dipolmoment 338
Disjunktor 212
Dissoziationsgrad 62. Bd. 1, 219. 453
Doglasprinzip 413
Doppelbrücke 162
Doppelschaltung (Elektrometer) 129. 131
Doppelschleusen-Methode (Ionisation) 344
Doppelschlüssel 48
Doppler-Effekt (Kanalstrahlen) 375
Drahtnormale 7
Drehfeld 151
Drehfeldmeßgerät 163
Drehkondensatoren 182
Drehmoment eines Galvanometers 23. Bd. 1, 5
Drehkristallverfahren 421. 435
Drehspulen-Galvanometer 21
Drehspulen-Instrument 27
Drehspulen-Schnellschreiber 272. 275
Drehspulvariometer 209
Dreipunktschaltung 229
Drillungsmodul *23.* Bd. 1, 81
Drosselkette 233
Drosselspulen 208
Drosselspulenverstärker 306
Drosselwirkung 239
Duanten-Elektrometer 132
Dunkelraum 351
Durchgriff 293. 295
Durchlässigkeit von Glas *43.* Bd. 1, 352
Durchschlagsspannung 329. *68*
Dynamometer 24. 286

Effektivwerte (Strom, Spannung) 146
e-Funktionen *76*
Einkristalle 428
Eisenwiderstände 10
Elastische Spannungen (Röntgenstrahlen) 441. Bd. 1, 75
Elektrische Ablenkung 374
— Wellen 228
— —, stehende 335
— —, Fortpflanzungsgeschwindigkeit 261
— —, in Metallrohren 261
Elektrisiermaschinen 5
Elektrisierung 339
Elektrizitätsmenge 43. 140. Bd. 1, 8
Elektrochemisches Äquivalent 28. *60*
Elektroden (Elektrolyte) 63
Elektrodengriffe 40
Elektrodynamometer 24. 160
Elektrofilter 350
Elektrolyte 61
Elektrolytkondensatoren 181
Elektrolytzähler 31
Elektromagnetisches System *72. 73*
Elektrometer 127
Elektrometerkapazität 197
Elektromotorische Kraft 4
— —, schwache Bd. 1, 8
Elektronenbewegung 288
Elektronenemission 293
Elektroneninterferenzen 375
Elektronenladung, spezifische 284
Elektronenlinsen 371
Elektronenmasse *48*
Elektronenmikroskop 372
Elektronenpaar 492
Elektronenröhren 288
—, Heizstrom 293
—, innerer Widerstand 294. 297
—, Kennlinie 293. 309
—, Kennlinie und Arbeitspunkt 301
—, Röhrengüte 297
—, Steilheit 294. 297
—, Steuerorgan 315
—, Steuerschärfe 297
—, Verstärkungsfaktor 294. 297
Elektronenschwingungen 242

Elektronenstoß 346. 378. Bd. 1, 442
Elektronenstrahlen 357. 449
Elektronenstrahl-Oszillograph 173
Elektronenstrahl-Spektrometer 373
Elektronenstrom 292
Elektronenverteilung 442
Elektronvolt 370. 473
Elektrostatische Generatoren 366
— Messungen 123
Elektrostatischer Schutz 125
Elektrostatisches System 126. *72. 73*
— Voltmeter 138
Elementarladung 382. *75*
Elementarzellen, Kristalle *52*
Ellipsoidmethode 100
Eman 488
Emanations-Elektrometer 489
Emanationsgehalt von Quellwasser 490
Emanationspumpe 455
Empfindlichkeit, Galvanometer 12. 16. 21
—, ihre Grenzen 16
Endverstärker 298
Energiemaße, Umrechnung *74*
Entdämpfung 307
Entkoppelung 307
Entladung, elektrodenlose 354
Entladung, selbständige 347
Entladungsröhren 348
Entmagnetisierungsapparat 96
Entmagnetisierungsfaktor 101. 102
Entstaubung (von Luft) 350
Erdfeld (magnetisches) 76
Erdinduktor 118
Erdmagnetismus 76. 116. *55a. 55b*
Erdmaße *75*
Erdstrahlung 494
Erdung (Wechselstrombrücken) 191
Ermüdung, lichtelektrisch 398
Erschütterungsfreie Aufstellung 16

Fadenelektrometer 132
Farad 175. Bd. 1, 9

Faraday-Käfig 368
Faraday-Konstante 28. *75*
Fehlerintegral *77*
Ferraris-Zähler 163
Ferrometer 106
Festigkeit, dielektrische 328
Feuchtigkeitsmesser 199. Bd. 1, 238
Filterstoffe für Ultrarot *42*
Flüssige Luft, Zusammensetzung *32*
Flüssigkeitswiderstände 8. 362
Fluoreszenzstrahlung 410. Bd. 1, 447
Folien, dünne 376
Formeln, mathematische *78*
Formfaktor 147
Foster-Brücke 54
Frequenz 146
Frequenzen, Stabilisierung 232
Frequenzmessung 169. 267
Frequenzteilung 248
Frequenzvervielfachung 247
Funkeleffekt 301
Funkenentladungen 349
Funkensender 244
Funkenstraße 6. 166

Galvanische Elemente 2. 61. 70
Galvanometer 11
Galvanometerfunktion 18
Galvanometerkonstante 11. 21. 84
γ-Äquivalent 487
γ-Strahlung 446. 449. 451. 453
Gasentladungen, Farben 351
Gaskonstante *75*. Bd. 1, 212
—, elektrolytische 39
Gasreibung *67*. Bd. 1, 95
Gasthermometer, Korrektionen *27*. Bd. 1, 153
Gasvolumen, Reduktion *10*
Gaußsche Hauptlagen 73. 76
Gaußsches Fehlerintegral *77*
Gefügeuntersuchungen 439
Gegeninduktion, Berechnung 219
—, Messung 221
—, Normale 220
Gegeninduktivität 152
Gegenkoppelung 308
Gegentaktschaltung 241
Gegentaktverstärkung 302
Gehaltsbestimmung, radioaktive 488
Gekoppelte Kreise 250. 255
Gekreuzte Felder 385
Geschwindigkeit von Elektronen und Ionen 369
Getter 292. Bd. 1, 179
Gittergleichrichtung 310
Gitterkonstante (Kristall) 418. Bd. 1, 362
Gitterstrom 290. 292
Gittervorspannung 303
Glaselektrode 41
Gleichrichter 5. 279. 309. 357
— bei Röntgenröhren 413
Gleichrichterinstrumente 164
Gleichrichterschaltung für Hochspannung 366
Glimmentladungen 350. Bd. 1, 442
Glimmerkondensator 180. 181
Glimmlicht 351. Bd. 1, 443
Glimmlichtoszillograph 171
Glimmteiler 319
Glühelektronenröhren 411
Glühkathoden 358. 379
Glühkathodengleichrichter 6
Gravitationskonstante *75*. Bd. 1, 61
Grenzwellenlänge *48*
Grenzwiderstand 21
Grobstrukturuntersuchungen 442
Gülchersche Thermosäule 5

Halbwertszeit 451
Hall-Effekt 95
Harmonische Analysatoren 171
Hartgummi 124
Hautaffekt (magnetischer) 105
Hautwirkung 148. 207. 208. 287
Heizdrossel 239
Heliumkern 446
Hellempfindlichkeit des Auges *45*. Bd. 1, 500
Helmholtzsche Waage 26
Henry 203. Bd 1, 9
Hertz 146. Bd. 1, 4
Hexode 292
Hinterwandzelle 406
Hitzdrahtinstrument 28. 162
Hitzdrahtluftthermometer 285
Hitzdrahtwiderstand 162
Hochfrequenzleitungen 257
Hochfrequenzspannungsmessung 278
Hochfrequenzstrommessung 283
Hochspannung, konstante 467
— für Gleichstrom 366
Hochspannungsbatterie 5
Hochspannungsbrücke 201
Hochspannungselektrometer 137
Hochspannungsgleichrichter 7
Hochspannungskondensatoren 179
Hochspannungsvoltmeter 167
Höhenskala *19*. Bd. 1, 191
Höhenstrahlung 492
—, Energiemessung 500
—, Meßgeräte 495
—, Störeffekte 494
Höhenstrahlungsteleskop 498
Hohlanodenröhre 411
Honigwabenspule 206. 208
H-Strahlen 449
Hysteresisschleife 96

Idiostatische Schaltung 131
Impedanz 147
Impulszähler 319
Indikatorkreis 267
Induktion, magnetische 88
Induktionskoeffizient 175. Bd. 1, 9
Induktionskonstante *73*. Bd. 1, 10
Induktionskurve (magnetisch) 96. 105
Induktivität 202
Induktivitätsvariator 196
Induktorien 154
Influenzierungskoeffizient 175
Influenzmaschine 5
Inklination, erdmagnetische 117. *55a*. *55b*
Ionen in Gasen 339
—, sehr langsame 362
Ionenbeweglichkeit 62. 340. 342. *59*
Ionenkonzentration 40
Ionenlinsen 371
Ionenmasse 386

Ionenröhre 358. 411
Ionenstoß 346
Ionenstrahlen 357. 360
Ionisationskammer 344. 369. 493
Ionisierung 339
Ionisierungsdichte 339. 345
Ionisierungsenergie *46*
Ionisierungsspannung 378. 390
Ionisierungsstärke 493
Ionisierungszahlen 348
Isolation 123
Isolationswiderstand 321
Isolatoren, unvollkommene 334
Isolierstoffe *68*
—, dielektrische Verluste 327. 330
Isotope *71*
—, Massenbestimmung 389
Isotopengewicht *71*

Jochmethode (magnetisch) 98
Joubertsche Scheibe 170
Juliussche Aufhängung 16

Kadmiumelement 2
Kalomelelektrode 41
Kanalstrahlröhren 360. Bd. 1, 449
Kapazität 174. Bd. 1, 9
—, Berechnung 176
Kapazitätsbrücke 215
Kapazitätsmessung 183. 196
Kapazitätssätze 181
Kapazitätsvariator 182. 209
Kapazitätsvergleichung 187
Kapillardepression von Hg *13*. Bd. 1, 103
Kapillarelektrometer 139
Kapillarkonstante *66*. Bd. 1, 101
Karat *75*
Karbowidwiderstände 9
Kaskadenrohr 363
Kathodendunkelraum 352
Kathodenfall 353. *47*
Kathodenstrahlen 357. Bd. 1, 449
Kathodenstrahloszillograph 171. 172
Kathodenwiderstand 303
Kaufmännische Stabilitätsbedingung 356
Kegelstabmethode 101
Kernladung 446. *70*. *71*
Kernprozesse, Energie 473
Kernspaltung 448
Kernumwandlung 445
Kerrzelle 283. Bd. 1, 466. 473
Kettenleiter 156
Kippelektrometer 137
Kippschwingungen 244. 317
Kirchhoffsche Regeln 1
Klemmspannung 2. 37
Klirrfaktor 302. Bd. 1, 116. 121
Klyndograph 174
Köpsel-Apparat 104
Koerzitivkraft 109. *54*
Kohlrausch-Kondensator 182
Koinzidenzschaltung (Zählrohr) 478
Koinzidenzzählung 497
Kolonnenionisation 340. 345
Kommutator 11
Kompensationsschaltung 38
Kompensatoren 32
Kompressibilität *21*. *22*. *23*. Bd. 1, 88
Kondensatoren 176
Kondensatorentladungen, Steuerung 315
Kondensatorrückstand 321
Kontaktpotential 290. 392
Kontaktschlüssel 125
Konzentrationsketten 39
Konzentration von Lösungen 69. Bd. 1, 246
Koppelfilter 255
Koppelung, kritische 250
Koppelungskoeffizient 250
Korndörfersche Formel 205
Korona 349
Koronaverluste 328
Koronavoltmeter 167
Korpuskularstrahlen-Spektrometrie 424
Korpuskelenergie 472
Kosmische Strahlung 492
Kreisfrequenz 146. 249. 254
Kreuzspuleninstrument 57
Kriechgalvanometer 91
Kristallgitter 427
Kristallographie 425
Kristallorientierung 439
Kristallspektrometer 420. 423
Kristallstruktur 425
Kristallsysteme *52*
Kritische Geschwindigkeit 201
— Größen *66*. *67*. Bd. 1, 231
Kritische Potentiale 378
K-Serie *50*
Kubikzahlen *79*
Kugelkondensator 176
Kugelpanzergalvanometer 20
Kunsman-Elektroden 339
Kupfer, elektrischer Widerstand 60
Kupferoxydul-Gleichrichter 279
Kupfervoltameter 30
Kuppenhöhe von Hg *13*
Kurzwellen (elektrische) 239

Ladung des Elektrons, spezifische 384
— von Ionen 386
Ladungsempfindlichkeit 141
Langevin-Ionen 339. 342
Laue-Verfahren 431. 434
Laufzeitschwingungen 242
Lecher-System 259
Leclanché-Element 4
Leistung 149. 150. Bd. 1, 5
Leistungsfaktor 149
Leistungsmesser 159
Leistungsverstärkung 298. 301
Leitvermögen 1
—, elektrolytisches 63. 66. *8*. *57*
Leitwert 1. Bd. 1, 8
Lenardsches Fenster 359
Leichtresonatoren 269
Leuchtröhren 357
Leuchtschirm 368. 418. 457. 459
Lichtanregung 381. Bd. 1, 359
Lichtbogen 357
Lichtbogenspannung 355
Lichtbogenwiderstand 355
Lichtelektrischer Effekt 390
— —, innerer 403. *53*
Lichtelektrische Emission 396
Lichtenbergsche Figuren 174
Lichtgeschwindigkeit 201. *75*. Bd. 1, 380
Lichtquanten 393
Lichtwellenlängen *36*
Lichtzähler 403
Lindeck-Rothe-Schaltung 17
Linsen, elektrische 371

Linsen, magnetische 372
Litergewicht von Gasen *67*. Bd. 1, 212
Lochkameramethode (Röntgenstrahlen) 422
Löschspannung 318
Löslichkeit in Wasser *7*
Lösungstension 39
Löten 10
Logarithmen *79*
Logarithmisches Dekrement 13. Bd. 1, 69
Lorentz-Faktor, Röntgenstrahlen 437
Loschmidtsche Zahl 382. 384. *75*
Luft, Bestandteile *9*
Luftdruck und Höhe *19*. Bd. 1, 191
Luftkondensatoren 178
Luftlinienkorrektion 89

Mache-Einheit 488
Magnetetalon 85
Magnetfeldsender 242
Magnetische Ablenkung 373
— Feldstärke 87. 92. 96. Bd. 1, 308
— Induktion *54*
— Störungen 75
— Waage 105
Magnetischer Spannungsmesser 90
Magnetisches Moment 76
Magnetisierbarkeit *54*
Magnetisieren 73
Magnetisierungsintensität 81. Bd. 1, 11
Magnetisierungskoeffizient 113
Magnetometer 72. 79
Magnetostriktive Sender 237. Bd. 1, 113
Magnetron 243
Magnetstrahlprüfer 105
Magnetwerkstoffe 73
Manganinwiderstände 7
Mannit-Borsäure-Lösung 10
Massenspektrograph 387. 388
Massenstrahler 244
Massenzahl 446
Maßsysteme *72*. *73*. Bd. 1, 1
Materialprüfung mit Röntgenstrahlen 424
Materiewellen 375
Matthiessensche Regel 59. Bd. 1, 308
Maxwell-Brücke 213
Maxwell-Thomson-Brücke 186
Meile *75*
Membrankammer (Wilson) 470
Merkurosulfatelektrode 41
Meson 492. 501
Mesothorpräparate 487
Meßbrücken 191
Meßfunkenstrecke 166. 349
Meßkondensatoren 178
Meßsender 232
Meßwandler 165
Metalixprinzip 413
Mikrofarad 175
Mikrofaradmeter 195
Mikrowellen (elektrisch) 239. 244
Millersche Indizes 426
Minosglas 179
Mischröhre 313
Molekularstrahlmethode 338
Molekularstruktur von Gasen 378
Molionen 339
Mosaikstruktur 438
Moseleysches Gesetz 409
Multiplikationsmethode 83
Multivibrator 245
Multixprinzip 413
Multizellular-Instrument 138

Nachbeschleunigung von Ionen 363
Nachwirkungsstrom 321
Nadelelektrometer 127
Nadelgalvanometer 18
Nadelschaltung 129. 131
Nebelkammer 469
Nebenschluß, übergreifender 54
Neefscher Hammer 154
Netzebenen (Kristall) 427
Neutrodynschaltung 307
Neutronen 447. 450. 480
Neutronenhaubitze 484
Neutronenquellen 453
Normalelektrode 40
Normelement 2. Bd, 1, 7
Normalempfindlichkeit 19
Normalfrequenz 271
Normalkondensatoren 179
Normalkupfer 60
Normallösungen 66. *8*
Normalspulen (magnetisch) 84
Normalwiderstände 8
Norm-Molvolumen von Gasen *75*

Oberflächenionisation 343
Oberflächenwiderstand 322
Ölkondensatoren 180
Ohm, absolutes und internationales 45. Bd. 1, 7
Ohmmeter 57
Ohmsches Gesetz 1
Oktode 292
Ordnungszahlen der Elemente *69*
Oszillograph 171
Oxydkathode 289. 358

Panzerung (gegen Strahlen) 494
Papierkondensator 180
Paramagnetismus 113
Paschensches Gesetz 350
Pendelunterbrecher 44
Pendelwaage 114
Pentode 291
Periodisches System *69*
Permeabilität, reversible 107
Pfeifen (Verstärkerröhre) 307
Phasenreinheit 232
Phasenschieber 181
Phasenverschiebung147.168
Phasenwinkel 153. 249
Photoamperemeter 286
Photoeffekt 391. *53*
Photoelektronen 396. 450
Photoelemente 407
Photokathoden, zusammengesetzte 399
Photoneutronen 453
Photostrom, Verstärkung 401
Photozellen 400. Bd, 1, 296. 516
p_H-Werte 40
Pierce-Schaltung 236
Piezoelektrischer Resonator 268
Piezoquarz 145. Bd. 1, 114
Plancksche Strahlungskonstante *75*. Bd. 1, 284
Plasma (Gasentladung) 354
Plattenbrücke 259
Plattenkondensator177.182
PoissonscheZahl*23*.Bd.1,84
Polabstand,magnetischer77
Polarisation (elektrisch) 41. 63
Polarität der Spannung 38
Polonium 456
Polreagenzpapiere 38
Positive Säule (Gasentladung) 351. Bd. 1, 442
Positronen 449. 492

Potentiale 125
Potentialsonden 352
Potentiometer 32
Präzisionswiderstände 7
Preßgaskondensator 179
Proportionalzähler 463
Pseudohochvakuum 352

Quadrantelektrometer 127
Quadratzahlen *79*
Quantenausbeute 393
Quarzdrehung *37*
Quarzfaden, Herstellung 19
Quarzgesteuerte Sender 234
Quarzresonator 268
Quarzsender 236
Quarzuhr 234. Bd. 1, 60
Quecksilberstrahl-Unterbrecher 154
Quecksilberwiderstände 7

Radioaktive Elemente *70*
— Infektion 124
— Strahlung, Nachweis 457
Radioaktives Gleichgewicht 486
Radioaktivität 445
Radiumabkömmlinge 456
Radiumemanation 454
Radiumgehalt von Lösungen 488
Radiumnormale 485
Radiumpräparate 485
—, Gehaltsbestimmung 485
Radium-Reihe *70*
Ramsauer-Effekt 382
Ramsauersche Kreismethode 397
Raumgitter, Kristall 428
Raumladungsgesetz 280. 293
Rauschen, Verstärkerröhren 299
Rayleighsche Waage 25
Reagenzpapiere 38
Reduktionsfaktor (Galvanometer) 12. 44. 84
Reflexionsfaktor (elektrische Wellen) 258
Reflexionsvermögen von Metallen *44.* Bd. 1, 484
Reflexion von Röntgenstrahlen 419. 421
Regelwiderstände 10
Reibungselektrisiermaschinen 5
Reichweite, Elektronen *48*
— für Strahlen 472. 475. *70*
Relaisschaltung (Elektronenröhre) 314
Relaxationsschwingungen 244
Remanenz 110. *54*
Resonanz 148. 155
Resonanzbrücke 214
Resonanzkompensator 224
Resonanzkreis 252
Resonanzkurve 266
Resonanzneutronen 482. 484
Resonanzschärfe 251
Resonanzspannung 379
Resonanzüberhöhung 251
Resonanzverstärkung 304
Resonanzwellenlänge 253
Resonator (elektrisch) 268
Restionisation 494
Reziproke *79*
Richardson-Gesetz 288
Richtverstärker 311
Ringmethode (magnetisch) 97
Röhreneigenschaften 297
Röhrengeneratoren 154
Röhrenrelais 315
Röhrensender 228
Röhrensummer 238
Röhrenvoltmeter 280
Röntgen, Einheit 415
Röntgenanalyse 424
Röntgenbild 444
Röntgendiagnostik 445
Röntgendosis 415
Röntgenröhren 411
Röntgenspektrometer 423
Röntgenspektroskopie 418
Röntgenspektrum 390. 408. Bd. 1, 435
Röntgenstrahlen 408. *49. 50*
—, Dosis 415. 417
—, Eigenschaften 409
—, Erzeugung 411
—, Intensitätsgesetze 436
—, Intensitätsmessung 416
—, Nachweis 416
—, Streustrahlung 440
—, Wellenlängenmessung 419
Röntgenterme *51*
Rossi-Kurve 498
Rückheizeffekt 243
Rückkoppelung 307
Rückkoppelungsfaktor 231
Rückkoppelungsschaltung 228
Rückstand, elektrischer 179. 185. 321
Rückstoßkerne 480
Rückstoßstrahlen 449
Ruhemasse des Elektrons 370. *75*
Rydbergsche Konstante 391. *75.* Bd. 1, 433

Sättigung (magnetische) 111
Sättigungsdrucke *33. 34. 35* Bd. 1, 226
Sättigungsstrom 288. 340. 345
Säulenionisation 340
Saitenelektrometer 135
Saitengalvanometer 23
Saitenunterbrecher 154
Schallgeschwindigkeit *23.* Bd. 1, 134
Schauer 492. 498
Scheinleistung 150
Scheinwiderstand 147. 150
Scheitelwert 146
Scheringbrücke 189. 201
Schichtdicke von Folien 377
Schleifengalvanometer 23
Schleifdrahtbrücke 50
Schleifkontakt, thermokraftfrei 46
Schlittenvariometer 209
Schlüpfung 169
Schmelzpunkt *65. 66. 67* Bd. 1, 149. 225
Schmelzpunktserniedrigung *66*
Schmelzwärme *65. 66.* Bd. 1, 264
Schneidenverfahren (Röntgenstrahlen) 422
Schroteffekt 299
Schutzringe, elektrostatische 124. 321
Schutzringkondensator 178
Schwärzungskurve 417. Bd. 1, 520, 525
Schwankung eines Galvanometerausschlages 16
Schwerebeschleunigung *17. 18.* Bd. 1, 61
Schwebungen 274. Bd. 1, 366
Schwebungsfrequenzen 169. 312
Schwefelisolation 123
Schweißen 10
Schweißlichtbogen 357
Schwingkontaktgleichrichter 7
Schwinglinie 231
Schwingung, gedämpfte 12. *14. 16*
Schwingungen (Galvanometer) 13. Bd. 1, 62. 70
Schwingungsdauer (Galvanometer) 13. Bd. 1, 62. 70
Schwingungsgleichrichter 194
Schwingungskreis 249

Seemann-Bohlin-Verfahren 433
Seemeile *75*
Selbsterregung von Röhren 307. 308
Selbstinduktion 202
—, Berechnung 203
—, Messung 209
— von Kondensatoren 216
Selbstinduktionsnormale 207
Selbstinduktionsvergleichung 212
Sender, fremderregte 230
—, selbsterregte 231
Senderöhren 239
Senderschaltungen 228
Siebketten 156
Siedepunkt *65. 66. 67.* Bd. 1, 148. 226
Siedepunkt, normale *33. 34*
Siedepunktserhöhung *66.* Bd. 1, 234
Siedetemperaturen *30. 31*
Silbervoltameter 29
Sinusbussole 119
Sinusschwingungen 230
Skalenausschlag, Reduktion *15*
Skineffekt (s. Hautwirkung) 148. 287
Sonden (elektrisches Feld) 352
Spannung 1. Bd. 1, 8
Spannungsempfindlichkeit 19. 159
Spannungskoeffizient von Gasen *26. 67.* Bd. 1, 153
Spannungsmesser 26. 27
Spannungsmessungen 32
Spannungsmessung, absolute 126
—, elektrostatische 139
Spannungsreihe der Metalle *61*
Spannungsstabilisator 319
Spannungsteiler 167. 229
Spannungsverlust 2
Spannungsverstärkung 17. 298. 299
Spannungswaage 127
Spektrallinien *36.* Bd. 1, 447
Sperrkondensator 229
Sperrkreis 253
Sperrkreisverstärkung 304
Sperrschicht-Photoeffekt 405
Spezifische Ladung des Elektrons 370. *75*
— Wärme *65. 66. 67.* Bd. 1, 256
Spezifischer Widerstand 1
Spitzengleichrichtung 281. 311
Spitzenzähler 462
Spulenkapazitäten 198. 207
Spulen, Konstruktion 209
—, Selbstinduktion 204
Stabilisieren (Magnet) 74
Starkstromwiderstände 10
Statistische Schwankungen 459
Stefan-Boltzmannsche Konstante *75.* Bd. 1, 284
Stehende elektrische Wellen 259
Sterntag *75*
Stokessches Gesetz 383
Steuerquarz 234
Stiazähler 31
Stimmgabelsender 236
Stöpselwiderstände 9
Stoßgeneratoren 155
Stoßionisation 346. 348
Strahlenquellen, radioaktive 451
Strahlenschutz (Röntgenstrahlen) 413. 415
Strahlungskonstante 390. Bd. 1, 284. 298
Streukoeffizient 250
Streustrahlung (Röntgenstrahlen) 410. 443
Stroboskopische Methode 169
Strom 1
Stromempfindlichkeit 19. 44. 159
Strommesser 26. 27
Strommessung, absolute 41
Stromstärke (elektrostatische) 143. Bd. 1, 8
Stromtor 317
Stromverstärker 17
Stromverzweigung 1
Stromwaagen 25
Stromwärme 10
Stromwandler 284
Stromwender 11
Strukturanalyse 376. 442
Strukturfaktor 438
Summer 154
Supergalvanometer 83
Superheterodyn-Empfang 312
Supraleitung 60. Bd. 1, 309
Suszeptibilität 113. *65. 66. 67*
Symbolische Methode 152. 324
Synchronisierung 247
Szintillationsmethode 459
Tangentenbussole 119
Teilchengröße (Röntgenstrahlen) 439
Teilkapazität 175. 189
Telephon, optisches 157
Textur 439
Thallofidzelle 405
Thermogalvanometer 162
Thermokräfte *62. 63.* Bd. 1, 146. 163
Thermokreuz 162
Thermorelais 17
Thermosäule, Gülchersche 5
Thermoumformer 283
Thomsonscher Schwingungskreis 267
Thomson-Brücke 51. 54
Thor-Reihe *70*
Thyratron 246. 317
Tonhöhe, Schwingungszahl *24.* Bd. 1, 110. 133
Tonsender 238
Torsionsdynamometer 25
Torsionsvariometer 121
Torsionsverhältnis 74
Tragkraft von Drähten *23*
Transformatoren 154
Transformatorenverstärker 306
Transformatorschaltung 228
Trigonometrische Zahlen *80*
Triode 280. 291
Trockenelemente 4
Trolitul-Isolator 124

Überführungszahlen 63. *8*
Übergreifender Nebenschluß 54
Überlagerung elektrischer Wellen 238
Überlagerungs-Frequenzmesser 276
Überschlagsfestigkeit 331
Überschlagsspannungen *64*
Ultrakurzwellen (elektrisch) 239
Ultramikrometer 199. Bd. 1, 39
Ultrarot, Durchlässigkeit *42.* Bd 1, 351. 424
Ultrastrahlung 492
Umformer 5
Umrichter 194
Umschalter 11
Umwandlung, radioaktive 445
Unselbständige Entladung 344
Urankompensator 145
Uran-Reihe *70*
Urdoxwiderstände 9

Valenzladung 28
Variatoren 209
Ventilröhre 6
Verdampfungswärme *66.* 67. Bd. 1, 265
Verdünnungsgesetz (Ostwald) 62
Verformung von Wechselströmen 316
Verlustmeßbrücken 327
Verlustmessung, Dielektrische 323
—, Kapazität 189
—, magnetisch 112
Verlustfaktor (Schwingungskreis) 251. 264
Verschiebungskonstante *73.* Bd. 1, 9
Verstärker für Ionisationskammer 460
— für Zählrohr 463
Verstärkerfaktor 231
Verstärkerröhre 292. 298
Verstärkung(Ionisation)346
Verstärkung von Ausschlägen 17
Verstärkungsfolien (Röntgenstrahlen) 417
Verstimmung (elektrische Schwingung) 251
Verstimmungsfilter 255
Verzerrungsapparatur 316
Vibrationsgalvanometer 157. 158
Vibrator 244
Vielfachbeschleunigung von Ionen 364
Vierstabvariometer 121
Voltameter 28
Vorderwandzelle 406
Vorverstärker 298

Wachstumsmesser 199
Wägung, Reduktion *1.* Bd. 1, 24
Wärmeleitung *65. 67.* Bd. 1, 270
Wärmerauschen (Elektronenröhre) 299
Walzenbrücke 51. 65
Wanderungsgeschwindigkeiten (Ionen) 62
Wanderwellen 173
Wandstromverstärker 317
Wasser, reines 66. Bd. 1, 148
—, Siedetemperatur *30.* Bd. 1, 145. 148
Wasserdampf, Sättigungsdruck und Dichte *28. 29*
Wasserhäute 124
Wasserstoffelektrode 40
Wasserstoffelektron, Normalbahn *75*
Wasserstoff-Ionenkonzentration 40
Wasservoltameter 30
Wasservolumen *4*
Wattmeter 160
Wattstundenzähler 163
Wechselstrom 146
—, mittel- und hochfrequenter 228
—, allgemeine Beziehungen 251
Wechselstrombrücke 188. 190. 212. 326
Wechselstromgrößen 147
—, symbolische Darstellung 150. 324
Wechselstromkurven 170
Wechselstrommaschinen 153
Wechselstromschaltungen 153
Wehnelt-Kathode 358. 379
Weicheiseninstrumente 28. 163
Wellenlängenmessung bei Röntgenstrahlen 418
Wellenwiderstand (elektrisch) 258. 265
Werkstoffprüfung 442
Weston-Element 2
Wheatstonesche Brücke 46
Widerstand, elektrischer 1. 59. *56*
—, absolute Messung 45
—, elektrostatisch 140
—, galvanisches Element 61. 70
—, sehr großer 8. 66
— und Luftfeuchte 8
— von Elektrolyten 65
— von Strommessern 58
Widerstandsgefäße 64
Widerstandsgerade 295
Widerstandskapazität 1. 66
Widerstandsoperator 152
Widerstandsverstärker 305
Wiedervereinigungs-Koeffizient 340
Wienscher Filter 385
Wilsonkammern 469. 498
—, Auslösung der Vorgänge 472
Windungsfläche 87. 202
Winkelfreier Widerstand 225
Wirbelstromdämpfung 20
Wirkungsquantum 389. *75.* Bd. 1, 5
Wirkungsquerschnitt von Molekülen 382
Wirkwiderstand 147. 150. 152. 211. 263
Wismutspirale 94
Wulfsches Elektrometer 134
Wurzeln *79*

X-Einheit 408. Bd. 1, 422

Yard *75*

Zähigkeit *66. 67.* Bd. 1, 93
— von Wasser *20*
Zählanordnung, Auflösungsvermögen 467
Zählen von Impulsen 319. 466
Zählrohr 462. 464. 496
Zählung von Strahlenteilchen 459
Zählwerk 274
Zeitintegral der EMK 43
Zeitkonstante von Widerständen 225
Zeitmessung 44. 271. Bd. 1, 57
Zeitschreiber 272
Zeitsignal 271. Bd. 1, 57
Zerfallskonstante 451. *70*
Zerfallstheorie 450
Zersetzungsspannung 41
Zertrümmerungsprotonen 501
Zoll *75*
Zündspannung 318
Zusammendrückbarkeit *21. 22. 23.* Bd. 1, 88
Zwischenfrequenzen 312
Zyklotron 365
Zylinderkondensator 176. 182